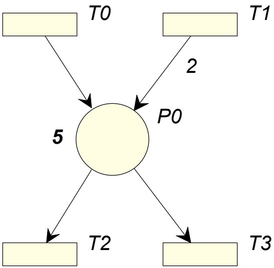
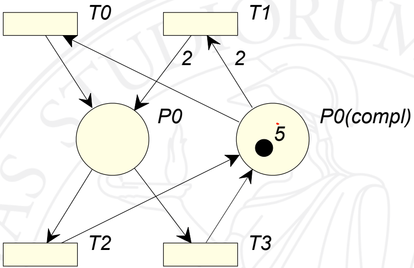
RETI DI PETRI

Simulazione capacità posti



Creo un posto **complementare**



Posto complementare

- Un posto pc è complementare di p se e solo se:

$$\forall t \in T\ (\exists \langle p,t\rangle \in F \leftrightarrow \exists \langle t,pc\rangle \in F \quad W(\langle p,t\rangle) = W(\langle t,pc\rangle)$$

$$\forall t \in T\ (\exists \langle t,p\rangle \in F \leftrightarrow \exists \langle pc,t\rangle \in F \quad W(\langle pc,t\rangle) = W(\langle t,p\rangle)$$

Solo per reti pure!

Abilitazione con capacità

- In caso di reti con capacità sui posti la definizione di abilitazione quale sarebbe?
  - $t \in T$ è **abilitata** in M se e solo se

    $\forall p \in Pre(t) \quad M(p) >= W(<p,t>)$

    $\forall p \in Post(t) \quad M(p) + W(<t,p>) <= C(p)$

  - $t \in T$ è **abilitata** in M se e solo se

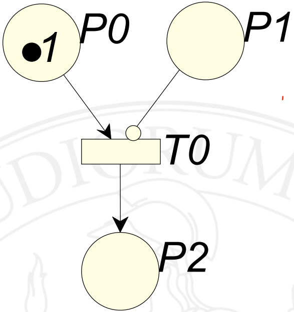
    $\forall p \in Pre(t) \qquad M(p) >= W(<p,t>)$

    $\forall p \in Post(t)-Pre(t) \quad M(p) + W(<t,p>) <= C(p)$

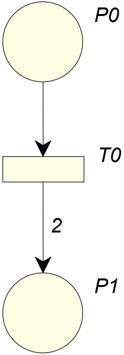
    $\forall p \in Post(t) \cap Pre(t) \quad M(p) - W(p,t) + W(<t,p>) <= C(p)$

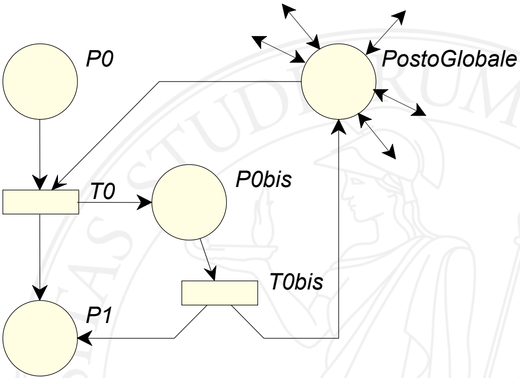
Archi inibitori

- Permettono di dire che non deve essere presente un token perché la transizione sia abilitata
  - in caso di rete limitata non cambia potenza. Perché?
  - in caso di rete non limitata aumenta potenza
-

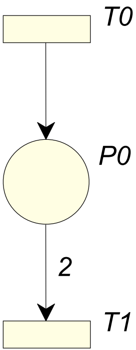


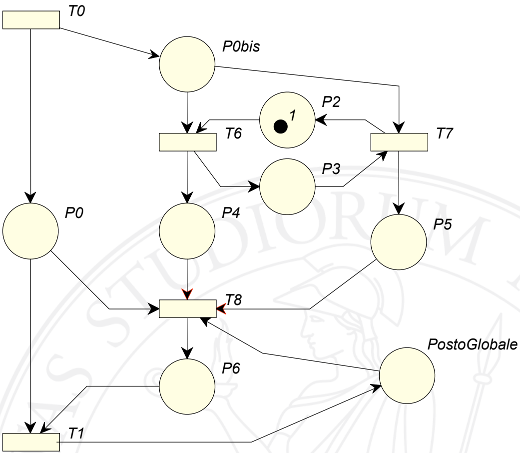
Eliminazione pesi archi





Eliminazione pesi archi





Reti Condizioni Eventi

- Una rete viene detta C/E
  - se tutti gli archi hanno peso 1
  - tutti i posti hanno capacità 1

