

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Гаглоев Олег Мелорович

11 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Гаглов Олег Мелорович
- студент уч. группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201347@pfur.ru
- <https://github.com/SimpleOG>

Вводная часть

- Математика всегда полезна для ума

- Модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры
- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Для модели «хищник-жертва»:

- Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построить графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
- Найдите стационарное состояние системы

- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Процесс выполнения работы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.7x(t) + 0.06x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.6y(t) - 0.07x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8$, $y_0 = 15$. Найдите стационарное состояние системы.

В данном случае y - число жертв, x - число хищников. Тогда, из условия коэффициенты имеют следующие значения: $a = 0.7$, $b = 0.06$, $c = 0.6$, $d = 0.07$.

Уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -y(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

Код на Julia

Julia > ...

```
1 using DifferentialEquations
2 using Plots
3
4 x0=8
5 y0=15
6
7 a=0.7
8 b=0.06
9 c=0.6
10 d=0.07
11
12 u0=[x0,y0]
13 T=(0.0,60.0)
14 function F!(du,u,p,t)
15     du[1]=-a*u[1]+b*u[1]*u[2]
16     du[2]=c*u[2]-d*u[1]*u[2]
17 end
18 prob=ODEProblem(F!,u0,T)
19 sol=solve(prob,saveat=0.05)
20
21 const X =Float64[]
22 const Y =Float64[]
23
24 for u in sol.u
25     x,y=u
26     push!(X,x)
27     push!(Y,y)
28 end
29
30 plt=plot(
31     dpi=300,
32     size=(800,800),
33     title="График зависимости численности хищников от численности жертв"
```

Lab05_Julia_2.jl > [x0] x0

```
1 using DifferentialEquations
2 using Plots
3
4 a=0.7
5 c=0.6
6 d=0.07
7 x0=c/d
8 y0=a/b
9 u0=[x0,y0]
10 T=(0.0,60.0)
11 function F!(du,u,p,t)
12     du[1]=-a*u[1]+b*u[1]*u[2]
13     du[2]=c*u[2]-d*u[1]*u[2]
14 end
15 prob = ODEProblem(F!, u0, T)
16 sol = solve(prob, saveat = 0.05) # обозначили шаг
17 const X = Float64[]
18 const Y = Float64[]
19 for u in sol.u
20     x, y = u
21     push!(X, x)
22     push!(Y, y)
23 end
24 plt = plot(
25     dpi = 300,
26     size = (800, 600),
27     title = "График зависимости численности хищников от численности жертв",
28 )
29 plot!(
30     plt,
31     Y,
32     X,
33     color = :red,
```

```
1 model Lab05
2   constant Integer x0=8;
3   constant Integer y0=15;
4   constant Real a =0.7;
5   constant Real b = 0.06;
6   constant Real c = 0.6;
7   constant Real d = 0.07;
8   Real x(start=x0);
9   Real y(start=y0);
10  Real t=time;
11
12  equation
13
14  der(x)=-a*x+b*x*y;
15  der(y)=c*y-d*x*y;
16  annotation(experiment(StartTime = 0,StopTime =
17    60),Documentation);
18 end Lab05;
```

