TET4100 Kretsanalyse

Øving

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Ansvar for øving:

Pål Keim Olsen

Forfatteren til kompendium:

Til Kristian Vrana

Bidratt til å lage øvinger og løsninger:

Pål Keim Olsen

Nathalie Holtsmark

Fritz Schimpf

Thomas Fuglseth

Steinar Olsen

Jon Are Suul

Ian Norheim

Erik Hoff

Bjørn Taraldsen

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Innholdsfortegnelse

- 4 Inndeling
- 5 Råd til beregninger
- 11 Oppgaver
 - 11 Øving 1
 - **14** Øving 2
 - 18 **Øving 3**
 - 24 Øving 4
 - **30** Øving **5**
 - **34** Øving 6
 - 37 Øving 7
 - 42 Øving 8
 - 45 Øving 9
 - 47 Øving 10
 - 50 Øving 11
- 53 Fasit

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Inndeling

• Øving 1: Innføring Kretsanalyse

Oppgave 1-3

• Øving 2: RLC-Krets

Oppgave 4-7

• Øving 3: Vekselstrømanalyse

Oppgave 8-13

• Øving 4: Effekt

Oppgave 14-19

• Øving 5: Transformator

Oppgave 20-23

• Øving 6: Koblede Induktanser

Oppgave 24-26

• Øving 7: Operasjonsforsterker, Signaler og Innføring LaPlace

Oppgave 27-31

• Øving 8: LaPlace-Analyse

Oppgave 32-35

• Øving 9: Passive Filter

Oppgave 36-38

• Øving 10: Aktive Filter

Oppgave 39-41

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Råd til beregninger

I. Beregninger og enheter

• Utfør beregninger med parametere, ikke med tallverdier (altså algebraisk)

$$R_1 = 10 \Omega$$
 $R_2 = 20 \Omega$ $V_{inn} = 10 V$ \rightarrow $V_{ut} = V_{inn} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6,66 V$

o Bruk alltid enheter, også i mellomregninger.

$$V_{ut} = V_{inn} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \, V \cdot \frac{20 \,\Omega}{10 \,\Omega + 20 \,\Omega} = 6,66 \, V$$

Vær nøye med indeks på spenninger or strømmer

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$
 $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ $v_R = Ri_R$

 \circ Reaktans X er reell og har ingen imaginær "j", og den har enheten Ω

$$X_L = \omega_f \cdot L = 100 \, \pi \, \frac{rad}{s} \cdot 50 \, mH = 15,71 \, \Omega$$

o Reaktansen til en kondensator/kapasitanse er negativ

$$X_C = -\frac{1}{\omega_f \cdot C} = -\frac{1}{100 \, \pi \, \frac{rad}{s} \cdot 600 \, \mu F} = -5.31 \, \Omega$$

Frekvenser har enheten Hz

Radiell frekvens/vinkelhastighet har enheten rad/s (eller 1/s)

$$\omega_f = 2\pi f_f = 2\pi 50 Hz = 314,16 \frac{rad}{s}$$

Tiden har enhet s
$$f_f = 50 \, Hz \rightarrow T_f = 20 \, ms$$

• Argumentet til en trigonometrisk funksjon el.l. (e^x, sin, cos,...) skal være uten enhet, eller ha enheten rad (som ikke er en fysisk enhet)

$$e^{4,3}$$
 $\sin\left(314\frac{rad}{s}\cdot 3\,ms\right)$

Hold styr på verdier og enheter i ligninger
$$v_{ut}(t) = 10.4 V \cdot e^{-120 \frac{rad}{s} t} \cdot \sin \left(300 \frac{rad}{s} t \right)$$

- 10,4 V er spenningens amplitude
- 120 rad/s er dempingskoeffisienten
- 300 rad/s er vinkelhastighet (radiell frekvens)
- o Det er lurt å skrive tidssignaler med parametere

$$V_{ut} = 10.4 V$$
 $\alpha = 120 \frac{rad}{s}$ $\omega_d = 300 \frac{rad}{s}$ $v_{ut}(t) = V_{ut} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_d t)$

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

II. Vinkler, komplekse tall og effekt

 Vinkler bør skrives med enheten rad, for kompatibilitet med vinkelhastighet. Grader kan brukes, men pass på å holde tunga rett i munnen, siden feil enkelt kan oppstå. (Husk også på å kontrollere innstilling på kalkulator)

$$\sin(\omega_f t + \phi) = \sin\left(314, 16\frac{rad}{s}t + \frac{\pi}{3}rad\right)$$

• Den komplekse effekten **S** er (naturligvis) kompleks, og har enheten VA. Alle komplekse verdier skal skrives på en av to følgende måter:

$$S = 4530 VA < \frac{\pi}{6} rad$$
 or $S = (3923 + j2265) VA$

 Kan også skrives med e-funksjon, men pass da på å ikke blande den med e-funksjonen som beskriver dempingen av et signal

$$\mathbf{S} = 4530 \, VA \cdot e^{j\frac{\pi}{6}rad}$$

- o Den tilsynelatende effekten |S| er en absoluttverdi (ikke kompleks) og har enheten VA $|S| = 4530 \, VA$
- o Den aktive effekten P er reell og har enheten W

$$P = \Re(S) = \Re\left(4530 \, VA \triangleleft \frac{\pi}{6} \, rad\right) = 3923 \, W$$

o Den reaktive effekten Q er reell og har enheten VAr

$$Q = \Im(S) = \Im\left(4530 \, VA \triangleleft \frac{\pi}{6} \, rad\right) = 2265 \, VAr$$

• Forbrukt effekt er definert positiv (motstand og spole)

$$P_R = 10 W$$
 $Q_L = 10 VAr$

o Produsert effekt er definert negativ (kilde og kondensator)

$$P_{S} = -10 W$$
 $Q_{C} = -10 VAr$

- Kilder kan produsere eller forbruke reaktiv effekt.
 Hvis kretsen har flere kilder, er det også mulig at kilder forbruker aktiv effekt.
- Summen av effekt til alle komponenter må alltid bli 0.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

III. Integrasjon

- Ta alltid med integrasjonskonstanten, selv om den ofte er 0 $\int f(x) dx = F(x) + C$
- Hvis et tidsintegral går fra 0 til t, er t integralgrensen
 Derfor kan ikke integrasjonsvariabelen også være t
 I slike tilfeller er det vanlig å bruke integrasjonsvariabelen τ
 Dette sikrer at man unngår å blande integrasjonsgrenser og –variable

$$\int_{0}^{t} v_{inn}(\tau) d\tau$$

o Integrasjon i tidsplanet gir s som tilleggsenhet

$$f(t)=3$$
 [] \rightarrow $F(t)=\int f(t)dt=\int 3dt=3\cdot t+C$ [s]

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

IV. Laplacetransformasjon

o Laplace transformasjon er et tidsintegral, og legger til enheten s

$$i_1(t) = I_1 \quad [A] \quad \to \quad I_1(s) = \int_0^\infty e^{-st} i_1(t) dt = \int_0^\infty e^{-st} I_1 dt = \left[-I_1 \frac{1}{s} e^{-st} \right]_0^\infty = I_1 \frac{1}{s} \quad [As]$$

