

# Лабораторная работа №4

## Модель гармонических колебаний

---

Гаглов Олег Мелорович.

4 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Гаглов Олег Мелорович
- студент уч. группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201347@pfur.ru
- <https://github.com/SimpleOG?tab=repositories>

## Вводная часть

---

- Математика всегда полезна для ума

- Модель гармонических колебаний
- Языки для моделирования:
  - Julia
  - OpenModelica

- Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для трех случаев:
  - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
  - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
  - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы
- Выполнить задачу на заданном интервале

- Языки для моделирования:
  - Julia
  - OpenModelica



## Выполнение работы

---

$$\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx = F(t)$$

$$y = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) + bx(t) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -ay - bx \end{cases}$$

- Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 21x = 0$$

Общий вид первого случая:  $\ddot{x} + wx = 0$ , где  $w = \omega_0^2 = 21$ .

Тогда система ОДУ первого порядка для решения задачи:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -21x \end{cases}$$

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 2.2\dot{x} + 2.3x = 0$$

Общий вид второго случая:  $\ddot{x} + gy + wx = 0$ , где  $g = 2.2\gamma = 1$  и  $w = \omega_0^2 = 2.3$ .

Тогда система ОДУ первого порядка для решения задачи:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2.2y - 2.3x \end{cases}$$

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 2.4\dot{x} + 2.5x = 0.2 \sin(2.6t)$$

Общий вид третьего случая:  $\ddot{x} + gy + wx = F(t)$ , где  $g = 2\gamma = 2.4$ ,  $w = \omega_0^2 = 2.5$  и  $F(t) = 0.2 \sin(2.6t)$ .

Тогда система ОДУ первого порядка для решения задачи:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 0.2 \sin(2.6t) - 2.4y - 2.5x \end{cases}$$



# Код на Julia

```
1 using DifferentialEquations
2 using Plots
3 x0=1.2
4 y0=-1.2
5 u0=[x0,y0]
6 T=(0.0,72.0)
7 w=21
8 function f(du,u,p,t)
9     du[1]=u[2]
10    du[2]=-w*u[1]
11 end
12 prob=ODEProblem(f,u0,T)
13 sol=solve(prob,saveat=0.05)
14 const X=Float64[]
15 const Y=Float64[]
16 for u in sol.u
17     x,y=u
18     push!(X,x)
19     push!(Y,y)
20 end
21 plt=plot(
22     dpi=400,
23     size=(800,800),
24     title="Первый случай"
25 )
26 plot!(
27     plt,
28     X,
29     Y,
30     color=:red,
31     label="Вспомогательный"
32 )
33 savefig(plt,"faze_first_case_julia.png")
34
35 plt2=plot(
36     dpi=400,
37     size=(800,800),
38     title="Вспомогательный"
39 )
40
```

```
1 using DifferentialEquations
2 using Plots
3 X0=1.2
4 Y0=-1.2
5 u0=[X0,Y0]
6 T=(0.0,72.0)
7 g=2.2
8 w=2.3
9 function f(du,u,p,t)
10    du[1]=u[2]
11    du[2]=-g*u[2]-w*u[1]
12 end
13 prob=ODEProblem(f,u0,T)
14 sol=solve(prob,saveat=0.05)
15 const X=Float64[]
16 const Y=Float64[]
17 for u in sol.u
18     x,y=u
19     push!(X,x)
20     push!(Y,y)
21 end
22 plt=plot(
23     dpi=400,
24     size=(800,800),
25     title="Вспомогательный"
26 )
27 plot!(
28     plt,
29     X,
30     Y,
31     color=:red,
32     label="Вспомогательный"
33 )
34 savefig(plt,"faze_second_case_julia.png")
35
36 plt2=plot(
37     dpi=400,
38     size=(800,800),
39     title="Вспомогательный"
40 )
41 plot!(
42     plt2,

```

```
1 using DifferentialEquations
2 using Plots
3 x0=1.2
4 Y0=-1.2
5 u0=[x0,y0]
6 T=(0.0,72.0)
7 g=2.4
8 w=2.5
9 function f(du,u,p,t)
10    return 0.2*sin(2.6t)
11 end
12 function f(du,u,p,t)
13    du[1]=u[2]
14    du[2]=f*sin(t)-g*u[2]-w*u[1]
15 end
16 prob=ODEProblem(f,u0,T)
17 sol=solve(prob,saveat=0.05)
18 const X=Float64[]
19 const Y=Float64[]
20 for u in sol.u
21     x,y=u
22     push!(X,x)
23     push!(Y,y)
24 end
25 plt=plot(
26     dpi=400,
27     size=(800,800),
28     title="Третий случай"
29 )
30 plot!(
31     plt,
32     X,
33     Y,
34     color=:red,
35     label="Вспомогательный"
36 )
37 savefig(plt,"faze_third_case_julia.png")
38
39 plt2=plot(
40     dpi=400,
41     size=(800,800),