- Se i posti (Condizioni) in ingresso a t contengono un token,
- la transizione t (Evento) può scattare

- Una rete P/T limitata ha una corrispondente nella classe C/E

Rete conservativa

- Data una funzione di pesi H
  - H: P → N- {0}
- una rete P/T con marcatura M si dice conservativa rispetto a tale funzione

se e solo se

$$\forall M' \in R(P/T, M)$$

$$\sum_{p \in P} H(p)M'(p) = \sum_{p \in P} H(p)M(p)$$

Rete strettamente conservativa

- Una rete P/T conservativa rispetto alla funzione che assegna pesi tutti uguali a 1 si dice
  - strettamente conservativa

- Il numero di token nella rete non cambia mai

$$\forall M' \in R(P/T, M) \sum_{p \in P} M'(p) = \sum_{p \in P} M(p)$$

- Il numero di token consumati dallo scatto di una transizione è uguale al numero di gettoni generati dallo stesso

$$\forall t \in T \sum_{p \in pre(t)} W(<p, t>) = \sum_{p \in post(t)} W(<t, p>)$$

non morta

Stato base e Rete reversibile

- Una marcatura M' è detta **stato base** (home state) se per ogni marcatura M in $R(M_0)$, M' è raggiungibile da M
- Una rete di Petri è detta **reversibile** se per ogni marcatura M in $R(M_0)$, M_0 è raggiungibile da M
  - Lo stato iniziale è uno stato base

Esempi di domande che potremmo volere farci

- può essere raggiunta una determinata marcatura?
- è possibile una certa sequenza di scatti?
- esiste uno stato di deadlock?
- la rete (o una certa transizione) è viva?

Tecniche di analisi

- Devo definire delle tecniche che mi permettano di rispondere alle domande che mi interessano
- Dinamiche
  - albero (grafo) delle marcature raggiungibili
  - albero (grafo) della copertura delle marcature raggiungibili
- Statiche (Strutturali)
  - identificazione P-invarianti
  - identifcazione T-invarianti

Albero di raggiungibilità

1 Crea la radice corrispondente alla marcatura iniziale, etichetta il nodo come "nuovo"

2 finché esistono nodi etichettati "nuovo" esegui i seguenti passi:

2.1 seleziona una marcatura M con etichetta "nuovo" e togli etichetta

2.2 se M è identica ad una marcatura sul cammino dalla radice ad M, etichetta M come "duplicata" e passa ad un'altra marcatura

2.3 se nessuna transizione è abilitata in M, etichetta la marcatura come "finale"

2.4 finché esistono transizioni abilitate in M esegui i seguenti passi per ogni transizione t abilitata in M:

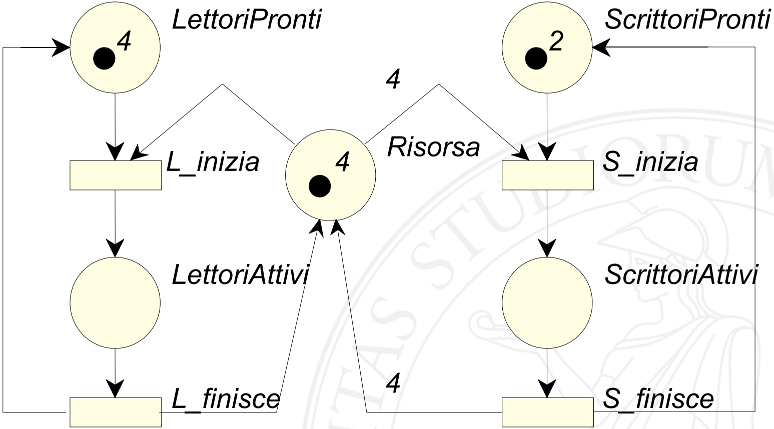
2.4.1 crea la marcatura M' prodotta dallo scatto di t

2.4.2 crea un nodo corrispondente a M', aggiungi un arco da M a M' ed etichetta M' come "nuovo"