• Invers Laplace transformasjon trekker fra enheten s igjen

$$I_1(s) = I_1 \cdot \frac{1}{s} \quad [As] \quad \rightarrow \quad i_1(t) = I_1 \cdot u(t) \quad [A]$$

o Transferfunksjoner må ha korrekt enhet

Hvis ikke er det et tydelig hint om at det er en feil et sted

I månge tilfeller innebærer dette ingen enhet

$$H(s) = \frac{V_{ut}(s)}{V_{inn}(s)} \quad \left[\frac{Vs}{Vs} = () \right] \qquad H(s) = \frac{V_{ut}(s)}{I_{inn}(s)} \quad \left[\frac{Vs}{As} = \Omega \right]$$

o Laplace variabelen s (kompleks frekvens) har enheten rad/s (eller 1/s)

$$t_1 = 5s$$
 $s_1 = 250 \frac{rad}{s}$ $I(s) = 3A \cdot \frac{1}{s}$ $[As]$ $\frac{di_L(t)}{dt} = 3\frac{A}{s}$ $\left[\frac{A}{s}\right]$

o Pass på å ikke blande, da den doble meningen av "s" kan lede til forvirring

$$f(t) = u(t-2s)$$
 $F(s) = \frac{1}{s} \cdot e^{-2s \cdot s} \neq \frac{1}{s} \cdot e^{-2s^2}$

o For å unngå dette problemet hjelper det å introdusere tidskonstanter

$$\tau = 2s$$
 $f(t) = u(t - \tau)$ $F(s) = \frac{1}{s} \cdot e^{-\tau \cdot s}$

o Skriv LaPlacefunksjoner til spenning eller strøm på følgende måte:

Den første delen har enhet V eller A, den andre delen har enhet s.

$$I_R(s) = \frac{V_s}{R} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s\left(s^2 + s\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}\right)} \quad [A \cdot s]$$

• Skriv transferfunksjoner på følgende måte:

Den første delen har enhet Ω , S eller ingen enhet, den andre delen har ingen enhet.

$$H(s) = \frac{I_R(s)}{V_s(s)} \left[\frac{As}{Vs} = S \right] = \frac{1}{R} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s^2 + s\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} \left[S \cdot () = S \right]$$

• Når invers Laplacetransformasjon anvendes, ikke glem u(t)

$$V_s(s) = V_s \cdot \frac{1}{s + \omega_0} \rightarrow v_s(t) = V_s \cdot e^{-\omega_0 t} \cdot u(t)$$

o Det er også mulig å løse dette ved å spesifisere for hvilken tid uttrykket er gyldig

$$V_s(s) = V_s \cdot \frac{1}{s + \omega_0} \rightarrow v_s(t) = V_s \cdot e^{-\omega_0 t} \quad t \ge 0$$

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

V. Generelle råd

• Resultatet bør alltid vurderes: Er det realistisk?

$$V_{inn} = 10 V \rightarrow V_{ut} = 50 \text{kV} \rightarrow ???$$

• Ledd som adderes må alltid ha samme enhet 3+5=8 $3V+5\Omega=??$

o Dette er også relevant for transferfunksjoner

$$H(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{R}} = \frac{\left[\frac{rad}{s}\right]}{\left[\frac{rad}{s}\right] + \left[\frac{1}{\Omega}\right]} \rightarrow ???$$

o Parametere må ha indeks for å vise forskjell fra variabler

$$\begin{aligned} v_{\mathit{inn}}(t) &= V_{\mathit{inn}} \cdot \sin\left(\omega_{\mathit{f}} \, t + \varphi_{\mathit{inn}}\right) & t = \mathit{variabel} & \omega_{\mathit{f}} = \mathit{parameter} \\ H\left(j\,\omega\right) &= \frac{j\,\omega}{j\,\omega + \frac{1}{t_{\mathit{c}}}} & \omega = \mathit{variabel} & t_{\mathit{c}} = \mathit{parameter} \end{aligned}$$

• Alle grafer skal ha benevning og verdier langs aksene X - axis: $t[ms] \quad Y - axis$: $V_{inn}[kV]$

o Skaler grafene fornuftig

$$V = 230 V \rightarrow scale \approx \frac{50 V}{1 cm}$$

o Definer nye parametere for å forenkle uttrykk

$$I = \frac{V}{R \| j X_L} \longrightarrow Z_p = R \| j X_L = \frac{R}{1 + \left(\frac{R}{X_L}\right)^2} + j \frac{X_L}{1 + \left(\frac{X_L}{R}\right)^2} \longrightarrow I = \frac{V}{Z_p}$$

Bruk PSIM for å sjekke svar

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

VI. Nomenklatur

- Konstante parametere skrives med store bokstaver.
 Verdien kan være DC, AC eller startverdien til en transient.
- ° I stasjonær vekselstrømanalyse skrives effektivverdien på følgende måte. $V_{inn} = 100 \text{V}$
- ° I stasjonær vekselstrømanalyse skrives amplitudeverdien med hat. $\hat{V}_{inn} = \sqrt{2} \, V_{inn}$
- Oen fundamentale frekvensen til en krets eller en kilde skrives: $ω_f = 2π f_f$
- Tidsfunksjoner skrives med liten bokstav og med (t). $v_{inn}(t) = V_{inn} \sin(\omega_f t)$
- LaPlacefunksjoner skrives med stor bokstav og med (s).
 Uten (s) ser frekvensfunksjonen akkurat ut som en parameter.

$$V_{inn}(s) = V_{inn} \frac{\omega_f}{\omega_f^2 + s^2}$$

o wuten index brukes bare som variabel til frekvensfunksjoner

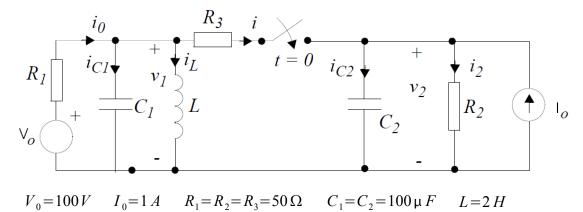
$$H(j\omega) = \frac{\omega_f}{\omega_f^2 - \omega^2}$$

- Komplekse visere skrives med stor bokstav og uthevet skrift. $V_{inn} = V_{inn} \neq 0$
- Bruk altid indeks på spenninger. Uten indeks ser V "Voltage" akkurat ut som V "Volt". $V=2V \rightarrow ??? V_{inn}=2V \rightarrow :-$)
- Knekkfrekvensen til et filter skrives:
- \circ Midtfrekvensen til et båndpass eller båndstopp filter skrives: ω_0

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 1

1) Innføring Kretsanalyse 1.A

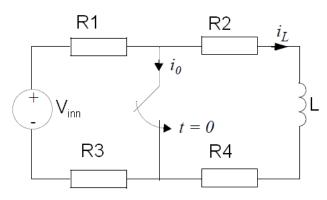


Kretsen er i stasjonær tilstand, med bryteren åpen, før t=0.

- **1.1**) Bestem verdier på de angitte strømmene og spenningene ved $t=0^-$.
- **1.2**) Bestem verdier på de angitte strømmene og spenningene ved $t=0^+$.
- 1.3) Bestem verdier på de angitte strømmene og spenningene ved $t=\infty$.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

2) Innføring Kretsanalyse 1.B



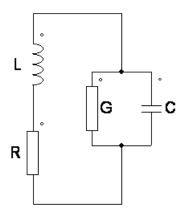
$$R_1 = 2\Omega$$
 $R_2 = 4\Omega$ $R_3 = 8\Omega$ $R_4 = 6\Omega$ $L = 5 \, mH$ $V_{inn} = 36 \, V$

Bryteren har vært åpen i lang tid. Ved tiden t=0 blir den lukket.

