ESERCIZI SULLA COSTRUZIONE DI GRAMMATICHE GENERATIVE

Costruzione di grammatiche

Docente: Cataldo Musto

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

Si ringrazia il prof. Marco De Gemmis ed
Il tutor Francesco Paolo Caforio per il Materiale

Esercizi

- Costruzione di Grammatiche

Esercizio 1

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^{2n} | n > 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 1 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
- Alcune parole che costituiscono L
- $L = \{a \quad b^2, a^2b^4, a^3b^6 \ldots\}$
- Cosa notiamo?

Esercizio 1 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
- Alcune parole che costituiscono L
  - $L = \{a \quad b^2, a^2b^4, a^3b^6 \ldots\}$
- Cosa notiamo?
  - Le parole crescono in **modo costante**
  - **La parola successiva aggiunge una ‘a’ e due ‘b’**
  - **Ricorda il linguaggio** $a^n b^n$
    - **La grammatica presenterà delle analogie**

Esercizio 1 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n} | n > 0\}$$

$$L = \{a \quad b^2, a^2 b^4, a^3 b^6 \dots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S\}, \qquad S$$

$$L = \{a^n b^{2n} | n > 0\}$$
$$L = \{a \quad b^2, a^2 b^4, a^3 b^6 \dots\}$$

Esercizio 1 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow abb \qquad \qquad \}$$

Come regola generale, bisogna creare sempre una regola di produzione per il ‘caso base’ (la parola più semplice del linguaggio).

Esercizio 1 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n} | n > 0\}$$
$$L = \{a \quad b^2, a^2 b^4, a^3 b^6 \dots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to abb \qquad \}$$

Suggerimento: quando le parole crescono in modo 'costante' bisogna aggiungere anche una **regola ricorsiva**

$$L = \{a^n b^{2n} | n > 0\}$$
$$L = \{a \quad b^2, a^2 b^4, a^3 b^6 \ldots\}$$

Esercizio 1 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow abb \qquad\qquad S \rightarrow aSbb\}$$

Per esercizio, selezionate parole appartenenti (e non appartenenti) al linguaggio e provate a derivarle.

Esercizio 1 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $aaabbbbbb \in L$
    - $S \underset{2}{\Rightarrow} aSbb \underset{2}{\Rightarrow} aaSbbbb \underset{1}{\Rightarrow} aaabbbbbb$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} aaabbbbbb \in L(G)$

$$P = \{S \to abb \qquad S \to aSbb\}$$

Esercizio 2

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 2 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$$

- Alcune parole che costituiscono L
  - $L = \{b, a^2b^5, a^3b^7, a^4b^9, a^5b^{11}, \dots\}$

Anche se il linguaggio sembra apparentemente un po' diverso dal precedente, ci sono sempre delle regolarità. Ad ogni passo si può aggiungere una 'a' e due 'b'. Il fatto che n possa essere uguale a zero cambia però il 'caso base'

Esercizio 2 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$$
$$L = \{b, a^2b^5, a^3b^7, a^4b^9, \dots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A\}, \qquad S$$

  - **Suggerimento per la grammatica:** create sempre la grammatica che genera $a^n b^{2n}$ poi trovate il modo di aggiungere una ‘b’ in più – oppure – in modo inverso, definite delle regole per generare subito una ‘b’ e poi agganciate le produzioni per generare $a^n b^{2n}$

Esercizio 2 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$$
$$L = \{b, a^2b^5, a^3b^7, a^4b^9, \ldots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to Ab \qquad A \to aAbb | \lambda\}$$

Questa regola comincia la derivazione generando subito una **b**, poi possiamo agganciare un nuovo non-terminale per generare $\boldsymbol{a^n b^{2n}}$

Esercizio 2 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$$
$$L = \{b, a^2b^5, a^3b^7, a^4b^9, \ldots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to Ab \qquad A \to aAbb | \lambda\}$$

Regola ricorsiva, che ad ogni passaggio genera una ‘a’ e due ‘b’

Esercizio 2 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$$
$$L = \{b, a^2 b^5, a^3 b^7, a^4 b^9, \ldots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow Ab \qquad A \rightarrow aAbb | \lambda\}$$