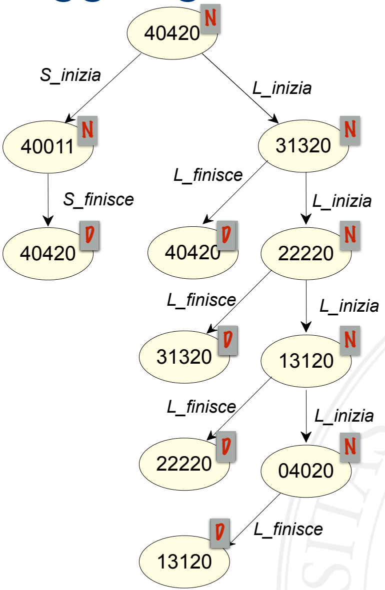
Esercizio

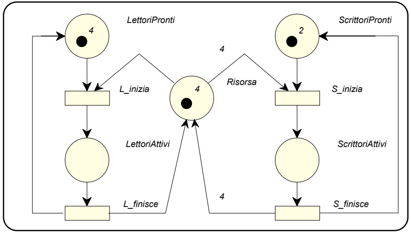
- Modellare con una rete di Petri l'accesso ad una risorsa condivisa da parte di 4 lettori e 2 scrittori
  - i lettori possono accedere simultaneamente alla risorsa
  - gli scrittori hanno bisogno di accesso esclusivo

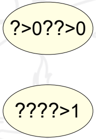
Soluzione esercizio



Albero raggiungibilità



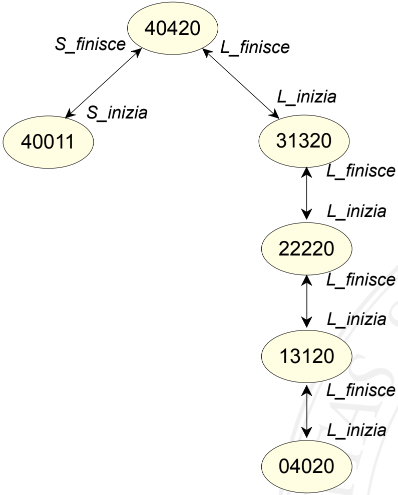


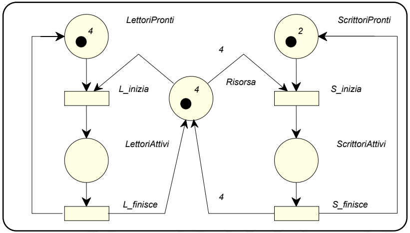


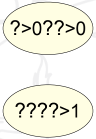
Deadlock?

Viva?

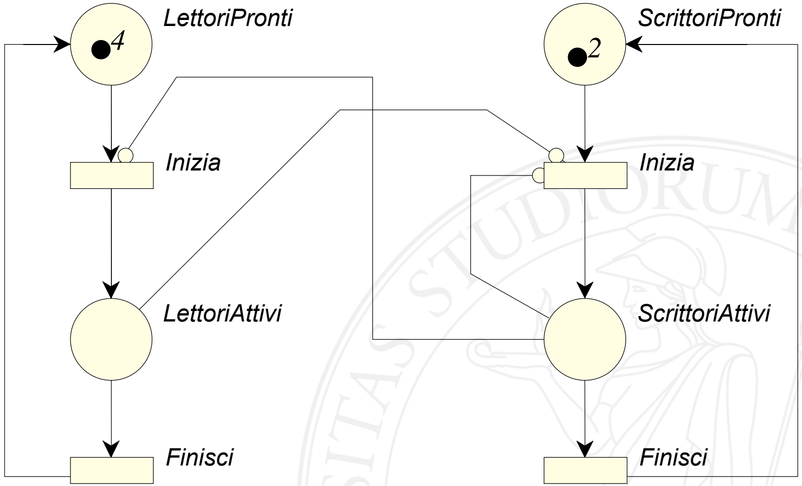
Grafo raggiungibilità







Archi inibitori e lettori e scrittori



Limiti e Risposte che fornisce

- Limite:
  - deve enumerare tutte le possibili marcature raggiungibili
    - se la rete non è limitata sono infiniti e quindi non può essere completato
- Risposte
  - non ci sa dire se una rete è limitata
  - se limitata:
    - ci sa dire quasi tutto, è la esplicitazione degli stati della rete (l'automa a stati finiti corrispondente).
    - possono essere facilmente troppi (crescita esponenziale)

Copribilità (coverability)

- Diciamo che una marcatura M **copre** una marcatura M' (M' è coperta da M) se e solo se:

$$\forall p \in P \quad M(p) >= M'(p)$$

- Una marcatura M è detta **copribile** a partire da una marcatura M' se esiste una marcatura M'' in R(M') che copre M

- Se M è la marcatura minima per abilitare t (esattamente il numero di token necessari in ogni posto del preset),
  - la transizione t è morta se e solo se M non è copribile a partire dalla marcatura corrente
  - Altrimenti la transizione t è almeno 1-viva

Albero di copertura

1 Crea la radice corrispondente alla marcatura iniziale, etichetta il nodo come "nuovo"

2 finché esistono nodi etichettati "nuovo" esegui i seguenti passi:

2.1 seleziona una marcatura M con etichetta "nuovo" e togli etichetta

2.2 se M è identica ad una marcatura sul cammino dalla radice ad M, etichetta M come "duplicata" e passa ad un'altra marcatura

2.3 se nessuna transizione è abilitata in M, etichetta la marcatura come "finale"

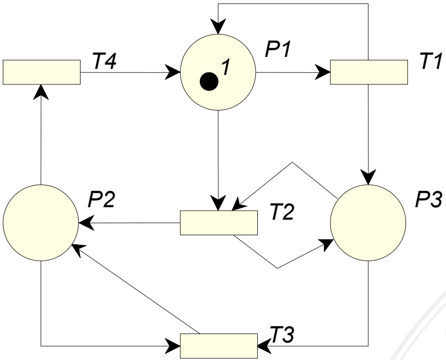
2.4 finché esistono transizioni abilitate in M esegui i seguenti passi per ogni transizione t abilitata in M:

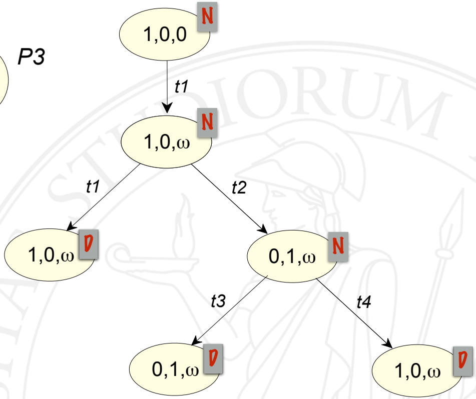
2.4.1 crea la marcatura M' prodotta dallo scatto di t

2.4.2 se sul cammino dalla radice a M esiste una marcatura M" coperta da M', aggiungi ω in tutte le posizioni corrispondenti a coperture proprie

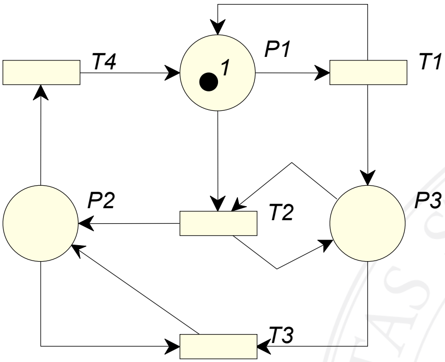
2.4.3 crea un nodo corrispondente a M', aggiungi un arco da M a M' ed etichetta M' come "nuovo"

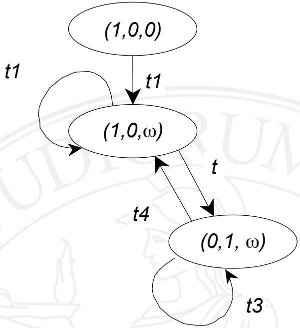
Esempio albero di copertura





Grafo di copertura





Albero di copertura e proprietà

1 una rete di Petri è **limitata** se ω non compare in nessun nodo dell'albero di copertura

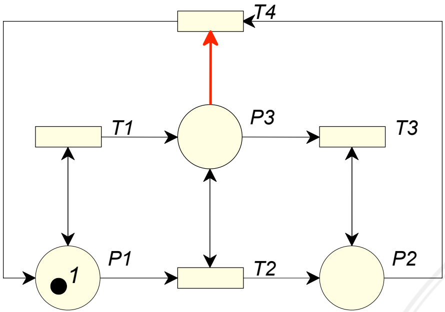
2 Una rete di Petri è **binaria** se nell'albero di copertura compaiono solo 0 e 1

3 una transizione è **morta** (0-live) se non appare come etichetta di un arco dell'albero di copertura

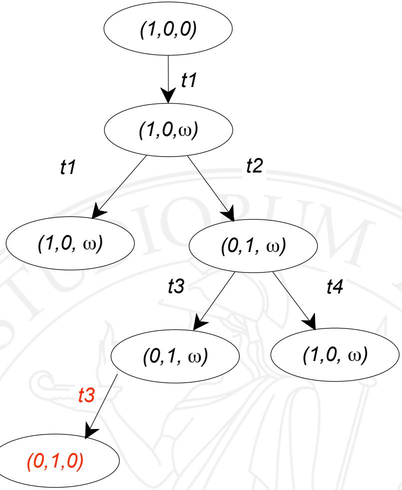
4 condizione necessaria affinché una marcatura M sia **raggiungibile** è l'esistenza di un nodo etichettato con una marcatura che copre M (non è sufficiente)

5 non è possibile decidere se una rete è viva

Albero di copertura



Rete non viva



Non è possibile metterlo, e
non viene espresso dall'albero