- **2.1**) Bestem $i_L(0^-)$, $i_L(0^+)$ og $i_L(\infty)$.
- **2.2)** Bestem $i_0(t)$ for $t \ge 0^+$.
- **2.3**) Hvor lang tid (t_1) tar det fra bryteren lukkes til $i_0(t_1)=3,2$ A ?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

3) Innføring Kretsanalyse 1.C



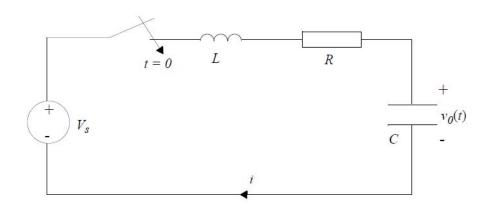
Motstand $R[\Omega]$, motstand $G[S=\Omega^{-1}]$, spole L[H] og kondensator C[F] er parametere.

- **3.1**) Finn den karakteristiske ligningen til kretsen.
- **3.2**) Finn røttene i den karakteristiske ligningen.
- 3.3) Hvordan blir ligningen og røttene, om vi setter R=0? Hva slags krets er dette? Hva er betingelsen for over-, under- og kristisk dempning?
- 3.4) Hvordan blir ligningen og røttene, om vi setter G=0? Hva slags krets er dette? Hva er betingelsen for over-, under- og kristisk dempning?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 2

4) RLC-Krets 2.A



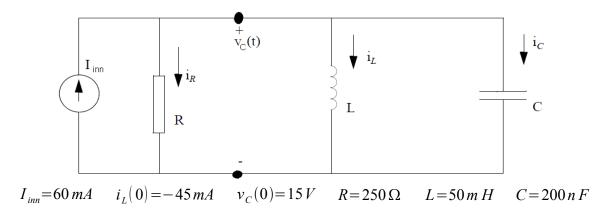
$$V_s = 80 V$$
 $L = 1 H$ $R = 8 k \Omega$ $C = 50 n F$

Den initielle energien i kretsen er null, dvs. at verken spolen eller kondensatoren har lagret elektromagnetisk energi før bryteren legges inn. Ved tiden t=0 lukkes bryteren.

- **4.1**) Finn $v_0(t)$ for $t \ge 0^+$.
- **4.2)** I hvilket tidspunkt t_{max} når $v_0(t)$ sin maksimale amplitude? Hva er den maksimale amplituden $v_0(t_{max})$?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

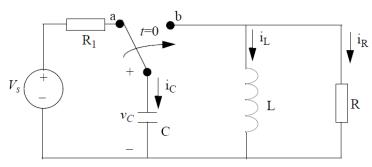
5) RLC-Krets 2.B



- **5.1**) Finn $i_R(t)$ for $t \ge 0$.
- **5.2)** Finn $i_C(t)$ for $t \ge 0$.
- **5.3**) Finn $i_L(t)$ for $t \ge 0$.
- 5.4) I hvilket tidspunkt t_{max} når $v_C(t)$ sin maksimale amplitude? Hva er den maksimale amplituden $v_C(t_{max})$?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

6) **RLC-Krets 2.C**



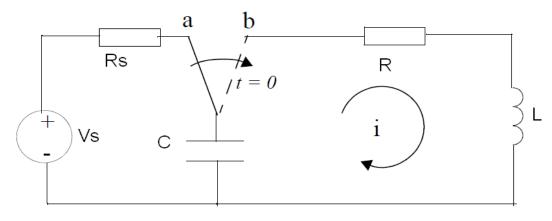
$$V_s = 100 V$$
 $R_1 = 20 \Omega$ $R = 50 \Omega$ $L = 31,25 mH$ $C = 2 \mu F$

Før $t=0^-$ har bryteren stått i posisjon a i lang tid og vi har stasjonære forhold i kretsen. Ved tiden t=0 slår bryteren over i posisjon b.

- $\begin{array}{lll} {\rm Finn} & v_C(t\!=\!0^-) & i_C(t\!=\!0^-) & i_L(t\!=\!0^-) & i_R(t\!=\!0^-) & . \ {\rm Begrunn \ svarene.} \\ {\rm Finn} & v_C(t\!=\!0^+) & i_C(t\!=\!0^+) & i_L(t\!=\!0^+) & i_R(t\!=\!0^+) & . \ {\rm Begrunn \ svarene.} \end{array}$ **6.1**)
- **6.2**)
- Finn $v_C(t)$ for t>0. **6.3**)
- I hvilket tidspunkt t_{min} når $v_C(t)$ sin minimale amplitude? **6.4**) Hva er den minimale verdien $v_C(t_{min})$?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

7) RLC-Krets 2.D



 $V_s = 30 V$ $R_s = 3.3 k \Omega$ $C = 2 \mu F$ $R = 60 \Omega$ L = 5 m H

Bryteren har stått i posisjon a i lang tid. Ved t=0 slår bryteren over i posisjon b.

- **7.1)** Finn tidsforløpet til i(t), $v_C(t)$ og $v_L(t)$ for t>0. (Sjekk svaret ved å kontrollere spenningen i den høyre sløyfen)
- 7.2) Hva må vi endre induktansen til L_{Krit} for at systemet skal bli kritisk dempet?
- **7.3**) Hva blir tidsforløpet $i_{Krit}(t)$ i såfall?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 3

8) Vekselstrømanalyse 3.A

En spenningskilde gir ut en cosinusformet vekselspenning $v_s(t)$ med en amplitude på \hat{V}_s =90V , og en fundamental frekvens på f_f =80Hz .

Spenningen i t=0 er $v_s(t=0) = \frac{\hat{V}_s}{2}$ og stigende.

- **8.1**) Skriv et uttrykk for spenningssignalet.
- **8.2**) Hva er effektivverdien til spenningen?
- **8.3**) Hva er periodetiden T_f til signalet?
- **8.4)** I hvilket tidspunkt t_1 etter t=0 når spenningen første gang et nivå på $v_s(t_1) = \hat{V}_s$?
- **8.5**) Hva er fasevinkelen $\phi(t_2)$ ved $t_2=5$ ms ?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

9) Vekselstrømanalyse 3.B

$$v(t) = V_1 \cdot \cos(\omega t + \phi_1) + V_2 \cdot \sin(\omega t + \phi_2)$$

9.1) Skriv uttrykket for spenningen på viserform.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

10) Vekselstrømanalyse III.C

Vi har 4 elektriske komponenter, motstand α og β , spole γ og kondensator δ

- α er oppgitt som resistans $R[\Omega]$
- β er oppgitt som konduktans $G\left[S = \frac{1}{\Omega}\right]$
- γ er oppgitt som induktans $L[H=\Omega s]$
- δ er oppgitt som kapasitans $C\left[F = \frac{s}{\Omega}\right]$

Vinkelfrekvensen er oppgitt som $\omega_f \left[\frac{rad}{s} \right]$

- **10.1**) Finn algebraisk uttrykk for:
 - Resistans R_0
 - Reaktans X_{γ} X_{δ}
 - Konduktans G_{α}
 - Susceptans B_{y} B_{δ}
 - Impedans Z_{α} Z_{β} Z_{γ} Z_{δ}
 - Admitans Y_{α} Y_{β} Y_{γ} Y_{δ}
- **10.2**) Komponentene er koblet i serie

Finn algebraisk uttrykk for: R_{ser} X_{ser} Z_{ser} G_{ser} B_{ser} Y_{ser}

10.3) Komponentene er koblet parallel.

