

承诺书

赛区评阅编号（由赛区组委会填写）：

2016 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人						
备 注						

送全国评阅统一编号（赛区组委会填写）：

全国评阅随机编号（全国组委会填写）：

（请勿改动此页内容和格式。此编号专用页仅供赛区和全国评阅使用，参赛队打印后装订到纸质论文的第二页上。注意电子版论文中不得出现此页。）

系泊系统设计

摘要

近来随着我国南海关系的紧张，对海况进行实时监测分析就变的十分重要。文章针对近海观测网传输节点中的系泊系统提出了三个大问题，因此我们以系泊系统为背景，运用相应的物理知识等方法成功的解决了这三个问题，对不同海况下的系泊的设计进行了相应的介绍。

针对问题一：首先我们对系泊系统内各部件进行受力分析，建立平衡方程组，之后结合倾斜角度，长度，以及水深建立关于吃水深度的方程，综合以上方程组利用 MATLAB 编程进行分析求解，求出不同特定风速下浮标的吃水深度的最优解，再将其代回方程组中，求出具体数据（见表 1、2）。

针对问题二：在问题一的基础上我们先将风速 36m/s 带入其中，对锚链在锚点与海床的夹角和钢桶的倾斜角度进行分析，结合具体数值分析我们再对重物重力进行调整，最后得到重物重力的上下限，得到具体结果(见表 3、4)。

针对问题三：在问题三中变量数变为四个风速，水流速，海水深度，重物重力，我们无法做到对四个变量综合绘图分析，因此我们选择固定三个变量对第四个变量进行分析，得到具体结果如图 10-13。

关键字：受力分析、吃水深度、重物重力、平衡方程

一、问题重述

1.1 引言

由于我国领海跨度大、覆盖面积大，因此对近浅海的较大海域，需要进行实时监控。合理的系泊系统可以通过不同的设计可以克服不同海况的影响，使得其内部的水声通讯系统得以较稳定正常的工作。由此可见系泊系统堪称近浅海水上监控的核心，对于系泊系统的设计也需要引起我们重要的关注。

1.2 问题的提出

针对不同海况下系泊系统的设计，本文依次提出如下问题：

(1) 给出了锚链的型号 II、长度 22.05m，重物球的质量 1300kg、水深 18m、海水密度 $1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，要求计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

(2) 在第一问的基础上，假设风速达到 36m/s 计算系泊系统各部分的情况，并要求不断调节系泊系统内部重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。

(3) 在这一问之中情况变得更加复杂，需要考虑海底深度，海水速度，风速，重物重力的不确定性，需要根据他们的变化范围，结合不同的情况，分析计算钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

二、 模型假设

1. 假设这片水域没有受到较大的扰动。
2. 浮标在此段时间内没有受到严重破损。
3. 假设锚链和铁管各连接处正常。
4. 忽略浮标倾斜的影响。
5. 假设锚链、重物均为钢材，体积不可忽略，钢的密度为 $7.685\text{g}/\text{cm}^3$ 。
6. 假设风速和海水流速均为单向平流，风速对海水流动不造成影响。

三、 符号说明

符号	意义
h	浮标吃水深度
b	钢管的倾斜角度
S	浮标游动区域
G_0	浮标的重力
G_2	钢管的重力
G_3	钢桶及设备的总重力
G_4	单个锚链环的重力
B_1	浮标所受的浮力
B_2	钢管所受浮力
B_3	钢桶及设备的总浮力
B_4	单个锚链环的浮力
F	风的推力
T	系统拉力

四、 问题分析

4.1 问题一的分析

题目要求分别计算海面风速度为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。我们决定先将其看作一个系统进行整体受力分析，之后再对各部件进行分别受力分析。结合整体分析的情况和各个元件分析的情

况，得出当风速分别为 12m/s 和 24m/s 时的钢管、钢桶的倾斜角度，以及锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角。利用海平面高度为 18m、锚链长度为 22.05m，结合浮标的吃水深度、钢管的倾斜角度、钢桶的倾斜角度，计算出锚链被拉起的高度。建立坐标系，给出锚链的曲线方程，计算浮标的游动区域。

4.2 问题二的分析

问题二是在问题一的基础上提出的，首先我们利用问题一中根据受力分析所列的方程，将风速 36m/s 代入其中，利用同样的 MATLAB 程序对其进行求解，发现此时钢桶的倾斜角度已经超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角也已经超过 16 度。因此我们需要改变重物的重量，来进行调节，但是重物重量不能过大，否则将会让浮标沉没，因此重物重量应该是在一个范围内进行变化的。

4.3 问题三的分析

在第三问中，相比于第一、二问增加了一个海水流速，也就是说各物体受到的力都增加了一个水流阻力，而且假设海水水深也是存在一定变化的，因此在这一问中我们需要考虑风速、海水流速、海水深度、重物重力这四个变量。