```

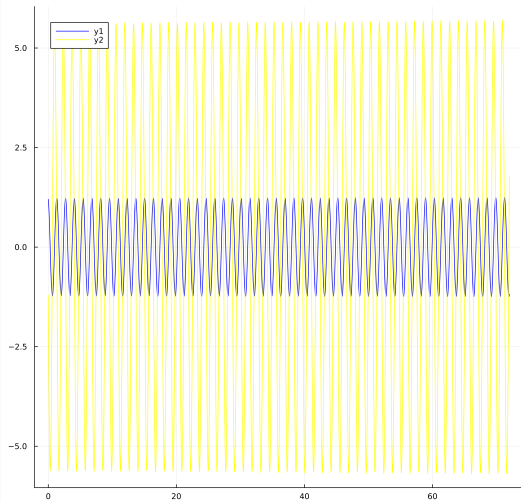
```
1 model Lab4_Case1
2   constant Real x0=1.2;
3   constant Real y0=-1.2;
4   constant Integer w=21;
5   Real x(start=x0);
6   Real y(start=y0);
7   Real t=time;
8   equation
9   der(x)=y;
10  der(y)=-w*x;
11  annotation(experiment(StartTime = 0,StopTime = 72));
12 end Lab4_Case1;
13
```

```
1 model Lab04_case2
2   constant Real x0=1.2;
3   constant Real y0=-1.2;
4   constant Real q=2.2;
5   constant Real w=2.3;
6   Real x(start=x0);
7   Real y(start=y0);
8   Real t=time;
9   equation
10  der(x)= y;
11  der(y)=-q*y-w*x;
12  annotation(experiment(StartTime = 0,StopTime = 72));
13 end Lab04_case2;
14
```

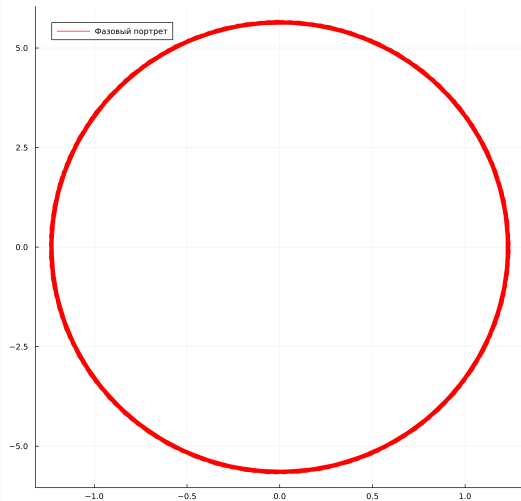
```
1 model Lab04_case3
2   constant Real x0=1.2;
3   constant Real y0=-1.2;
4   constant Real q=2.4;
5   constant Real w=2.5;
6   Real x(start=x0);
7   Real y(start=y0);
8   Real t=time;
9   equation
10  der(x)=y;
11  der(y)=0.2*sin(2.6*t)-q*y-w*x;
12  annotation(experiment(StartTime = 0,StopTime = 72));
13 end Lab04_case3;
14
```

# Графики Julia - случай 1

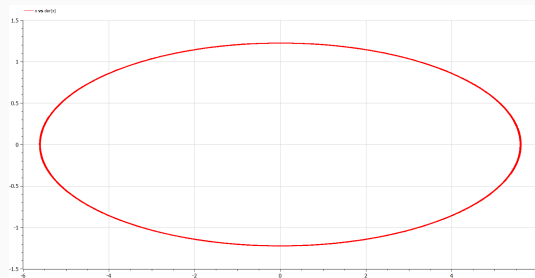
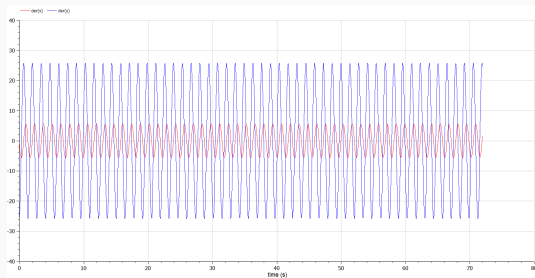
Первый случай