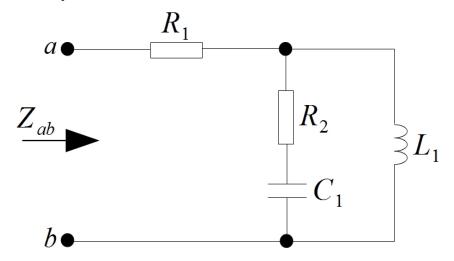
Finn algebraisk uttrykk for: $G_{\it par}$ $B_{\it par}$ $Y_{\it par}$ $R_{\it par}$ $X_{\it par}$ $Z_{\it par}$

 $R_{\alpha} = 5\Omega$ $G_{\beta} = 0.25S$ $L_{\gamma} = 20 \, mH$ $C_{\delta} = 4 \, mF$ $\omega_{f} = 100 \, \frac{rad}{s}$

- **10.4**) Finn tallsvar med korrekt fortegn og enhet til alle uttrykk.
- **10.5**) Hvilken verdier blir negative? Hvilken verdier har negative vinkel?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

11) Vekselstrømanalyse 3.D



$$\omega_f = 5 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}$$

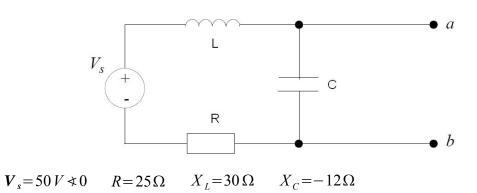
$$R_1 = 4\Omega \qquad R_2 = 10\Omega$$

$$C_1 = 10\mu F \qquad L_1 = 4mH$$

11.1) Finn impedansen Z_{ab} mellom terminalene a og b (polar og kartesisk form).

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

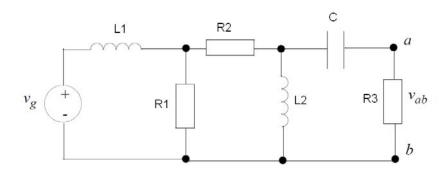
12) Vekselstrømanalyse 3.E



12.1) Finn Theveninekvivalenten for kretsen.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

13) Vekselstrømanalyse 3.F



$$\begin{aligned} v_g(t) &= \hat{V}_g \cdot \cos\left(\omega_f t + \phi_g\right) & \hat{V}_g &= 40 \, V & \omega_f &= 200 \, \frac{rad}{s} & \phi_g &= -\frac{\pi}{3} \, rad \\ L_1 &= 10 \, m \, H & R_1 &= 10 \, \Omega & R_2 &= 12 \, \Omega & L_2 &= 20 \, m \, H & C &= 500 \, \mu \, F & R_3 &= 20 \, \Omega \end{aligned}$$

13.1) Bruk nodespenningsmetoden til å finne spenningen $v_{ab}(t)$ over lastmotstanden.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 4

14) Effekt 4.A

Spenningen over og strømmen gjennom en komponent er gitt ved:

$$\hat{V}_{k} = 325 V \qquad \Phi_{v} = \frac{2\pi}{12} rad \qquad \qquad \hat{I}_{k} = 12 A \qquad \Phi_{i} = -\frac{\pi}{12} rad$$

$$v_{k}(t) = \hat{V}_{k} \cdot \cos(\omega_{f} t + \Phi_{v}) \qquad i_{k}(t) = \hat{I}_{k} \cdot \cos(\omega_{f} t + \Phi_{i})$$

- **14.1**) Er dette en induktiv eller kapasitiv komponent? Hvordan ser du det?
- **14.2**) Hva er effektfaktoren *pf* til komponenten?
- 14.3) Finn kompleks effekt S_k , tilsynelatende effekt $|S_k|$, aktiv effekt P_k og reaktiv effekt Q_k til komponenten.

Presiser om aktiv og reaktiv effekt er forbrukt eller produsert av komponenten.

Nå er situasjonen slik at komponenten forbruker $P'_{k}=1500W$ aktiv effekt og produserer $Q'_{k}=-866VAr$ reaktiv effekt.

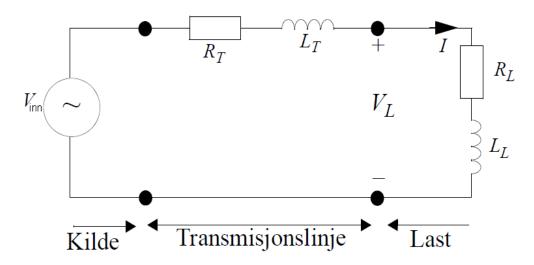
14.4) Finn kompleks effekt S'_k og tilsynelatende effekt $|S'_k|$ til komponenten.

Spenningen over komponenten er uforandret.

14.5) Finn strømmens amplitude \hat{I}'_k og vinkel Φ'_i .

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

15) Effekt 4.B



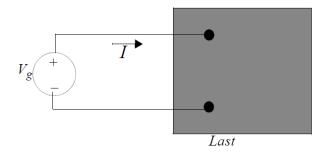
 $V_{inn} = 230 \, V$ $R_L = 20 \, \Omega$ $R_T = 1 \, \Omega$ $f_f = 50 \, Hz$ $L_L = 300 \, mH$ $L_T = 20 \, mH$

Alle spenninger og strømmer er effektivverdier.

- **15.1**) Beregn viseren I og i(t).
- 15.2) Skisser V_{inn} , V_T (spenningen over transmisjonslinjen), V_L (spenningen over lasten), og I i et viserdiagram der V_{inn} velges reell.
- **15.3**) Beregn tilsynelatende-, aktiv- og reaktiv effekt i lasten.
- **15.4**) Beregn effektfaktoren sett fra kilden.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

16) Effekt **4.**C



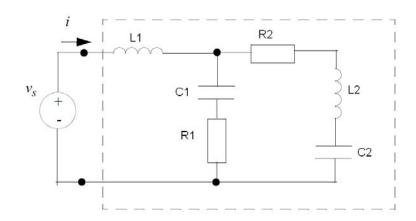
Lasten forbruker P=6 kW aktiv effekt og Q=4,5 kVAR reaktiv effekt.

$$I = I_{eff} \triangleleft \varphi_i$$
 $I_{eff} = 35 A$ $\varphi_i = -0.8 rad$

16.1) Finn effektivverdien og fasevinkelen til V_g .