五、 模型建立和解决

5.1 问题一的模型建立与解决

5.1.1 模型的准备

(1) 符号说明

为了更好的表示各部分受力情况，现引入下列符号：

h' 为正浮吃水深度

T_1 第一钢管对浮标的拉力

T_2 第二根钢管的拉力

T_3 第三根钢管的拉力

T_4 第四根钢管的拉力

T_5 钢筒对第四根钢管的拉力

T_6 锚链对钢筒拉力

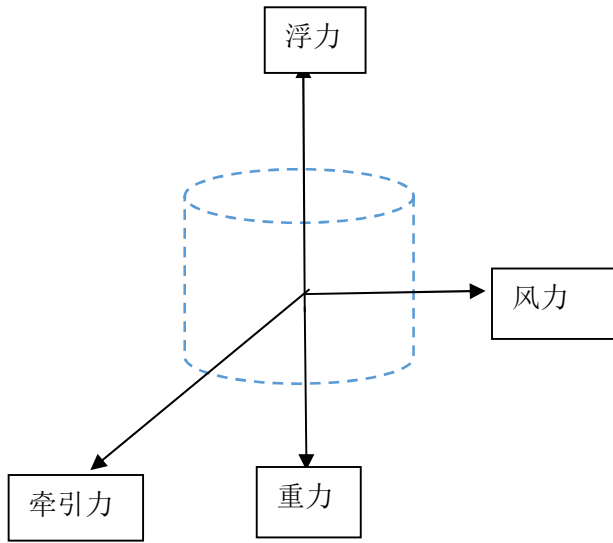
(2) 模型的近似

我们在模型建立的过程中，假设风力不会将浮标吹倒（即浮标始终保持正直），除此之外我们假设风对浮标的力是有序的，沿着某一固定方向的。在受力分析时，我们对一些较小物件的浮力不加以考虑（如钢管、锚链等）。在此问及后面几问中我们 g 均取 9.8m/s^2 。

5.1.2 模型的建立

I. 首先我们对浮标进行受力分析，得到结果如下图所示：

图 1-浮标受力分析



按平浮处理，风引起的水平力 F_x

$$F_x = 0.625v^2 S(\theta, h) = 0.625 \times 2r(h - h')v^2 \quad (1)$$

浮力 F_f 为

$$F_f = \rho g \pi r^2 h' \quad (2)$$

其中 h' 为正浮吃水深度。

则针对浮标的受力分析我们得到方程(3)、(4)如下：

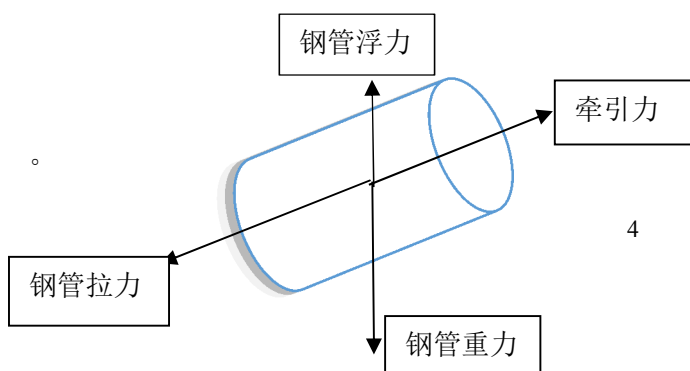
$$F_x = T_1 \sin \theta_1, F_f = T_1 \cos \theta_1 + G_0 \quad (3)$$

$$F_x = T_1 \sin \theta_1, F_f - G_0 = T_1 \cos \theta_1 \quad (4)$$

其中 G_0 为浮标自重， $G_0 = m_0 g$ ， m_0 为浮标的质量为 1000kg。钢管如图有四节，最上面的钢管对浮标的拉力为 T_1 ，与垂直方向的倾斜角度为 θ_1 。

II. 我们对每一根钢管进行受力分析，得到各钢管受力分析如下图：

图 2-钢管受力分析



对最第一钢管进行受力分析，得到方程（5）（6）如下：

$$T_1 \sin \theta_1 = T_2 \sin \theta_2, T_1 \cos \theta_1 = T_2 \cos \theta_2 + G_g \quad (5)$$

$$T_1 \sin \theta_1 = T_2 \sin \theta_2, T_1 \cos \theta_1 - G_g = T_2 \cos \theta_2 \quad (6)$$

其中 G_g 为浮标自重， $G_g = m_g g$ ， m_1 为钢管的质量为 10kg

最上面第二根的钢管拉力为 T_2 ，与垂直方向的倾斜角度为 θ_2 。

对最第二钢管的重心进行受力分析，得到方程（7）（8）如下：

$$T_2 \sin \theta_2 = T_3 \sin \theta_3, T_2 \cos \theta_2 = T_3 \cos \theta_3 + G_g \quad (7)$$

$$T_2 \sin \theta_2 = T_3 \sin \theta_3, T_2 \cos \theta_2 - G_g = T_3 \cos \theta_3 \quad (8)$$

对最第三钢管的重心进行受力分析，得到方程（9）（10）如下：

$$T_3 \sin \theta_3 = T_4 \sin \theta_4, T_3 \cos \theta_3 = T_4 \cos \theta_4 + G_g \quad (9)$$

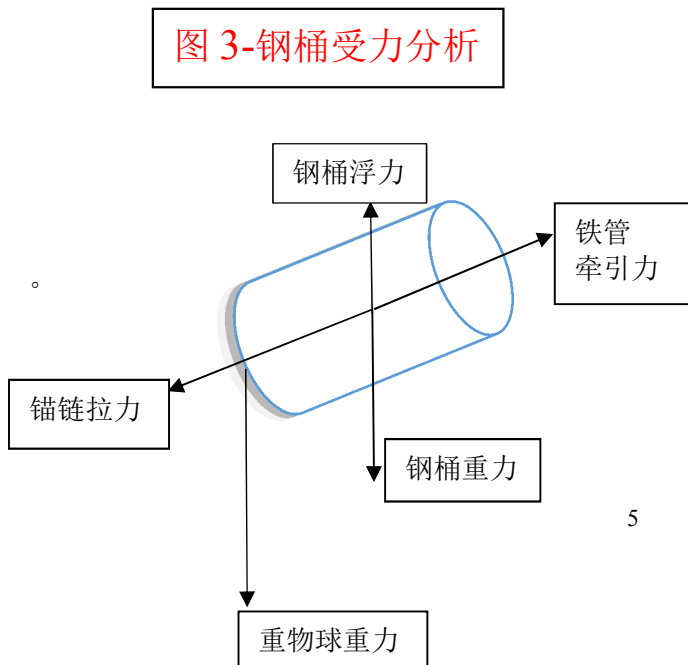
$$T_3 \sin \theta_3 = T_4 \sin \theta_4, T_3 \cos \theta_3 - G_g = T_4 \cos \theta_4 \quad (10)$$

