文章编号: 1008- 9403(2005)02- 0109- 05

蚁群算法在水位流量关系拟合中的应用

詹士昌 ,徐 婕
(杭州师范学院 微流控芯片研究所 ,杭州 浙江 310012)

摘 要: 蚁群算法是一种模拟进化算法 ,初步研究表明该算法具有许多优良性质. 针对传统水位流量关系曲线拟合过程中存在精度不高等问题 ,应用连续性空间优化问题的蚁群算法模型来拟合水位流量关系 ,并将该方法与遗传算法及传统的优化方法进行比较. 结果表明 ,蚁群算法具有直观、简便、快速、实用性强等优点 ,是一种较为优秀的全局优化方法.

关键词: 水文学;蚁群算法;曲线拟合;水位流量关系
中图分类号: P337. 3; TP13 文献标识码: A

0 引 言

在对测量或实验数据的分析与处理过程中 ,回归分析是一种常用方法.传统的回归分析方法主要是按最小二乘准则对数据进行一元或多元线性回归分析.然而 ,有许多实际问题实质上是非线性的 ,过去由于没有有效的非线性模型拟合方法 ,只得采用近似的线性模型 [1] ,因而对实际问题描述效果很不理想.在对非线性模型或最佳一致逼近等准则进行回归分析时 [2] ,往往涉及到最优化理论及相应的计算方法 ,其理论和计算过程都较为复杂 ,使其实际应用受到了限制.

近年来 ,模拟自然蚂蚁进行最优路径搜索的蚁群算法 ACS(Ant Colony System) [3] 作为求解组合优化问题的有效手段 ,由于其算法上正反馈的机制、强的鲁棒性和适于并行处理 [4] ,已经在图着色问题、大规模集成电路设计、网络路由选择、规划设计等 [5,6] 领域的应用中表现出相当好的性能 ,对一般函数的优化问题也表现出优异的性能 [7,8] .它可以克服传统优化方法的许多不足和缺陷 ,实现和操作简单 ,对函数不连续、不可微、局部极值点密集等苛刻的情况 ,更是具有很好的寻优能力.在此应用连续性空间优化问题的蚁群算法模型来拟合水位流量关系 ,并将该方法与遗传算法及传统的优化方法进行了比较.结果表明 ,蚁群算法具有直观、简便、收敛速度快等优点 ,也是一种优秀的全优化方法.

1 蚁群算法 [7,8,9]

由于最初的蚁群算法的思想起源于离散型的最优网络路径搜索问题 ,因此 ,若将蚁群算法用于一般函数的优化问题中 ,必须对许多实施细节加以修正.假设优化的问题为

收稿日期: 2004-12-20
基金项目: 浙江省教育厅 2004年度科研计划资助项目 (编号: 20040073),浙江省教育厅教师研究项目 (编号: 2004B4X P14)
作者简介: 詹士昌 (1963-) ,男 ,浙江淳安人 ,杭州师范学院物理系副教授 ,硕士 ,主要从事控制理论与系统优化方面的研究.

$$\max Z = f(x), x \in [x_0, x_f] \tag{1}$$

其中 $f(x)$: $R^s \rightarrow R$ 为已知的多维函数, $[x_0, x_f]$ 为已知的 s 维解空间,且取位置向量 x_0 为其中的各个元素小于位置向量 x_f 的对应元素.

为说明用于一般函数优化的蚁群算法模型的细节问题,在此以二维函数最优解的搜索过程为例进行考察.设 m 组人工蚂蚁,每组均有蚂蚁 2只(即与函数解空间的维数相等),各组蚂蚁刚开始随机地位于解空间 $[x_0, x_f]$ 的 $n_1 \times n_2$ 个等分区域的某处,蚂蚁的状态转移概率按下式定义

$$P_{ij} = \begin{cases} (f_j)^{T}(Z_{ij})^{U}, \text{如果 } Z_{ij} > 0 \\ 0, \quad \text{如果 } Z_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad i, j \in \{1, 2, \cdots, n_1 \times n_2\}, \text{且 } i \neq j \tag{2}$$

其中, f_j 为第 j 个区域的吸引强度;期望值 Z_{ij} 定义为 $Z_{ij} = f_{j\max} - f_{i\max}$,即蚁群在区域 j 与区域 i 目前已经搜索到的目标函数最大值的差值;给定参数 $T, U > 0$ 为启发式因子,分别表示蚂蚁在运动过程中各个区域吸引强度 f_j 及期望值 Z_{ij} 在蚂蚁选择搜索区域中所起的不同作用.

