Abstract

摘要

动态场景下的SLAM相关技术总结报告

作者 Author *

August 25, 2019

1 动态环境下的SLAM系统

1.1 基于运动分割的SLAM技术

动态分割（又称为移动物体检测/分割[1, 2, 3]）透过将特征区分为两类特征，静态和动态特征，以检测图像中移动的区块。 明确地说，给定在图像空间中的特征点集合，动态分割将特征点聚类为静态集合和动态集合。 传统的视觉SLAM使用鲁棒的静态方法，计算几何模型（如基本矩阵、单应矩阵）来实现动态分割。 比如利用随机抽样一致算法（RANSAC）[4]和特定的距离度量方法（如桑普森距离[5]）将不服从模型的点剔除。 当静态的特征点占了主体时，这种方法能够有很好的效果。 当动态物体占了相机的绝大部份， 或是捕捉到的场景被巨大的移动物体遮挡时，这种方法可能就会失败。 其他方法结合其他传感器来解决这个问题，如使用惯性测量单元（IMU）估计相机自身的运动[6, 7]。通过IMU得到的位姿估计可以用来初始化相机位姿并且鲁棒地分割静态和动态特征。 在这一章节，我们讨论传统视觉SLAM和视觉惯性SLAM之外，分割静态和动态物体的其他方法。

*作者介绍 Brief introduction

1.1.1 背景 - 前景初始化

背景-前景初始化技术假设系统有对于环境的先验知识，利用这个信息分割静态和动态特征。这个先验知识可以归于背景（ 静态特征）或是前景（ 动态特征）。 如果系统的先验知识是关于前景目标，表示系统知道相机前方运动物体的类型或形状。

大部分前景初始化的实现方法使用tracking-by-detection结构[8, 9]。Wangsiripitak等人[10]假设对于一个三维物体，它的动态特征的位置是已知的。他们用边上的控制点集建模一个三维多面体模型，然后使用Harris’s RaPid tracker[11]对其进行跟踪。如果之前跟踪的特征位于跟踪中的三维多面体上，当检测到这个物体处于移动状态时，便将特征剔除。被这个物体遮挡的静态特征也会被剔除。相似地，Wang等人[12]假设移动中的物体上的SURF特征描述子[13]是已知的并存在数据库中。通过比较在特征检测步骤得到的描述子，就可以识别移动中的物体，也可以估算它的位移和旋转。Chhaya等人[14]使用deformable wireframe object class model对建模相机前方的车辆。这个模型使用Principal Component Analysis (PCA) 在3D CAD data上训练而得。这个模型用在位姿估计得过程将车子识别并分割出来。另一方面，Lee等人[9, 15]基于tracking-by-detection结构，他们使用Constrained Multiple-Kernel(CMK)法，利用深度信息处理跟踪过程中的遮挡问题，同时使用预训练的人类检测器来跟踪行人。

有别于初始化前景的物体，背景初始化类似于background subtraction技术，设定一个背景模型[16, 17]。Zhang等人[18]初始化属于背景的特征点集合，并令这个集合为背景的模型。他们假设当首次进行视觉的初始化时，是没有前景物体的。当经过新的一帧后，使用GPCA[19]进行三维动态分割。分割出来的动态部分，对于先前的背景模型具有最高响应值部分，将会用来更新背景。根据新的背景模型，运用标准的对极几何法估计位姿。

1.1.2 几何约束

由于动态的特征会违反静态场景中的多视角几何约束，依赖此约束的技术是利用极限几何的性质[5]来分割静态和动态特征。这些约束可以从极线、三角化、基本矩阵估计或重投影误差的等式中得出。

Kundu等人[3]根据机器人里程计构建一个基本矩阵来定义两个几何约束。第一个约束是极线几何约束，在随后的视角下，成功匹配的点应该要在对应的极线上。如果跟踪到的特征离极线过远，就会被认为是动态特征。第二个约束是Flow Vector Bound(FVB)，目的是分割当三维点沿着极线移动时产生的退化运动。通过设定跟踪到的特征流的上界和下界，超过这个范围的特征就会被作为运动的特征检测出来。最后通过循环的贝叶斯滤波器决定将特征分类为静态特征或动态特征。不同于使用极线约束，Migliore等人[20]利用三角化的原理分割静态和动态特征。他们在概率滤波器的框架下，持续地检查三个不同视角投影出来的视线的交点。如果特征是动态的，则这个交点在运动的过程中不会一样，甚至不会产生交点。但是由于传感器存在的噪声，他们使用Uncertain Projective Geometry[21]，将测量的不确定性加入他们检查不同视线关系的过程。最后通过统计假设测试PJ:[*statistical hypothesis test*]分类静态和动态的特征。

将移动的物体误分类为静态物体并将其加入位姿估计，将会严重地使SLAM系统的性能降低，Lin等人[22]通过观察这一性质来检测移动中的物体。他们计算两种不同条件下的位姿估计之间的差异，其中一个不加入新检测到的特征，另外一个假设新检测到的特征是静态的并加入位姿估计。借由计算两个结果的距离，设定一个门槛，通过二分贝叶斯滤波器整合，就能够精确地分割静态和动态的特征。

另外一个几何的方法是利用重投影误差。Zou和Tan[23]将先前帧的特征投影到当前帧上，测量这些跟踪到到特征的距离。通过这个重投影的距离分类静态和动态的特征。Tan等人[24]使用同样的投影原理检测动态特征。他们同时将遮挡问题作为考量提出了一个鲁棒的视觉SLAM。在一个特征投影到当前帧上时，

他们检测图像上的外观差异，也就是图像中的某一部分是否改变了。如果外观差异巨大，有极大的可能这个区域被动态物体遮挡，或是因为视点改变被静态物体所遮挡。因为上述原因被遮挡的三维点，会被保留并用来估算相机位姿。

1.1.3 光流

光流的定义了两个连续的图像间，图案亮度的表面运动[25]。通常它对应了图像的运动场，因此可以用于分割移动的物体。Klappstein[2]根据光流定义了运动度量描述移动中的物体的似然。测量当场景中有运动物体时，光流错误的范围。Graph-cut算法根据运动度量分割移动的物体。

Alcantarilla等人[26]通过运动似然残差得到的场景流(三维的光流)中的三维运动向量系数，分割移动物体。马氏距离用于考量基于稠密光流和双目重建计算场景流的测量不确定性。如果残差小，特征点很可能属于静态物体。在运动似然残差设立门槛，属于运动物体的特征点可以从SLAM过程中删除，使得视觉里程计的估计更鲁棒。Derome等人[1, 27]计算预测的预想与双目相机观测得到的图像的残差，以此计算光流。预测的图像是根据估计的相机自身运动，将当前帧的双目图像转换到过去的帧上。接着从残差场上的斑点检测移动中的物体。

1.1.4 相机运动约束

一般的SfM和视觉SLAM通过8点的均值[28]或5点法[29]计算相机的运动。这种普通的相机运动估计并没有考虑任何相机移动方式的假设。另外一种方式是假设相机根据特定参数提供的外在信息(如车轮里程计的信息)估计相机位姿。加入这种相机运动约束，通过匹配特征点是否符合相机运动的约束，分类静态特征。

Scaramuzza[30]提出利用轮式车辆的非完整性约束计算相机运动的方法。他假设相机运动是平面或圆形的，以此建模相机运动。由此约束，相机运动可以被参数化为1自由度并且可由1点法计算[31]。同样地，Sabzevari等人[32]也利

用阿克曼转向几何提供的轮式车辆约束来计算相机运动。满足估计的相机运动的特征点会被认为是静态特征，其他的特征点则被认为是动态特征。

1.1.5 运动分割的深度学习

在基于特征的运动分割中，我们知道可以利用光流分割移动中的物体。Dosovitskiy等人[33]展示了光流的估计是可以通过有监督学习获得的。他们提出了两个不同结构的卷积神经网络(CNN)来预测光流。其中一个网络(FlowNetS)将两个连续帧的图像作为输入，而另一个网络(FlowNetC)将两个不同的CNN合并来比较两个特征地图。Ilg等人[?]进一步提出了FlowNet 2.0，将FlowNetS和FlowNetC放入一个更深的网络，同时加入并行的网络来处理小的位移。实验表明FlowNet 2.0的结果可以与最新的方法并肩。Mayer等人[34]延伸出了用双目图像计算场景流的方法。这个光流可以被放大更深的网络，检测运动特征[35]。这些运动特征对于动作识别非常有用[36, 37]

Lin和Wang[38]构建了一个可以显式地在图像空间分割移动物体的网络，他们使用Reconstruction Independent Component Analysis(RICA)自编码器[39, 40]来学习时空特征，但是由于时空特征无法学习运动的三维几何信息，因此仍然使用几何特征帮助分割任务。几何特征和时空特征都放进循环神经网络(RNNs)来计算最终的运动分割。Fragkiadaki等人[41]将RGB图像和光流的置信度PJ:[*objectness score??*]。类似于AlexNet[42]的两个并行网络用来处理RGB图像和光流，接着放入回归网络生成运动估计PJ:[*motion proposal*]。Valipour等人[43]提出了Recurrent Fully Convolutioal Network(R-FCN)，使用时序数据在线地在图像序列分割前景物体。Fully Convolutional Network(FCN)[?]用于学习空间特征和生成像素的稠密预测，但是Gated Recurrent Unit(GRU)用于在反卷积之前对时间特征进行建模。

1.2 基于运动物体跟踪的SLAM技术

动态物体分割和3D跟踪会基于运动将特征对应关系分成不同的组，并且三维地跟踪它们的轨迹。基于特征的用于动态对象分割的技术的输入仅由完整特征或动态特征组成。另一方面，基于深度学习的方法可以直接处理图像序列，然后分割后的动态对象会被送到3D跟踪模块中以获得对象轨迹，也可以可选地利用相机自我运动或从动态对象3D跟踪模块获得的3D点云来帮助跟踪过程。3D点云的可用性可以使输出对象轨迹与静态世界一致。本节讨论分割和跟踪动态对象的技术。

1.2.1 动态物体分割

动态对象分割（也称为多体运动分割或eorumotion分割）将所有特征对应分成n个不同的对象运动聚类。由于这个问题类似于鸡生蛋蛋生鸡问题，所以它被认为是一个难题。为了估计对象的运动，应首先对特征进行聚类；另一方面，聚类特征需要所有移动物体的运动模型。由于遮挡，运动模糊或丢失跟踪特征，噪声、异常值或缺少特征对应性使问题更加复杂。另一个挑战是处理退化运动（如当物体与相机在相同平面上以相同方向和速度移动时）或相关运动（例如两个人一起移动，关节运动）。本节讨论处理此问题的现有方法。

静态模型分割　在静态场景中，可以通过一个运动模型来描述连续图像之间的特征点的变换。相比之下，动态场景中的特征点可能来自多个运动模型，每个运动模型与不同的物体相关联。运动模型可以基于以下模型之一：基本矩阵（F），仿射基本矩阵（F_A），本质矩阵（E），单应性/投射性（H）或仿射性（A）。选择模型时会尝试将所有可能的运动模型与数据拟合，并选择最适合数据的模型。如果数据可以由动态场景中的几个模型描述，则基于这些运动模型，需要很多假设进行分割数据。