Первый случай

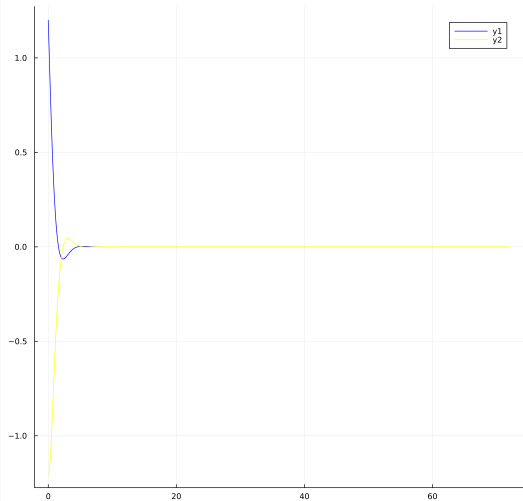


# Графики OpenModelica - случай 1

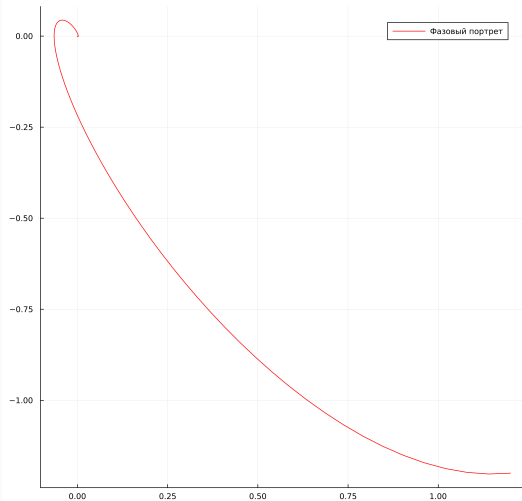


## Графики Julia - случай 2

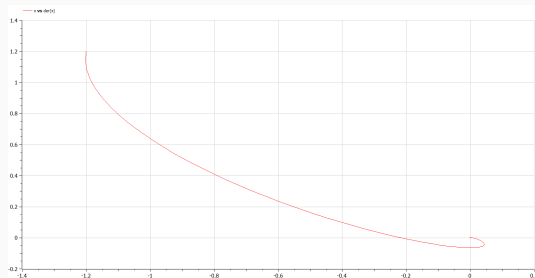
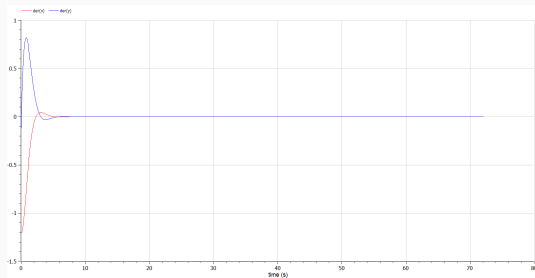
Второй случай



Второй случай

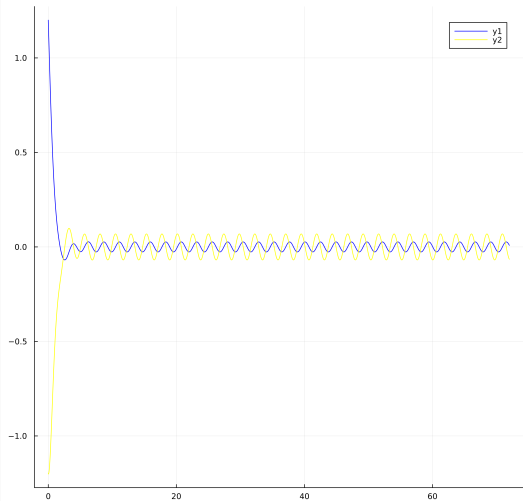


## Графики OpenModelica - случай 2

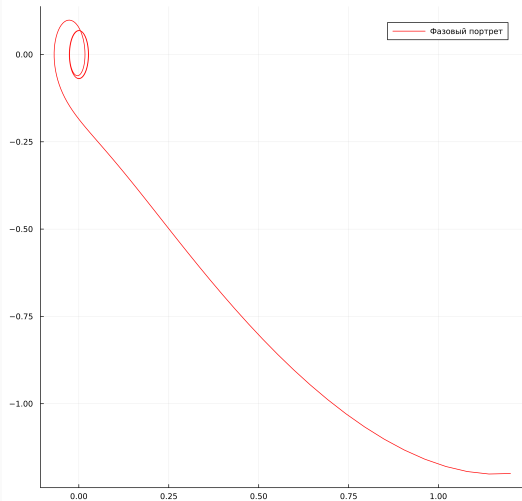


## Графики Julia - случай 3

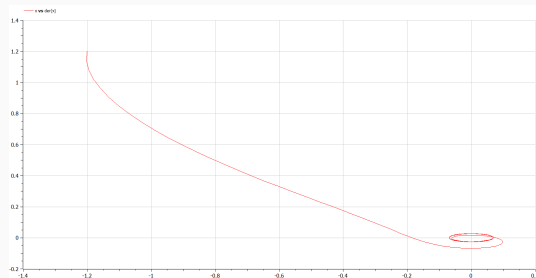
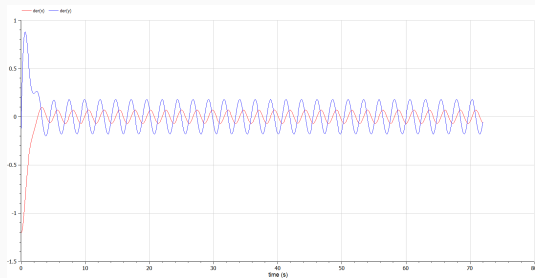
Третий случай



Третий случай



## Графики OpenModelica - случай 3





## Результаты работы

---

- Мы построили фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для трех случаев:
  - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
  - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
  - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы
- Выполнили задачу на заданном интервале

## Вывод

---

Я создал модель гармонических колебаний по средствам языков Julia и OpenModelica.