Perché ci serve? Perché n può essere uguale a zero, quindi abbiamo bisogno di una sequenza di regole che ci permetta di produrre solo b

Esercizio 2 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\}$$
$$L = \{b, a^2b^5, a^3b^7, a^4b^9, \dots\}$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to Ab \mid b \qquad A \to aAbb\}$$

Grammatica alternativa

Esercizio 2 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $b \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} Ab \underset{3}{\Rightarrow} b$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} b, b \in L(G)$
  - $aaabbbbbbb \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} Ab \underset{2}{\Rightarrow} aAbbb \underset{2}{\Rightarrow} aaAbbbbb \underset{2}{\Rightarrow} aaaAbbbbbbb \underset{3}{\Rightarrow} aaabbbbbbb$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} aaabbbbbbb, aaabbbbbbb \in L(G)$

$$\boldsymbol{P = \{S \to Ab \qquad A \to aAbb \mid \lambda\}}$$

Esercizio 2 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $aabbbb \notin L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} Ab \underset{2}{\Rightarrow} aAbbb \underset{2}{\Rightarrow} aaAbbbbb$
      - $aabbbb \notin L(G)$

$$\boldsymbol{P = \{S \to Ab \qquad A \to aAbb \mid \lambda\}}$$

Esercizio 3

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 3 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
- Alcune parole che costituiscono L
  - $L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots ab^3c^2, a^2b^4c^2, a^3b^5c^2 \dots,$

    $\dots, ab^4c^3, a^2b^5c^3, a^3b^6c^3, \dots\}$

Cosa notiamo?

Esercizio 3 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
- Alcune parole che costituiscono L
  - $L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots ab^3c^2, a^2b^4c^2, a^3b^5c^2 \dots,$

$$\dots, ab^4c^3, a^2b^5c^3, a^3b^6c^3, \dots\}$$

Ogni parola ha un numero di **b** pari alla somma delle **a** e delle **c.**
Bisogna dunque immaginare una grammatica che verifichi questi vincoli.

Esercizio 3 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$$

$$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

Ogni parola ha un numero di **b** pari alla somma delle **a** e delle **c.**
Bisogna dunque immaginare una grammatica che verifichi questi vincoli.

Esercizio 3 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$$

$$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

Suggerimento: provate a ricondurre la grammatica a una di quelle 'note' (es. $a^n b^n$)

Esercizio 3 - Soluzione

$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$

$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

Suggerimento: provate a ricondurre la grammatica a una di quelle 'note' (es. $a^n b^n$)
Suggerimento 2: immaginate la grammatica come concatenazione di due grammatiche note
$\boldsymbol{a^n b^n b^m c^m}$

Esercizio 3 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$$

$$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to AB \qquad A \to aAb|ab \qquad B \to bBc|bc\}$$

Esercizio 3 - Soluzione

$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$

$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow AB \qquad A \rightarrow aAb|ab \qquad B \rightarrow bBc|bc\}$$

Questa regola serve a impostare la derivazione come concatenazione di due «sotto-linguaggi»

Esercizio 3 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$$

$$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to AB \qquad A \to aAb|ab \qquad B \to bBc|bc\}$$

Questa regola serve a impostare la derivazione come concatenazione di due «sotto-linguaggi» – dalla A sarà derivato $\boldsymbol{a^n b^n}$
Dalla B sarà derivato $\boldsymbol{b^m c^m}$

Esercizio 3 - Soluzione

$$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$$

$$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b, c\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow AB \qquad A \rightarrow aAb|ab \qquad B \rightarrow bBc|bc\}$$

I due sotto-linguaggi sono caratterizzati dalle classiche regole che caratterizzano i linguaggi che crescono in maniera costante come $\boldsymbol{a^n b^n}$.

