NTNU

Institutt for teknisk kybernetikk

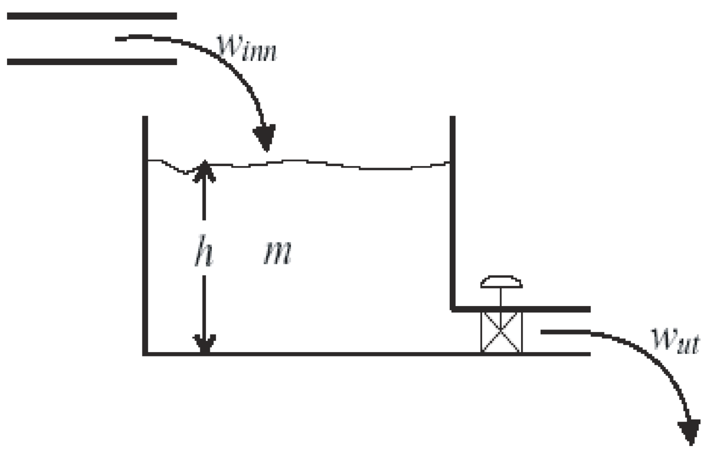
TTK4100 Kybernetikk introduksjon

Øving 3

Denne øvingen består av to oppgaver. Oppgave 1 er en ren regneoppgave og kan med fordel gjøres før veiledningstimene på datasal. Oppgave 2 er en omfattende oppgave med simulering og regulering i Simulink. Det kan være lurt å bruke tiden på datasal til å gjøre simuleringsdelen. Det kan også lønne seg å finne modellene som skal implementeres på forhånd.

Oppgave 1

Figuren under viser en tank hvor nivået kan reguleres ved hjelp av massestrøm inn og ut av tanken. Den samlede massen i tanken er gitt av $m = \rho A h$, hvor ρ er tettheten til væsken, A er tverrsnittsarealet av tanken og h er væskenivået. Massestrømmen $\left(\frac{dm}{dt}\right)$ ut av tanken er proporsjonalt med nivået i tanken, og kan dermed modelleres som $w_{ut} = kh$, hvor k er en konstant.



a) Sett opp en modell for væskenivået h i tanken basert på massebalanse. Hvilke antagelser og forenklinger må gjøres under modelleringen for å få modellen på førsteordens standardform? Hva er pådrag og pådragsorgan i prosessen?

b) Tegn blokkdiagram for modellen som framkommer i 1a). Er det noen naturlige tilbakekoblinger i modellen?

c) Anta $w_{inn} = 0$. Hva skjer med nivået i tanken ettersom tiden går?
NB: Du trenger ikke løse differensialligningen. Prøv å se det ut fra ligningen (eventuelt ved å tenke logisk...). Er modellen stabil?

d) Anta $w_{inn} = 0$. Den naturlige tilbakekoblingen fra nivået i tanken er en *negativ* tilbakekobling på grunn av fortegnet foran leddet som inkluderer h. Hva ville skjedd hvis vi i stedet hadde en *positiv* tilbakekobling i systemet? Hvordan blir den fysikalske tolkningen i dette tilfellet? Er modellen stabil på denne formen?

Oppgave 2: Simulering og regulering

Du skal nå implementere en simulinkmodell for nivå regulering av tanken i oppgave 1. Bruk følgende numeriske verdier for tankmodellen:

$$
\begin{aligned}
h_{max} &= 1\,m\ (tankens\,høyde\ -\ ikke\,nødvendig\,å\,ha\,med) \\
A &= 1\,m^2\ (tankens\ tverrsnittsareal) \\
k &= 1 \\
\rho &= 1000\,kg/m^3\ (vann)
\end{aligned}
$$

a) Implementer tankmodellen med $u = w_{inn}$ som pådrag i en Simulink-modell, og innfør deretter proporsjonalregulering, slik at $w_{inn} = u = K_p\,(h_r - h)$. Nivået i tanken skal reguleres inn til en referanseverdi h_r.
Bruk initialverdi $h = 0\,m$, referanse $h_r = 0.5\,m$, regulatorforsterkning $K_p = 100$ og simuler i $100\,s$. Ta med bilde av simulinkdiagram og innsvingningsforløp for nivået som besvarelse.

b) Finn stasjonæravviket ved å regne på modellen.

c) Finn stasjonæravviket ved å lese av i MATLAB/Simulink. (Hint: For å kunne få en nøyaktig avlesning, kan man sende nivået h inn i en **To Workspace** blokk i Simulink og videre evaluere h nummerisk i MATLAB.) Hvordan stemmer denne verdien med det du fant i b)?

d) Beskriv hvordan man kan unngå problemer med stasjonæravvik.

e) I prosessen som tanken beskriver er det en støykilde i form av en innstrømning vi ikke har kontroll over. Denne modelleres som en konstant innstrømning i tanken. Innfør en konstant forstyrrelse $w_f = 10\,kg/s$ i tankmodellen. Hvor stort blir stasjonæravviket nå? Du trenger bare foreta en grov avlesning av scope i Simulink.

f) I motsetning til når forstyrrelsen er tidsvarierende, hvor vi må ha foroverkobling for å motvirke den, kan konstant støy fjernes med integralvirkning i regulatoren.

Skriv opp det generelle uttrykket for en regulator med proporsjonal- og integralvirkning.

g) Utvid regulatoren i simulinkdiagrammet slik at den også inkluderer integralvirkning. Simuler det samme scenario som i e), men utvid simuleringstiden til $200\,s$. Finn selv en verdi for K_i som fungerer tilfredsstillende.

h) Hva skjer når man øker integralvirkningen (prøv forskjellige verdier,$K_i = 1, 10, 100, 1000$)?

Støykilden kan nå fjernes fra diagrammet. I stedet skal vi innføre en transportforsinkelse på pådraget. Det vil si at det går en viss tid før pådraget når fram til prosessen. I dette tilfellet skyldes tidsforsinkelsen at det er en viss transporttid i røret som frakter pådraget inn til prosessen, og den modelleres som $\tau = \frac{\rho A_r L}{w}$, hvor A_r er tverrsnittsarealet av røret, L er lengden på røret og w er massestrømmen gjennom røret, det vil si $w = w_{inn} = u$. I vårt tilfelle skal vi simpelten implementere tidsforsinkelsen med en **Transport Delay**-blokk i Simulink.

i) Legg inn transportforsinkelse på pådraget i modellen. Simuler modellen med PI-regulator, men uten støy. Plot verdier med $\tau = 0, 3, 6$ og 9, og kommenter forskjellen. (Hint: For å sammenligne plotene kan det være greit å plotte i samme figur. Dette kan gjøres ved å bruke **To Workspace**-blokk og *simout.signals.values*, og plotte med forskjellig farge for hver kjøring i Simulink. Du kan få bruk for 'hold on'-kommandoen i Matlab.)

j) I hvilke tilfeller for τ er modellen stabil/ustabil?