Løsningsforslag Øving 13

TEP4100 Fluidmekanikk, Vår 2013

Oppgave 10-63

Løsning Vi skal regne ut Reynolds-tallet og finne høyeste og laveste trykk og hastighet for en potensialstrømning over en sirkulær sylinder.

Antagelser Strømningen er todimensjonal (sylinderen er uendelig lang).

Analyse (a) Vi regner ut Reynolds-tallet som følger

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V_\infty d}{\mu} = \frac{\left(998.2\,\mathrm{kg/m^3}\right)(0.100481\,\mathrm{m/s})(1.00\,\mathrm{m})}{1.003\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/ms}} = 100\,000$$

$\mathrm{Re} = 1.00\cdot 10^5$ med tre gjeldende sifre. Vi kan dermed anta potensialstrømning, men antagelsen er kun gyldig oppstrøms for sylinderen.

(b) Den laveste hastigheten finner vi i stagnasjonspunktet (punktet på sylinderen som ligger lengst oppstrøms), hvor $|V|_{\mathrm{min}} = 0$. Her finner vi også det høyeste trykket. Vi bruker Bernoulli-ligningen for å finne trykket i stagnasjonspunktet

$$P + \frac{1}{2}\rho V^2 = P_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 \quad\rightarrow\quad P - P_\infty = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$$

hvor vi har satt $V = 0$ i stagnasjonspunktet. Dette gir videre

$$P - P_\infty = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 = \frac{1}{2}\left(998.2\,\mathrm{kg/m^3}\right)(0.100481\,\mathrm{m/s})^2 = 5.0391\,\mathrm{N/m^2}$$

Det høyeste trykket finner vi altså i stagnasjonspunktet hvor $(P - P_\infty)_{\mathrm{max}} = 5.04\,\mathrm{N/m^2}$ (med tre gjeldende sifre.

Den høyeste hastigheten finner vi i de to punktene på sylinderflaten som ligger vinkelrett fra sylindersenteret på strømningsretningen, hvor $|V|_{\mathrm{max}} = 2V_\infty = 0.201\,\mathrm{m/s}$. Her finner vi også det laveste trykket

$$P + \frac{1}{2}\rho V^2 = P_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 \quad\rightarrow\quad P - P_\infty = \frac{1}{2}\rho\left(V_\infty^2 - V^2\right)$$

Vi setter $V = 2V_\infty$ og får

$$P - P_\infty = \frac{-3}{2}\rho V_\infty^2 = \frac{-3}{2}\left(998.2\,\mathrm{kg/m^3}\right)\left(0.100481\,\mathrm{m/s}\right)^2 = -15.1174\,\mathrm{N/m^2}$$

Vi finner det laveste trykket på sylinderskulderen, hvor $(P - P_\infty)_{\min} = -15.1\,\mathrm{N/m^2}$ (uttrykt med to gjeldende sifre).

Diskusjon Husk at potensialstrømning er en tilnærming hvor vi antar virvlingsfri strømning overalt. Vi vet at det i virkeligheten er virvling i gresesjiktet som ligger inntil sylinderveggen.

Løsningsforslag til tilleggsoppgaven i MatLab finner du på It'sLearning i filen *MatLab_LF13.m*

Oppgave 10-80

Løsning Vi ønsker å bestemme om grensesjiktet på undersiden av en kano er laminært eller turbulent.

Antagelser **1** Strømningen er stasjonær og inkompressibel. **2** Bunnen på kanoen er antatt å være en glatt flat plate orientert med strømretningen. **3** Vannet under kanoen har en hastighet på $V = 8\,\mathrm{km/h}$ relativt til kanoen.

Egenskaper Den kinematiske viskositeten til vann ved $T = 10°\mathrm{C}$ er $\nu = 1.307 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$.

Analyse Først finner vi Reynolds-tallet ved bakre ende av kanoen

$$\mathrm{Re}_x = \frac{Vx}{\nu} = \frac{(8/3.6\,\mathrm{m/s})(4.9\,\mathrm{m})}{1.306 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}} = 8.33 \cdot 10^6$$

Ettersom Re_x er mye større enn $\mathrm{Re}_{x,\mathrm{kritisk}}$ $(5 \cdot 10^5)$ og også større enn $\mathrm{Re}_{x,\mathrm{overgang}}$ $(50 \cdot 10^5)$, vil grensesjiktet ved bakre ende av kanoen være turbulent.

Diskusjon Ettersom undersiden av en virkelig kano ikke vil være perfekt glatt og det vil være forstyrrelser i strømningen, vil overgangen til turbulens skje tidligere og bråere enn illustrert i figur 10-81. Dette gjør at vi kan være enda sikrere på at grensesjiktet er turbulent.

Oppgave 10-93

Løsning Tykkelsen av en plate som en strømning "ser" skal bestemmes.

Antagelser **1** Strømningen er stasjonær og inkompressibel. **2** Veggene er glatte. **3** Grensesjiktet starter å vokse ved $x = 0$.

Egenskaper Den kinematiske viskositeten til luft ved 20°C er $\nu = 1.516 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$.