对最第四钢管的重心进行受力分析，得到方程（11）（12）如下

$$T_4 \sin \theta_4 = T_5 \sin \theta_5, T_4 \cos \theta_4 = T_5 \cos \theta_5 + G_g \quad (11)$$

$$T_4 \sin \theta_4 = T_5 \sin \theta_5, T_4 \cos \theta_4 - G_g = T_5 \cos \theta_5 \quad (12)$$

III. 对钢桶的受力进行分析，得到如下图所示：



对钢筒进行受力分析，得到方程（13）（14）如下：

$$T_5 \sin \theta_5 = T_6 \sin \theta_6, T_5 \cos \theta_5 = T_6 \cos \theta_6 + G_T + G_q \quad (13)$$

$$T_5 \sin \theta_5 = T_6 \sin \theta_6, T_5 \cos \theta_5 - G_T - G_q = T_6 \cos \theta_6 \quad (14)$$

第四钢管对钢筒的拉力为 T_5 ，钢筒与垂直方向的倾斜角度为 θ_5 ，
锚链对钢筒拉力为 T_6 ，与垂直方向的倾斜角度为 θ_6 ，
 $G_T + G_q$ 为钢筒自重和重物重力

IV. 分析角度与深度的关系

由于水深 18m 已知，因此我们系泊系统各部分的具体长度及角度，列出一个等价方程（15），如下所示：

$$\Sigma 22.05 * \cos \theta_6 + 1 * \cos \theta_5 + 1 * \cos \theta_4 + 1 * \cos \theta_3 + 1 * \cos \theta_2 + 1 * \cos \theta_1 + h' = 18 \quad (15)$$

V. 对方程组的求解

在对方程组求解的时候我们利用 MATLAB 进行编程，对浮标的吃水深度 h' 从 0-2m 每间隔 0.0001m 进行迭代，由于我们通过计算发现在风速 12m 和 24m 时，锚链对锚的拉伸角度不会超过 16 度，因此我们以让钢桶尽量保持竖直（即钢桶倾斜角度最小）来作为最优解的评判标准，因为此时设备工作状态最好，最终得到我们想要的最优解。求得在给定风速下浮标的吃水深度，进而计算出其他具体数据。

5.1.3 模型的解决

（1）风速为 12m/s 时：

我们以海平面为 X 轴，垂直向下为 Y 轴，以第一节钢管和浮标的连接处正上方的海平面为坐标原点，绘制出了 12m/s 的风速，最优解的情况下各部件在水下的连接图，如图 4 所示：

