Logică computațională
Curs 12

Lector dr. Pop Andreea-Diana

Metoda analitică a lui Quine-Mc'Clusky

- se bazează pe completarea a două tabele ajutătoare
  - unul pentru factorizare, utilizat la calcularea mulţimii monoamelor maximale
  - unul pentru identificarea mulţimii monoamelor centrale
- se aplică formei canonice disjunctive a funcției
- poate fi utilizată pentru oricâte variabile

Aplicarea metodei

1. ordonarea mulţimii suport a funcţiei cu n variabile, crescător sau descrescător după numărul de valori 1 conţinut de fiecare n-uplu

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = m_4 \vee m_6 \vee m_7 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_{11} \vee m_{12}$$

S_f = {(0,1,0,0), (0,1,1,0), (0,1,1,1), (1,0,0,0), (1,0,0,1), (1,0,1,0), (1,0,1,1), (1,1,0,0)}

S_f = {(0,1,1,1), (1,0,1,1),
(0,1,1,0), (1,0,0,1), (1,0,1,0), (1,1,0,0),
(0,1,0,0), (1,0,0,0)}

Construirea primei tabele

- Capul de tabel conține numele variabilelor funcției.
- Pe fiecare linie se va completa suportul câte unui minterm din expresia funcției, grup după grup, în ordine crescătoare/descrescătoare a numărului valorilor de 1 din *n*-upluri.
- Grupurile se delimitează prin linii orizontale. După completarea întregii mulțimi suport a funcției, se va trasa o linie dublă.
- Doar două grupuri vecine pot conține suporturi ale monoame adiacente, astfel că factorizarea se poate efectua doar între *n*-upluri din grupuri vecine.

Prima tabelă

$S_f = \{(0,1,1,1), (1,0,1,1), (0,1,1,0), (1,0,0,1), (1,0,1,0), (1,1,0,0), (0,1,0,0), (1,0,0,0)\}$

Grupul	x_1	x_2	x_3	x_4	
I	0	1	1	1	m_7
	1	0	1	1	m_{11}
II	0	1	1	0	m_6
	1	0	0	1	m_9
	1	0	1	0	m_{10}
	1	1	0	0	m_{12}
III	0	1	0	0	m_4
	1	0	0	0	m_8

Operația de factorizare

- constă în introducerea unei linii noi în tabel, care conţine aceleaşi valori (0, 1 sau –) pe coloanele variabilelor comune celor două monoame care participă la factorizare şi simbolul „–” pe coloana corespunzătoare variabilei eliminate (o singură variabilă se va simplifica la un moment dat.
- Monoamele care participă la factorizare vor fi bifate deoarece acestea nu sunt maximale.
- Rezultatele factorizării a două grupuri de *n*-upluri vecine vor forma un nou grup (delimitat printr-o linie orizontală) de *n*-uplur în tabel, care poate fi utilizat mai departe în alte factorizări de ordin superior.
- Sfârşitul tuturor factorizărilor dintre două grupuri vecine de monoame cu acelaşi număr de simboluri „–” se marchează cu o dublă linie orizontală, pentru a sugera grafic faptul că s-a încheiat factorizarea de un anumit ordin şi se trece la factorizare de ordin mai mare.
- Acest proces continuă până când nu se mai pot face factorizări între două grupuri vecine delimitate printr-o singură bară orizontală. Tabelul se încheie cu o triplă bară orizontală.

Factorizarea

Grupul		x_1	x_2	x_3	x_4	
I	√	0	1	1	1	m_7
		1	0	1	1	m_{11}
II	√	0	1	1	0	m_6
		1	0	0	1	m_9
		1	0	1	0	m_{10}
		1	1	0	0	m_{12}
III		0	1	0	0	m_4
		1	0	0	0	m_8
IV=I+II		0	1	1	–	$m_7 \vee m_6$

