

《计算实习 2》练习

2024 年秋

1 无约束优化

1.1 凸二次函数极小点

编写下面算法的程序

- 最速下降法,
- 牛顿法,
- FR 方法,
- DFP 方法,
- BFGS 方法,

求解下面的二次函数的极小点,

$$\min_x \sum_{i=1}^{10} (i * x_i^2 + i * x_i) + \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} x_i x_j.$$

其中步长由精确线搜索生成, 初始点为 0. 验证:

- 牛顿法只需一次迭代得到最优解
- FR, DFP, BFGS 不超过 5 次迭代得到最优解

1.2 一般函数的极小点

编写下面算法的程序

- 最速下降法,
- Barzilai-Borwein (BB) 方法
- Nesterov 加速梯度法
- 牛顿法,
- FR 方法,
- DFP 方法,
- BFGS 方法,

求解下面三个函数的极小化问题, 其中步长由 Armijo 线搜索生成 (BB 方法除外), 初始点为 0.

1.

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$$

2.

$$f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2$$

3.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{99} (1 - x_i)^2 + 100(x_{i+1} - x_i^2)^2$$

2 非线性规划

编写惩罚函数法和增广拉格朗日方法的程序求解下面的问题

- $\min(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2, \quad \text{s.t. } x_1 + x_2 - 4 = 0$
- $\min x_1^2 + x_2^2, \quad \text{s.t. } x_1 \geq 0$
- $\begin{aligned} \min \quad & f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 16x_1 - 10x_2 \\ \text{s.t.} \quad & g_1(x) = 11 - x_1^2 + 6x_1 - 4x_2 \geq 0 \\ & g_2(x) = x_1x_2 - 3x_2 - \exp(x_1 - 3) + 1 \geq 0 \\ & x \geq 0. \end{aligned}$

3 复合优化问题

- 编写临近梯度法、加速的临近梯度法和交替方向乘子法的程序求解 Lasso 问题

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 + \gamma \|x\|_1,$$

其中 A, b, γ 由如下代码生成

```
1 n = 256; m = 128;
2 A = randn(m,n);
3 u = sprandn(n,1,0.1);
4 b = A*u;
5 gamma = 10;
```

- 编写投影梯度法的程序求解

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2 \\ \text{s.t.} \quad & x \in [-1, 0], \quad y \in [1, 2]. \end{aligned}$$



Figure 1: 云盘二维码

4 上交方式

- 撰写试验报告(无格式要求), 内容包括:(1.) 程序运行结果简介和程序结果的简要分析;(2.) 不同算法运行结果的区别, 以及如何用课堂上的理论结果解释这些区别;(3.) 数值实现过程中是否有其他发现, 以及可能的理论解释
- 将所有程序文件和试验报告打包, 命名为: 学号-姓名-练习.rar(或者 zip), 例如: 201711001-张三-练习.rar
- 第 10 周周四 21 点之前上传至大工云盘相应文件夹