RETI DI PETRI

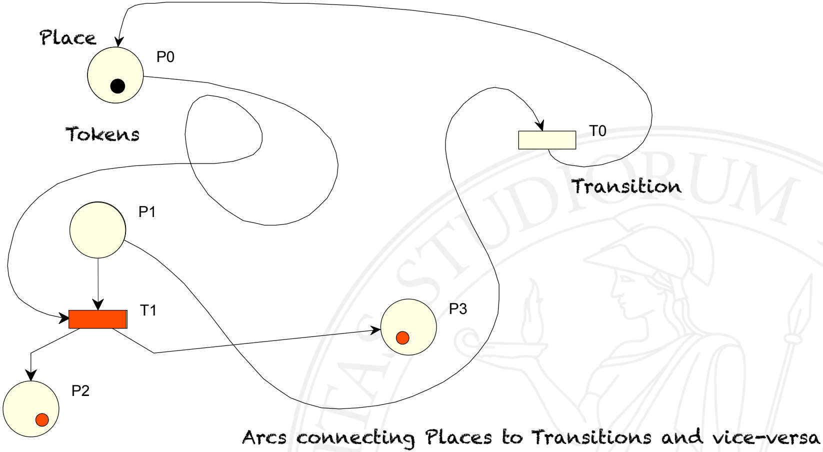
Reti di Petri

- Sono in parte simili a macchine a stati finiti, ma nascono specificatamente per descrivere sistemi concorrenti
  - cambiano sia il concetto di stato che di transizione…
    - lo stato non è più visto a livello di sistema ma come composizione di tanti stati parziali
    - le transizioni non operano più quindi su uno stato globale ma si limitano a variarne una parte

- Informazioni on line su Petri Nets:

http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/PetriNets/

Informalmente



Definizione di Rete di Petri

Una Rete di Petri è una 5-tuple $[P,T;F,W,M_0]$

P l'insieme dei posti

T l'insieme delle transizioni

F relazione di flusso

$F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$

W funzione che associa un peso ad ogni flusso

$W: F \rightarrow N - \{0\}$

M_0 la marcatura iniziale

$M_0: P \rightarrow N$

$Pre(a) = \{d \in (P \cup T) \mid \langle d,a \rangle \in F\}$ //preset

$Post(a) = \{d \in (P \cup T) \mid \langle a,d \rangle \in F\}$ //postset

Comportamento dinamico

$t \in T$ è **abilitata** in M se e solo se

$\forall p \in Pre(t) \quad M(p) >= W(<p,t>)$

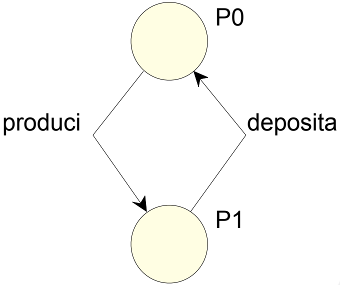
$M\,[\,t >$ t è abilitata in M

lo **scatto** di un transizione t in una marcatura M produce una nuova marcatura M'

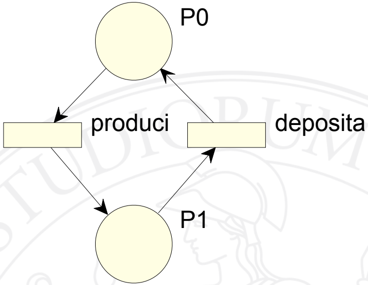
$\forall p \in Pre(t)-Post(t)$	$M'(p)=M(p) - W(<p,t>)$
$\forall p \in Post(t)-Pre(t)$	$M'(p)=M(p)+ W(<t,p>)$
$\forall p \in Post(t) \cap Pre(t)$	$M'(p)=M(p) - W(<p,t>) + W(<t,p>)$
$\forall p \in P-(Pre(t) \cup Post(t))$	$M'(p) = M(p)$

$M\,[\,t > M'$ lo scatto di t in M produce M'

