

TET4100 Kretsanalyse – Løsning

Institutt: Elkraftteknikk

Dato: 2012.08.15

Øving 6

24) Koblede Induktanser 6.A

24.1) Prikkonvensjonen: Når retningen til strømmen er inn på terminal med prikk på en spole, er polariteten til spenningen indusert i den andre spolen positiv ved prikk.

$$24.2) \quad V_1 = I j X_{L_1} - I j X_M = I j (X_{L_1} - X_M) = 4 \text{ } \mathbb{I} j$$

$$V_2 = I j X_{L_2} - I j X_M = I j (X_{L_2} - X_M) = 6 \text{ } \mathbb{I} j$$

$$V_1 + V_2 = V_g = I j (X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M) = 10 \text{ } \mathbb{I} j$$

$$I = -j \frac{V_g}{(X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M)} = \div 10 \text{ } j \text{ } A$$

$$V_1 = -j \frac{V_g}{(X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M)} j (X_{L_1} - X_M) = V_g \frac{X_{L_1} - X_M}{X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M} = 40 \text{ } V$$

$$\text{Tilsvarende, } V_2 = V_g \frac{X_{L_2} - X_M}{X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M} = 60 \text{ } V$$

$$24.3) \quad V_2 = 0 = I_2 j X_{L_2} - I_1 j X_M$$

$$I_2 = I_1 \frac{X_M}{X_{L_2}} = \mathbb{I}_1 \cdot \frac{1}{4}$$

$$V_1 = V_g = I_1 j X_{L_1} - I_2 j X_M$$

$$V_g = I_1 j X_{L_1} - I_1 \frac{X_M}{X_{L_2}} j X_M = I_1 j \left(X_{L_1} - \frac{X_M^2}{X_{L_2}} \right) = \mathbb{I}_1 \cdot 5,5 j$$

$$I_1 = -j \frac{V_g}{X_{L_1} - \frac{X_M^2}{X_{L_2}}} = \div 18,18 \text{ } j \text{ } A$$

$$I_2 = -j \frac{V_g}{X_{L_1} - \frac{X_M^2}{X_{L_2}}} \frac{X_M}{X_{L_2}} = -j \frac{V_g}{\frac{X_{L_1} X_{L_2} - X_M^2}{X_{L_2}}} = -4,55 \text{ } j$$

TET4100 Kretsanalyse – Løsning

Institutt: Elkraftteknikk

Dato: 2012.08.15

25) Koblede Induktanser 6.B

25.1) $I_1 = I_1 \angle \phi_{I_1} = \text{Strøm venstre sløyfe}$ $I_2 = I_2 \angle \phi_{I_2} = \text{Strøm høyre sløyfe}$

Høyre sløyfe: $0 = I_2 \cdot R_2 - (I_1 - I_2) \cdot j X_{L_2} + I_1 \cdot j X_M$

$$0 = I_1 \cdot j (X_M - X_{L_2}) + I_2 \cdot (R_2 + j X_{L_2})$$

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{X_{L_2} - j R_2}{X_{L_2} - X_M} = I_2 (1,5 - 1,5j)$$

Venstre sløyfe: $V_s = I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot j X_{L_1} - (I_1 - I_2) \cdot j X_M + (I_1 - I_2) \cdot j X_{L_2} - I_1 \cdot j X_M$

$$V_s = I_1 \cdot (R_1 + j (X_{L_1} - 2 X_M + X_{L_2})) + I_2 \cdot j (X_M - X_{L_2})$$

$$X_{L_1} - 2 X_M + X_{L_2} = X_{tot} = 7$$

$$V_s = I_1 \cdot (R_1 + j X_{tot}) + I_2 \cdot j (X_M - X_{L_2})$$

$$V_s = I_2 \cdot \frac{X_{L_2} - j R_2}{X_{L_2} - X_M} \cdot (R_1 + j X_{tot}) + I_2 \cdot j (X_M - X_{L_2})$$

$$V_s = I_2 \cdot \left(\frac{X_{L_2} - j R_2}{X_{L_2} - X_M} \cdot (R_1 + j X_{tot}) + j (X_M - X_{L_2}) \right)$$

$$V_s = I_2 \cdot \left(\underbrace{\frac{X_{L_2} R_1 + R_2 X_{tot}}{X_{L_2} - X_M}}_{= 15} + j \underbrace{\frac{X_{L_2} X_{tot} + 2 X_M X_{L_2} - X_M^2 - X_{L_2}^2 - R_1 R_2}{X_{L_2} - X_M}}_{= 0} \right) = I_2 \cdot 15$$

$$I_2 = \frac{V_s}{\frac{X_{L_2} R_1 + R_2 X_{tot}}{X_{L_2} - X_M} + j \frac{X_{L_2} X_{tot} + 2 X_M X_{L_2} - X_M^2 - X_{L_2}^2 - R_1 R_2}{X_{L_2} - X_M}} = \frac{180}{15} = 12$$