基于统计技术的3D运动分割方法会对数据的子集进行采样，并将运动模型拟合到RANSAC [?] 或Monte-Carlo采样迭代 [44] 下的采样数据集中。运动模型用

于构建内部集合，并将剩余数据排除为模型的异常值。然后，再次对剩余数据（先前模型的异常值）进行采样，以找到并拟合能够最佳描述剩余数据的另一模型。重复该过程，直到所有数据都可以由n个运动模型描述，或者剩余的异常值不足以产生更多的运动模型。可以从头开始重复该运动分割过程以生成许多候选假设。

基于信息标准，我们可以确定哪种模型最适合描述数据。文献中存在若干信息标准。Akaike的信息准则（AIC）［45］选择能够将似然函数最大化，但将用以生成模型的估计参数的数量最小化的模型。由于最大似然估计总是选择最通用模型作为最佳拟合模型，对于参数数量的惩罚正是基于这一点［46］。一个直观的例子是，相对于某点的任何点的误差都高于或等于相对于线的误差; 因此，一条线始终会是作为描述数据点的最佳模型。AIC通过平衡拟合优度与模型复杂性来解决这个缺点。它具有以下形式：

$$AIC = (-2)log(L) + 2K, \tag{1}$$

其中L是对数似然函数，K是模型的参数个数。通常通过估计似然函数，将基于特定距离度量（例如重投影误差或Sampson距离近似）观察对应关系的可能性最大化［47］。然后，AIC选择在最小AIC估计（MAICE）过程下具有最小AIC分数的模型。

尽管AIC很受欢迎，但它没有渐近一致的估计值，并且容易过度拟合，因为它没有考虑到观测的数量。Schwarz［48］提出了一种使用贝叶斯定理的修正，称为贝叶斯信息准则（BIC）。 BIC通过基于先验的复杂性对先验进行建模来扩展观察数据的后验概率。另一方面，Rissanen［49］提出最小描述长度（MDL），通过使用最小位表示来最小化数据的编码长度。基于先前工作的局限性，Kanatani［50］［51］通过考虑观察的数量和模型的维度，提出了几何信息

准则（G-AIC，或在一些文献中称为GIC）；它有以下形式：

$$GIC = (-2)log(L) + 2(DN + K), \tag{2}$$

其中N是数据的数量，D是模型的维数（例如，单应性有二维，基本矩阵有三维）。基于BIC的另一个扩展是由Torr [46] 设计的几何鲁棒信息准则（GRIC），结合了处理异常值的鲁棒性和处理不同维度的能力。GRIC具有以下形式：

$$GRIC = (-2)log(L) + DNlog(R) + Klog(RN), \tag{3}$$

其中R是数据的维度。

有不同的方法来实现3D运动分割的统计模型选择。Torr [46] 对邻近的特征对应进行采样，并在RANSAC迭代下计算不同的运动模型（F，FA，H，A）。GRIC用于选择适合特定内部聚类的最佳运动模型。然而，当所选模型的内部数量低于阈值时，则会应用期望最大化（EM）。为了避免昂贵的暴力采样计算，Schindler和Suter [52] [44] 提出局部蒙特卡罗采样，从图像上定义的子区域中提取样本。他们提出了一种从数据中估计噪声标度的方法，从而可以恢复每个运动的残差分布及其标准差。此外，他们导出了一个新的似然函数，允许运动模型（F，H）重叠，而由GRIC选择最佳模型，如公式3所示。

虽然之前的方法是对两个图像序列进行操作，但Schindler等人 [53] 将 [52] 中的技术扩展到一般运动模型（基本矩阵E）下的几个透视图像。为了从多于两张图像的序列中关联若干本质矩阵备选，他们通过仅连接那些具有相似内点集的基本矩阵，来加强时间一致性。最后，使用类似MDL的方法来选择描述运动的最佳模型。这种方法已被广泛用于Schindler等人的任何相机模型（不仅是透视相机）和运动模型（不仅是基本矩阵E） [54]。 Ozden等人也考虑了实际因素 [55]， 他们处理了如何将先前移动的对象与背景合并，或如何将聚类分成两个不同的运动的问题。

Thakoor等人 [56] 将模型选择问题描述为组合优化问题。采用分支限界技术，通过将优化问题分解为较小的子问题，使用AIC作为代价函数来优化运动分割。对应的局部采样也用于产生运动，而空假设用于处理异常值。最近，Sabzevari和Scaramuzza [57] 通过投影轨迹矩阵框架的分解运用了统计模型选择技术。极线几何用于生成运动模型，而重投影误差用于拒绝无效假设。假设通过迭代地细化结构估计和运动分割来被评估。这已经在 [?] 中通过强制执行自运动约束被扩展，使得可以通过分别使用单点算法 [?] [?] 和两点算法 [58] 来计算相机运动和运动物体运动。

子空间聚类　子空间聚类是基于以下观察而被提出的：许多高维数据可以由低维子空间的并集来表示。数据点的子空间可以表示成基础向量和数据的低维表示。子空间聚类框架下的三维运动分割问题基本上是找到与每个物体运动相关的每个子空间，并将数据拟合到子空间中。然而，由于子空间和数据分割在实际中是未知的，因此估计子空间参数并将数据聚类到不同的子空间应该同时进行。最初Costeira-Kanade [59] 和Gear [60] 指出，这个问题是基于独立的刚体运动位于线性子空间中这一观察的。通过强制执行排名约束，可以恢复每个线性子空间。

Kanatani [51] 提出“子空间分离”作为聚类低维子空间的一般方法（不仅限于运动分割），借用统计模型选择的原理来完成子空间分离，但是运用在子空间而不是运动模型上。AIC通过平衡在拟合数据点到子空间时残差的增加，与在将两个子空间合并为一个组时自由度的减小，来选择最佳子空间配置，并使用最小平方的中值(least median of squares)来拟合包含异常值的数据点。不同的是，Vidal等人 [61] 提出广义主成分分析（GPCA）作为PCA的扩展。虽然PCA仅用于位于线性子空间中的数据，但GPCA将问题推广为由多个线性子空间产生的数据点。GPCA通过多项式嵌入（或Veronese映射）将n次齐次多项式拟合到

数据中，并通过计算特定点处多项式的导数来找到每个子空间的法线，以解决寻找子空间的问题。然后，通过从法向量之间的角度计算相似性矩阵，并使用谱聚类对其进行聚类来获得分割。为了在运动分割中考虑实际情况，在执行聚类之前，他们通过将数据投影到较低维空间中来扩展［61］。然后，可以通过找到多项式嵌入的秩来计算运动的数量n。

由于之前的工作假设运动是刚性的，Yan和Pollefeys［62］提出了一个称为局部子空间亲和力（LSA）的通用框架，可以用于独立，铰接，刚性，非刚性，退化以及非退化运动。LSA通过对点及其最近邻近点进行采样并将局部子空间拟合到采样数据来估计子空间，其中可以通过计算矢量之间的角度或距离找到最近的邻近点。然后，亲和矩阵作为衡量两个局部子空间的主要方面被计算，并且谱聚类应用于亲和矩阵后聚类完成。在估计子空间之前，还要进行向较低维子空间的投影。与LSA类似，Goh和Vidal［63］也将局部子空间拟合到一个点及其最近邻近点。该方法称为局部线性流形聚类（LLMC），是基于局部线性嵌入（LLE）［64］算法开发的。他们通过使用LLE将数据转换为低维表示，并计算由LLE产生的矩阵的零空间来将与每个运动相关联的分离的流形进行聚类，而其中数据的分离可由零空间中的向量表示。

Elhamifar和Vidal［65］［66］给出了另一种观点，它利用稀疏的表示来将运动进行聚类。他们发现线性或仿射子空间的并集中的点可以表示为子空间中所有数据点的线性或仿射组合，提出了稀疏子空间聚类（SSC）。然而，只有当该点可被表示为位于同一子空间中的数据的线性或仿射组合时，才能获得最稀疏表示。在无噪声数据下，可以通过求解L_1最小化问题来估计最稀疏系数。给定最稀疏系数，可以构建亲和度矩阵，并且可以通过谱聚类来完成聚类。Rao等人开发了SSC的扩展［67］。它们融合了稀疏表示和数据压缩以处理实际问题，例如数据丢失，不完整或包含异常值。最近，杨等人［68］还通过为缺少条目的数据提出各种矩阵补全技术来改进SSC。刘等人［69］和陈等人［70］没有使用

稀疏表示而是采用低秩表示（LRR），使用谱聚类来定义用于子空间分割的亲和矩阵。

值得注意的是，大多数子空间聚类技术以批处理模式运行。Vidal [71] 设计了一种迭代聚类技术，用于位于多个移动超平面中的数据。他用一组时变多项式模拟了一组移动超平面，通过估计标准化梯度下降框架内的超平面的法向矢量来递归地完成分割。Zhang等人提出了在线子空间聚类的另一种实现方式 [72] 。他们修改了K-flats算法，使其能够逐步获取输入数据。他们将L_1用作目标函数而非L_2，以便在噪声和包含异常值的数据下提高其性能。

在过去的几十年中，子空间聚类已经成为一个被广泛研究的主题，并且不同的研究团体已经开发了许多方法。有几个与子空间聚类相关的调查论文，涵盖了从一般技术到关注运动分割和面部聚类的应用。有关子空间聚类的更详细回顾，感兴趣的读者可以关注 [73]。

几何法　几何法将多个视图的几何的标准公式从静态场景扩展到包含独立移动对象的动态场景中。虽然有一个基本矩阵描述了摄像机相对于静态场景的一般运动，但在动态环境中，将有n个基本矩阵描述n个物体的运动，其中包括一个用于静态特征的运动。Vidal等人 [74]通过提出多体极线约束来宏观地研究这个问题。给定x_1和x_2分别作为第一和第二图像之间的特征对应关系，$x_2^T F x_1 = 0$表示静态场景的极线约束，其中$F \in \mathbb{R}^{3\times3}$是基本矩阵。如果场景包含$n$个独立的移动对象，则存在与每个移动对象相关联的一组基本矩阵$\{F_i\}_{i=1}^n$，使得满足以下多体对极约束 [75]：

$$\varepsilon(x_1, x_2) \doteq \prod_{i=1}^{n} (x_2^T F_i x_1) = 0. \tag{4}$$

该多体极线约束将标准极线约束方程从双线性变换为n阶的齐次多项式（在x_1和x_2中）。通过使用veronese映射$v_n : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^{M_n}$将多项式方程映射到包

含M_n单项式的向量中，可以将该齐次多项式方程再次转换为双线性问题，其中$M_n \doteq \binom{n+2}{n}$。 因此，可以将等式4中的多体极线约束转换成

$$v_n(x_2)^T \tilde{F} v_n(x_1) = 0, \tag{5}$$

其中$\tilde{F}$是多体基本矩阵，是所有基本矩阵的对称张量积表示 [74, 75]。如果n是已知的，通过使用Kronecker乘积重新排序$v_n(x_1)$和$v_n(x_2)$的条目并将$\tilde{F}$的行堆叠到$f \in \mathbb{R}^{M_n^2}$，可以将等式5转换为f中的线性方程，并且可以是通过最小二乘估计进行估计。然后通过多体核线$\tilde{l} \doteq \tilde{F} v_n(x_1) \in \mathbb{R}^{M_n}$的多项式因子分解找到与每个运动相关的核线，可以恢复各个基本矩阵F_i。随后，动态特征的运动分割可以通过将每个特征对应与正确的基本矩阵对齐来完成 [75]。

