

Løsningsforslag Øving 2

TEP4100 Fluidmekanikk, Vår 2013

Oppgave 3-6

Løsning Et sylinder-stempel-arrangement inneholder en gass. Trykket inne i sylindren og effekten av volumforandringer på trykket skal bestemmes.

Antagelser Friksjonen mellom stempelet og sylindren er neglisjerbar.

Analyse (a) Gasstrykket i sylinder-stempel-arrangementet i Fig. 3-6 er avhengig av atmosfæretrykket og vekten av stempelet. Ved å tegne et fritt-legme diagram og balansere kreftene i vertikalretning, får vi

$$PA = P_{atm}A + W$$

Vi løser for P , og substituerer $W = mg$

$$P = P_{atm} + \frac{mg}{A} = 9.5 \cdot 10^4 \text{ Pa} + \frac{(85 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{0.04 \text{ m}^2} = 1.16 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \mathbf{116 \text{ kPa}}$$

(b) Volumendringen vil ikke påvirke fritt-legeme diagrammet i (a), vi forventer derfor ikke at trykket inne i sylindren vil endres, det forblir det samme.

Diskusjon Hvis gassen oppfører seg som en ideell gass, vil den absolutte temperaturen dobles når volumet dobles ved konstant trykk.

Oppgave 3-22

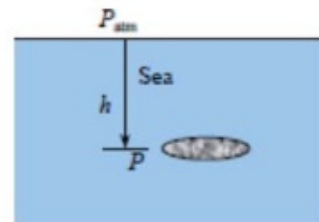
Løsning En u-båt seiler i en gitt dybde under havoverflaten. Trykket som virker på overflaten til u-båten fra vannet omkring skal bestemmes.

Antagelser Dybdevariasjonen til vannets tetthet er neglisjerbar.

Egenskaper Sjøvannets spesifikke gravitasjon (*specific gravitation*) er gitt til $SG = 1.03$. Tettheten til vann ved 0°C er 1000 kg/m^3 .

Analyse Tettheten til sjøvannet er funnet ved å multiplisere den spesifikke gravitasjonen med tettheten til vann

$$\rho = SG \cdot \rho_{H_2O} = (1.03)(1000 \text{ kg/m}^3) = 1030 \text{ kg/m}^3$$



Trykket som virker på overflaten til u-båten som seiler 90 m under havoverflaten er det lokale absolutte trykket

$$P = P_{atm} + \rho gh = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} + (1030 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(90 \text{ m}) = \mathbf{1.01 \cdot 10^6 \text{ Pa}}$$

Svaret er gitt med tre signifikante sifre.

Diskusjon Dette er mer enn 10 ganger verdien av atmosfæretrykket ved havnivå.

MatLab For løsning av MatLab-delen av oppgaven, se *MatLab-LF.m* på It'sLearning.

Oppgave 3-30

Løsning

Det systoliske og diastoliske blodtrykket til en frisk person er gitt i mmHg. Disse trykkene skal uttrykkes i kPa, psi og meter vannsøyle.

Antagelser Både kvikksølv og vann er inkompressible stoffer.

Egenskaper Vi lar tetthetene til vann og kvikksølv være henholdsvis 1000 kg/m^3 og 13600 kg/m^3 .

Analyse Ved å bruke uttrykket $P = \rho gh$ for overtrykk, finner vi det høye og det lave trykket

$$P_{\text{høy}} = \rho gh_{\text{høy}} = (13600 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.12 \text{ m}) = 1.60 \cdot 10^4 \text{ Pa} = \mathbf{16.0 \text{ kPa}}$$

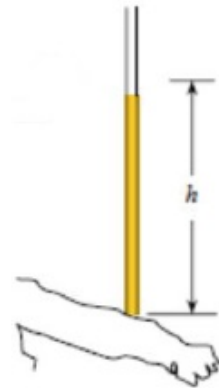
$$P_{\text{lav}} = \rho gh_{\text{lav}} = (13600 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.08 \text{ m}) = 1.07 \cdot 10^4 \text{ Pa} = \mathbf{10.7 \text{ kPa}}$$

Omregningsfaktoren mellom psi og Pa er: $1 \text{ psi} = 6895 \text{ Pa}$.

$$P_{\text{høy}} = (1.60 \cdot 10^4 \text{ Pa}) \left(\frac{1 \text{ psi}}{6895 \text{ Pa}} \right) = \mathbf{2.32 \text{ psi}} \quad \text{og} \quad P_{\text{lav}} = (1.07 \cdot 10^4 \text{ Pa}) \left(\frac{1 \text{ psi}}{6895 \text{ Pa}} \right) = \mathbf{1.55 \text{ psi}}$$

For et gitt trykk gjelder $P = \rho gh$ uttrykt for vann og kvikksølv som $P = \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot h_{\text{H}_2\text{O}}$ og $P = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_{\text{Hg}}$. Ved å sette de to uttrykkene lik hverandre og løse for vannhøyden får vi

$$P = \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot h_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_{\text{Hg}} \rightarrow h_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} h_{\text{Hg}}$$



Da får vi

$$h_{\text{H}_2\text{O},\text{høy}} = \frac{\rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} h_{\text{Hg},\text{høy}} = \frac{13600 \text{ kg/m}^3}{1000 \text{ kg/m}^3} (0.12 \text{ m}) = 1.63 \text{ m}$$

$$h_{\text{H}_2\text{O},\text{lav}} = \frac{\rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} h_{\text{Hg},\text{lav}} = \frac{13600 \text{ kg/m}^3}{1000 \text{ kg/m}^3} (0.08 \text{ m}) = 1.09 \text{ m}$$

Diskusjon Merk at måling av blodtrykk med et vannmanometer gir en vannsøyle som er høyere enn personen, noe som er upraktisk. Dette problemet viser hvorfor kvikksølv er et godt egnet fluid til utstyr for måling av blodtrykk.