Un esempio: il produttore

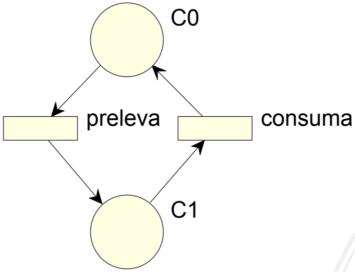


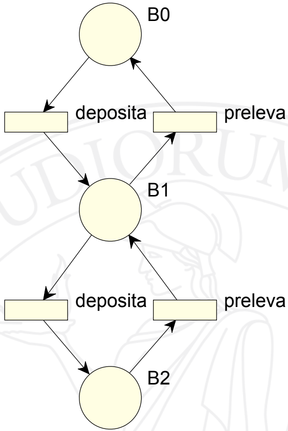
M S F



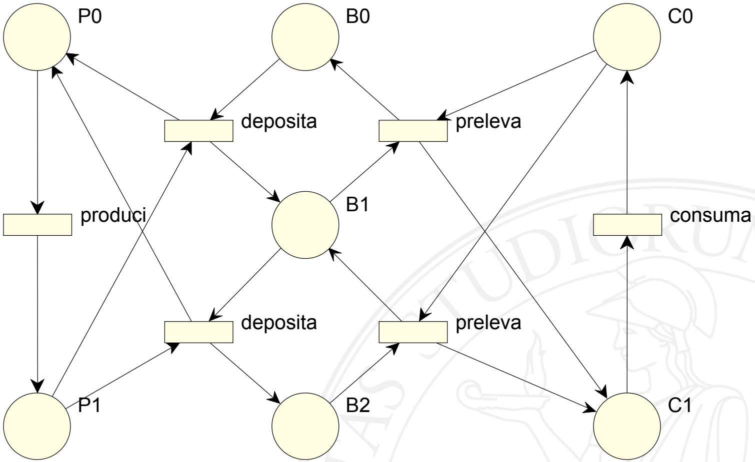
R d P

Esempio: il consumatore e il buffer

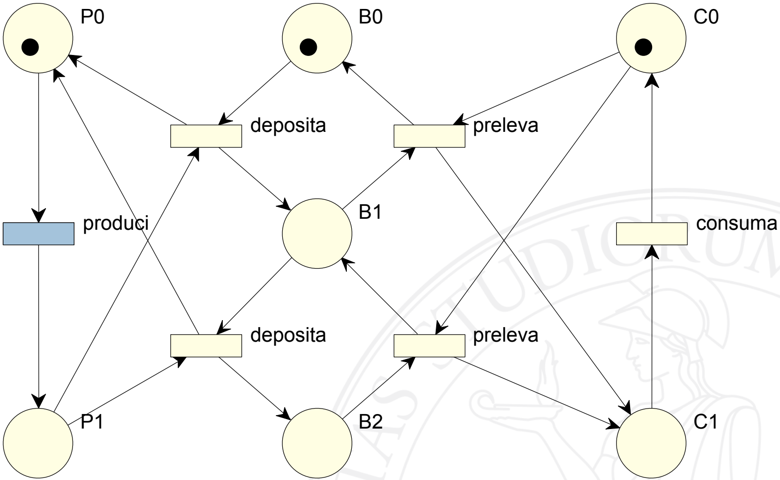




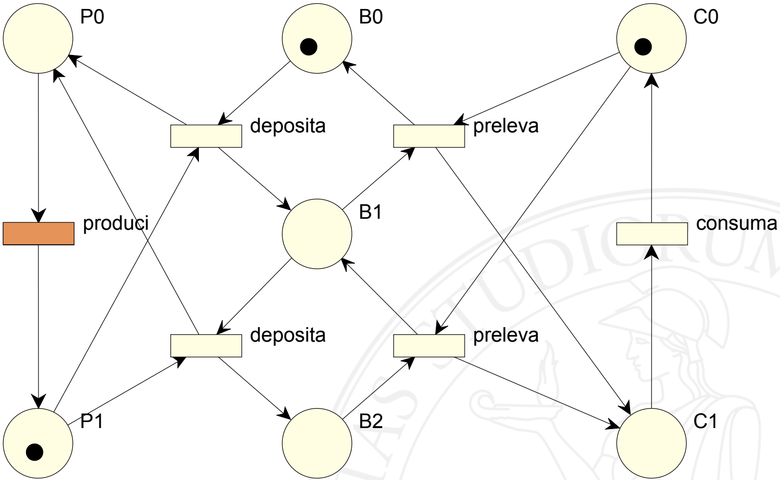
Componiamo


P0
B0
C0
deposita
preleva
produci
B1
consuma