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

17) Effekt 4.D

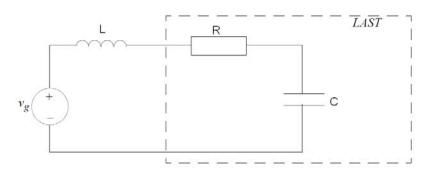


$$\begin{aligned} v_s(t) &= \hat{V}_s \cdot \cos\left(\omega_f t\right) & \omega_f &= 2 \cdot 10^3 \frac{rad}{s} & \hat{V}_s &= 60 V \\ L_1 &= 6 \, mH & C_1 &= 50 \, \mu \, F & R_1 &= 20 \, \Omega & R_2 &= 12 \, \Omega & L_2 &= 8 \, mH & C_2 &= 20 \, \mu \, F \end{aligned}$$

- **17.1**) Finn impedansen i kretsen sett fra spenningskilden.
- 17.2) Finn strømmen I som viser og i(t).
- 17.3) Finn aktiv effekt P og reaktiv effekt Q til kretsen.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

18) Effekt 4.E



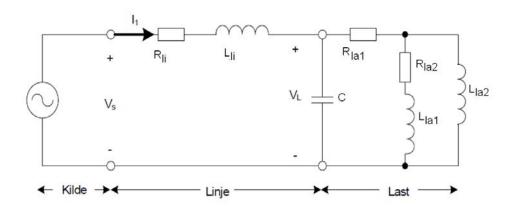
$$v_g(t) = \hat{V}_g \cdot \cos(\omega_f t)$$
 $\hat{V}_g = 80 V$ $\omega_f = 5 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}$

 $L = 800 \, m \, H$ $R = 5 \, k \, \Omega$ $C = 80 \, n \, F$

- 18.1) Finn den aktive effekten P_{Last} til lasten. Finn den reaktive effekten Q_{Last} til lasten. Finn den tilsynelatende effekten $|S_{Last}|$ til lasten.
- **18.2**) Finn den aktive effekten P_L til spolen. Finn den reaktive effekten Q_L til spolen.
- 18.3) Finn den aktive effekten P_g til kilden. Finn den reaktive effekten Q_g til kilden.
- **18.4**) Sjekk svar via summen over all aktive effekt og reaktive effekt.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

19) Effekt 4.F



$$V_s = 300 V$$
 $V_s = V_s < 0$ $\omega_f = 314 \frac{rad}{s}$

$$R_{Li} = 1,2 \Omega$$
 $X_{Li} = 30 m \Omega$

$$R_{La,1} = 4 \Omega$$
 $R_{La,2} = 3 \Omega$ $X_{La,1} = 1,4 \Omega$ $X_{La,2} = 16 \Omega$

Alle strømmer og spenninger er uttrykt ved komplekse størrelser basert på effektivverdier. Se bort fra kondensator

- 19.1) Beregn strømmen I_1 og spennigen V_{La} .
- 19.2) Bestem aktiv effekt P og reaktiv effekt Q til lasten. Hva blir effektfaktoren (power factor) til lasten? Er lasten induktiv eller kapasitiv? Begrunn svaret.
- **19.3**) Beregn effekttapene i overføringslinja.

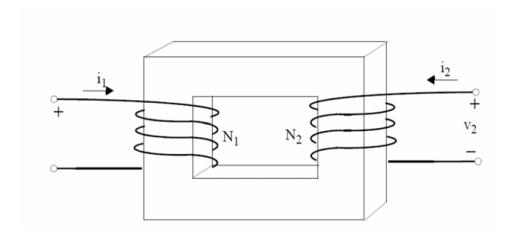
Nå blir kondensator C koblet over lastterminalene.

- **19.4**) Bestem kapasitansen C som gjør at vi får fasekompensering av lasten som resulterer i at effektfaktoren blir lik en (pf = 1.0).
- **19.5**) Beregn effekttapet i linja i dette tilfellet.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 5

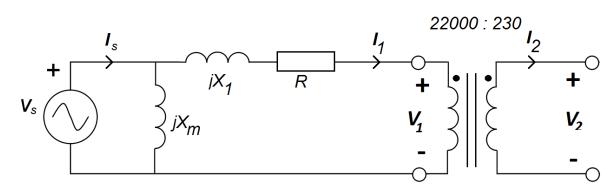
20) Transformator V.A



20.1) Bestem to forskjellige prikkmarkeringer for de koblede spolene. Begrunn svaret.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

21) Transformator 5.B



Oppgitt:
$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}$$
 $I_1 \cdot N_1 = I_2 \cdot N_2$ $\frac{N_1}{N_2} = \frac{22000}{230}$

Alle spenninger og strømmer er effektivverdier.

For å finne verdiene på R , X_1 og X_m , blir to målinger utført:

Klemmene på sekundærsida blir kortsluttet $V_2 = 0$.

En spenning $V_s = 2130 V$ blir påtrykt.

Strømmen gjennom kortslutningen blir målt til $I_2=500 A$.

Aktiv effekt levert fra spenningskilden blir målt til $P_s = -2100 W$.

(Her ser vi bort fra X_m , dvs $X_m \rightarrow \infty$)

21.1) Hva blir R og X_1 ?

Nå lar vi klemmene over sekundærviklingen stå åpne.

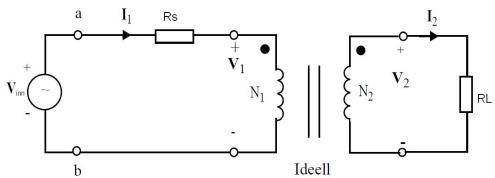
En spenning $V'_s = 22000 V$ blir påtrykt.

Strømmen fra spenningskilden blir målt til $I'_s = 0.4 A$.

21.2) Hva blir verdien på X_m ?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

22) Transformator 5.C



Strømmer og spenninger uttrykkes ved effektivverdier.

Oppgitt:
$$\frac{\boldsymbol{V_1}}{N_1} = \frac{\boldsymbol{V_2}}{N_2} \qquad \boldsymbol{I_1} \cdot N_1 = \boldsymbol{I_2} \cdot N_2 \qquad n = \frac{N_1}{N_2} = 5$$

$$R_s = 20 \Omega \qquad R_L = 40 \Omega$$

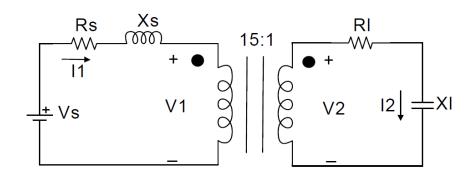
- 22.1) Lastspenningen V_2 =100V . Hva blir strømmene i transformatoren, dvs. I_1 og I_2 (effektivverdier og fasevinkler)?
- 22.2) Regn ut spenningskildens spenning V_{inn} (effektivverdi og fasevinkel).
- **22.3**) Hvor stor aktiv effekt leverer spenningskilden?

Lastmotstanden erstattes nå av en impedans $Z_L = (4+j3)\Omega$.