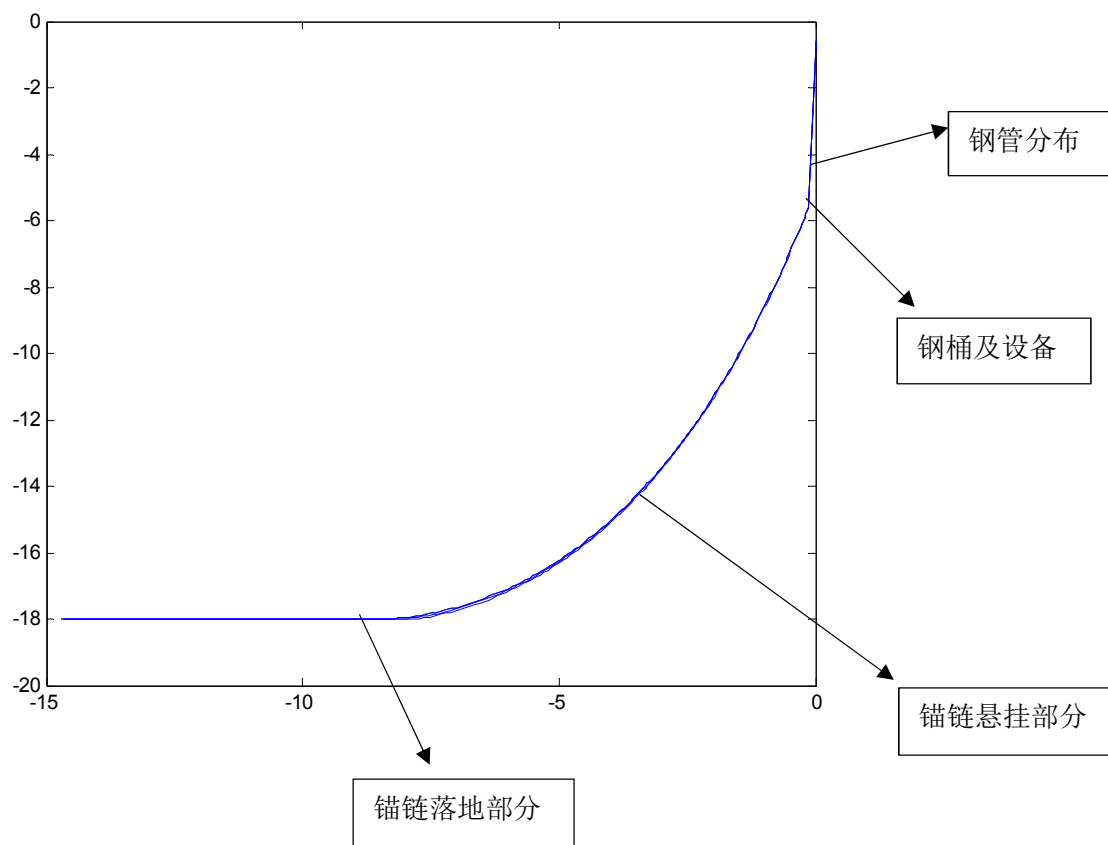


图 4-风速 12m/s 最优解情况下各部分连接图

分析：通过 MATLAB 编程求解我们的得到锚链具体形状分布情况如下：

II 型锚链环一共 210 个，其中悬挂部分有 148 个，着地部分有 65 个，

其余具体数据见表 1：

吃水深度	0.6805 m
第一节钢管倾斜角度	1.1655°
第二节钢管倾斜角度	1.1733°
第三节钢管倾斜角度	1.1813°

第四节钢管倾斜角度	1.1894°
钢桶倾斜角度	1.2181°
游动区域半径	14.6545m
游动区域面积	674.6708 m ²

表 1-风速 12m/s 时的具体数据

(2) 风速为 24m/s 时:

我们以海平面为 X 轴，垂直向下为 Y 轴，以第一节钢管和浮标的连接处正上方的海平面为坐标原点，绘制出了 24m/s 的风速，最优解的情况下各部件在水下的连接图，如图 5 所示:

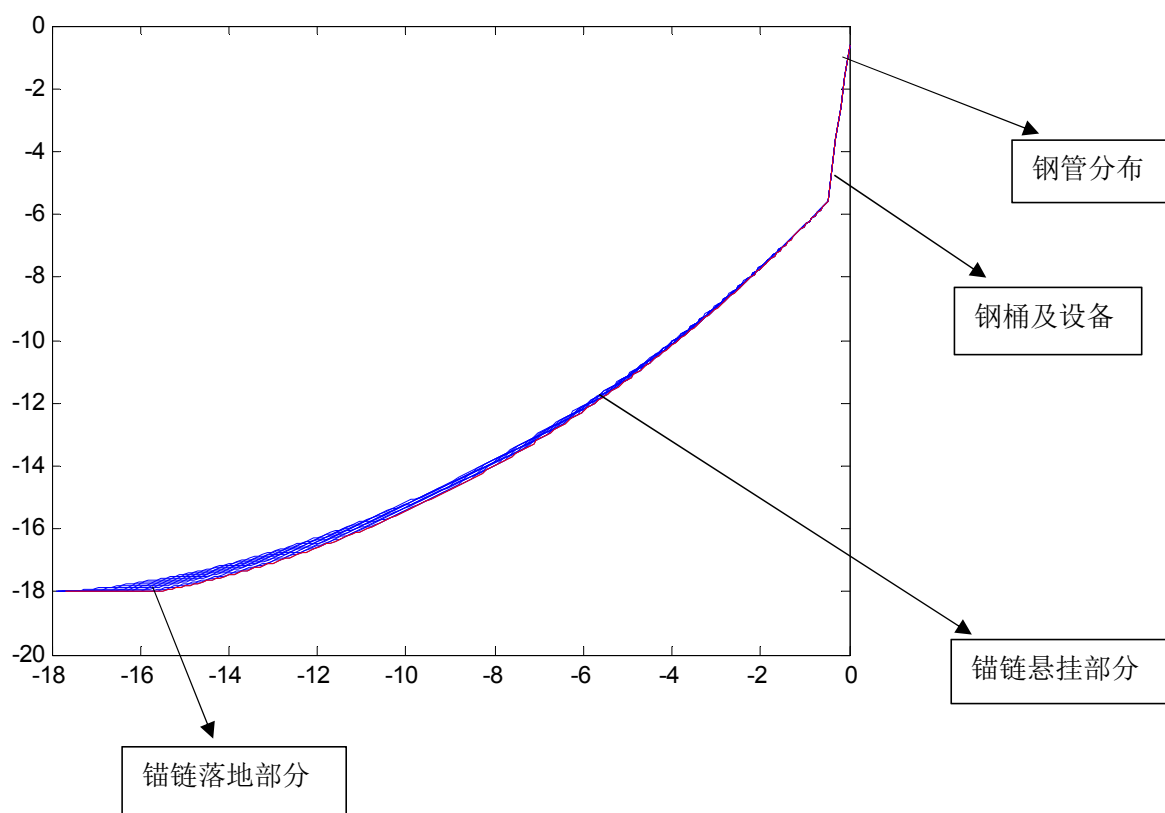


图 5-风速 24m/s 最优解情况下各部分连接图

分析：通过 MATLAB 编程求解我们的得到锚链具体形状分布情况如下：

II 型锚链环一共 210 个，其中悬挂部分有 205 个，着地部分有 5 个，

其余具体数据见表 2

吃水深度	0.6948m
第一节钢管倾斜角度	4.4315°
第二节钢管倾斜角度	4.4601°
第三节钢管倾斜角度	4.4892°
第四节钢管倾斜角度	4.5186°
钢桶倾斜角度	4.6231°
游动区域半径	17.6876m
游动区域面积	982.8510 m^2