deposita
preleva
P1
B2
C1

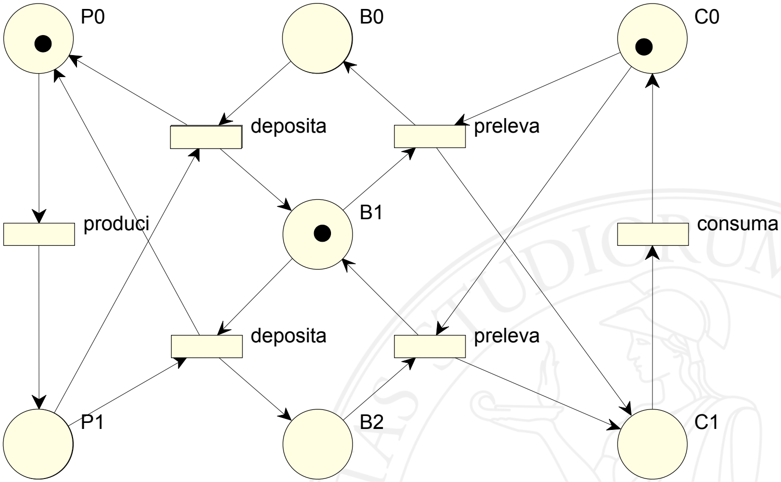
Come evolve?


P0
B0
C0
deposita
preleva
produci
B1
consuma
deposita
preleva
P1
B2
C1

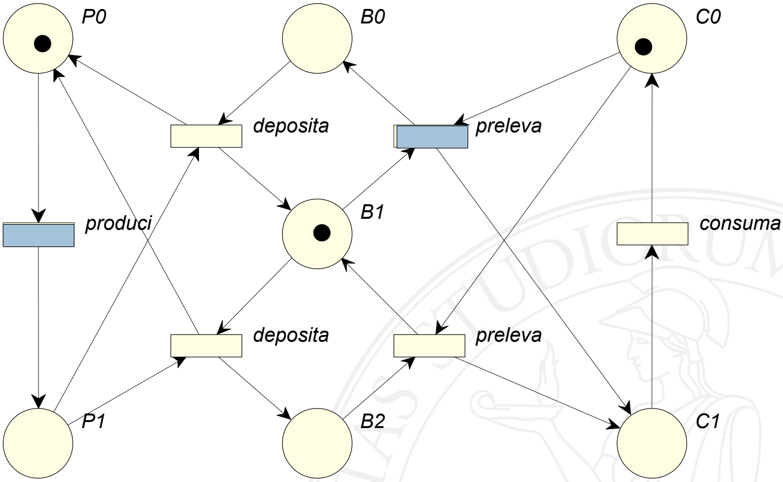
Scatta transizione produci



Scatta transizione deposita



Quali sono le transizioni abilitate?

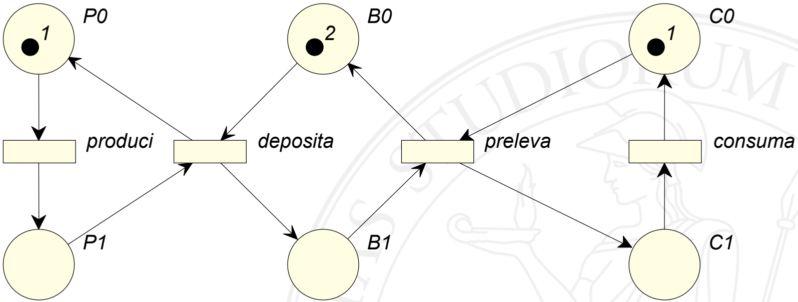


Quale scelgo?