$$V_{Last} = I_2 \cdot R_2 = 108 \text{ V}$$

25.2) $P_{Last} = V_{Last} \cdot I_2 = 1296 \text{ W}$

25.3) $I_1 = I_2 \cdot \frac{X_{L_2} - j R_2}{X_{L_2} - X_M} = 18 - 18j$

$$S_s = V_s \cdot (-I_1^*) = -3240 - 3240j$$

$$P_s = \Re(S_s) \quad Q_s = \Im(S_s)$$

$$P_s = -3240 \text{ W}, \quad Q_s = -3240 \text{ VAR}$$

TET4100 Kretsanalyse – Løsning

Institutt: Elkraftteknikk

Dato: 2012.08.15

$$25.4) \quad \eta = -\frac{P_{last}}{P_s} \approx 40\%$$

$$25.5) \quad \text{Åpen krets: } I_2 = 0$$

$$V_s = I_1 \cdot (R_1 + j X_{tot}) + I_2 \cdot j (X_M - X_{l_2})$$

$$V_s = I_1 \cdot (R_1 + j X_{tot})$$

$$I_1 = \frac{V_s}{R_1 + j X_{tot}} = 9,3 - 21,7j$$

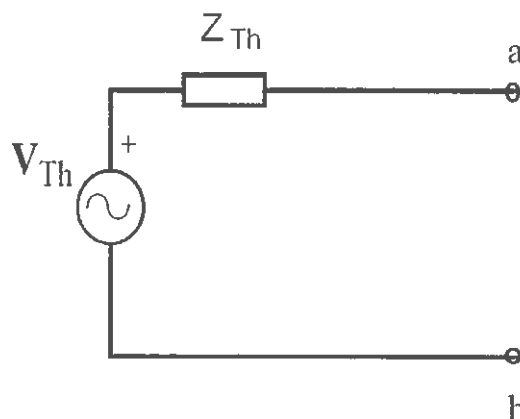
$$V_{Th} = I_1 \cdot j (X_{l_2} - X_M) = \frac{j (X_{l_2} - X_M)}{R_1 + j X_{tot}} \cdot V_s = 130,3 + 55,9j$$

$$\text{Kortslutning: } R_2 = 0$$

$$I_2 = \frac{V_s}{\frac{X_{l_2} R_1 + R_2 X_{tot}}{X_{l_2} - X_M} + j \frac{X_{l_2} X_{tot} + 2 X_M X_{l_2} - X_M^2 - X_{l_2}^2 - R_1 R_2}{X_{l_2} - X_M}}$$

$$I_2 = \frac{V_s}{\frac{X_{l_2} R_1}{X_{l_2} - X_M} + j \frac{X_{l_2} X_{tot} + 2 X_M X_{l_2} - X_M^2 - X_{l_2}^2}{X_{l_2} - X_M}} = 20 - 20j$$

$$Z_{Th} = \frac{V_{Th}}{I_2} = R_{Th} + j X_{Th} = 1,86 + 4,66j$$



TET4100 Kretsanalyse – Løsning

Institutt: Elkraftteknikk

Dato: 2012.08.15

$$25.6) \quad Z_{last} = Z_{Th}^* = R_{Th} - j X_{Th}$$

$$Z = Z_{Th} + Z_{last} = 2 R_{Th} = 3,72 \, \Omega$$

$$I_{opt} = \frac{V_{th}}{2 R_{Th}} \quad (\text{strømmen på høyre siden}) = 35 + 15j$$

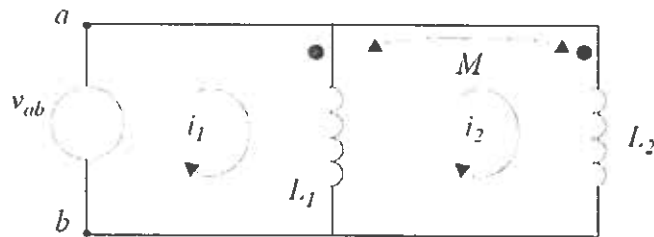
$$P_{last, opt} = R_{Th} \cdot I_{opt}^2 = 2700 \, W$$

TET4100 Kretsanalyse – Løsning

Institutt: Elkraftteknikk

Dato: 2012.08.15

26) Koblede Induktanser 6.C



26.1) Høyre sløyfe:

$$0 = L_2 s i_2 + M s (i_1 - i_2) - L_1 s (i_1 - i_2) - M s i_2 = (L_1 + L_2 - 2 \cdot M) s i_2 + (M - L_1) s i_1$$

$$s i_2 = \frac{L_1 - M}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M} s i_1$$

Venstre sløyfe:

$$v_{ab} = L_1 s (i_1 - i_2) + M s i_2 = L_1 s i_1 + (M - L_1) s i_2$$

$$v_{ab} = L_1 s i_1 + (M - L_1) \frac{L_1 - M}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M} s i_1$$

$$v_{ab} = \left(L_1 + \frac{2 \cdot L_1 \cdot M - L_1^2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M} \right) s i_1$$

$$v_{ab} = \frac{L_1^2 + L_1 \cdot L_2 - 2 \cdot M \cdot L_1 + 2 \cdot L_1 \cdot M - L_1^2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M} s i_1$$

$$v_{ab} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M} s i_1 = L_{ab} s i_1$$

$$M \rightarrow 0 \quad L_{ab} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

En ren parallellkobling av to spoler uten magnetisk kobling.

26.2) Om polariteten er motsatt, er indusert spenningen også motsatt.

$$M' = -M$$

$$L_{ab}' = \frac{L_1 \cdot L_2 - M'^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot M'} = \frac{L_1 \cdot L_2 - (-M)^2}{L_1 + L_2 - 2 \cdot (-M)} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2 \cdot M}$$