Vidal和Hartley [76]通过引入多体三线性约束和多体三焦张量，将多体SfM公式从两个视图扩展为三个视图。它是从静态场景到包含多个对象的动态场景的三线性约束和三焦张量 [47, 77]的推广。通过嵌入如等式5中的特征对应关系并使用最小二乘法估计，可以线性地求解多体三焦张量。通过计算其二阶导数，从多体三线性约束中恢复对应于每个对象的每个三焦张量。

用于动态对象分割的深度学习方法　用于解决动态对象分割问题的DNN的当前工作依赖于预定义数量的刚体运动。可以从3D点云数据或光流导出用于产生密集对象掩模（dense object masks）的网络及其相关的成本函数。Byravan和Fox [78] 引入“SE3-Net”作为DNN，能够分割预定义的，以来自3D点云的$SE(3)$变换表示的n个动态对象。其中构造了卷积/反卷积编码器-解码器网络来预测对象掩模和每个对象的刚体变换。编码器由两个并行卷积和全连接的网络组成，它们分别从点云产生潜在变量并对控制矢量进行编码。解码器通过两个并行去卷积和全连接网络处理来自编码器的级联输出，产生逐点对象掩模，并且处理$SE(3)$变换。变换层用于融合3D点云数据，对象掩模及其$SE(3)$以生成

用于数据训练的预测点云。

Vijayanarasimhan等［79］利用光流来使用DNN分割动态对象。他们设计了一个名为“SfM-Net”的网络，这是一个几何感知网络，能够预测深度，摄像机运动和动态对象分割。这些网络由两个流卷积/反卷积子网组成，充当结构和运动网络。结构网络学习预测深度，而运动网络估计相机和物体运动。虽然物体运动是由CNN产生的嵌入层顶部的两个全连接层计算而来，但是动态对象分割是通过将嵌入层送到去卷积网络来预测的。然后，根据相机和物体运动从深度预测变换点云，然后将变换的点云重新投影到图像空间中，将来自结构和运动网络的输出转换成光流。通过使用这种技术，可以通过最小化光度误差来实现自监督网络。

1.2.2 动态物体的3D跟踪

已知3D坐标中移动物体的位置（包括深度信息），在3D中跟踪动态物体的问题是很重要的。挑战在于视觉SLAM中用于估计场景的3D结构的标准方法，即三角测量［80］，对于动态对象不起作用，因为从相应的特征点反投影的光线不相交。给定x_1和x_2分别作为来自第一帧和第二张帧图像的特征对应关系，应该能够通过经由它们的相关联的相机投影矩阵P_1和P_2交叉x_1和x_2的背投影光线来计算相应的3D点X。由于物体是独立运动的（来自相机运动），因此从第一帧到第二帧的投射光线也在移动，因此不相交，需要替代技术来解决这个问题。本节讨论恢复在摄像机前移动的物体的3D轨迹的现有方法。

轨迹三角测量　标准三角测量［80］不能用于重建运动物体的3D结构，因为反投影光线不相交。Avidan和Shashua［81］［82］提出了轨迹三角测量的方法，作为在物体轨迹已知或满足参数形式时重建运动物体的3D点的技术。他们假设3D点沿着未知的3D线移动，然后重建问题变成找到与来自t个视图的投射光线相

交的3D线的问题。为了获得唯一的解决方案，至少需要$t = 5$，因为来自三个视图的交叉线组将形成二次曲面，使得来自第四视图的光线在两个点处相交。因此，五个视图产生了唯一的解决方案。

一

Shashua等人 [83] 假设物体在圆锥截面上移动，而没有假设物体沿着一条线移动。这时需要9个视图才能获得唯一的解决方案，尽管如果已知圆锥曲线的类型有七个视图就足够了，例如3D欧几里德空间中的圆。他们通过将随机圆锥拟合到2D空间中的运动点或通过最小化3D中估计的圆锥半径的误差来解决非线性优化问题，从而可以实施先验约束。基于以前的工作，Kaminski和Teicher [84] [85] 通过将曲线表示为投影空间中的超曲面族来推广轨迹三角测量。这种多项式的表示将非线性轨迹问题转换为未知参数中的线性问题。另一方面，为了处理缺失的数据，Park等人 [86] 将3D轨迹表示为轨迹基矢量的线性组合，这样就可以使用最小二乘法鲁棒地估计3D点的恢复。他们还通过分析自我运动，点运动和轨迹基矢量之间的关系提出了可重构性标准。由于可重构性与3D重建误差成反比，因此该标准可以准确地考察精确重建的可能性 [87]。

粒子滤波器　由于可观测性问题（观察者与目标之间的距离无法被观测），使用单目相机在3D中跟踪运动物体的问题可被视为仅承载跟踪（BOT）问题。单目摄像机可以被视为BOT传感器，因为它只能提供被移动物体上的被跟踪特征点的方向信息（例如，前一帧中的观察特征与相对于摄像机中心的当前帧之间的角度）。基于滤波器的方法对于BOT问题是优选的，因为它可以模拟观察者和目标的位置和速度的不确定性，并且已被作为目标运动分析问题广泛研究 [88] [89]。

Kundu等人［90］采用粒子滤波器来估计移动物体的位置和速度。其中瞬时匀速运动模型和李代数分别用于模拟未知运动和参数化对象的刚性变换。在初始化中，移动对象通过几何约束和流向量绑定（FVB）进行分割，如［?］和［91］所示，并且粒子沿投影光线均匀分布。利用由静态场景3D点云估计得到的地平面和允许的最大深度值来约束粒子的空间。对于重要性采样，通过将每个粒子投影到当前帧中并计算与实际特征位置相比的投影误差来更新粒子的权重。由于具有较低误差或较高权重的粒子具有较高的重采样概率，因此它们集中于能够产生最小重投影误差的深度值周围。

1.2.3　深度学习方法用于动态物体分割

随着深度学习在越来越多的计算机视觉任务中表现出优异的性能，近年来也有不少研究将深度学习用于解决动态物体的分割问题。

在动态物体分割的研究中，许多学者使用了空间变换网络(Spatial Transformer Networks) [92]。这是因为动态物体分割的过程中涉及动态物体的识别，而同一类物体的大小、位置、姿态往往在不同图片中不尽相同，因此需要网络能抵抗这些因素的干扰，准确识别出物体，即网络的识别需要有空间不变性(spatially invariant)。而空间变换网络能以自监督学习的方式在网络内部对空间数据进行变换处理，使其具有空间不变性。该网络结构可作为一个模块嵌入到任何物体识别、检测、分割网络中，提高网络的性能。

由于动态物体分割本质上是将视频流中的动态物体识别、分离的过程，因此它可用深度学习中的注意力机制(attention)解决。近年来，出现了许多将注意力机制用于动态物体分割的研究工作，例如 [93]用强化学习的方式训练循环神经网络(recurrent neural network, RNN)，引入注意力机制使其输出图片中的多个物体。

目前，深度学习用于动态物体分割的研究工作往往需要预定义刚体的类型、运动模式或数量。将三维点云或光流作为输入，深度网络预测出动态物体的掩膜。Byranvan和Fox等人提出了SE3-Net [94]，能够从三维点云中将预先定义好的n个动态物体的6自由度位姿以$SE(3)$的形式预测出来。SE3-Net设计了一个编码-解码网络，使用卷积和反卷积预测每个动态物体的掩膜和6自由度位姿。其中，编码网络由两个并行的卷积和全连接网络构成，将输入的三维点云分别变换成隐变量和控制向量(control vector)。随后，将隐变量和控制向量拼接起来，由解码器(同样由两个并行的反卷积和全连接网络构成)输出稠密的物体掩膜和$SE(3)$变换参数。最后，用一个非线性变换层将三维点云、物体掩膜和$SE(3)$变换融合，生成动态物体的三维点云。

Vijayanarasimhan等人通过实验证明，可以借助光流用深度学习分割场景中的动态物体 [95]。他们设计了SfM-Net，通过显式的几何约束训练网络，使其可预测场景深度、相机运动和动态物体分割。SfM-Net由两个主流的卷积、反卷

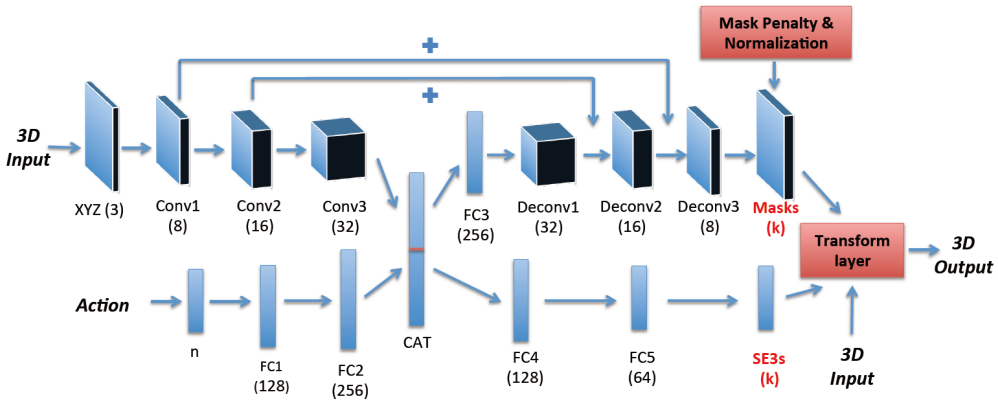


Figure 1: SE3-Net的网络结构图

积网络构成，它们分别作为结构网络(structure network)和运动网络(motion network)。其中，结构网络通过学习预测场景深度，运动网络估计相机和物体位姿。在经过卷积网络的嵌入层(embedding layer)之后，通过两个全连接层输出动态物体的位姿估计。同时，嵌入层经过反卷积输出运动物体的掩膜估计。之后，通过估计的深度图，利用估计的相机和物体位姿将一帧RGB图像中的像素变换到另一帧的视角下，合成新视角下的图片，从而计算场景的光流。利用显示的几何约束关系，便可以自监督学习的方式通过最小化光度误差(photometric error)进行训练。

与SfM-Net类似，Yin等人提出的GeoNet [96]自监督学习的方式，利用三维几何约束，将单目深度估计、光流估计和相机运动估计联合学习求解。为了能够恢复出完整场景的光流信息，GeoNet同样将场景显式地分为静态和动态部分，将各种估计通过视角合成生成新视角下的图片，并将损失函数建立在生成图片和拍摄图片的误差上，进行联合的自监督训练。如图 1.2.3，GeoNet利用前向和反向两个操作，判断区域内运动是由静态背景还是动态物体造成的，然后分别求解静态和动态部分的光流，合成整个场景的完整光流。另外，为增加对局外点(outlier)、光照变化、遮挡、无纹理和重复纹理区域的鲁棒性，GeoNet还使用了自适应的几何一致性损失函数。目前，GeoNet在室外车辆驾驶环境下，在深度、光流估计上均取得了非常不错的效果。