- E’ il caso di non determinismo… non posso dire quale deve scattare
- tipico di sistemi concorrenti, dove non ho questo tipo di controllo globale…
- ATTENZIONE: se fosse stato necessario vuol dire semplicemente che la rete non era corretta,
  - cioe’ posso, con modifiche alla rete, forzare un determinato comportamento

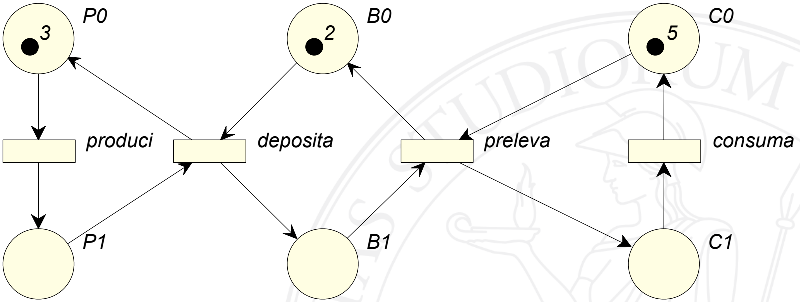
Stiamo sfruttando reti di petri

- Non molto … la nostra è stata una traduzione automatica dagli automi a stati finiti
- Vediamo una versione alternativa…



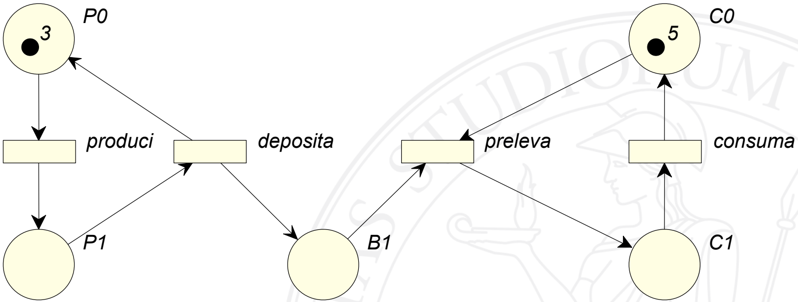
Altre modifiche

- Cosa succede se aumentiamo il numero di token in PO o in CO?



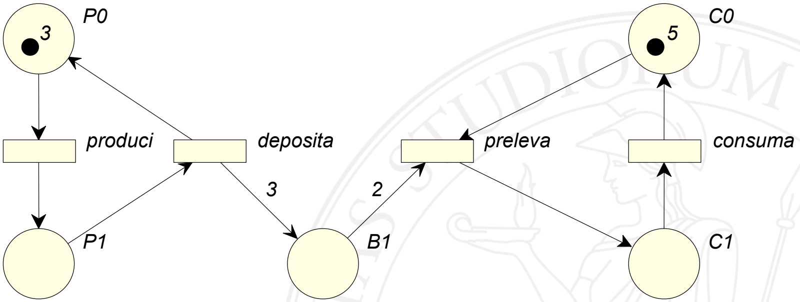
Altre modifiche

- Possiamo modellare un buffer di capacità infinita?

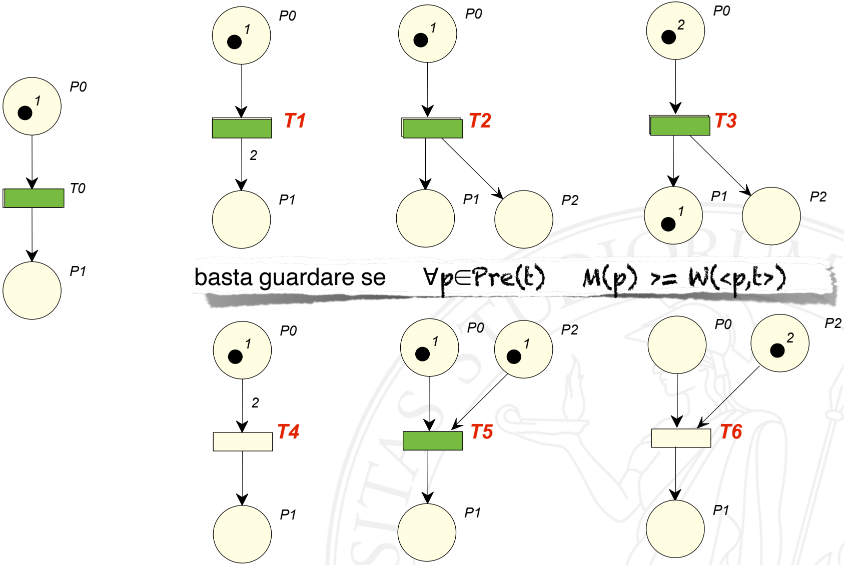


Altre modifiche

- Cosa succede ad usare i pesi degli archi?