- **22.4**) Hvor stor impedans møter nå spenningskilden ved klemmene a b?
- **22.5**) Med forandret Z_L , hva er forholdet mellom aktiv og reaktiv effekt levert av spenningskilden?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

23) Transformator 5.D



$$R_s = 2 k \Omega$$
 $X_s = 4 k \Omega$ $R_L = 8 \Omega$ $X_L = -20 \Omega$ $V_s = 20 kV$ $n = \frac{N_1}{N_2} = 15$

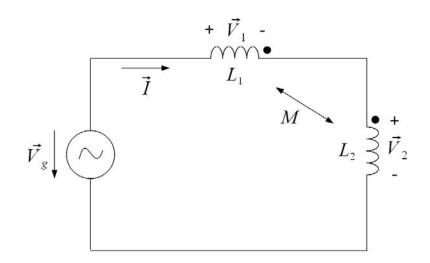
- **23.1**) Finn lastimpedansen Z_L' sett fra primærsiden og totalimpedansen Z i kretsen som set fra spenningskilden.
- **23.2)** Finn V_1 , I_1 , V_2 og I_2 .
- 23.3) Kan vi, ved å justere viklingsforholdet til transformatoren, sørge for at V_s og I_1 kommer i fase med hverandre? Hva blir viklingstallet n^* i så fall? Hva blir lastimpedansen $Z_L'^*$ sett fra primærsiden?
- 23.4) Sammenlign forholdet mellom produsert aktiv effekt og aktiv effekt levert til lasten for den opprinnelige kretsen og kretsen med justert viklingsforholdet.Hva blir virkningen av å endre viklingstallet?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 6

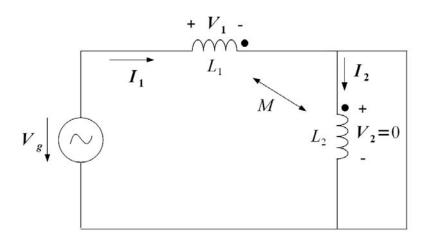
24) Koblede Induktanser 6.A

24.1) Gjengi prikkonvensjonen.



$$V_g = 100 V < 0$$
 $X_{L_1} = 6 \Omega$ $X_{L_2} = 8 \Omega$ $X_M = 2 \Omega$

24.2) Finn spenningen over begge spolene.

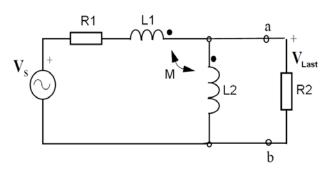


Spole 2 er nå kortsluttet.

24.3) Finn strømmen gjennom begge spolene.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

25) Koblede Induktanser 6.B



Oppgitt: $S = V \cdot I^*$ (Basert på effektivverdier)

$$R_1 = 3 \Omega$$
 $X_{L_1} = 4 \Omega$ $X_{L_2} = 9 \Omega$ $X_M = 3 \Omega$ $R_2 = 9 \Omega$ $V_s = 180 V$

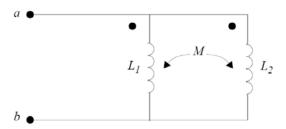
- **25.1**) Finn V_{Last}
- **25.2**) Finn aktiv effekt P_{Last} levert til lastmotstanden.
- **25.3**) Beregn aktiv og reaktiv effekt levert fra kilden.
- **25.4**) Beregn den prosentvise andel av den genererte aktive effekten som blir levert til lasten.
- **25.5**) Beregn Theveninekvivalenten sett fra klemmene a b.

Lastmotstanden blir erstattet med en variabel impedans $Z_{\textit{Last}}$. Impedansen justeres til den verdien som gir maksimal aktiv effekt i lasten.

25.6) Bestem verdien på Z_{Last} og beregn den maksimale effekten som overføres til lasten.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

26) Koblede Induktanser 6.C



26.1) Vis at de to magnetisk koblede spolene kan erstattes med en enkel spole

$$L_{ab} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M}$$

Hva skjer når den gjensidige koblingen $M \rightarrow 0$? Kommenter.

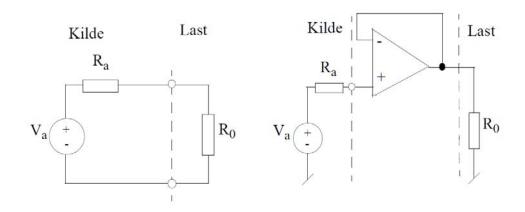
26.2) Vis at dersom den magnetiske polariteten av spole L_2 er motsatt så er

$$L_{ab}' = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2 \cdot M}$$

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 7

27) Operasjonsforsterker 7.A



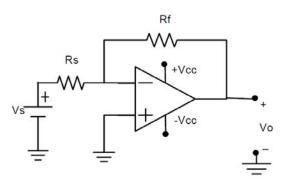
$$R_a = 68 k \Omega$$
 $R_0 = 12 k \Omega$ $V_a = 480 m V$

Effektoverføringen i de to kretsene skal sammenlignes.

- **27.1**) Hvilke egenskaper har en ideell operasjonsforsterker?
- 27.2) Beregn effekten overført til lastmotstanden R_0 for begge kretser. Hva er forholdet mellom effektene?
- 27.3) Beregn effekten overført til lastmotstanden R_0 om R_a =0 for begge kretser. Forklar hvilken innvirkning operasjonsforsterkeren har på kretsen.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

28) Operasjonsforsterker 7.B

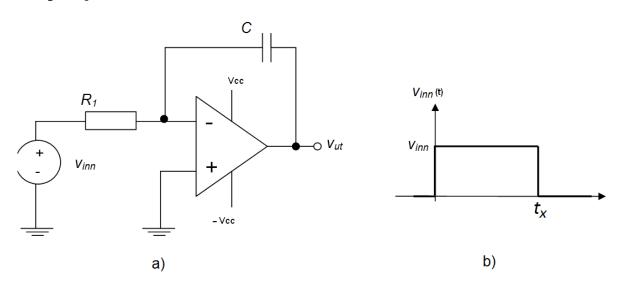


$$R_s = 40 k \Omega$$
 $R_f = 120 k \Omega$ $V_{CC} = 10 V$

- **28.1**) Finn V_0 hvis V_s er hhv 2V og 4V.
- **28.2**) Finn begrensningen på V_s når vi ønsker at operasjonsforsterkeren skal holde seg i det lineære arbeidsområdet.
- **28.3**) Hva må vi endre R_f til for å få en forsterkningsfaktor på K=5? Hva blir da begrensningen på V_s ?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

29) Operasjonsforsterker 7.C



$$R_1 = 1 k \Omega$$
 $C = 5 \mu F$

Operasjonsforsterkeren er tilknyttet en forsyningsspenning $V_{cc} = \pm 15 V$.

$$V_{inn} = 5V$$
.

Startspenningen over kondensatoren er $v_C(t=0)=0$.

- **29.1)** Vis at: $v_{ut}(t) = -\frac{1}{R_1 C} \int_0^t v_{inn}(\tau) d\tau$ for en vilkårlig $v_{inn}(\tau)$ så lenge vi ikke har metning.
- 29.2) Bruk spenningen vist i figur b. Her settes varigheten til $t_x = 10 \text{ms}$.

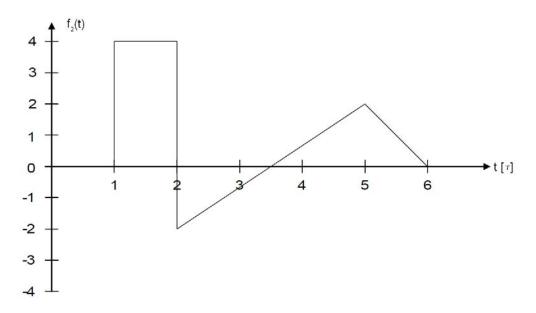
 Skissér utgangsspenningen v_{ut} som funksjon av tiden for -5 ms < t < 25 ms.
- 29.3) Nå settes varigheten til t_x =20ms . Skissér utgangspenningen $v_{ut}(t)$. Hvilken verdi vil utgangsspenninga $v_{ut}(t=\infty)$ gå mot etter uendelig land tid?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

30) Signaler 7.D

$$f_{1}(t) = 4 \cdot \frac{t}{\tau} \cdot \left[u(t) - u(t - \tau) \right] + 4 \cdot \left[u(t - \tau) - u(t - 4\tau) \right] + \left(8 - \frac{t}{\tau} \right) \cdot \left[u(t - 4\tau) - u(t - 8\tau) \right]$$

30.1) Skisser $f_1(t)$ i tidsplanet.