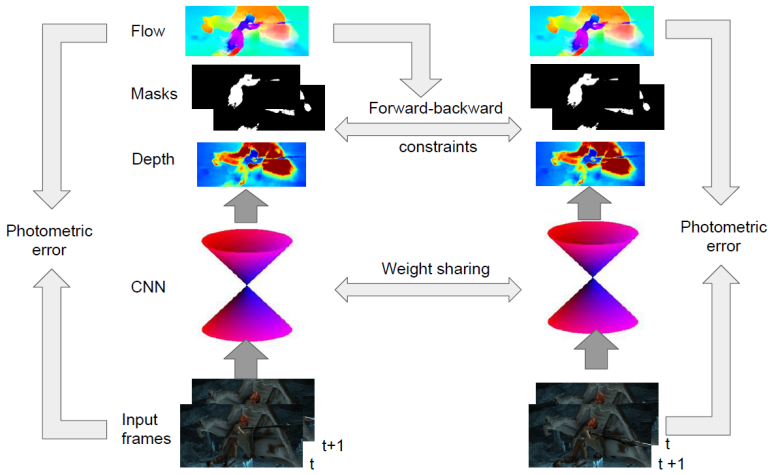


Figure 2: SfM-Net的流程图

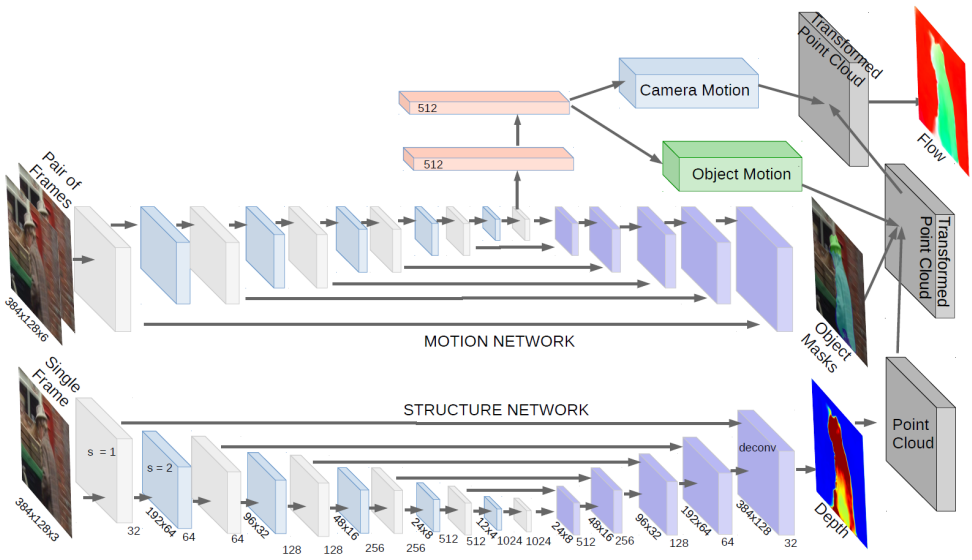


Figure 3: SfM-Net的网络结构图

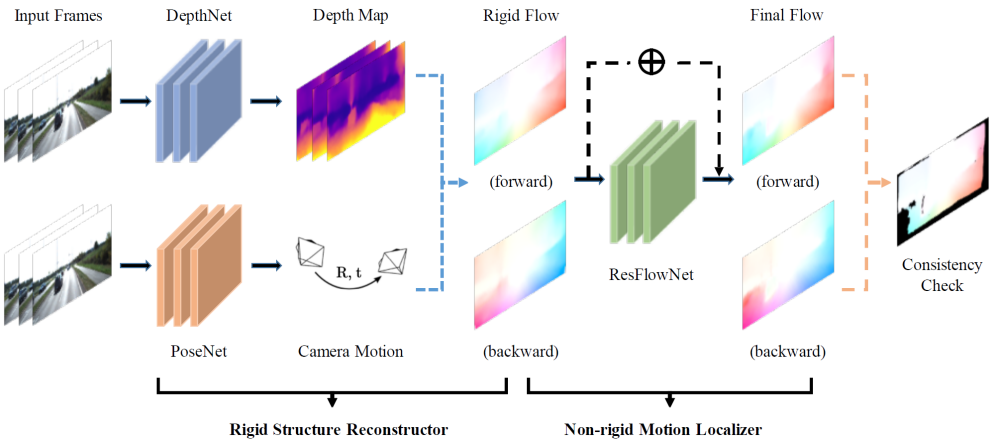


Figure 4: GeoNet的流程图

Lai等人认为，双目的深度估计和光流估计有其相同的地方，即寻找对应点的匹配和计算移动距离(视差)，而此前的许多工作将二者分别用不同的网络估计，只在损失函数中将其耦合。因此，Lai等人将场景深度估计和光流估计用同一个网络求解 [97]，共享高维的特征表示，并在SfM-Net和GeoNet这类工作的思路下，充分利用了两个时刻双目图像之间的各种几何约束(如图 1.2.3所示)，使光流、深度估计的精度更高，从而有助于动态物体的分割。

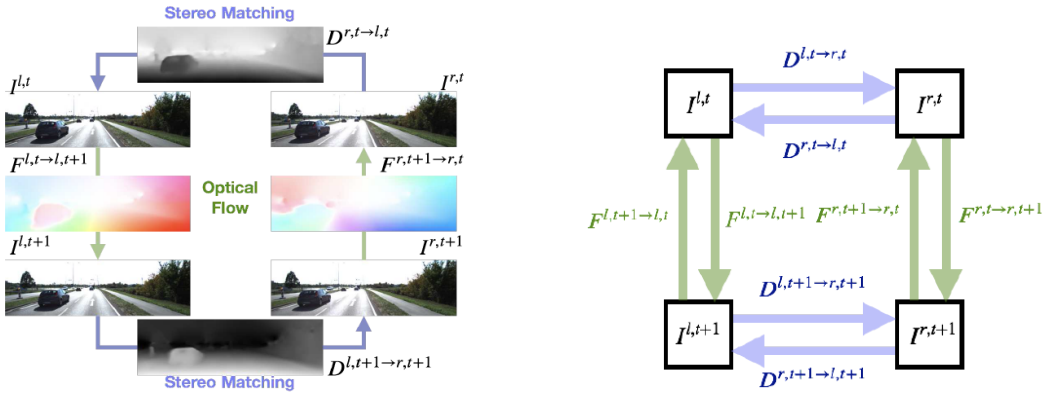


Figure 5: 左边为 [97]的流程图，右边为该方法利用的各种帧间几何约束

最近，Wang等人提出了UnOS网络，同样用双目自监督学习方法联合估计光流和场景深度 [98]。UnOS使用3个网络同时求解深度、相机位姿和刚性场景下

的光流(rigid optical flow)，并将刚性光流与FlowNet估计的光流作比较，找出符合刚性场景假设(rigid-scene assumption)即静态的部分。然后，促使两个光流估计在静态部分尽可能一致，那么余下的部分即是动态物体，由此得到动态物体的初步掩膜。之后，使用视觉里程计优化初步估计的掩膜，得到更精准的动态物体分割。在整个自监督训练过程中，除了图片合成作为损失函数之外，UnOS还使用了光流-深度一致性损失函数，使该方法在双目光流、深度估计、动态物体分割任务上均取得了很好的效果。

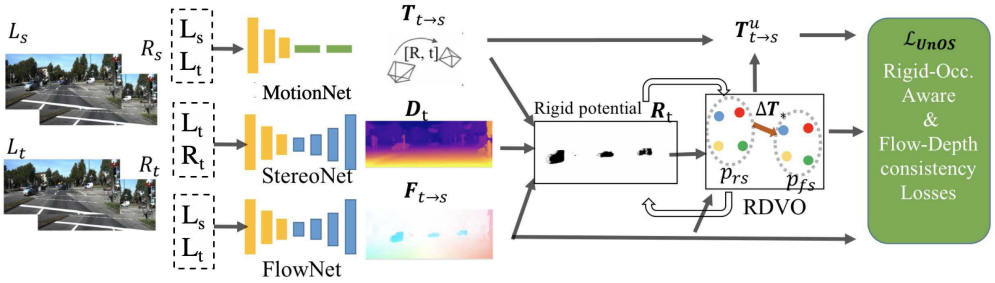


Figure 6: UnOS的流程图

1.3 非刚体和多刚体运动下的SfM技术

2 长时变化环境下的地图更新

2.1 动态环境下静态部分地图的构建

motion removal

对于存在运动物体的场景，动态的观测数据违反了配准能量函数的基本假设，需要被视为离群点从地图中剔除。在视觉SLAM应用于稠密建图的这一方向，一个主要的策略就是只维护静态部分的地图。相应地，应对运动物体的挑战主要包括如何避免将运动部分的数据融入地图，以及如何补全地图中因为运动物体遮挡而未被获取的数据。通过维护一个高质量、可服用的静态地图，相机位姿估计可以在静态世界的假设中鲁棒地进行估计，而如果运动部分数据没有被很好地消除，用于定位的地图信息就会使问题变得复杂起来。

事实上，通过维护静态地图和采用鲁棒的定位策略在很早的时候就被广泛研究。Fox等人 [99]发现，马尔科夫定位（Markov localization）通过维护整个状态空间的概率密度，可以在环境偶尔变化的情况下能够保持稳定，比如门的开关或人的走动。然而，当大量物体没有包含在静态地图中，比如摄像头被室内的人群包围时，相机定位将会失败，其主要原因在于马尔科夫假设在高动态环境下并不成立。Fox等人利用entropy filter和distance filter两种滤波方法选出输入数据中没在地图中的部分，将状态空间离散化，从而高效准确地更新置信状态。

由于便携的消费级深度传感器的出现，室内场景的稠密视觉SLAM在近些年取得了不错的进展。KinectFusion [100]首次利用RGBD数据实现了实时的稠密定位和数据融合，并在场景尺度 [101]、回环调整 [102]以及计算效率 [103]上有着一系列的拓展。这类方法建立在场景完全静态的严格假设下，当运动物体区域的点云数据被融合到三维地图中，将会带来系统不可逆的崩塌。

ElasticFusion [104]可以应对画面中存在少量运动物体的场景。算法并未显式地检测运动物体，而是将动态环境下的稠密重建作为一个鲁棒估计问题，通过统计的方式自主地将动态区域作为外点剔除。在这个工作的基础上，[105]从重建的角度出发，认为每个面元只有在多个连续帧被反复观测到才可以融合到三维模型中。当输入的点云数据与匹配上的地图点位置距离过远时，这部分点云会被作为种子点，通过区域生长将当前帧分割成静态和动态区域。相应地，地图上与动态区域有着匹配关系的部分将从地图上剔除掉。通过这种不断

更新地图的方式，当之前静态的物体发生运动时，系统可以有效地检测出运动状态的变化，以消除这部分数据对系统鲁棒性的影响。

BaMVO [106] 利用背景提取领域(background subtraction)广泛使用的非参数化背景模型进行稠密视觉里程计估计。通过存储连续的4帧深度图并对齐到同一个视角，背景区域可以根据多帧对齐后的深度值差异来进行判别。这样的多帧判别方法建立了时域上的连续性，但是由于采用帧到帧（frame-to-frame）的定位策略，BaMVO不可避免地引入了累计误差。