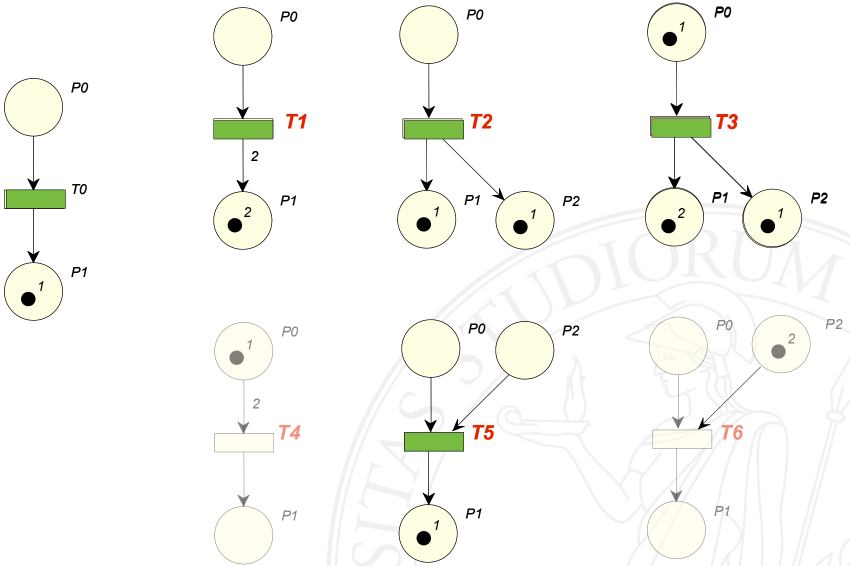


Quali sono le transizioni abilitate?



basta guardare se $\forall p \in Pre(t) \quad M(p) >= W(<p,t>)$

Cosa succede allo scatto?



Relazioni: Sequenza

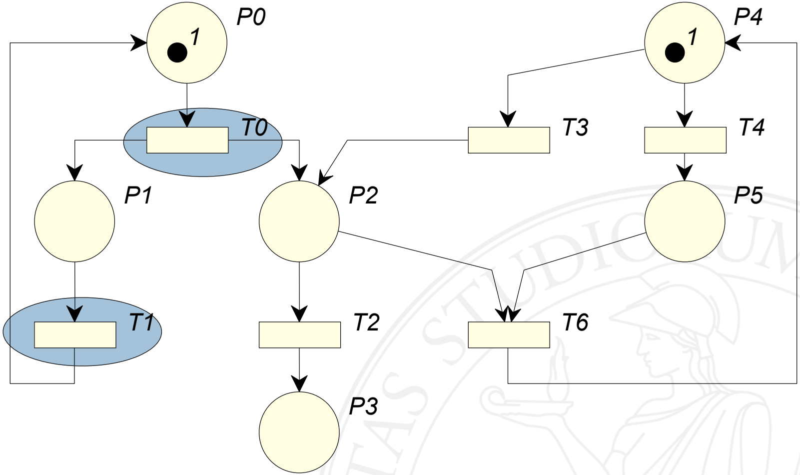
- Una transizione t_1 è in sequenza con una transizione t_2 in una marcatura M se e solo se:

$$M\,[\,t_1 > \;\wedge\; \neg M\,[\,t_2 > \;\wedge\; M\,[\,t_1 t_2 >$$

- t_1 è abilitata in M
- t_2 NON è abilitata in M
- t_2 viene abilitata dallo scatto di t_1 in M