Factorizare simplă

Factorizarea

	Grupul		x_1	x_2	x_3	x_4	
	I	√	0	1	1	1	m_7
		√	1	0	1	1	m_{11}
	II	√	0	1	1	0	m_6
		√	1	0	0	1	m_9
		√	1	0	1	0	m_{10}
		√	1	1	0	0	m_{12}
	III	√	0	1	0	0	m_4
		√	1	0	0	0	m_8
Factorizare simplă	*IV=I+II*		0	1	1	–	$m_7 \vee m_6$
		√	1	0	–	1	$m_{11} \vee m_9$
		√	1	0	1	–	$m_{11} \vee m_{10}$
	V=II+III		0	1	–	0	$m_6 \vee m_4$
		√	1	0	0	–	$m_9 \vee m_8$
		√	1	0	–	0	$m_{10} \vee m_8$
			–	1	0	0	$m_{12} \vee m_4$
			1	–	0	0	$m_{12} \vee m_8$
Factorizare dublă	*VI=IV+V*		1	0	–	–	$m_{11} \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_8$

Identificarea monoamelor maximale

- Mulţimea **monoamelor maximale** este formată din toate monoamele corespunzătoare liniilor nebifate din tabel.

Monoamele maximale

	Grupul		x_1	x_2	x_3	x_4	
	I	√	0	1	1	1	m_7
		√	1	0	1	1	m_{11}
	II	√	0	1	1	0	m_6
		√	1	0	0	1	m_9
		√	1	0	1	0	m_{10}
		√	1	1	0	0	m_{12}
	III	√	0	1	0	0	m_4
		√	1	0	0	0	m_8
Factorizare simplă	*IV=I+II*		0	1	1	–	$m_7 \vee m_6 = \bar{x}_1 x_2 x_3 = max_1$
		√	1	0	–	1	$m_{11} \vee m_9$
		√	1	0	1	–	$m_{11} \vee m_{10}$
	V=II+III		0	1	–	0	$m_6 \vee m_4 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4 = max_2$
		√	1	0	0	–	$m_9 \vee m_8$
		√	1	0	–	0	$m_{10} \vee m_8$
			–	1	0	0	$m_{12} \vee m_4 = x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = max_3$
			1	–	0	0	$m_{12} \vee m_8 = x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = max_4$
Factorizare dublă	*VI=IV+V*		1	0	–	–	$m_{11} \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_8 = x_1 \bar{x}_2 = max_5$

Mulțimea monoamelor maximale

- $M(f) = \{\overline{x}_1 x_2 x_3, \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_4, x_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4, x_1 \overline{x}_3 \overline{x}_4, x_1 \overline{x}_2\}$

$$= \{max_1, max_2, max_3, max_4, max_5\}$$

Identificarea monoamelor centrale

- se face utilizând un tabel care arată corespondenţa dintre monoamele maximale (pe coloane) şi mintermii (pe linii) care au contribuit prin factorizare la obţinerea acestora. O căsuţă din tabel se marchează cu o steluţă dacă mintermul corespunzător liniei a fost utilizat pentru obţinerea monomului maximal de pe coloană.

se încercuiesc * singure pe linie

Monoamele centrale – conțin pe coloană ⊛

monoame maximale / mintermi	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5
m_7	⊛				
m_{11}					⊛
m_6	*	*			
m_9					⊛
m_{10}					⊛
m_{12}			*	*	
m_4		*	*		
m_8				*	*

Mulțimea monoamelor centrale

- $C(f) = \{max_1, max_5\}$

- Cazul II

Identificarea formelor simplificate

- $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_1 \vee max_5 = \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2$

Se hașurează coloanele ce conțin ⊛

monoame maximale / mintermi	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5
m_7	⊛				
m_{11}					⊛
m_6	*	*			
m_9					⊛
m_{10}					⊛
m_{12}			*	*	
m_4		*	*		
m_8				*	*

Se hașurează liniile ce conțin * hașurate

monoame maximale / mintermi	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5
m_7	⊛				
m_{11}					⊛
m_6	*	*			
m_9					⊛
m_{10}					⊛
m_{12}			*	*	
m_4		*	*		
m_8				*	*

Forma simplificată

- Se observă că cel mai simplu mod de a acoperi mintermii neacoperiți de funcția *g* (liniile nehașurate) este:
    - $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_3$

- $f'(x_1, x_2, x_3, x_4) = g(x_1, x_2, x_3, x_4) \vee h(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

$$= \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x}_2 \vee x_2 \overline{x}_3 \overline{x}_4$$