Esercizio 3 - Soluzione

$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$

$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $aaabbbbbcc \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{2}{\Rightarrow} aAbB \underset{2}{\Rightarrow} aaAbbB \underset{3}{\Rightarrow} aaabbbB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbbbBc \underset{5}{\Rightarrow} aaabbbbbcc$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} aaabbbbbcc, aaabbbbbcc \in L(G)$
  - $abbbcc \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{3}{\Rightarrow} abB \underset{4}{\Rightarrow} abbBc \underset{5}{\Rightarrow} abbbcc$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} abbbcc, abbbcc \in L(G)$

Esercizio 3 - Soluzione

$L = \{a^n b^{n+m} c^m | n > 0, m > 0\}$

$L = \{ab^2c,\ a^2b^3c, a^3b^4c, \dots, a^2b^4c^2$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $abbbc \notin L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{3}{\Rightarrow} abB \underset{5}{\Rightarrow} abbc$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{3}{\Rightarrow} abB \underset{4}{\Rightarrow} abbBc \underset{5}{\Rightarrow} \dots$
      - $abbbc \notin L(G)$

Esercizio 4

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 4 - Soluzione

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Apparentemente, questo linguaggio sembra simile a $a^n b^{2n+1}$ ma in realtà la grammatica è differente perché le **a** e le **b** si sviluppano in modo svincolato. Notiamo anche che sia n che k possono essere uguali a zero.

Esercizio 4 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
- Alcune parole che costituiscono L
  - $L = \{b, b^3, b^5, \dots, ab, ab^3, ab^5, \dots, a^2b, a^2b^3, a^2b^5, \dots, a^3b, a^3b^3, a^3b^5, \dots\}$

$$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$$

I vincoli su **n** e **k** implicano che possano esistere parole senza **a**, ma non parole senza **b** (perché se ne aggiunge sempre una alla fine)

Esercizio 4 - Soluzione

$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, V = \{S, A, B\}, S$$

Suggerimento: siccome le a e le b si sviluppano in modo indipendente, possiamo vedere il linguaggio **come concatenazione di due linguaggi più semplici.**

Esercizio 4 - Soluzione

$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, V = \{S, A, B\}, S$$

$$P = \{S \to AB \qquad A \to aA | \lambda \qquad B \to bbB | b\}$$

Esercizio 4 - Soluzione

$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, V = \{S, A, B\}, S$$

$$P = \{S \to AB \quad A \to aA | \lambda \quad B \to bbB | b\}$$

Comincia la derivazione innescando i due sotto linguaggi

Esercizio 4 - Soluzione

$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, V = \{S, A, B\}, S$$

$$P = \{S \to AB \quad A \to aA|\lambda \quad B \to bbB|b\}$$

Derivazione delle ‘a’ – Ad ogni passo aggiunge una **a** ed eventualmente continua ricorsivamente (oppure chiude la derivazione con **lambda**)

Esercizio 4 - Soluzione

$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, V = \{S, A, B\}, S$$

$$P = \{S \to AB \quad A \to aA|\lambda \quad B \to bbB|b\}$$

Derivazione delle ‘b’ – Ad ogni passo aggiunge due **b** ed eventualmente continua ricorsivamente (oppure chiude la derivazione aggiungendo l’ultima **b**)

Esercizio 4 - Soluzione

$L = \{a^n b^{2k+1} | n \geq 0, k \geq 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, V = \{S, A, B\}, S$$

$$P = \{S \rightarrow ABb \qquad A \rightarrow aA \mid \lambda \qquad B \rightarrow bbB \mid \lambda\}$$

Grammatica alternativa. La ‘b’ da aggiungere viene aggiunta già all’inizio nella produzione iniziale che innesca la derivazione.

Esercizio 4 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $b \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{3}{\Rightarrow} B \underset{5}{\Rightarrow} b$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} b, b \in L(G)$
  - $aaabbbbb \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{2}{\Rightarrow} aAB \underset{2}{\Rightarrow} aaAB \underset{2}{\Rightarrow} aaaAB \underset{3}{\Rightarrow} aaaB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbbbB \underset{5}{\Rightarrow} aaabbbbb$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} aaabbbbb, aaabbbbb \in L(G)$

Esercizio 4 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $aaabbbbbbbb \notin L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AB \underset{2}{\Rightarrow} aAB \underset{2}{\Rightarrow} aaAB \underset{2}{\Rightarrow} aaaAB \underset{3}{\Rightarrow} aaaB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbbbB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbbbbbB$
      $\underset{4}{\Rightarrow} aaabbbbbbbbB \underset{4}{\Rightarrow} aaabbbbbbbbb$
      - $aaabbbbbbbb \ \notin L(G)$

