Отчет по лабораторной работе №6

Дисциплина: Математическое моделирование

Выполнил: Гаглоев Олег Мелорович

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Смоделировать задачу об эпидемии по средством языков программирования Julia и OpenModelica.

2 Задание

- Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп
- Рассмотреть протекание эпидемия в двух различных случаях

3 Теоретическое введение

Перед нами простейшая модель эпидемии.

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. **Первая группа** - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. **Вторая группа** – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А **третья группа**, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения $I*$, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону [3.1]:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \;\; I(t) > I^* \\ 0, \;\; I(t) \leq I^* \end{cases} \tag{3.1}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \;\; I(t) > I^* \\ -\beta I, \;\; I(t) \leq I^* \end{cases} \tag{3.2}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \tag{3.3}$$

Постоянные пропорциональности α, β, - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$.

Группы обозначены как S, I, R - отсюда модель эпидемии называют SIR-моделью. Эта модель создана методом системной динамики. Есть также её вариант, реализованный с помощью агентного моделирования (там есть возможность запустить эксперименты варьирования параметров и Монте-Карло 1-го и 2-го порядка).

Разумеется, это очень упрощенная модель. Чтобы отражать действительность, модель должна основываться на реальных свойствах конкретной болезни и учитывать изменения системы под управленческими воздействиями – например, количество контактов можно снижать карантинными мерами .

Часто еще вспоминают SEIR модель, которую рассматривают как модификацию SIR.

SEIR модель учитывает инкубационный период (E – exposed, индивиды болеют, но не заразны и со временем полностью заболеют). В такой модели заражение восприимчивых происходит таким же способом как в модели SIR, но попадают такие особи не в группу I, а в группу E. А из E с определённой вероятностью (α, число обратное длительности инкубационного периода) происходит переход уже в I.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Вариант 38

2. Задача предложенного варианта состоит в следующем:

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12700$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 170$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 57$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- если $I(t) \leq I^*$
- если $I(t) > I^*$

3. Коэффициенты возьму из примера: $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$.

4.1 Первый случай $I(t) \leq I^*$

1. На языке Julia напишем код моделирующий изменение числа особей в каждой из трех групп - заболевших, здоровых с иммунитетом и здоровых, но восприимчивых:

```
using Plots
using DifferentialEquations
N=12700
I⊠=170
R⊠=57
S⊠=N-I⊠-R⊠
T=(0.0,60)
u⊠=[S⊠,I⊠,R⊠]
a=0.01
b=0.02
function F!(du,u,p,t)
    du[1]=0
    du[2]=-b*u[2]
    du[3]=b*u[2]
end
prob=ODEProblem(F!,u⊠,T)
sol=solve(prob,saveat=0.05)
const S=Float64[]
const I=Float64[]
const R=Float64[]
for u in sol.u
    s,i,r=u
    push!(S,s)
    push!(I,i)
    push!(R,r)
end
plt=plot(
dpi=300,
size=(800,600),
```

```
title="Модель эпидемии при I⊠<=I*"
)
plot!(
plt,
sol.t,
S,
color=:red,
xlabel="t",
ylabel="Численность",
label="В группе риска"
)
plot!(
plt,
sol.t,
I,
color=:black,
xlabel="t",
ylabel="Численность",
label="Распространители болезни"

)
plot!(
plt,
sol.t,
R,
color=:blue,
xlabel="t",
ylabel="Численность",
label="Люди с иммунитетом"
```

```
)
savefig(plt,"Julia_1.png")
```

В качестве результата у нас график изменения численности заболеваемости (рис. [4.1]):