BaMVO说明时序多帧的反馈对动态环境下有效的运动物体检测与分割至关重要，而StaticFusion [107]认为有效地时序信息传播可以通过维护一个只包含场景中静态部分的三维地图来实现。通过三维数据融合，这种长时的时序信息不会带来额外的计算代价。通过同时检测运动物体并重建静态环境，staticFusion实现了动态环境下的鲁棒稠密的RGBD SLAM。点云数据被聚类到一个个聚类簇中，每个聚类簇再进行运动状态估计和刚体运动估计的联合求解，以获得每个聚类簇属于静态或动态的概率。被判定为静态的聚类簇内数据会被融合到静态地图中，而被判定动态的聚类簇会进行场景流估计，以实现运动物体时序上的信息传递。由于采用了帧到模型（frame-to-model）的定位策略，相机位姿估计可以有效地消除由于累计误差带来的漂移。

DynaSLAM [108]提出了一种在线的算法，可以同时在单目、双目和RGBD相机设定下应对环境中的运动物体。整个系统建立在ORB-SLAM [109]的前端基础上，而核心出发点是通过建立可复用的三维地图进行更加精确的相机位姿估计。对于单目相机和双目相机，DynaSLAM采用卷积神经网络（CNN）进行像素级的物体分割，作为运动状态估计的先验。在RGBD相机的设定下，DynaSLAM则结合了多目立体视觉和深度学习的算法进行运动物体检测。通过语义信息与几何约束相结合的方式，DynaSLAM可以应对一些复杂的情形：一类是可能运动的物体在数据采集过程中处于静止状态的情形，比如停着的汽车或者坐着不动的人；另一类是没有运动先验的物体被懂地发生运动的情形，比如人推着椅子行进。这种深度学习与几何相结合的方法可以更好地应对长时复杂多变的环境，

建立更稳定可靠的静态地图来帮助定位。

然而，在动态环境中构建静态地图依赖静态世界这一假设。在仓库、停车场和住宅这种环境的组成容易发生变化的场景下，环境变化将持续很长的时间，而这种变化可能有利于相机的定位。在极端情形下，可见范围内的静态地图占比很少或者信息量很小的时候，对动态物体运动的推断就对相机位姿估计起到了至关重要的作用。

2.2 静态背景和动态物体的同时重建

尽管动态物体对于相机位姿的求解会造成干扰，但在某些应用情形而言，动态物体的三维信息也是我们感兴趣的部分。在这种情形下，算法就需要完成静态背景与动态物体的同时重建。一般而言该类方法会更为复杂与困难。算法除了要通过识别静态背景以获得良好的位姿信息，还需对于每一个运动物体都维护独立的坐标系和地图以进行相应的配准和融合。

对于静态背景和动态物体的同时重建问题，其核心过程可分为两大部分：静态与动态的分割，以及每一部分的数据融合。良好的分割结果可提升相机位姿的求解精度，从而使得重建结果的准确度提升；而对于不同动态物体使用合适的融合方式则影响了所关注物体重建的结果。

目前，对于动态物体与静态场景的分割问题，研究者往往使用RGBD传感器作为算法的输入，以获得更为优良准确的单帧三维信息。Zhang和Xu [110]维护了每一个时刻的场景模型(Scene Model)，以对输入的每一帧深度信息进行初步配准，区分出静态部分和动态物体。场景的静态部分用于相机位姿的估计，而对于动态的部分作者则参考了Newcombe提出的DynamicFusion [111]，使用了一种基于图节点的运动表示结构(Graph Node-based Motion Representation)来进行动态物体的融合，以完成对非刚性运动物体（如人体、窗帘等）的模型融合。不过，由于算法本身对于动态物体采用的是DynamicFusion的融合框架，该方法只用到了输入的深度信息而丢弃了RGB图像信息，并且难以处理动态物体发生拓扑变化的情况。Caccamo等人 [112]使用了自底向上的特征分类的方式进行物体的识别与分割。算法维护了一个静态的地图，并对于输入的每一帧进行特征计算与配准。根据配准之后的误差，将误差较高的部分聚合分离出来，从而判断出与相机运动不一致的动态物体，并维护该动态物体的地图，完成融合。该算法假设场景中只有一个刚性运动的物体，使用场景较为受限。

对于多个物体的跟踪与重建，Rünz和Agapito [113]提出了Co-Fusion，用于处理多个不同物体的运动。该方法通过运动和语义信息将物体从场景中分割出来，然后对这些物体分别进行跟踪和重建。算法分割出物体后，可对每一部分的三维数据分别进行基于面元的数据融合，以处理不同物体的刚体运动，

获得它们的三维模型。这种基于物体分割的动态物体重建会更适用于机器人相关的应用。算法可以对运动的物体获得较为准确的三维信息，从而使得机器人可以与环境进行更为丰富的交互。Rünz等人之后基于深度学习的方法提出了MaskFusion [114]，算法将Mask-RCNN [115]的分割结果与形状信息相结合，替代了原有的分割模块，从而在物体的分割边缘上能得到更好的表现，如图 2.2所示。该类方法将语义信息与物体形状相结合，从而获得更加完善的室内场景的物体分割结果。但从另一个角度来说，物体的语义信息依赖于模型的训练集。实验过程中的运动物体需要在训练集中出现过才能得到合理的分割结果，这也是使用语义作为分割标准的一个无法避免的弊端。

相较于使用语义信息进行自顶向下的分割，Xu等人 [116]使用几何和运动信息进行场景物体的分割。对于分割后的物体，算法分别对这些物体进行物体姿态的估计、建图以及融合。该方法对于每个物体都维护了一个基于体素的子图(Object-level dynamic volumetric map)，从而相应的定位和融合算法可以在物体层面上增量的进行。

总体而言，动态物体与静态场景的同时重建问题是一个较为困难的问题，即便输入为信息最为丰富的RGBD数据，目前也很难给出一个普适性的解决方案，均需要根据情况增加约束以使得问题可解。研究大多着眼于如何将静态与动态部分分割开，并使用适当的模型来描述动态物体的运动。尽管目前对于单一物体的简单运动可以恢复出较好的模型，但对于多物体复杂运动，考虑到相应的运算开销，常常难以获得较为鲁棒、准确的结果。

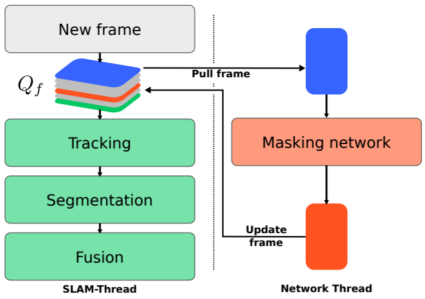


Figure 7: MaskFusion算法结构框图。

2.3 四维地图构建与长时定位

对于动态场景建模，先前的一部分方法完全将动态区域作为离群点予以剔除，另一部分方法则同时维护静态和动态地图，以提供一个更好的环境静态地图和更可靠的动态区域检测。但无论哪种途径，都依赖于静态世界的假设，这使得这些方法在部署到不断变化的环境或是动态性较低的环境中时效果不佳。

为了克服静态世界假设的局限性，一些研究人员致力于在一个统一的表示当中建模环境的动态性，并最终达到进行lifelong 建图的目的。Chen等人[117]以及后来的Brechtel等人[118] 提出并拓展了传统的占据网格的框架，使之包含了对动态物体的建模，并用贝叶斯滤波的方式对其进行更新。在这个视角下，针对动态性他们建议了以物体为中心的表示，他们认为占据网格中格子的占据概率由环境中的物体决定，当物体发生运动，其对应的占据网格也会发生相应的运动。因此，在该框架中，他们需要自始自终追踪每一个网格的运动。与该思想相反的，采用以地图为中心的方法也可以对环境中的动态进行建模。

Schindler和Dellaert等人[119]利用自下而上的启发式方法，将从SfM管道中的点观测分组为建筑假设和概率时间模型来推断建筑物存在的时间间隔，建立了一个“4D城市”模型。

Yang和Wang[120]建议用一个“可能性”网格来同时表示静态区域和动态区域。一对对偶传感器模型被用来在移动机器人定位中判别静态及动态物体，然而，他们的工作假定机器人的位置是已知的，具有一定的精度来进行计算以及更新地图，所以该方法并不适合于全局定位问题。

之后，Saarinen[121]等人提出用一系列独立的马尔科夫链去建模整个环境，将状态之间的转换参数建模为两个泊松过程并在线学习这些参数，采用基于近因加权的方法处理非平稳单元的动力学问题。而同样的，该方法也无法普适地应对真实环境下的不同的动态场景及物体。

Murphy[122]等人建议应用Rao-Blackwellized粒子滤波器来解决SLAM问题并理论上展示了其在动态场景下的可行性。但他们的方法假设了状态转换的概率与环境的当前状态独立并且给定了一个先验，且只能在一个小尺度的环境下工作。之后，Avots等人[123]，Petrovskaya[124]等人分别提出对它的改进，前

者用Rao-Blackwellized粒子滤波器来估计机器人的姿态和环境中门的状态，他们使用一个参考占用网格来表示环境，而非他们的状态（其中门的位置是已知的）；后者与前者相似，但将门的开关状态这一二元模型改为一个参数化模型（门的打开角度）。而Stachniss和Burgard[125]也使用Rao-Blackwellized粒子滤波器对聚类后的局部网格图确定的一组可能的环境配置来对机器人进行定位，并从该集合中估计环境的配置。Meyer和Delius[126]跟踪那些由环境中使用临时局部地图的离群对象引起的观测结果，然后用上述粒子滤波器来估计机器人的姿势，该滤波器不仅依赖于这些临时地图，也依赖于环境的参考地图，然而，这项工作仍然依赖于全局定位的静态映射，只有在位置跟踪失败时才会创建临时映射。

另外，对于lifelong的动态环境建图，Konolige[127]提出了一个有趣的方法，该方法主要侧重于可视化地图，并提供了一个框架，在该框架中，可以随着时间的推移更新本地地图（视图），并在环境配置更改时添加/删除新的本地地图。Kretzschmar[128] 等人也给出了类似的想法，他们利用一种有效的信息论图形修剪策略进行图形压缩。该方法可用于偏倚最近的观察结果，以获得与前者工作的类似的表现。然而，这两种方法主要集中在长期操作中出现的可伸缩性问题上，而不是环境随时间变化的动态方面。从这个想法出发，Walcott-Bryant[129]等人提出了一个名为Dynamic Pose Graph （DPG）的局部表示来建模长时下低动态环境的SLAM问题。

Churchill和Newman[130]提出了关于lifelong建图的另一个视角。他们认为导航不需要一个全局参考框架，并介绍了“经验”的概念，即具有相对测量信息的机器人路径。“经验”可以通过基于外观的数据关联方法连接在一起，随着时间的推移而变化的地方由一组不同的“经验”表示。 Tipaldi等人[131]改进并综合了上述基于粒子滤波的方法，提出了一种新的适应环境变化的lifelong 定位方法，它明确地考虑了环境的动态变化，且能够区分表现出高动态行为的物体，例如汽车和人，可以移动并改变配置的物体，例如箱子、架子或门，以及静止不移动的物体，例如墙壁。该方法在二维网格上用一个隐马尔