表 2-风速 24m/s 时的具体数据

5.2 问题二的模型建立与解决

5.2.1 模型的准备

(1) 符号说明

为了更好的表示各部分受力情况，现引入下列符号：

Z 表示重物的质量

λ 表示锚链在锚点与海床的夹角

ϕ 钢桶的倾斜角度

(2) 模型近似

在问题二的计算中我们将重物球近似为理想的实心钢球，来计算它的体积和浮力。

5.2.2 模型的建立

(1) 风速 36m/s 时具体情况分析

首先我们利用第一问中列出的受力平衡方程，将特定的风速 36m/s 带入其中，进行求解，然后利用第一问所编写的 MATLAB 程序对其进行求解，在众多解中我们选出最优解，最后分析最优解下各部件的具体情况，通过分析我们发现，此时锚链在锚点与海床的夹角已经超过了 16 度且钢桶的倾斜角度也已经超 5 度。因此我们通过分析发现，我们需要增加重物重量来进行角度方面的调节。

(2) 重物重力最小下限的分析

我们通过对风速为 36m/s 时的具体数据分析发现：此时锚链在锚点与海床的夹角是 22.045° 钢桶的倾斜角度是 10.0049° ，因此我们以重物 1200kg 为基准，先以每 100kg 为梯度进行增加，最终我们发现重物重力的最小下限在 $1800\text{kg}\sim 1900\text{kg}$ 之间，于是我们选择缩小梯度，在这一区间范围内进行再次筛选。

(3) 重物重力最大上限的分析

为确保系泊系统的正常工作与使用，浮标应有部分暴露于水面之上，当所调节的重物球质量过大时，显然会使浮标完全没入水中，无法正常使用。因此，在角度已经满足题设要求的前提下，计算浮力上限，即浮标刚好完全入水的排水体积所产生的浮力大小，再对其所对应的重物球质量进行求解。

5.2.3 模型的解决

风速为 36m/s ：

我们以海平面为 X 轴，垂直向下为 Y 轴，以第一节钢管和浮标的连接处正上方的海平面为坐标原点，绘制出了 36m/s 的风速，最优解的情况下各部件在水下的连接图，如图 6 所示：

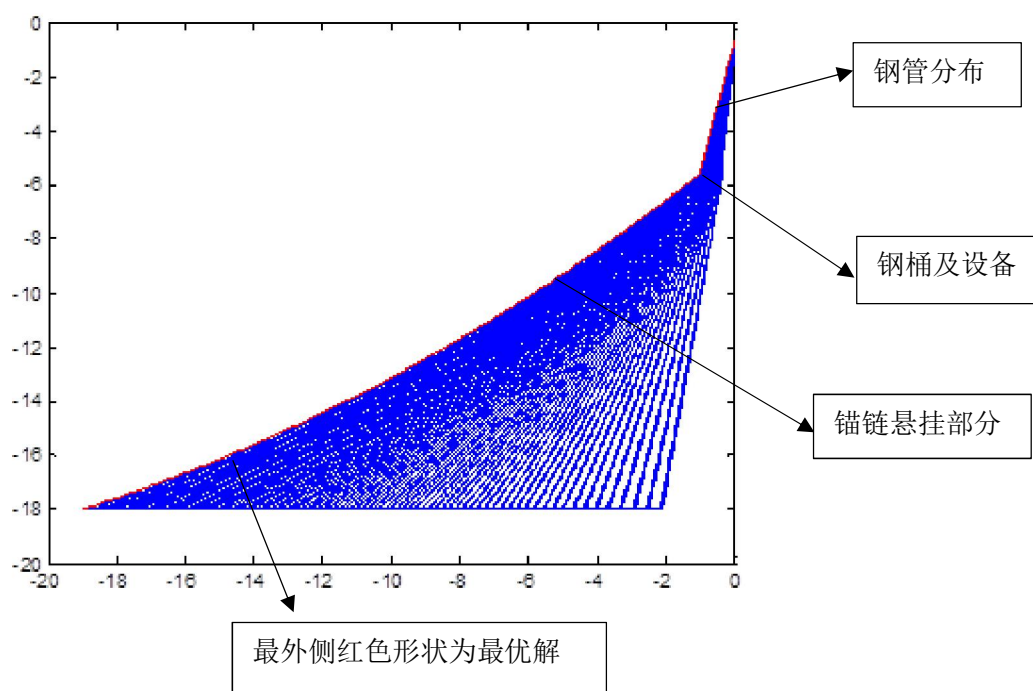


图 6-风速 36m/s 最优解情况下
各部分连接图

分析：II 型锚链环一共 210 个，全部为悬挂状态
其余具体数据见表 3

吃水深度	0.7119m
第一节钢管倾斜角度	9.3557°
第二节钢管倾斜角度	9.3696°
第三节钢管倾斜角度	9.3835°
第四节钢管倾斜角度	9.3975°
钢桶倾斜角度	9.5993°
游动区域半径	18.8786m
游动区域面积	1119.6684 m ²