30.2) Finn et uttrykk for $f_2(t)$.

30.3) Vis at
$$F_2(s) = \left(4 \cdot e^{-\tau \cdot s} - 6 \cdot e^{-2\tau \cdot s}\right) \cdot \frac{1}{s} + \left(\frac{4}{3} \cdot e^{-2\tau \cdot s} - \frac{10}{3} \cdot e^{-5\tau \cdot s} + 2 \cdot e^{-6\tau \cdot s}\right) \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{s^2}$$

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

31) Innføring LaPlace 7.E

$$f(t) = \cos(\omega t)$$

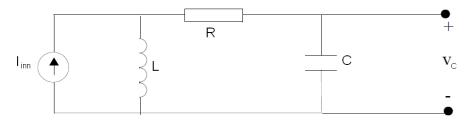
31.1) Finn
$$F(s)$$
 (beregn LaPlace-integral av $f(t)$)

Hint:
$$\cos(x) = \frac{1}{2} (e^{jx} + e^{-jx})$$

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 8

32) LaPlace-Analyse 8.A



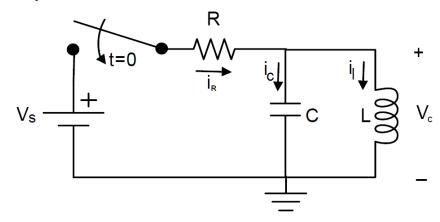
I kretsen har strømmen vært slått av i lang tid før vi setter på strømspranget.

$$i_{inn}(t) = I_{inn} \cdot u(t)$$
 $I_{inn} = 15 A$ $L = 1 H$ $R = 7 \Omega$ $C = 100 mF$

- **32.1)** Finn $V_C(s)$.
- **32.2)** Finn $v_C(0)$ og $v_C(\infty)$.
- **32.3**) Finn $v_C(t)$.
- 32.4) I hvilket tidspunkt t_{max} når $v_C(t)$ sin maksimale amplitude? Hva er den maksimale amplituden $v_C(t_{max})$?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

33) LaPlace-Analyse 8.B



Bryteren har stått åpen i lang tid. $v_c(0)=0$ $i_L(0) = 0$

33.1) Vis at
$$\frac{V_C(s)}{V_s(s)} = \frac{s \frac{1}{RC}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

33.1) Vis at
$$\frac{V_C(s)}{V_s(s)} = \frac{s\frac{1}{RC}}{s^2 + s\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

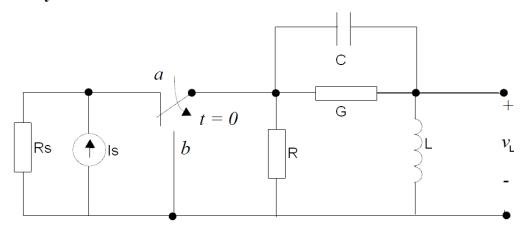
33.2) Vis at $\frac{I_R(s)}{V_s(s)} = \frac{1}{R} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s^2 + s\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$

Anta at:
$$R > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- Finn $v_C(t)$. 33.3)
- Finn $i_R(t)$. 33.4)

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

34) LaPlace-Analyse 8.C



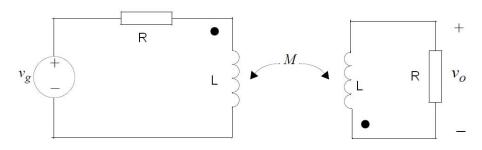
Bryteren har vært i posisjon a i lang tid når den slås over til posisjon b.

$$R_s = 8 \Omega$$
 $I_s = 9 A$ $R = 80 \Omega$ $G = 50 mS$ $C = 6,25 \mu F$ $L = 6,4 m H$

- **34.1**) Finn $V_L(s)$.
- **34.2**) Finn $I_L(s)$.
- **34.3**) Finn $v_L(t)$ for t > 0.
- **34.4)** Finn $i_L(t)$ for t>0.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

35) LaPlace-Analyse 8.D



$$R = 20 \Omega$$
 $L = 1,25 H$ $M = 0,75 H$

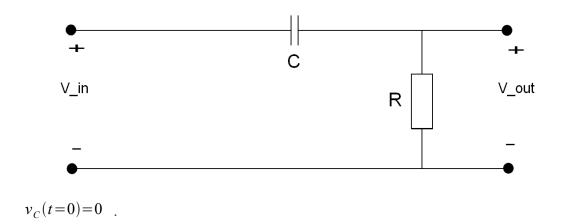
$$v_g(t) = V_g \cdot \cos(\omega_f t) \cdot u(t)$$
 $V_g = 80 V$ $\omega_f = 50 \frac{rad}{s}$

- **35.1**) Hva er koblingskoeffisient k mellom de to viklingene?
- **35.2)** Finn $\frac{V_0(s)}{V_g(s)}$
- **35.3**) Finn $V_0(s)$.
- **35.4)** Finn $v_0(t)$.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 9

36) Passive Filter 9.A



- **36.1**) Finn transferfunksjonen $H(j\omega)$ for filteret.
- **36.2)** Finn et utrykk for knekk-vinkelfrekvensen ω_C .

$$C = 5 \text{nF}$$
 $R = 50 k \Omega$

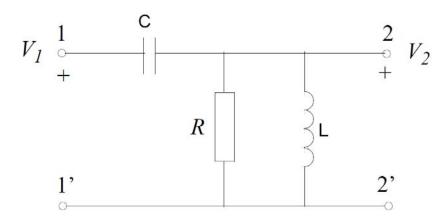
- 36.3) Tegn amplituden og fasen til $H(j\omega)$ med lineær skala på begge akser. Plassér diagrammene slik at frekvensaksene for de to diagrammene kommer ovenfor hverandre.
- **36.4**) Design et filter av samme type når du får oppgitt at knekk-frekvensen skal være $f_C = 300$ Hz og at du har en kondensator med $C = 100 \, nF$ tilgjengelig.

Det blir koblet inn en lastmotstand, og ved måling finner vi at knekk-frekvensen er nå på f_{C} =333 Hz .

36.5) Hva er verdien på lastmotstanden?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

37) Passive Filter 9.B



NB! Der går aldri noen strøm ut av kretsen ved terminal 2-2.

37.1) Beregn transferfunksjonen $H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ for kretsen.

37.2) Sett
$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
 og $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ og uttrykk $H(s)$ uten R , L og C .