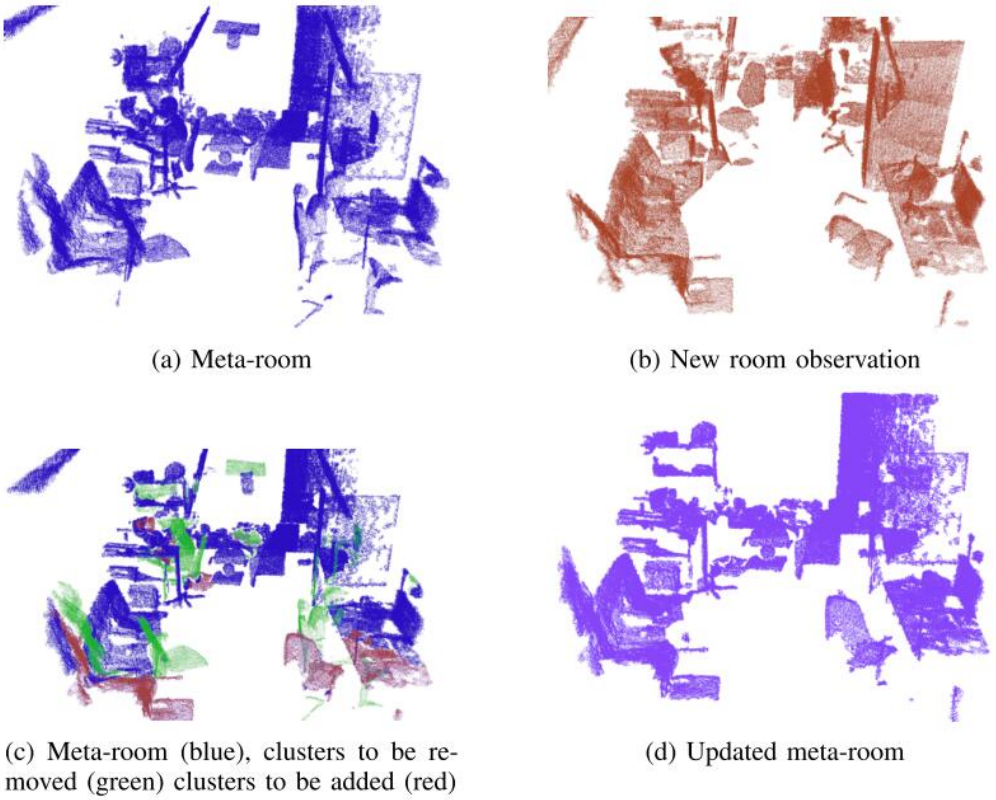
科夫模型描述空间的占据和它的动态性，并通过EM算法学习其参数，联合估计机器人姿态以及全局定位中的环境状态，然后应用一个Rao-Blackwellized粒子滤波器（其中机器人姿态为被采样部分滤波器，网格占据状态为分解的解析部分），同时通过考虑相关马尔可夫链的混合时间来建立一种基于局部地图表示的地图管理方法以能够最小化内存需求，并以合理的概率方式来忘记变化。

之后，Krajník等人[132]提出在光谱域中表示环境动力学，并将其用去图像特征以改进定位，之后也陆续有研究者将该方法应用于占用网格以减少内存需求、应用于拓扑图以改进路径规划。

虽然上述方法适用于移动机器人中使用的大多数环境模型，但由于其依赖于传统的快速傅立叶变换（FFT）方法，因此存在一个主要缺陷，即需要对环境进行定期和定期的观测。这意味着机器人的活动必须分为一个学习阶段，当它经常访问各个位置建立其动态环境模型时，以及当它使用其模型执行有用任务时的部署阶段。这一划分意味着，虽然机器人可以创建更适合长期操作的动态模型，但它不能维护这些模型。因此，机器人不适应那些不存在学习阶段的动力学问题，这会导致其效率随着时间的推移而降低。Krajník等人[133]又提出了一种lifelong移动机器人时空动态环境探测的新思路，该方法假设世界处于不断变化的状态，这将为探索空间增加一个额外的时间维度，使探索任务成为一个永无止境的数据收集过程。为了创建和维护一个动态环境的时空模型，机器人不仅要确定在哪里，还要确定何时进行观察。我们将信息论探索应用于世界表征，将环境状态的不确定性建模为时间的概率函数，从而解决这一问题。

另外，Ambrus等人[134]提出了一种新的方法来重新创建杂乱的办公环境的静态结构，他们将其定义为“meta-room”，它基于一个配备了rgb-d 深度摄像头的自主机器人在长时间内收集到的多个观测结果进行实验。该方法通过识别从一个观测点到下一个观测点的变化，移除动态元素，同时添加先前被遮挡的对象，以尽可能准确地重建底层静态结构，直接与点簇一起工作。构建meta-room的过程是迭代的，它被设计为在可用时合并新数据，并对环境变化具有鲁棒性。meta-room的最新估计用于区分和提取动态物体群与观测结果。该方

法之后也被应用在一些导航机器人平台来得到更好，更细节的物体模型。



(a) Meta-room

(b) New room observation

(c) Meta-room (blue), clusters to be removed (green) clusters to be added (red)

(d) Updated meta-room

Figure 8: meta-room更新过程示意。

上面提到的Krajnik和Ambrus的工作重点都是使用变化检测算法的结果来分析变化的时空行为，而有的研究人员只关注观测结果之间的变化。Fehr等人[135]提出了一种新的基于扩展截断有符号距离函数（TSDF）的动态场景下的三维重建算法，该算法能够在场景中同时获得动态对象的三维重建的同时，对静态地图进行连续的细化。这是一个具有挑战性的问题，因为地图更新是递增的，并且常常是不完整的。以前的工作通常在点云、曲面或地图上执行变化检测，这些点云、曲面或地图无法区分未探测空间和空白空间。相比之下，该方法基于TSDF的表示自然包含了这些信息，从而使其能够更有力地解决场景差异问题。

总而言之，关于如何将静态和动态场景置于一个统一优美的空间表示形式

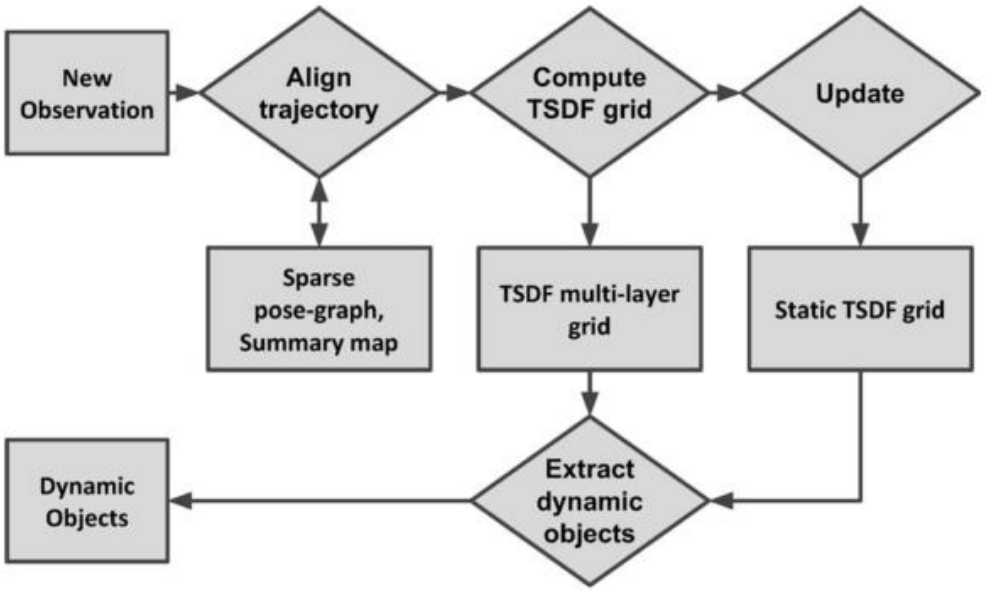


Figure 9: 基于TSDF的变化检测框架。

下，早期研究人员在基于滤波的框架下作了很多的探索，而在面对实际问题时，大部分在真实场景下拥有鲁棒效果的方法却仍然需要沿着前面几个章节所述的技术路线进行。

References

[1] Maxime Derome, Aurelien Plyer, Martial Sanfourche, and Guy Le Besnerais. Moving object detection in real-time using stereo from a mobile platform. Unmanned Systems, 3(04):253–266, 2015.

[2] Jens Klappstein, Tobi Vaudrey, Clemens Rabe, Andreas Wedel, and Reinhard Klette. Moving object segmentation using optical flow and depth information. Lecture Notes in Computer Science, 5414:611–623, 2008.

[3] Abhijit Kundu, K. Madhava Krishna, and Jayanthi Sivaswamy. Moving object detection by multi-view geometric techniques from a single camera mounted robot. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009.

[4] Martin A. Fischler and Robert C. Bolles. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM, 24(6): 381－395, 1981.

[5] Richard Hartley and Andrew Zisserman. Multiple view geometry in computer vision. Kybernetes, 30(9/10):1865 - 1872, 2008.

[6] Eagle S. Jones and Stefano Soatto. Visual-inertial navigation, mapping and localization: A scalable real-time causal approach. International Journal of Robotics Research, 30(4):407－430, 2011.

[7] Stefan Leutenegger, Simon Lynen, Michael Bosse, Roland Siegwart, and Paul Furgale. Keyframe-based visual-inertial odometry using nonlinear optimization. International Journal of Robotics Research, 34(3):314－334, 2014.

[8] Michael D. Breitenstein, Student Member, Fabian Reichlin, Bastian Leibe, Esther Kollermeier, and Luc Van Gool. Online multi-person trackingby-detection from a single, uncalibrated camera. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 33(9): 1820－1833, 2010.

[9] K. H. Lee, J. N. Hwang, Greg Okapal, and James Pitton. Driving recorder based on-road pedestrian tracking using visual slam and

constrained multiple-kernel. In IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems, 2014.

[10] S. Wangsiripitak and D. W. Murray. Avoiding moving outliers in visual slam by tracking moving objects. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009.

[11] Chris Harris and Carl Stennett. Rapid - a video rate object tracker. In tracker. In Br. Mach. Vis. Conf., 1990.

[12] Yin-Tien Wang, Ming-Chun Lin, and Rung-Chi Ju. Visual slam and moving-object detection for a small-size humanoid robot. International Journal of Advanced Robotic Systems, 7(2):13, 2010.

[13] Herbert Bay, Andreas Ess, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool. Speeded-up robust features (surf). Computer Vision and Image Understanding, 110(3):346–359, 2008.

[14] Falak Chhaya, Dinesh Reddy, Sarthak Upadhyay, Visesh Chari, Zeeshan Zia, and K. Madhava. Monocular reconstruction of vehicles: Combining slam with shape priors. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2016.

[15] Kuan Hui Lee, Jenq Neng Hwang, Greg Okopal, and James Pitton. Ground-moving-platform-based human tracking using visual slam and constrained multiple kernels. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 17(12):3602–3612, 2016.