表 3-风速 36m/s 时的具体数据

我们将预估上下限范围内的数据带入得到重物上下限具体结果如下：

重物	质量（kg）
最大下限	1838
最小上限	6050

表 4-风速 36m/s 时重物的调节范围

5.3 问题三的模型建立与解决

5.3.1 模型的准备

(1) 符号说明

S 风速

W 水流的阻力

V 海水的流速

D 海域的实测水深

5.3.2 模型的建立与解决

I 首先我们对系统内各部件进行受力分析得到图形如下：

图 7-浮标受力分析

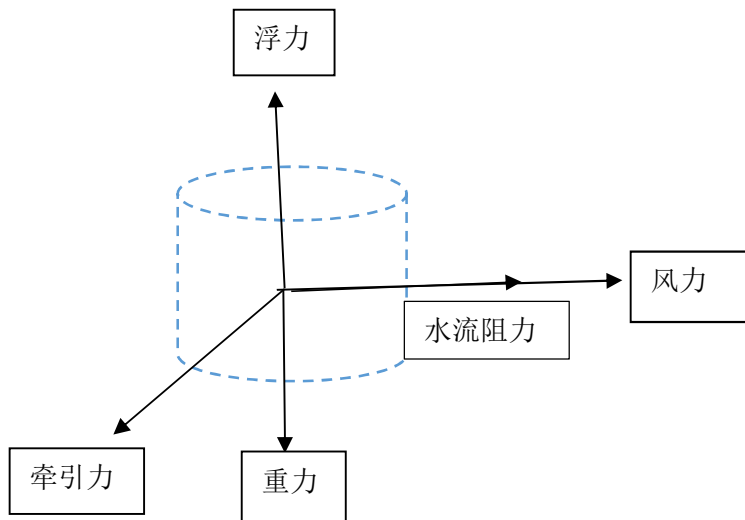


图 8-钢管受力分析

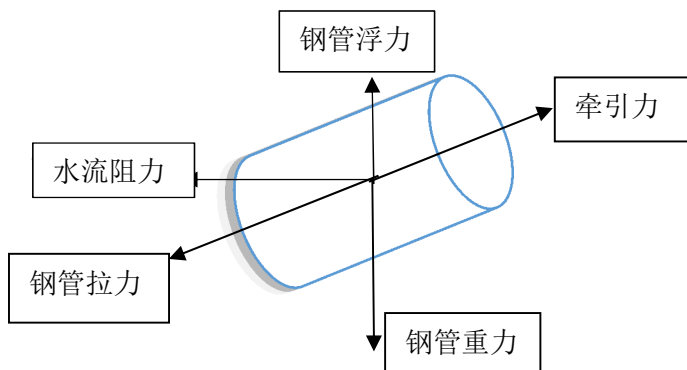
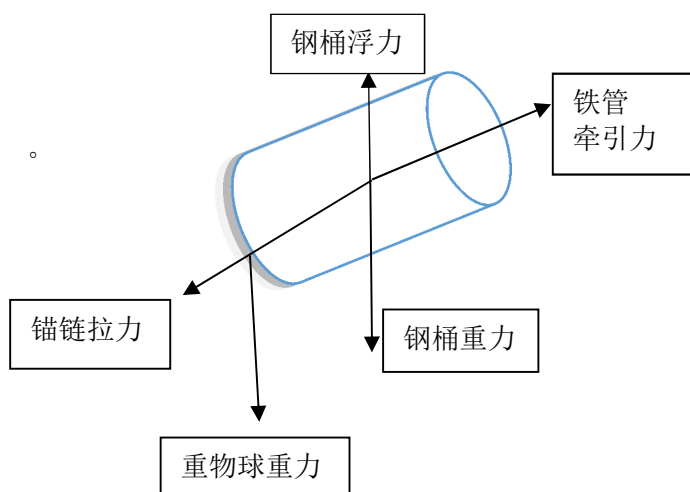


图 9-钢桶受力分析



II 固定风速为 24m/s, 海水流速为 1m/s, 重物重量 3000kg 探究不同海水深度对各部件的影响

由题干我们已知海水的深度变化为 16m-20m 之间, 变化区间并不是非常大, 因此我们选择采用将这些变化范围全部带入以编好的 MATLAB 程序进行计算。得到在 16-20m 海水深度下的各部件的具体情况如图 10 所示: (我们以锚为原点, 以水平方向为 X 轴, 竖直方向为 Y 轴)

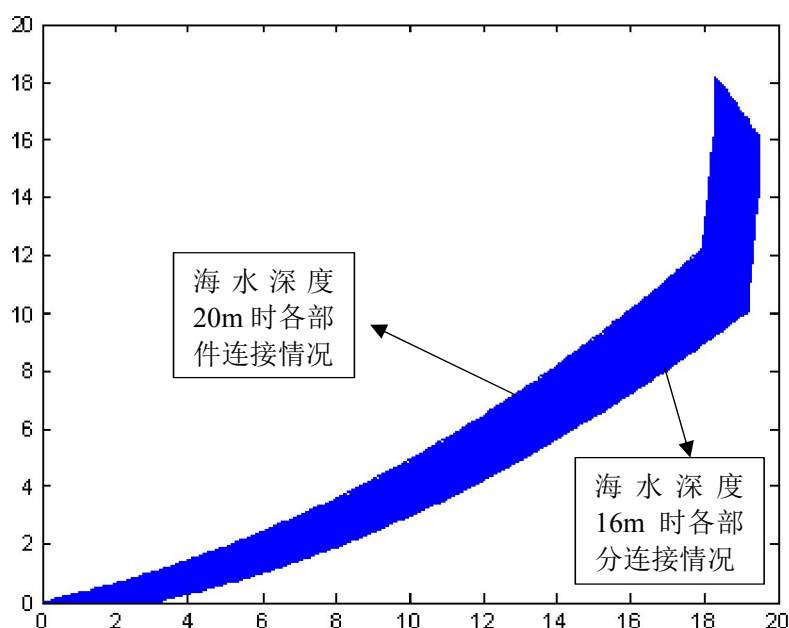


图 10-深度变化下各部件情况

分析: 上图中, 我们利用 MATLAB 得到了在该条件下所有可能的情况, 如图所示, 当海水深度增加时, 对高度贡献最大的锚链会尽可能上扬, 使得整个系统在水平方向上的长度明显变小, 即游动区域减小, 而由于锚链的上扬, 缸筒的方向会变得更加倾斜一点, 导致设备工作效率降低