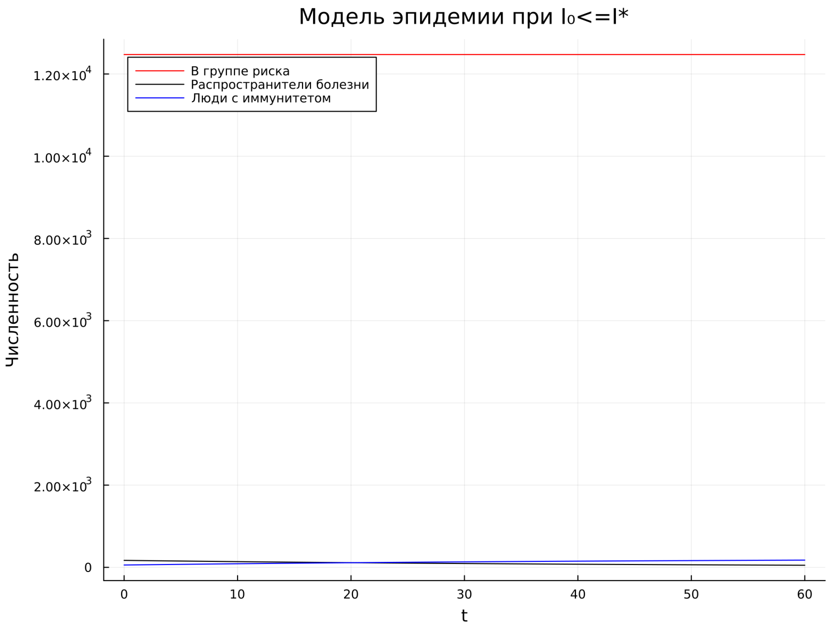

Рис. 4.1: Графики изменения числа особей в каждой из трех групп - Julia

1. Напишем код на OpenModelica:

```
model Lab06_1
constant Integer N= 12700;
constant Integer I0=170;
constant Integer R0= 57;
constant Integer S0=N-I0-R0;
constant Real a=0.01;
constant Real b=0.02;
Real s(start=S0);
```

```
Real i(start=I0);
Real r(start=R0);
Real t=time;
equation
  der(s)=0;
  der(i)=-b*i;
  der(r)=b*i;
  annotation(experiment(StartTime = 0,StopTime = 100),Documentation);
end Lab06_1;
```

В качестве результата у нас график изменения численности численности заболеваемости (рис. [4.2]):

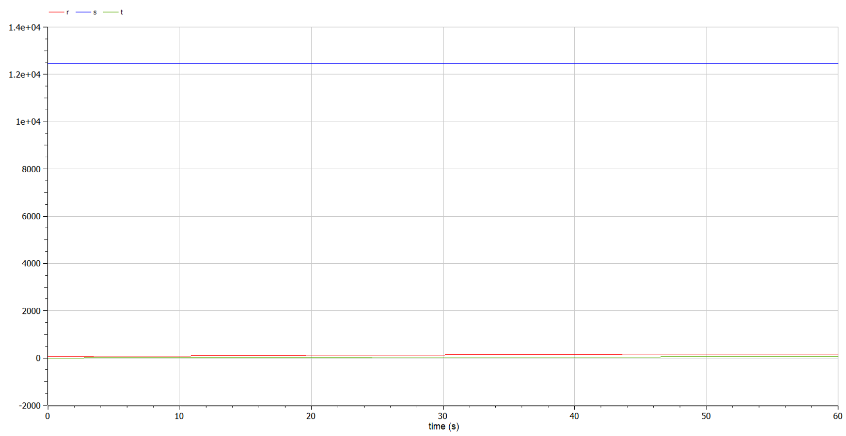

Рис. 4.2: Графики изменения числа особей в каждой из трех групп - OpenModelica

4.2 Второй случай $I(t) > I^*$

1. На языке Julia напишем код моделирующий изменение числа особей в каждой из трех групп - заболевших, здоровых с иммунитетом и здоровых, но восприимчивых:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
N=12700
I⊠=170
R⊠=57
S⊠=N-I⊠-R⊠
T=(0.0,60)
u⊠=[S⊠,I⊠,R⊠]
a=0.01
b=0.02
function F!(du,u,p,t)
    du[1]=-a*u[1]
    du[2]=a*u[1]-b*u[2]
    du[3]=b*u[2]
end
prob=ODEProblem(F!,u⊠,T)
sol=solve(prob,saveat=0.05)
const S=Float64[]
const I=Float64[]
const R=Float64[]
for u in sol.u
    s,i,r=u
    push!(S,s)
    push!(I,i)
    push!(R,r)
end
plt=plot(
dpi=300,
size=(800,600),
title="Модель эпидемии при I⊠>I*"
```

```
)
plot!(
plt,
sol.t,
S,
color=:red,
xlabel="t",
ylabel="Численность",
label="В группе риска"
)
plot!(
plt,
sol.t,
I,
color=:black,
xlabel="t",
ylabel="Численность",
label="Распространители болезни"

)
plot!(
plt,
sol.t,
R,
color=:blue,
xlabel="t",
ylabel="Численность",
label="Люди с иммунитетом"
```