Analyse (a) Reynolds-tallet øker når grensesjiktet vokser langs med platen. Reynolds-tallet ved posisjon x er

$$\mathrm{Re}_x = \frac{Vx}{\nu} = \frac{(5.0\,\mathrm{m/s})(0.25\,\mathrm{m})}{1.516 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}} = 8.2454 \cdot 10^4$$

Den ingeniørmessige kritiske verdien av Reynolds-tallet for overgangen til turbulent grensesjikt i strømninger er $\mathrm{Re}_{x,\mathrm{kr}} = 5 \cdot 10^5$. Vår verdi av Re_x er lavere enn $\mathrm{Re}_{x,\mathrm{kr}}$. Re_x er faktisk også lavere enn det kritiske Reynolds-tallet for en glatt plate med ren fristrømning, $\mathrm{Re}_{x,\mathrm{kritisk}} = 1 \cdot 10^5$. Siden Re_x er lavere enn det kritiske Reynolds-tallet og siden veggene er glatte og vi har ren strømning, kan vi anta at grensesjiktet på veggen forblir laminært, i det minste til posisjon x. Vi estimerer forskyvningstykkelsen (*displacement thickness*) δ^* ved $x = 25\,\mathrm{cm}$

$$\delta^* = \frac{1.72x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} = \frac{1.72(0.25\,\mathrm{m})}{\sqrt{8.2454 \cdot 10^4}} = 1.4975 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 0.14975\,\mathrm{cm}$$

Dette tilsvarer den ekstra tykkelsen som den ytre strømningen "ser". Siden platen er 0.75 cm tykk og det oppstår et grensesjikt på hver side av platen er den tykkelsen $\bar{h}$ strømningen "ser"

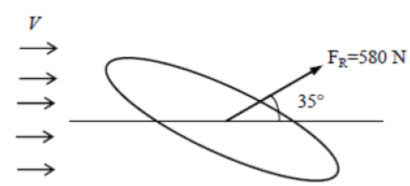
$$\bar{h} = h + 2\delta^* = 0.75\,\mathrm{cm} + 2(0.14975\,\mathrm{cm}) = \mathbf{1.05\,cm}$$

Diskusjon Vi har beholdt fem sifre i utregningene men oppgir det endelige svaret med tre gjeldende sifre. Reynolds-tallet er relativt nære det kritiske tallet. Hvis den frie luftstrømmen var uren og/eller platen ikke var glatt eller vibrerte, kunne vi kanskje forvente at grensesjiktet var i overgangsfasen, og at $\bar{h}$ derfor var større.

Oppgave 11-22

Løsning Resultantkraften på legemet er gitt. Vi skal finne dragkraften og løftet på legemet.

Analyse Løftet og dragkraften finner vi ved å dekomponere resultantkraften i to komponenter. Én i strømningsretningen og én normalt på strømningsretningen.



Dragkraft: $F_D = F_R \cos\theta = (580\,\mathrm{N}) \cos 35° = \mathbf{475\,N}$

Løft: $F_L = F_R \sin\theta = (580\,\mathrm{N}) \sin 35° = \mathbf{333\,N}$

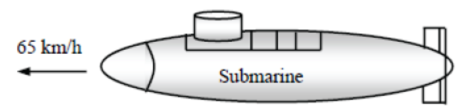
Diskusjon Merk at desto større vinkel mellom resultantkraften og strømningsretningen, desto mer løft.

Oppgave 11-37

Løsning En u-båt kan betraktes som en ellipsoide med angitt lengde og diameter. Vi ønsker å bestemme effekten som er nødvendig for holde konstant hastighet i vann, og effekten som trengs for å taue u-båten i luft.

Antagelser **1** U-båten kan betraktes som en ellipsoide. **2** Strømningen er turbulent. **3** Motsand på tau og tilhørende utstyr er neglisjerbart. **4** U-båtens bevegelse er stasjonær og horisontal.

Egenskaper Dragkoeffisienten for en ellipsoide med $L/D = 25/5 = 5$ er $C_D = 0.1$ i turbulent strømning (tabell 11-2). Tettheten til sjøvann er $1025\,\mathrm{kg/m^3}$. Tettheten til luft er $1.30\,\mathrm{kg/m^3}$.



Analyse Ettersom $1\,\mathrm{m/s} = 3.6\,\mathrm{km/h}$, er hastigheten til u-båten lik $V = 65/3.6\,\mathrm{m/s} = 18.06\,\mathrm{m/s}$. Projeksjonsarealet for ellipsoiden er $A = \pi D^2/4$. Da blir dragkraften på u-båten

I vann:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = (0.1)[\pi(5\,\mathrm{m})^2/4]\frac{(1025\,\mathrm{kg/m^3})(18.06\,\mathrm{m/s})^2}{2} = 3.282 \cdot 10^5\,\mathrm{N} = 328.2\,\mathrm{kN}$$

I luft:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = (0.1)[\pi(5\,\mathrm{m})^2/4]\frac{(1.30\,\mathrm{kg/m^3})(18.06\,\mathrm{m/s})^2}{2} = 416\,\mathrm{N} = 0.416\,\mathrm{kN}$$

Ettersom effekt er kraft multiplisert med hastighet blir nødvendig effekt

I vann: $\dot{W}_{\mathrm{drag}} = F_D V = (3.282 \cdot 10^5\,\mathrm{N})(18.06\,\mathrm{m/s}) = 5.927 \cdot 10^6\,\mathrm{W} \cong \mathbf{5930\,kW}$

I vann: $\dot{W}_{\mathrm{drag}} = F_D V = (416\,\mathrm{N})(18.06\,\mathrm{m/s}) = 7.51 \cdot 10^3\,\mathrm{W} = \mathbf{7.51\,kW}$

Effekten som er krevd for å holde konstant hastighet i vann blir derfor 5930 kW. Nødvendig effekt for å taue u-båten i luft er 7.51 kW.

Diskusjon Den høyere tettheten i vann gjør at dragkraften blir mye større.