[16] Mohammadreza Babaee, Duc Tung Dinh, and Gerhard Rigoll. A deep convolutional neural network for background subtraction. Pattern Recognition, 2017.

[17] M. Piccardi. Background subtraction techniques: a review. In IEEE International Conference on Systems, 2005.

[18] D. Zhang and P. Li. Visual odometry in dynamical scenes. Sensors and Transducers, 147(12):78－86, 2012.

[19] Vidal René, Ma Yi, and Sastry Shankar. Generalized principal component analysis (gpca). IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 27(12):1945－1959, 2005.

[20] Davide Migliore, Roberto Rigamonti, Daniele Marzorati, Matteo Matteucci, and Domenico G. Sorrenti. Use a single camera for simultaneous localization and mapping with mobile object tracking in dynamic environments. 2009.

[21] S. Heuel and W. Forstner. Matching, reconstructing and grouping 3d lines from multiple views using uncertain projective geometry. 2001.

[22] Chieh Chih Wang, Charles Thorpe, Martial Hebert, Sebastian Thrun, and Hugh Durrant-Whyte. Simultaneous localization, mapping and moving object tracking. International Journal of Robotics Research, 26(9):889－916, 2007.

[23] Zou Danping and Tan Ping. Coslam: collaborative visual slam in dynamic environments. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 35(2):354－366, 2013.

[24] Tan Wei, Haomin Liu, Zilong Dong, Guofeng Zhang, and Hujun Bao. Robust monocular slam in dynamic environments. In IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality, 2013.

[25] Berthold K. P. Horn and Brian G. Schunck. Determining optical flow. Artificial Intelligence, 17(1－3):185－203, 1980.

[26] Pablo F. Alcantarilla, Jose J. Yebes, Javier Almazan, and Luis M. Bergasa. On combining visual slam and dense scene flow to increase the robustness of localization and mapping in dynamic environments. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2012.

[27] Maxime Derome, Aurelien Plyer, Martial Sanfourche, and Guy Le Besnerais. Real-time mobile object detection using stereo. In International Conference on Control Automation Robotics and Vision, 2014.

[28] H. C. Longuet-Higgins. A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections. Nature, 293(5828):133－135, 1981.

[29] Nistér David. An efficient solution to the five-point relative pose problem. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(6):756－770, 2004.

[30] Davide Scaramuzza. 1-point-ransac structure from motion for vehicle-mounted cameras by exploiting non-holonomic constraints. International Journal of Computer Vision, 95(1):74－85, 2011.

[31] Davide Scaramuzza, Friedrich Fraundorfer, and Roland Siegwart. Real-time monocular visual odometry for on-road vehicles with 1-point ransac. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009.

[32] Reza Sabzevari and Davide Scaramuzza. Multi-body motion estimation from monocular vehicle-mounted cameras. IEEE Transactions on Robotics, 32(3):638–651, 2016.

[33] Philipp Fischer, Alexey Dosovitskiy, Eddy Ilg, Philip H? usser, Caner Haz? rba, Vladimir Golkov, Patrick Van Der Smagt, Daniel Cremers, and Thomas Brox. Flownet: Learning optical flow with convolutional networks. In IEEE International Conference on Computer Vision, 2015.

[34] Nikolaus Mayer, Eddy Ilg, Philip H? usser, Philipp Fischer, Daniel Cremers, Alexey Dosovitskiy, and Thomas Brox. A large dataset to train convolutional networks for disparity, optical flow, and scene flow estimation. In IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2016.

[35] Susanna Gladh, Martin Danelljan, Fahad Shahbaz Khan, and Michael Felsberg. Deep motion features for visual tracking. 2016.

[36] Georgia Gkioxari and Jitendra Malik. Finding action tubes. 2014.

[37] Karen Simonyan and Andrew Zisserman. Two-stream convolutional networks for action recognition in videos. In International Conference on Neural Information Processing Systems, 2014.

[38] Tsung Han Lin and Chieh Chih Wang. Deep learning of spatio-temporal features with geometric-based moving point detection for motion segmentation. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2014.

[39] Quoc V. Le, Alexandre Karpenko, Jiquan Ngiam, and Andrew Y. Ng. Ica with reconstruction cost for efficient overcomplete fea-

ture learning. In J. Shawe-Taylor, R. S. Zemel, P. L. Bartlett, F. Pereira, and K. Q. Weinberger, editors, Advances in Neural Information Processing Systems 24, pages 1017–1025. Curran Associates, Inc., 2011.

[40] Quoc V. Le, Marc'Aurelio Ranzato, Rajat Monga, Matthieu Devin, Chen Kai, Greg S. Corrado, Jeff Dean, and Andrew Y. Ng. Building high-level features using large scale unsupervised learning. In IEEE International Conference on Acoustics, 2013.

[41] Katerina Fragkiadaki, Pablo Arbelaez, Panna Felsen, and Jitendra Malik. Learning to segment moving objects in videos. Physics Procedia, 70(4):1100–1103, 2015.

[42] Alex Krizhevsky, Ilya Sutskever, and Geoffrey E. Hinton. Imagenet classification with deep convolutional neural networks. In International Conference on Neural Information Processing Systems, 2012.

[43] Sepehr Valipour, Mennatullah Siam, Martin Jagersand, and Nilanjan Ray. Recurrent fully convolutional networks for video segmentation. In Applications of Computer Vision, 2017.

[44] Konrad Schindler and David Suter. Two-view multibody structure-and-motion with outliers through model selection. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 28(6):983–995, 2006.

[45] Hirotogu Akaike. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In Selected papers of hirotugu akaike, pages 199–213. Springer, 1998.

[46] O Faugeras, PHS Torr, T Kanade, N Hollinghurst, J Lasenby, M Sabin, and A Fitzgibbon. Geometric motion segmentation and model selection-discussion. PHILOS T ROY SOC A, 356:1338–1340, 1998.

[47] R Hartley and A Zisserman. Multiple view geometry in computer vision, 2nd edn cambridge university press. 2000.

[48] Gideon Schwarz et al. Estimating the dimension of a model. The annals of statistics, 6(2):461–464, 1978.

[49] Jorma Rissanen. Universal coding, information, prediction, and estimation. IEEE Transactions on Information theory, 30(4):629–636, 1984.

[50] Kenichi Kanatani. Statistical optimization for geometric computation: theory and practice. Courier Corporation, 2005.

[51] Ken-ichi Kanatani. Motion segmentation by subspace separation and model selection. In Proceedings Eighth IEEE International Conference on computer Vision. ICCV 2001, volume 2, pages 586–591. IEEE, 2001.

[52] Konrad Schindler and David Suter. Two-view multibody structure-and-motion with outliers. In 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05), volume 2, pages 643–648. IEEE, 2005.

[53] Konrad Schindler, U James, and Hanzi Wang. Perspective n-view multibody structure-and-motion through model selection. In European Conference on Computer Vision, pages 606–619. Springer, 2006.

[54] Konrad Schindler, David Suter, and Hanzi Wang. A model-selection framework for multibody structure-and-motion of image sequences. International Journal of Computer Vision, 79(2):159–177, 2008.

[55] Kemal E Ozden, Konrad Schindler, and Luc Van Gool. Multibody structure-from-motion in practice. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 32(6):1134–1141, 2010.

[56] Ninad Thakoor, Jean Gao, and Venkat Devarajan. Multibody structure-and-motion segmentation by branch-and-bound model selection. IEEE Transactions on Image Processing, 19(6):1393–1402, 2010.

[57] Reza Sabzevari and Davide Scaramuzza. Monocular simultaneous multi-body motion segmentation and reconstruction from perspective views. In 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 23–30. IEEE, 2014.

[58] Diego Ortin and José María Martínez Montiel. Indoor robot motion based on monocular images. Robotica, 19(3):331–342, 2001.

[59] João Paulo Costeira and Takeo Kanade. A multibody factorization method for independently moving objects. International Journal of Computer Vision, 29(3):159–179, 1998.

[60] C William Gear. Multibody grouping from motion images. International Journal of Computer Vision, 29(2):133–150, 1998.

[61] Rene Vidal, Yi Ma, and Shankar Sastry. Generalized principal component analysis (gpca). IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 27(12):1945–1959, 2005.

[62] Jingyu Yan and Marc Pollefeys. A general framework for motion segmentation: Independent, articulated, rigid, non-rigid, degenerate and non-degenerate. In European conference on computer vision, pages 94–106. Springer, 2006.

[63] Alvina Goh and René Vidal. Segmenting motions of different types by unsupervised manifold clustering. In 2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pages 1–6. IEEE, 2007.

[64] Lawrence K Saul and Sam T Roweis. Think globally, fit locally: unsupervised learning of low dimensional manifolds. Journal of machine learning research, 4(Jun):119–155, 2003.

[65] Ehsan Elhamifar and René Vidal. Sparse subspace clustering. In 2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pages 2790–2797. IEEE, 2009.

[66] Ehsan Elhamifar and Rene Vidal. Sparse subspace clustering: Algorithm, theory, and applications. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 35(11):2765–2781, 2013.

[67] Shankar Rao, Roberto Tron, Rene Vidal, and Yi Ma. Motion segmentation in the presence of outlying, incomplete, or corrupted trajectories. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 32(10):1832–1845, 2009.

[68] Congyuan Yang, Daniel Robinson, and René Vidal. Sparse subspace clustering with missing entries. In International Conference on Machine Learning, pages 2463–2472, 2015.

[69] Guangcan Liu, Zhouchen Lin, Shuicheng Yan, Ju Sun, Yong Yu, and Yi Ma. Robust recovery of subspace structures by low-rank

representation. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 35(1):171–184, 2012.

[70] Guangcan Liu, Zhouchen Lin, and Yong Yu. Robust subspace segmentation by low-rank representation. In ICML, volume 1, page 8, 2010.

[71] René Vidal. Online clustering of moving hyperplanes. In Advances in Neural Information Processing Systems, pages 1433–1440, 2007.

[72] Teng Zhang, Arthur Szlam, and Gilad Lerman. Median k-flats for hybrid linear modeling with many outliers. In 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops, pages 234–241. IEEE, 2009.

[73] René Vidal. Subspace clustering. IEEE Signal Processing Magazine, 28(2):52–68, 2011.

[74] René Vidal, Yi Ma, Stefano Soatto, and Shankar Sastry. Two-view multibody structure from motion. International Journal of Computer Vision, 68(1):7–25, 2006.

[75] René Vidal, Stefano Soatto, Yi Ma, and Shankar Sastry. Segmentation of dynamic scenes from the multibody fundamental matrix. In ECCV Workshop on Vision and Modeling of Dynamic Scenes, 2002.

[76] Rene Vidal and Richard Hartley. Three-view multibody structure from motion. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 30(2):214–227, 2007.

[77] Philip HS Torr and Andrew Zisserman. Robust parameterization and computation of the trifocal tensor. Image and vision Computing, 15(8):591–605, 1997.

[78] Arunkumar Byravan and Dieter Fox. Se3-nets: Learning rigid body motion using deep neural networks. In 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pages 173–180. IEEE, 2017.