Esercizio 5

Sia dato il linguaggio $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 5

Sia dato il linguaggio $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

In questo caso il «vincolo» risiede nel fatto che le **b** devono essere minori o uguali della somma delle **a** e delle **c**

Esercizio 5 - Soluzione $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
- Alcune parole che costituiscono L
  - $L = \{ac, abc, ab^2c, \dots, a^2c^3, a^2bc^3, a^2b^2c^3, \dots, a^2b^5c^3, \dots\}$

Esercizio 5 - Soluzione $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

Suggerimento: immaginiamo sempre come 'concatenazione' di due linguaggi, perché le b non devono essere mai superiori né ad **a** né a **b**

Esercizio 5 - Soluzione

$L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

Suggerimento: immaginiamo sempre come 'concatenazione' di due linguaggi, perché le b non devono essere mai superiori né ad **a** né a **b**
Suggerimento 2: immaginare il linguaggio in una forma leggermente diversa, spacchettando le 'b' in due gruppi

$$\underline{L = \{a^i b^n b^m c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq n \leq i, 0 \leq m \leq j,\}}$$

Esercizio 5 - Soluzione $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow AC, \qquad A \rightarrow aA|aAb|a|ab, \qquad C \rightarrow Cc|bCc|c|bc\}$$

Esercizio 5 - Soluzione $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow AC, \qquad A \rightarrow aA|aAb|a|ab, \qquad C \rightarrow Cc|bCc|c|bc\}$$

Produzione per la concatenazione

Esercizio 5 - Soluzione $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow AC, \qquad A \rightarrow aA|aAb|a|ab, \qquad C \rightarrow Cc|bCc|c|bc\}$$

Produzioni per $\underline{a^i b^k}$ con k < i
Le produzioni generano a e b insieme, oppure solo le a (per garantire il vincolo)

Esercizio 5 - Soluzione $L = \{a^i b^k c^j | i > 0, j > 0, 0 \leq k \leq i + j\}$

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \rightarrow AC, \qquad A \rightarrow aA|aAb|a|ab, \qquad C \rightarrow Cc|bCc|c|bc\}$$

Produzioni equivalenti per l'altro sotto-linguaggio

Esercizio 5 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $ac \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AC \underset{4}{\Rightarrow} aC \underset{8}{\Rightarrow} ac$
      - $S \overset{*}{\Rightarrow} ac, ac \in L(G)$
  - $aabbbbcc \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AC \underset{3}{\Rightarrow} aAbC \underset{5}{\Rightarrow} aabbC \underset{7}{\Rightarrow} aabbbCc \underset{9}{\Rightarrow} aabbbbcc$
    - $S \overset{*}{\Rightarrow} aabbbbcc, aabbbbcc \in L(G)$

Esercizio 5 - Soluzione

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Generazione di stringhe $w \in L$ mediante l'uso delle regole di produzione P in G
  - $aabbbbcccc \in L$
    - $S \underset{1}{\Rightarrow} AC \underset{3}{\Rightarrow} aAbC \underset{5}{\Rightarrow} aabbC \underset{7}{\Rightarrow} aabbbCc \underset{7}{\Rightarrow} aabbbbCcc \underset{6}{\Rightarrow} aabbbbCccc \underset{8}{\Rightarrow} aabbbbcccc$
    - $S \overset{*}{\Rightarrow} aabbbbcccc, aabbbbcccc \in L(G)$

Grammatica equivalente G'

- Determinare una grammatica generativa per L
  - Regole di produzione della grammatica G

$$G' = (X, V, S, P)$$

$$X = \{a, b\}, \qquad V = \{S, A, B\}, \qquad S$$

$$P = \{S \to aACc, \qquad A \to aA|aAb|\lambda, \qquad C \to Cc|bCc|\lambda\}$$

Domande?


-It gets easier.
-Huh?
Every day, it gets a little easier.
-Yeah?
-But you gotta do it every day.
That's the hard part.
But it does get easier.

Esercizio 6

Sia dato il linguaggio $L = \{a^2 b^n a \quad | n > 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 7

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^m | n, m > 0, n > m\}$

- Determinare una grammatica generativa per L

Esercizio 8

Sia dato il linguaggio $L = \{a^n b^m c^n | n > 0, m > 0\}$

- Determinare una grammatica generativa per L