

ESERCIZI DI FORMULAZIONE

Il presente documento si propone di dissolvere ogni possibile dubbio riguardante i problemi di formulazione nella programmazione lineare semplice.

Ordine di difficoltà (da quella più bassa) da 1 a 5:

- 1 = Verde,
- 2 = Blu,
- 3 = Giallo,
- 4 = Arancione,
- 5 = Rosso.

Esercizio 1.

Un lanificio produce filato di tipo **standard** e di tipo **speciale** utilizzando 3 diverse macchine, le cui produzioni orarie sono le seguenti:

macchina A: 3 matasse **standard** e 1 **speciale**
macchina B: 2 matasse **standard** e 2 **speciali**
macchina C: 2 matasse **standard** e 1 **speciali**

Il mercato richiede almeno 60 matasse **standard** e 40 di tipo **speciali** al giorno.

I costi orari delle due macchine sono:
90 euro per la A, 80 euro per B, 60 euro per C.

Scrivere un modello di *programmazione lineare* per determinare la produzione giornaliera di costo **minimo**.

(Non occorre imporre il vincolo che le ore giornaliere non superino 24).

Svolgimento.

x_A = "Produzione della macchina a";
 x_B = "Produzione della macchina b";
 x_C = "Produzione della macchina c";

$$\min 90x_A + 80x_B + 60x_C$$

$$3x_A + 2x_B + 2x_C \geq 60$$

$$x_A + 2x_B + x_C \geq 40$$

$$x_i \geq 0$$



Esercizio 2.



La Svivon produce batterie elettriche di tre tipi (Alef, Beth e Ghimel).

Per due di esse (Beth e Ghimel) utilizza del rame.

Per coprire la produzione del prossimo mese, può acquistare il rame al prezzo di 5 euro/kg.

Il fornitore però non può fornire più di 4000 kg di rame.

Nella seguente tabella sono indicate:

- La quantità di rame richiesta per produrre una scatola di ciascuna batteria;
- I costi di manodopera (per scatola prodotta) e prezzi di vendita al pubblico (per scatola):

	Rame (kg per scatola)	costi di manodopera	prezzo di vendita
ALEF	-	12	25
BETH	1	6	20
GHIMEL	2	4	30

I tre tipi di batteria devono essere prodotti in quantità tali che il numero di scatole di batterie Alef sia almeno doppio del numero di scatole di Beth e non superiore al numero di scatole di Ghimel.

Formulare come PL il problema di pianificare la produzione della Svivon in modo **massimo**.

Svolgimento.

Le variabili di decisione sono la quantità di scatole dei tre tipi di batterie, che indicheremo con x_A , x_B , x_G .

x_A = "Produzione scatola di Alef";
 x_B = "Produzione scatola di Beth";
 x_G = "Produzione scatola di Ghimel";

La funzione obiettivo da massimizzare è il profitto totale, meno i costi totali.

Il profitto totale è dato da:

$$25x_A + 20x_B + 30x_G$$

A questo vanno sottratti i **contributi del costo del rame** e della **manodopera**.

$$25x_a + 20x_b + 30x_g - 5(x_b + 2x_g) - 12x_a - 6x_b - 4x_g$$

Quindi, il problema di formulazione finale è il seguente:

$$\text{Max } 13x_A + 9x_B + 16x_G$$

$$x_B + 2x_G \leq 4000$$

$$x_A \geq 2x_B$$

$$x_A \leq x_G$$

Esercizio 3.

Una fonderia utilizza quattro tipi di materiale grezzo, per ottenere un prodotto finale.

Ciascun materiale ha un diverso contenuto di **alluminio**, **silicio** e **carbonio**.

La tabella che segue riporta la composizione di ciascun materiale (espresso in percentuale sul peso totale), insieme al costo unitario.

	% alluminio	% silicio	%carbonio	costo al kg
materiale 1	3	4	6	680
materiale 2	5	4	5	750
materiale 3	1	2.5	4	450
materiale 4	4	5	7	870

Il prodotto finale deve avere un contenuto percentuale di alluminio di almeno il 3% e non superiore all'8%;

un contenuto di silicio tra il 4% e il 5%;

di carbonio non superiore al 5%.

Formulare come PL il problema di pianificare la produzione di questa fonderia minimizzando i costi.

Svolgimento.

x_1 = "Quantità di kg prodotti del materiale 1".

x_2 = "Quantità di kg prodotti del materiale 2".

x_3 = "Quantità di kg prodotti del materiale 3".

x_4 = "Quantità di kg prodotti del materiale 4".

$$\begin{aligned}
& \min 680x_1 + 750x_2 + 450x_3 + 870x_4 \\
& 0,03x_1 + 0,05x_2 + 0,01x_3 + 0,04x_4 \geq 0,03 \\
& 0,03x_1 + 0,05x_2 + 0,01x_3 + 0,04x_4 \leq 0,08 \\
& 0,04x_1 + 0,04x_2 + 0,025x_3 + 0,05x_4 \geq 0,04 \\
& 0,04x_1 + 0,04x_2 + 0,025x_3 + 0,05x_4 \leq 0,05 \\
& 0,06x_1 + 0,05x_2 + 0,04x_3 + 0,07x_4 \leq 0,05 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
\end{aligned}$$

Esercizio 4.

Un'officina meccanica produce pezzi di ricambio per trattori. I vari ricambi possono essere raggruppati in 5 tipi, ognuno dei quali richiede un certo tempo di lavorazione su vari macchinari. Il **tempo** (in ore) richiesto da ciascun pezzo su ciascuna macchina, il **profitto** (in migliaia di lire) derivante dalla produzione di ciascun pezzo e il **tempo-macchina** disponibile nel prossimo mese sono indicati in tabella.

	1	2	3	4	5	ore disponibili
fresatura	2	1.5	1	1	2	200
taglio	1	2	2.5	2	1	80
ispezione	2	1	2	1.5	1.5	100
profitto un.	100	60	90	80	60	

Un vostro collega sostiene che la cosa più conveniente è produrre solo pezzi dei primi due tipi, e di non usare tutte le 200 ore di fresatura disponibili (mentre le ore di taglio e ispezione vanno usate completamente). Sapreste dire se ha ragione o meno?

Svolgimento.

x_1 = Numero di unità del primo tipo prodotte.
 x_2 = Numero di unità del secondo tipo prodotte.
 x_3 = Numero di unità del terzo tipo prodotte.
 x_4 = Numero di unità del quarto tipo prodotte.
 x_5 = Numero di unità del quinto tipo prodotte.

$$\max 100x_1 + 60x_2 + 90x_3 + 80x_4 + 60x_5$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 2x_5 + s_1 = 200$$

$$1x_1 + 2x_2 + 2.5x_3 + 2x_4 + 1x_5 + s_2 = 80$$

$$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1.5x_4 + 1.5x_5 + s_3 = 100$$

$$x_j \geq 0$$