Oppgave 3-35

Løsning Ferskvann og sjøvann strømmer i parallelle horisontale rør og er koblet sammen ved hjelp av et u-rørsmanometer. Trykkforskjellen mellom de to rørene skal bestemmes.

Antagelser

1 Alle væskene er inkompressible. **2** Effekten av luftkolonnen på trykket er neglisjerbar.

Egenskaper Tetthetene til sjøvann og kvikksølv er gitt til $\rho_{\text{sjø}} = 1035 \text{ kg/m}^3$ og $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$. Vi lar tettheten av vann være $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Analyse Vi starter med trykket i ferskvannsrøret (punkt 1) og beveger oss langs manometerrøret ved å addere (når vi går ned) eller subtrahere (når vi går opp) leddet ρgh inntil vi når sjøvannsrøret (punkt 2). Ved å sette resultatet lik P_2 får vi

$$P_1 + \rho_w g h_w - \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} - \rho_{\text{luft}} g h_{\text{luft}} + \rho_{\text{sjø}} g h_{\text{sjø}} = P_2$$

Vi rearrangerer og neglisjerer effekten fra luftkolonnen på trykket

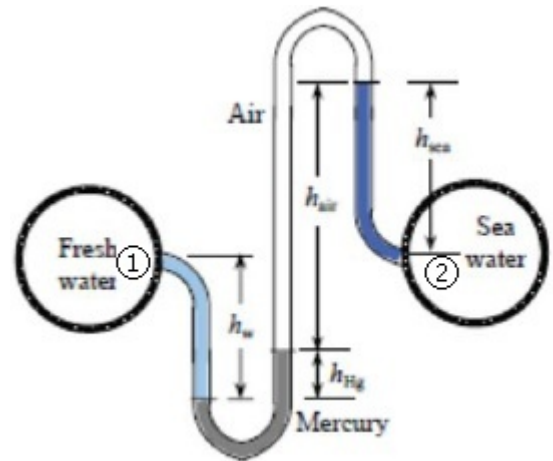
$$P_1 - P_2 = -\rho_w g h_w + \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} - \rho_{\text{sjø}} g h_{\text{sjø}} = g(\rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} - \rho_w h_w - \rho_{\text{sjø}} h_{\text{sjø}})$$

Ved å substituere får vi

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= (9.81 \text{ m/s}^2)[(13600 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}) \\ &\quad - (1000 \text{ kg/m}^3)(0.6 \text{ m}) - (1035 \text{ kg/m}^3)(0.4 \text{ m})] \\ &= 3.39 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2 = 3.39 \cdot 10^3 \text{ Pa} = \mathbf{3.39 \text{ kPa}} \end{aligned}$$

Trykket i ferskvannsrøret er derfor 3.39 kPa høyere enn trykket i sjøvannsrøret.

Diskusjon En 0.70 m høy luftkolonne med en tetthet på 1.2 kg/m^3 tilsvarer en trykkdifferanse på 0.008 kPa. Effekten på trykkforskjellen mellom de to rørene er derfor neglisjerbar.



Oppgave 3-42

Løsning En last på en hydraulisk heis skal heves ved å helle olje i et tynt rør. Høyden av olje i røret som kreves for å heve lasten skal bestemmes.

Antagelser **1** Heisens sylindere er vertikale. **2** Det er ingen lekkasjer. **3** Atmosfæretrykket virker på begge sider og kan derfor utelates fra analysen.

Egenskaper Tettheten til oljen er gitt til $\rho = 780 \text{ kg/m}^3$.

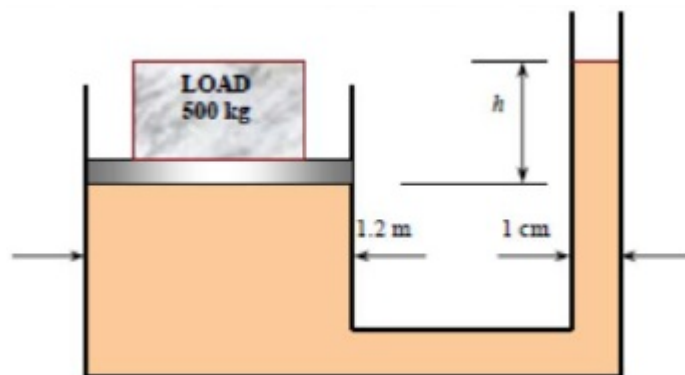
Analyse Siden trykk er kraft per enhet areal, er overtrykket i fluidet under lasten forholdet mellom vekten og heisens areal.

$$P_{gauge} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{\pi D^2/4} = \frac{(500 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\pi (1.20 \text{ m})^2/4} = 4.34 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2 = 4.34 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 4.34 \text{ kPa}$$

Oljehøyden som kreves må resultere i en trykkøkning på 4.34 kPa

$$P_{gauge} = \rho gh \rightarrow h = \frac{P_{gauge}}{\rho g} = \frac{4.34 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2}{(780 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.567 \text{ m}$$

En 500 kg last heves av denne hydrauliske heisen ved å heve oljenivået i det tynne røret med 56.7 cm.



Diskusjon Merk at store laster kan heves enkelt ved å utnytte Pascals prinsipp.