[79] Sudheendra Vijayanarasimhan, Susanna Ricco, Cordelia Schmid, Rahul Sukthankar, and Katerina Fragkiadaki. Sfm-net: Learning of structure and motion from video. arXiv preprint arXiv:1704.07804, 2017.

[80] Richard I Hartley and Peter Sturm. Triangulation. Computer vision and image understanding, 68(2):146–157, 1997.

[81] Shai Avidan and Amnon Shashua. Trajectory triangulation of lines: Reconstruction of a 3d point moving along a line from a monocular image sequence. In Proceedings. 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (Cat. No PR00149), volume 2, pages 62–66. IEEE, 1999.

[82] Shai Avidan and Amnon Shashua. Trajectory triangulation: 3d reconstruction of moving points from a monocular image sequence. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(4):348–357, 2000.

[83] Amnon Shashua, Shai Avidan, and Michael Werman. Trajectory triangulation over conic section. In Proceedings of the Seventh

IEEE International Conference on Computer Vision, volume 1, pages 330–336. IEEE, 1999.

[84] Jeremy Yirmeyahu Kaminski and Mina Teicher. General trajectory triangulation. In European Conference on Computer Vision, pages 823–836. Springer, 2002.

[85] Jeremy Yirmeyahu Kaminski and Mina Teicher. A general framework for trajectory triangulation. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 21(1-2):27–41, 2004.

[86] Hyun Soo Park, Takaaki Shiratori, Iain Matthews, and Yaser Sheikh. 3d reconstruction of a moving point from a series of 2d projections. In European conference on computer vision, pages 158–171. Springer, 2010.

[87] Hyun Soo Park, Takaaki Shiratori, Iain Matthews, and Yaser Sheikh. 3d trajectory reconstruction under perspective projection. International Journal of Computer Vision, 115(2):115–135, 2015.

[88] Vincent Aidala and Sherry Hammel. Utilization of modified polar coordinates for bearings-only tracking. IEEE Transactions on Automatic Control, 28(3):283–294, 1983.

[89] J-P Le Cadre and Olivier Trémois. Bearings-only tracking for maneuvering sources. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 34(1):179–193, 1998.

[90] Abhijit Kundu, K Madhava Krishna, and CV Jawahar. Realtime multibody visual slam with a smoothly moving monocular camera. In 2011 International Conference on Computer Vision, pages 2080–2087. IEEE, 2011.

[91] Abhijit Kundu, K Madhava Krishna, and CV Jawahar. Realtime motion segmentation based multibody visual slam. In Proceedings of the Seventh Indian Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing, pages 251–258. ACM, 2010.

[92] Max Jaderberg, Karen Simonyan, Andrew Zisserman, et al. Spatial transformer networks. In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS), pages 2017–2025, 2015.

[93] Jimmy Ba, Volodymyr Mnih, and Koray Kavukcuoglu. Multiple object recognition with visual attention. 2015.

[94] Arunkumar Byravan and Dieter Fox. Se3-nets: Learning rigid body motion using deep neural networks. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), pages 173–180, 2017.

[95] Sudheendra Vijayanarasimhan, Susanna Ricco, Cordelia Schmid, Rahul Sukthankar, and Katerina Fragkiadaki. Sfm-net: Learning of structure and motion from video. arXiv, 2017.

[96] Zhichao Yin and Jianping Shi. Geonet: Unsupervised learning of dense depth, optical flow and camera pose. In IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pages 1983–1992, 2018.

[97] Hsueh-Ying Lai, Yi-Hsuan Tsai, and Wei-Chen Chiu. Bridging stereo matching and optical flow via spatiotemporal correspondence. In IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pages 1890–1899, 2019.

[98] Yang Wang, Peng Wang, Zhenheng Yang, Chenxu Luo, Yi Yang, and Wei Xu. Unos: Unified unsupervised optical-flow and stereo-depth

estimation by watching videos. In IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pages 8071–8081, 2019.

[99] Dieter Fox, Wolfram Burgard, and Sebastian Thrun. Markov localization for mobile robots in dynamic environments. Journal of artificial intelligence research, 11:391–427, 1999.

[100] Richard A Newcombe, Shahram Izadi, Otmar Hilliges, David Molyneaux, David Kim, Andrew J Davison, Pushmeet Kohli, Jamie Shotton, Steve Hodges, and Andrew W Fitzgibbon. Kinectfusion: Real-time dense surface mapping and tracking. In IEEE and ACM Intl. Sym. on Mixed and Augmented Reality (ISMAR), volume 11, pages 127–136, 2011.

[101] Matthias Nießner, Michael Zollhöfer, Shahram Izadi, and Marc Stamminger. Real-time 3d reconstruction at scale using voxel hashing. ACM Trans. Graphics, 32(6):169, 2013.

[102] T Whelan, M Kaess, MF Fallon, H Johannsson, JJ Leonard, and JBM Kintinuous. Kintinuous: Spatially extended kinectfusion. In RSS Workshop on RGB-D: Advanced Reasoning with Depth Cameras, 2012.

[103] Frank Steinbrücker, Jürgen Sturm, and Daniel Cremers. Volumetric 3d mapping in real-time on a cpu. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), pages 2021–2028. IEEE, 2014.

[104] Thomas Whelan, Stefan Leutenegger, R Salas-Moreno, Ben Glocker, and Andrew Davison. Elasticfusion: Dense slam without a pose graph. Robotics: Science and Systems (RSS), 2015.

[105] Maik Keller, Damien Lefloch, Martin Lambers, Shahram Izadi, Tim Weyrich, and Andreas Kolb. Real-time 3d reconstruction in dynamic

scenes using point-based fusion. In International Conference on 3D Vision (3DV), pages 1－8. IEEE, 2013.

[106] Deok-Hwa Kim and Jong-Hwan Kim. Effective background model-based rgb-d dense visual odometry in a dynamic environment. IEEE Trans. Robotics, 32(6):1565－1573, 2016.

[107] Raluca Scona, Mariano Jaimez, Yvan R Petillot, Maurice Fallon, and Daniel Cremers. Staticfusion: Background reconstruction for dense rgb-d slam in dynamic environments. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), pages 1－9. IEEE, 2018.

[108] Berta Bescos, José M Fácil, Javier Civera, and José Neira. Dynaslam: Tracking, mapping, and inpainting in dynamic scenes. IEEE Robotics and Automation Letters, 3(4):4076－4083, 2018.

[109] Raul Mur-Artal and Juan D Tardós. Orb-slam2: An open-source slam system for monocular, stereo, and rgb-d cameras. IEEE Trans. Robotics, 33(5):1255－1262, 2017.

[110] Hao Zhang and Feng Xu. Mixedfusion: Real-time reconstruction of an indoor scene with dynamic objects. IEEE Trans. on visualization and computer graphics, 24(12):3137－3146, 2017.

[111] Richard A Newcombe, Dieter Fox, and Steven M Seitz. Dynamicfusion: Reconstruction and tracking of non-rigid scenes in real-time. In IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pages 343－352, 2015.

[112] Sergio Caccamo, Esra Ataer-Cansizoglu, and Yuichi Taguchi. Joint 3d reconstruction of a static scene and moving objects. In International Conference on 3D Vision (3DV), pages 677－685, 2017.

[113] Martin Rünz and Lourdes Agapito. Co-fusion: Real-time segmentation, tracking and fusion of multiple objects. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), pages 4471 - 4478, 2017.

[114] Martin Runz, Maud Buffier, and Lourdes Agapito. Maskfusion: Real-time recognition, tracking and reconstruction of multiple moving objects. In IEEE and ACM Intl. Sym. on Mixed and Augmented Reality (ISMAR), pages 10 - 20, 2018.

[115] Kaiming He, Georgia Gkioxari, Piotr Dollár, and Ross Girshick. Mask r-cnn. In Intl. Conf. on Computer Vision (ICCV), pages 2961 - 2969, 2017.

[116] Binbin Xu, Wenbin Li, Dimos Tzoumanikas, Michael Bloesch, Andrew Davison, and Stefan Leutenegger. Mid-fusion: Octree-based object-level multi-instance dynamic slam. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), pages 5231 - 5237, 2019.

[117] C. Chen, C. Tay, C. Laugier, and K. Mekhnacha. Dynamic environment modeling with gridmap: A multiple-object tracking application. In International Conference on Control, 2006.

[118] Sebastian Brechtel, Tobias Gindele, and Rudiger Dillmann. Recursive importance sampling for efficient grid-based occupancy filtering in dynamic environments. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 2010.

[119] Grant Schindler and Frank Dellaert. Probabilistic temporal inference on reconstructed 3d scenes. In IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010.

[120] Shao Wen Yang and Chieh Chih Wang. Feasibility grids for localization and mapping in crowded urban scenes. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 2011.

[121] Jari Saarinen, Henrik Andreasson, and Achim J. Lilienthal. Independent markov chain occupancy grid maps for representation of dynamic environments. In IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012.

[122] K. Murphy. Bayesian map learning in dynamic environments. In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS), 1999.

[123] Dzintars Avots, Edward Lim, Romain Thibaux, and Sebastian Thrun. A probabilistic technique for simultaneous localization and door state estimation with mobile robots in dynamic environments. In IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2002.

[124] Anna Petrovskaya and Andrew Y. Ng. Probabilistic mobile manipulation in dynamic environments, with application to opening doors. In International Joint Conference on Artifical Intelligence, 2007.

[125] Cyrill Stachniss and Wolfram Burgard. Mobile robot mapping and localization in non-static environments. In National Conference on Artificial Intelligence, 2005.

[126] D. Meyer-Delius, J. Hess, G. Grisetti, and W. Burgard. Temporary maps for robust localization in semi. In IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010.

[127] Kurt Konolige and James Bowman. Towards lifelong visual maps. In IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2009.

[128] Henrik Kretzschmar and Cyrill Stachniss. Information-theoretic compression of pose graphs for laser-based slam. Intl. J. of Robotics Research, 31(11):1219–1230, 2012.

[129] A. Walcott-Bryant, M. Kaess, H. Johannsson, and J. J. Leonard. Dynamic pose graph slam: Long-term mapping in low dynamic environments. In IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012.

[130] Winston Churchill and Paul Newman. Practice makes perfect? managing and leveraging visual experiences for lifelong navigation. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 2012.

[131] Gian Diego Tipaldi, Daniel Meyer-Delius, and Wolfram Burgard. Lifelong Localization in Changing Environments. 2013.

[132] Tomš¢? Krajnšªk, Jaime Pulido Fentanes, Grzegorz Cielniak, Christian Dondrup, and Tom Duckett. Spectral analysis for long-term robotic mapping. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 2014.

[133] Tomas Krajnik, Joao M. Santos, and Tom Duckett. Life-long spatio-temporal exploration of dynamic environments. In European Conference on Mobile Robots, 2015.

[134] Rares Ambrus, Nils Bore, John Folkesson, and Patric Jensfelt. Meta-rooms: Building and maintaining long term spatial models in

a dynamic world. In IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2014.

[135] Ivan Dryanovski J¡ § urgen Sturm Igor Gilitschenski Roland Siegwart Marius Fehr, Fadri Furrer and Cesar Cadena. Tsdf-based change detection for consistent long-term dense reconstruction and dynamic object discovery. In IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), 2017.