在对上图的分析中，我们发现在这个图中蓝色区域即对系泊系统形状的描述并没有达到 20 米的高度，对此我们的认为是固定风速为 24m/s, 海水流速为 1m/s, 重物重量 3000kg 的时，海平面随着潮汐作用上升到一定高度后，会导致设备过于倾斜而严重影响工作效率，因为上图我们只取了设备优良工作时的情况，因此蓝色区域并没有达到 20 米的高度。

因此我们推断风速对系泊系统各组分的影响如下：

随着海水深度的增加，①各节钢管倾斜角度变大②钢桶的倾斜角度变大③锚链落地部分减少，悬挂变多④浮标的吃水深度变大⑤游动区域变小

III 固定风速为 24m/s, 海水深度为 18m, 重物质量 3000kg, 探究不同海水流速对各部件的影响

由题干我们已知海水的流速变化为 0-1.5m/s 之间，变化区间并不是非常大，因此我们选择采用将这些变化范围全部带入以编好的 MATLAB 程序进行计算。得到在 0-1.5m/s 海水流速下的各部件的具体情况如图 11 所示：（我们以锚为原点，以水平方向为 X 轴，竖直方向为 Y 轴）

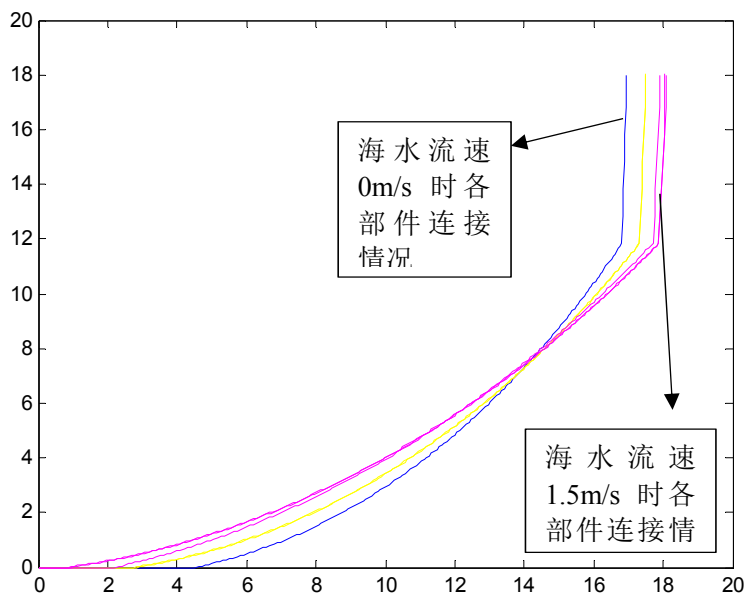


图 11-海水流速变化下各部件情况

分析：在图片中我们以每 0.2m/s 为梯度来增加海水流速，可以看到在海水流速为 0 的时候各节钢管的倾斜角度都比较大，锚链落地的部分也比较多。而随着水流速度的增加，可以明显看到各钢管和钢桶的倾斜角度变大，锚链落地的部分也明显变小，但是此时游动区域的半径明显增大。

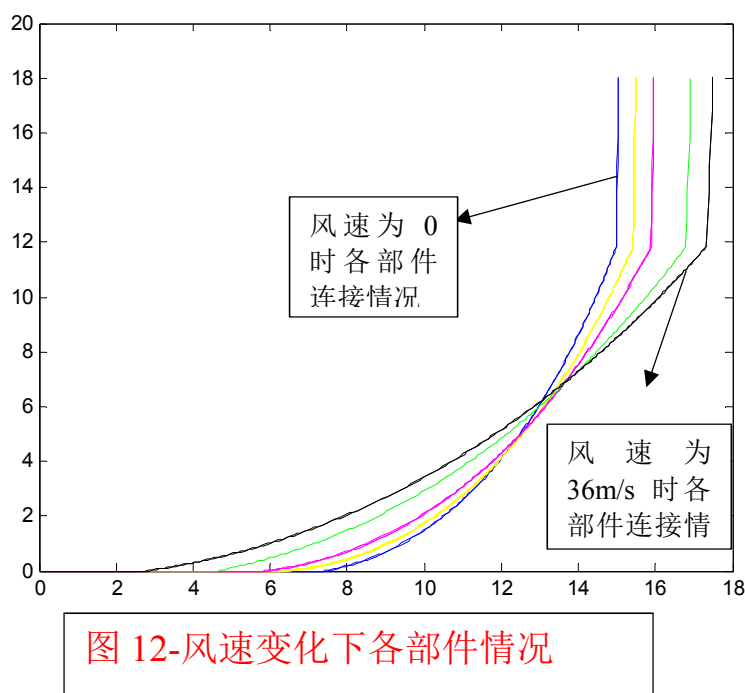
因此我们推断水流速度对系泊系统各组分的影响如下：

随着水流速度的增加，①各节钢管倾斜角度变大②钢桶的倾斜角度变大③锚链落

地部分减少，悬挂变多④浮标的吃水深度变大⑤游动区域变大

Ⅲ固定海水流速为 0.5m/s ，海水深度 18m ，重物质量 3000kg ，探究不同风速对各部件的影响

由题干我们已知风速变化为 $0\text{--}36\text{m/s}$ 之间，变化区间并不是非常大，因此我们选择采用将这些变化范围全部带入以编好的 MATLAB 程序进行计算。得到在 $0\text{--}36\text{m/s}$ 风速下的各部件的具体情况如图 12 所示：（我们以锚为原点，以水平方向为 X 轴，竖直方向为 Y 轴）