```
)
savefig(plt,"Julia_2.png")
```

В качестве результата у нас график изменения численности численности заболеваемости (рис. [4.3]):

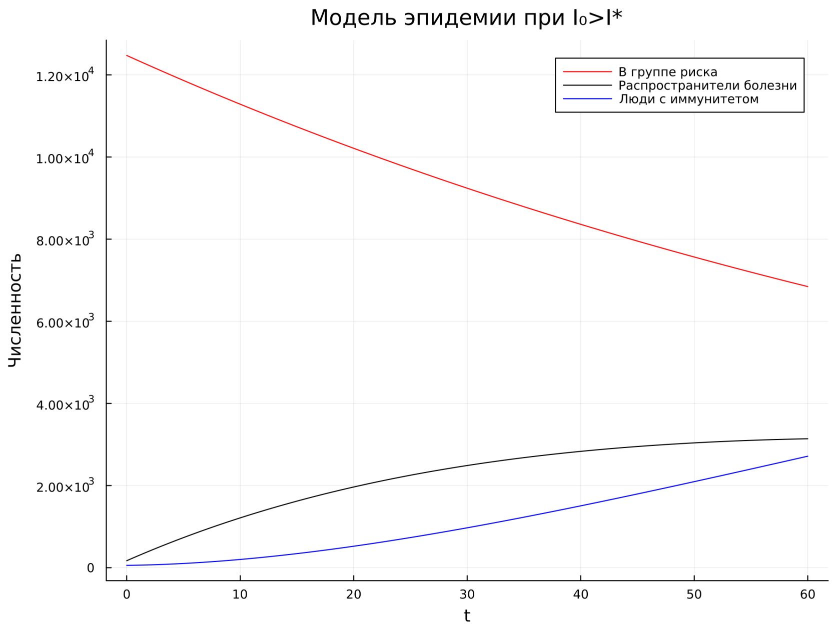

Рис. 4.3: Графики изменения числа особей в каждой из трех групп - Julia

1. Напишем код на OpenModelica:

```
model Lab06_2
constant Integer N= 12700;
constant Integer I0=170;
constant Integer R0= 57;
constant Integer S0=N-I0-R0;
constant Real a=0.01;
constant Real b=0.02;
Real s(start=S0);
Real i(start=I0);
```

```
Real r(start=R0);
Real t=time;
equation
  der(s)=-a*s;
  der(i)=a*s-b*i;
  der(r)=b*i;
  annotation(experiment(StartTime = 0,StopTime = 100));
end Lab06_2;
```

В качестве результата у нас график изменения численности численности заболеваемости (рис. [4.4]):

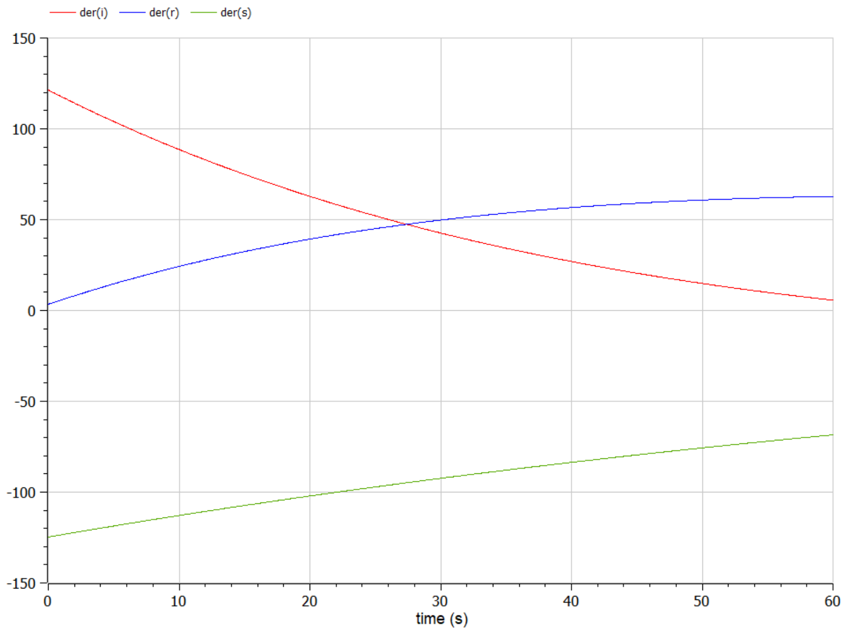

Рис. 4.4: Графики изменения числа особей в каждой из трех групп - OpenModelica

5 Выводы

- Мы смоделировали задачу об эпидемии по средством языков программирования Julia и OpenModelica
- Построили графики изменения числа особей в каждой из трех групп
- Рассмотрели протекание эпидемия в двух различных случаях

Список литературы