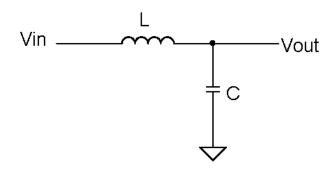
- **37.3**) Vis plasseringen av poler og nullpunkter i det komplekse plan.
- **37.4**) Finn uttrykket for $H(j\omega)$.
- 37.5) Skissèr $|H(j\omega)|$

Hjelp: Beregn
$$|H(j\omega)|$$
 for $\omega = 0, \frac{1}{2}\omega_1, \omega_1, \frac{3}{2}\omega_1, 2\omega_1 \log 3\omega_1$

37.6) Hva slags filter representerer kretsen?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

38) Passive Filter 9.C

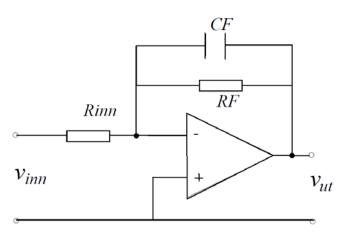


- **38.1)** Finn transferfunksjonen $H(j\omega)$.
- **38.2**) Hvor stor er amplituden til utgangssignalet ved resonansfrekvensen?
- **38.3**) Skisser amplituden og fasen til transferfunksjonen i et Bodediagram.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Øving 10

39) Aktive Filter 10.A



Kretsen representerer et LP-filter med forsterkning.

- **39.1**) Bestem sammenhengen mellom utgangssignalets og inngangsignalets amplitude.
- **39.2**) Bestem sammenhengen mellom utgangsignalets og inngangsignalets fasevinkel.

$$R_{\text{inn}} = 20 k \Omega$$
 $R_F = 100 k \Omega$ $C_F = 100 pF$
$$V_{inn} = 2 V$$
 $\omega_f = 50 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}$ $\theta_{inn} = 0$ $v_{inn}(t) = V_{inn} \cdot \sin(\omega_f t + \theta_{inn})$

39.3) Finn $v_{ut}(t)$.

 ω_f blir satt layere til $\omega'_f = 2 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}$

39.4) Finn $v'_{ut}(t)$

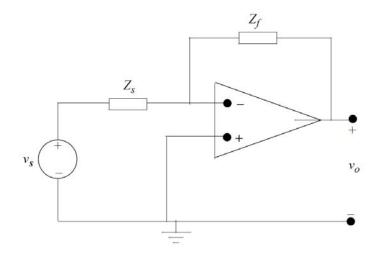
Kondensatoren C_F og forsterkningen K forandrer seg ikke. Vi trenger et filter med $f_c^* = 20 \, kHz$

39.5) Bestemm R_{inn}^* og R_F^* .

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

40) Aktive Filter 10.B

40.1) Beskriv de viktigste egenskapene for en ideell operasjonsforsterker.



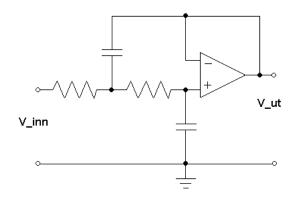
40.2) Sett opp et generelt uttrykk for V_0 som funksjon av V_s .

$$Z_s = R_s + \frac{1}{j \omega C_s} \qquad Z_f = R_f$$

- **40.3**) Finn transferfunksjonen $H(s) = \frac{V_0(s)}{V_s(s)}$.
- **40.4)** Hvilken egenskaper har filteret? Begrunn svaret.

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

41) Aktive Filter 10.C



Begge motstander og begge kondensatorer er like.

- **41.1**) Finn H(s).
- **41.2**) Hva slags filter er dette?

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

Fasit

Mange oppgaver kan sjekkes med PSIM!!!!

1. Fasit ikke mulig

2.
$$t_1 = 752 \,\mu s$$

3. Fasit ikke mulig

4.
$$v_0(t_{max}) = 80.1494 V$$

5.
$$v_C(t_{max}) = 20,5804 V$$
 $i_L(100 \,\mu s) = -6,22 \,m A$

6.
$$v_C(t_{min}) = -9.92126 V$$

7.
$$i(100 \,\mu\,s) = 295,270 \,m\,A$$
 $v_C(100 \,\mu\,s) = 20,329 \,V$ $v_L(100 \,\mu\,s) = 2,613 \,V$ $L_{krit} = 1,8 \,m\,H$ $i_{Krit}(100 \,\mu\,s) = 314,793 \,m\,A$

8.
$$v_s(1 m s) = 76,983 V$$
 $V_{s,eff} = 63,640 V$ $T_f = 12,5 ms$ $t_1 = 2,083 ms$ $\Phi(t_2) = 1,466 rad$

9. se i boka

10.
$$Z_{ser} = 9,014 \Omega < -0,05550 \, rad$$
 $Y_{par} = 0,4610 \, S < -0,2187 \, rad$

11.
$$Z_{ab} = (44 + j20)\Omega = 48,33 \Omega < 0,427 rad$$

12.
$$V_{Th} = 19,477 V < -2,195 rad$$

13.
$$v_{ab}(1 m s) = 9,635 V$$

14.
$$pf = 0.707$$
 $Q_k = 1378.8 \, VAr$ $|S'_k| = 1732.0 \, VA$ $\hat{I}'_k = 10.66 \, A$ $\Phi'_i = \frac{\pi}{3}$

15.
$$i(1 \text{ m s}) = 1,573 \text{ A}$$
 $V_L = 215,769 \text{ V} < -0,003 \text{ rad}$ $Q_L = 472,2 \text{ VAr}$ $pf = 0,20$

16.
$$V_g = 214,29 V < -0,156$$
 rad

17.
$$Z = 10.4 \Omega < 0.754 \, rad$$
 $i(1 \, m \, s) = 1.851 \, A$ $Q = 119.11 \, VAr$

18.
$$|S_L| = 656 \, \text{mVA}$$

19.
$$pf_{La} = 0.967$$
 $P_{Li} = 1748.6 W$ $P_{Li, Komp} = 1639.2 W$

20. se i boka

21.
$$X_1 = 400,165 \Omega$$

22.
$$P = -255W \frac{P}{Q} = 1.6$$

23.
$$V_2 = 1,686 \, k \, V < -1,059 \, rad$$
 $\eta = 0,474$ $\eta^* = 0,444$

Institutt: Elkraftteknikk Dato: 2012.08.14

24.
$$V_1 = 40 V$$
 $V_2 = 60 V$ $I_1 = -j18.18 A$ $I_2 = -j4.55 A$

25.
$$\eta = 40\%$$
 $P_{L,opt} = 2700W$

27. se i boka
$$\frac{P_2}{P_1} = 44,444$$

28.
$$|V_s| \le 3.333 V$$
 $R_f' = 200 k \Omega$

29.
$$t_{met} = 15 \, ms$$

30. Skissener korrekt hvis
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t) dt = 22 \tau$$

32.
$$v_0(t_{max}) = 16,2865 V$$

33. Hvis
$$R=1\Omega$$
 $L=1H$ $C=1F$ $V_s=1V$ er $i(1s)=466,49 \, mA$

34.
$$v_0(100 \,\mu\,s) = -43,416257 \,V$$
 $i_L(100 \,\mu\,s) = 1,675580 \,A$

35.
$$i_1(100 \text{ms}) = 2,686866 \, mA$$

36.
$$v_0(100 \text{ms}) = 7,062818 V$$

37.
$$\omega_c = 4.10^3 \frac{rad}{s}$$
 $R_{Last} = 48229 \,\Omega$

38.
$$s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = -\omega_1$$
 $H(3\omega_1) = \frac{9}{\sqrt{73}}$

40.
$$v_{ut}(60 \,\mu s) = -5,08893 \,V$$
 $R_{inn}^* = 15915,5 \,\Omega$