Графики Julia

График зависимости численности хищников от численности жертв

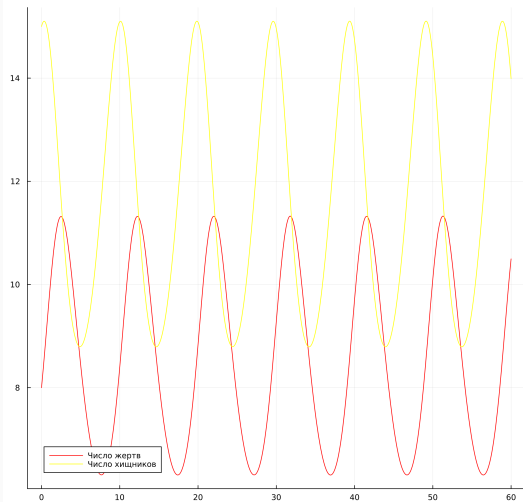
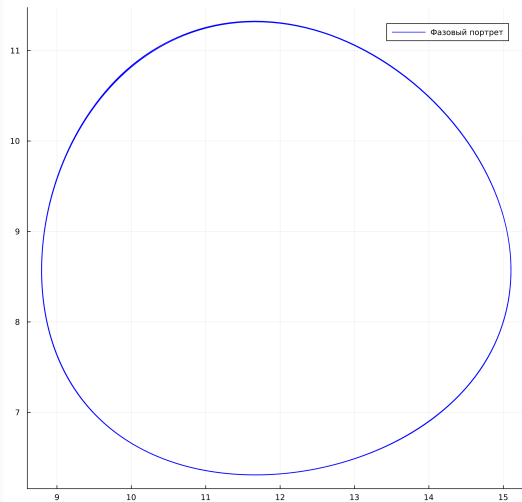
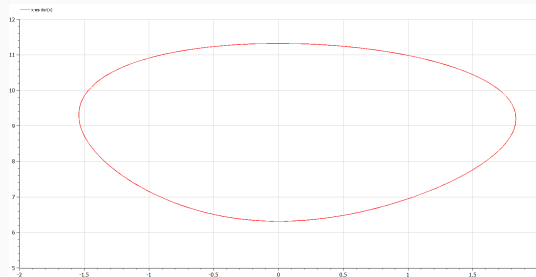
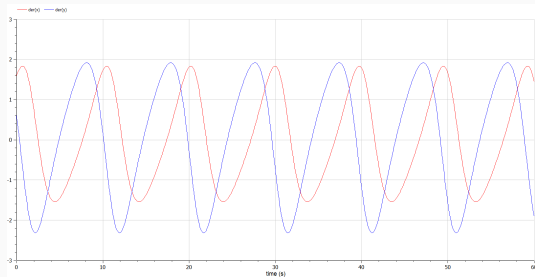


График зависимости численности хищников от численности жертв





Стационарное состояние - Julia

График зависимости численности хищников от численности жертв

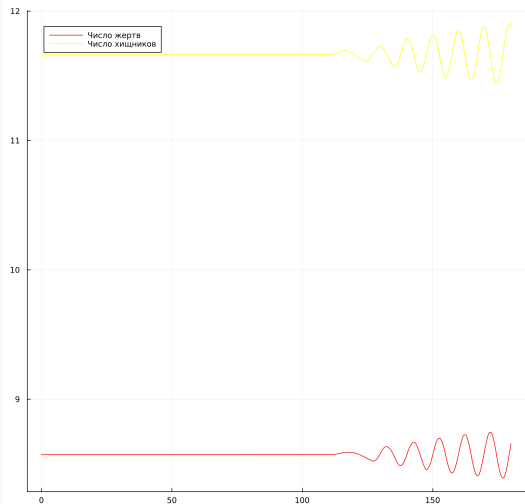
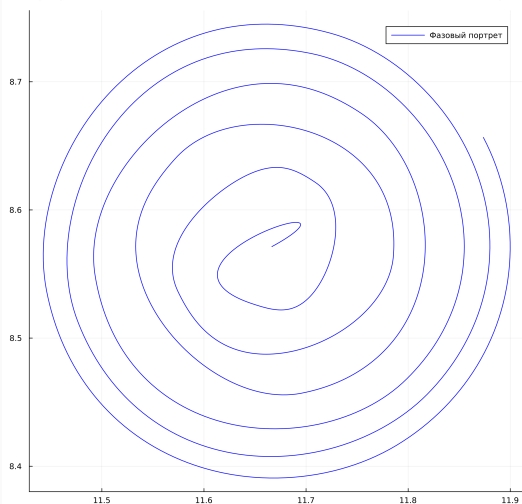


График зависимости численности хищников от численности жертв



Вывод

Мы создали простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Нашли стационарное состояние.