分析：在图片中我们以每 4m/s 为梯度来增加风速，可以看到在风速为 0 的时候各节钢管的倾斜角度都比较小，锚链落地的部分也比较多。而随着风速的增加，可以明显看到各钢管和钢桶的倾斜角度变大，锚链落地的部分也明显变小，但是此时游动区域的半径明显增大。

因此我们推断风速对系泊系统各组分的影响如下：

随着风速的增加，①各节钢管倾斜角度变大②钢桶的倾斜角度变大③锚链落地部分减少，悬挂变多④浮标的吃水深度变大⑤游动区域变大

Ⅳ固定海水流速为 0.5m/s ，海水深度 18m ，风速 24m/s ，探究不同重物质量对各部件的影响

我们选择探究重物重量为 $1500\text{--}7500\text{kg}$ 这一范围，将这些变化范围内的数据全部带入以编好的 MATLAB 程序进行计算。得到在 $1500\text{--}7500\text{kg}$ 下的各部件的具体情况如图 13 所示：（我们以锚为原点，以水平方向为 X 轴，竖直方向为 Y 轴）

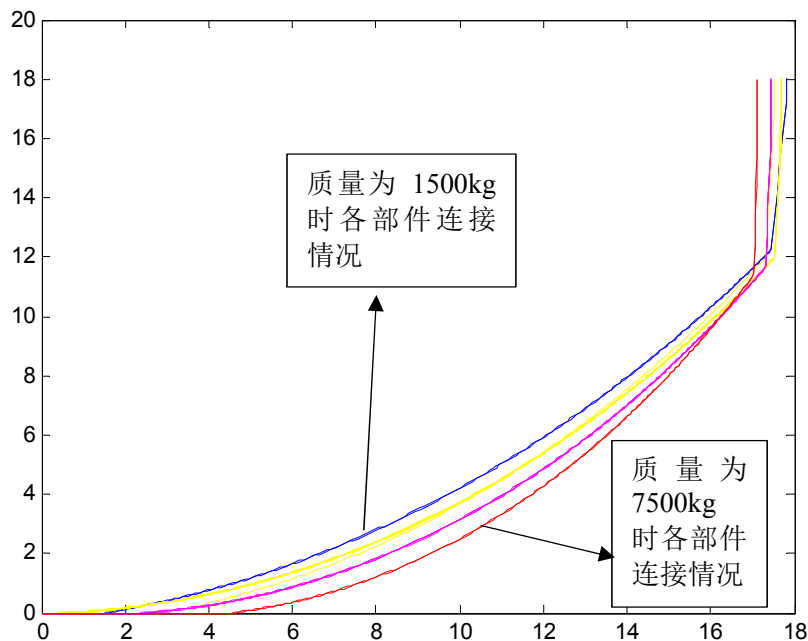


图 13-重物质量变化下各部件情况

分析：在图片中我们以每 1000kg 为梯度来增加重物质量，可以看到在质量为 1500 的时候各节钢管的倾斜角度都比较大，锚链落地的部分比较小。而随着质量的增加，可以明显看到各钢管和钢桶的倾斜角度变小，锚链落地的部分也明显变大，但是此时游动区域的半径明显变小。

因此我们推断重物质量对系泊系统各组分的影响如下：

随着重物质量的增加，①各节钢管倾斜角度变小②钢桶的倾斜角度变小③锚链落地部分增加，悬挂变少④浮标的吃水深度变大⑤游动区域变小

最后，我们通过整体分析发现，海水流速相对于风速以及海洋深度对系泊系统各部件影响更大，因此我们建议相关工作者在海水流速相对稳定的海域，利用合适的配重进行系泊系统的安放。

六、 模型评价及改进

本模型中未考虑浮标在所受力矩不平衡的情况下产生的倾斜：其在水中浸没部分形状的改变会影响其所受浮力，同时还会影响其在风向法向面和水流法向面的投影面积，从而影响风力与水流作用力的计算，这些都会对结果造成一定的误差。对于此类误差，可通过联立其在平衡状态下，受力平衡的方程与所受力矩平衡的方程进行求解。

在问题 3 中采用了固定其他变量，分析单变量对结果造成的影响，而在现实中，多个变量的共同作用往往会对结果造成影响，对单变量的分析不能很好地体现和预

测出这种影响。

本模型中将无档锚链视作一个个独立的刚性结构组合，而不是直接当作细绳进行处理，从而在考虑特定锚链型号单位质量的影响外，充分分析每节链环长度对结果的影响。若直接当成细绳处理，无法体现锚链链环的作用。

七、 参考文献

- [1]王磊 单点系泊系统的动力学研究，青岛:中国海洋大学，2012. 6
- [2]张若瑜，唐友刚，刘利琴，陈超核，李旭，不同因素对于深海系泊系统动张力的影响分析，天津大学学报，2011. 4
- [3]马巍巍，范模，极浅水单点系泊系统的设计研究，北京，中海油研究总院，2013. 2
- [4]潘斌，高捷，浮标系泊系统静力计算，上海，上海交通大学，1997. 3
- [5]张亮，李梦阳，漂浮式潮流电站系泊张力分析，哈尔滨工程大学，2012. 12

源程序引索：

Problem.1
Problem.2
Problem.3