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

Esempio: Sequenza



T0 e T1 T0 e T2 T3 e T2

Relazioni: conflitto

Due transizioni (t_1,t_2) sono in conflitto

- Strutturale se e solo se:
  - $Pre(t_1) \cap Pre(t_2) \neq \varnothing$
- Effettivo in una marcatura M se e solo se:

$$M\, [\, t_1 > \ \wedge \ M\, [\, t_2 > \ \wedge$$

$$\exists p \in Pre(t_1) \cap Pre(t_2) \mid$$

$$(M(p) < W(<p,t_1>) + W(<p,t_2>))$$

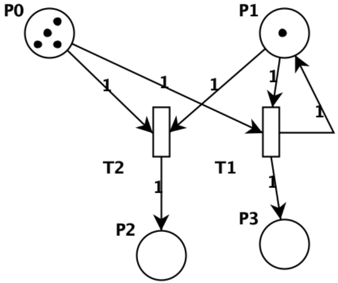
  - t_1 e t_2 sono abilitate in M
  - esiste un posto in ingresso ad entrambe che non ha abbastanza token per far scattare entrambe

Altra versione di conflitto

- Una versione leggermente rilassata di conflitto:

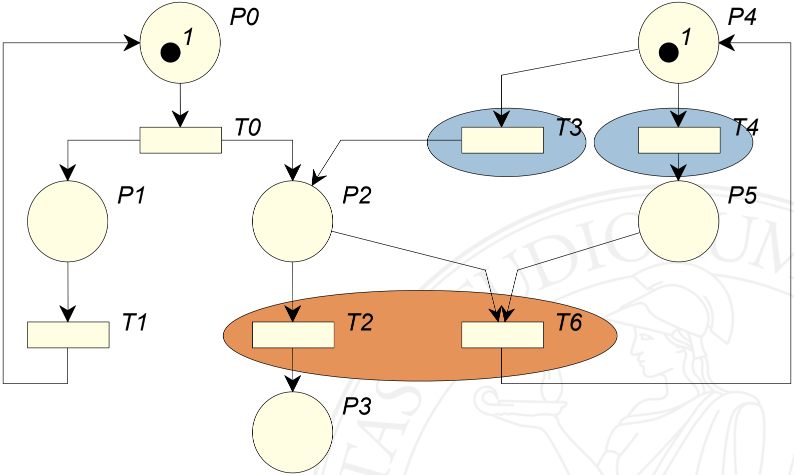
  $M\ [\ t_1 >\ \wedge\ M\ [\ t_2 >\ \wedge \neg M\ [t_1 t_2>$

  - t_1 e t_2 sono abilitate in M
  - t_1, t_2 non è sequenza ammissibile in M



- Può essere resa anche bi-direzionale

Esempio conflitto



T3 e T4 effettivo

T2 e T6 strutturale

Relazioni: concorrenza

Due transizioni (t_1,t_2) sono in concorrenza

- **Strutturale** se e solo se:

  $Pre(t_1) \cap Pre(t_2) = \varnothing$

- **Effettivo in una marcatura M** se e solo se:

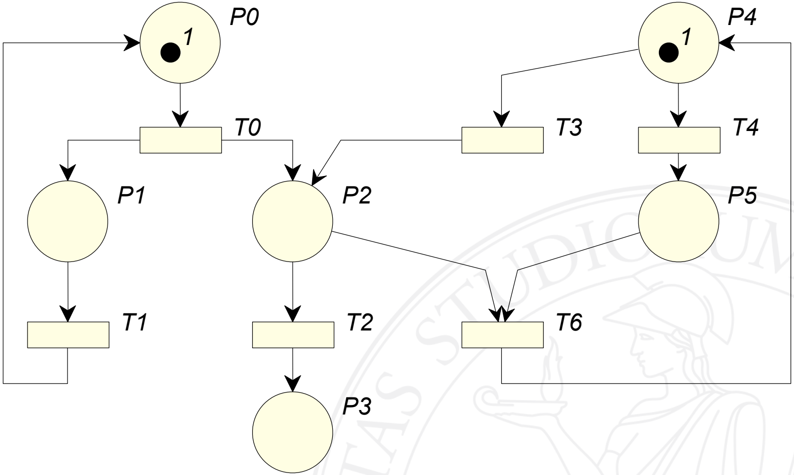
  $M [t_1 > \wedge M [t_2 > \wedge$

  $\forall p \in Pre(t_1) \cap Pre(t_2)$

  $$(M(p) \geq W(<p,t_1>) + W(<p,t_2>))$$

  - t_1 e t_2 sono abilitate in M
  - tutti i posti in ingresso ad entrambe hanno abbastanza token per far scattare entrambe

Esempio: Concorrenza



T0 e T3   *T0 e T4*

Insieme Raggiungibilità

- L'insieme di raggiungibilità di una rete a partire da una marcatura M è il più piccolo insieme di marcature tale che:

- $M \in R(P/T, M)$
- $(M' \in R(P/T, M) \wedge \exists t \in T \;\; M' [t> M'')$
  $\rightarrow M'' \in R(P/T, M)$

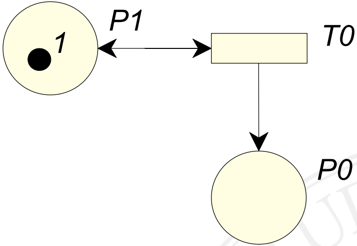
Proprietà: limitatezza

- Una rete P/T con marcatura M si dice limitata se e solo se:

$$\exists k \in \mathbb{N} \ \ \forall M' \in R(P/T, M) \ \forall p \in P \ M'(p) \leq k$$

cioè se è possibile fissare un limite al numero di gettoni della rete

Esempio di (il-)limitatezza



Con arco bidirezionale (abbreviazione di due archi senso opposto) la rete non è limitata

Reti di Petri -> Automi

- Se la rete è limitata
- allora l'insieme di raggiungibilità è finito
- allora è possibile definire un automa a stati finiti corrispondente
  - gli stati sono le possibili marcature dell'insieme di raggiungibilità

Vitalità di una transizione

Una transizione t in una marcatura m è viva a

- Grado 0:
  - non è abilitata in nessuna marcatura appartenente all'isnieme di raggiungibilità (è **morta**)
- Grado 1:
  - esiste almeno una marcatura raggiungibile in cui è abilitata
- Grado 2:
  - per ogni numero n esiste almeno una sequenza ammissibile in cui la transizione scatta n volte

Vitalità di una transizione

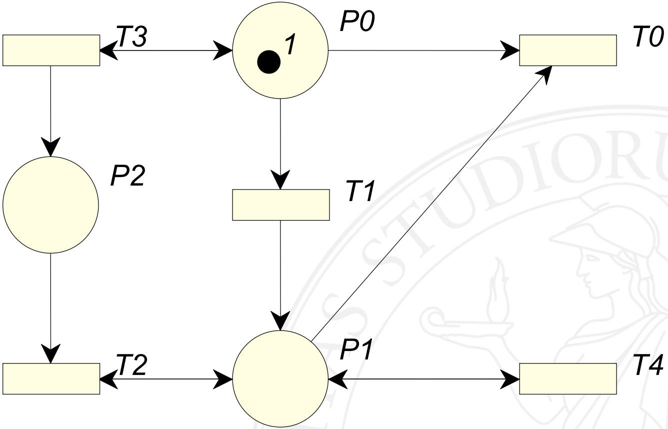
- Grado 3:
  - esiste una sequenza di scatti ammissibile in cui scatta infinite volte
- Grado 4:
  - in qualunque marcatura raggiungibile, esiste una sequenza ammissibile in cui scatta (e` **viva**)

Una **rete è viva**

se tutte le sue transizioni sono vive

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

Esempio grado vitalità

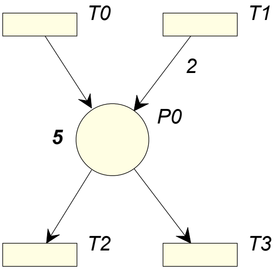


Capacità dei posti

- Una possibile estensione delle reti di Petri consiste nel fissare un massimo numero di token ammissibili in un posto
  - si può forzare limitatezza
- E’ una estensione propria? Aumenta potenza?

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

Simulazione capacità posti



Creo un posto **complementare**