区域 j 吸引强度的更新方程为

$$f_j(t+1) = d f_j(t) + \sum_{k=1}^{m} \Delta f_j^k, j = 1, 2, \cdots, (n_1 \times n_2) \tag{3}$$

$$\Delta f_j^k = \begin{cases} QL_j^k, \text{如果 } L_j^k > 0 \\ 0, \quad \text{如果 } L_j^k \leq 0 \end{cases} \quad j = 1, 2, \cdots, (n_1 \times n_2) \tag{4}$$

式中, Δf_j^k 反映第 k 组蚂蚁在本次循环中在区域 j 的局部搜索中吸引强度的增加; L_j^k 表示本次循环中第 k 组蚂蚁在区域 j 的局部搜索中目标函数值的变化量,定义为 $L_j^k = f(x_j^k) - f(x_{j0}^k)$.其中 x_j^k 为本次循环中第 k 组在区域 j 的局部随机搜索中的当前位置向量, x_{j0}^k 为本次循环中第 k 组蚂蚁在区域 j 的局部随机搜索中的初始位置向量.给定参数 $d \in (0, 1)$,体现各个区域中吸引强度的持久性;算法中有关的初始值可取为 $f_j(0) = C, \Delta f_j(0) = 0$;给定参数 Q 为蚂蚁释放的信息素密度.

处在区域 i 中的第 k 组蚂蚁选择转移及局部搜索的规则为:

$$j = \begin{cases} \arg \max\limits_{j \in \{1, \cdots, (n_1 \times n_2)\}} (P_{ij}), \text{即进入第 } j \text{ 区域进行随机搜索} \\ \text{否则,在第 } i \text{ 区域内进行随机搜索} \end{cases} \tag{5}$$

于是,二维函数 $f(x)$ 的寻优问题就借助于 m 组蚂蚁在 $x \in [x_0, x_f]$ 的 $n_1 \times n_2$ 个等分区域间的不断移动以及某一区域内的局部随机搜索来进行.一旦蚂蚁的组数 m 足够大,上述的寻优方式就相当于一群蚂蚁对定义域 $[x_0, x_f]$ 中的函数 $f(x)$ 进行有穷尽的且在先验知识引导下的随机搜索,并最终收敛到问题的全局最优解.

由以上算法模型分析可见,上述关于函数优化的思想较之于经典优化搜索方法中从一个孤立的初始点出发进行寻优的过程具有明显的优越性和稳定性,而且不受优化函数非线性、连续性、可微性、多极点等因素的限制.对于多维函数的优化问题,只要将该优化模型在解空间设置等一些细节问题上作相应的扩充,就可以形成如下所述的一般函数优化问题的蚁群算法.

```
初始化: ncycle = 1, 预置算法参数及解空间的分区数;
While( ncycle < 预定的迭代次数 )
{   将 m 组蚂蚁随机放置于初始区域上;
    for(k = 1; k <= m; k++ ) 第 k 组蚂蚁以式(2)、(5)给出的概率规则转移或作局部搜索;
    计算并存储各区域当前已搜索到的目标函数最大值向量;
    记录当前最好解 x_max 及最优值 f_max;
    按公式(3)、(4)更新各区域的吸引强度 f_j; ncycle ← ncycle + 1;
}
输出最佳结果.
```

能对算法性能产生影响的主要是算法参数的设置,其设置原则目前还没有理论上的依据,经验结果为[13]: $1\le T\le 5$; $1\le U\le 5$, $0.5\le d<1$,取 0.7左右为最佳; $1\le Q\le 10000$, Q的取值对算法的影响不大; 关于解空间的分区数 $(n_1\times n_2\times \cdots\times n_s)$以及参与搜索的蚂蚁组数 m的设置,与最优解的搜索效率、解的精度等优化性能紧密相关.若问题的局部最优点较为密集,则可适当设置较小的区域宽度(即较多的解空间分区数),蚂蚁组数 m的选取原则主要与解空间的分区数 $(n_1\times n_2\times \cdots\times n_s)$有关,分区数越大,则所需的蚂蚁组数就越多,但在蚂蚁组数 m的选取上,应适当考虑算法的时间复杂度因素.

2　水位流量关系的蚁群算法优化拟合

水位流量关系是一种典型的非线性关系,其数学模型一般为

$$Q = aH^b \tag{6}$$

式中, Q为流量, H为水位, a、b为待拟定的模型参数.

为求得参数 a、b,传统拟合方法是先将式(6)的幂函数形式两边取对数转化为线性关系,再用最小二乘法求出其线性关系的参数,经逆变换后再求得原函数关系中的参数.这种基于线性模型的水位流量关系间接拟合方法,因其计算上的简单方便,至今仍被广大水文工作者所使用.但是,值得研究的是[10],上述方法要对非线性关系式(6)两边取对数转化为线性关系,然后再由最小二乘法来确定参数.由最小二乘法虽然能够保证线性关系的残差平方和最小,但并不能保证未经变换的原始非线性关系的残差平方和同时也为最小;另外,最小二乘法中采用的拟合准则是残差的平方和,当实际观测数据中存在极端数值时,最小二乘法拟合的结果会产生严重的偏差.为此,文献[11, 12]提出了水位流量关系曲线拟合的绝对残差绝对值和最小准则

$$J_1 = \min E = \sum_{i=1}^{n} |Q_i - aH_i^b| \tag{7}$$

及相对残差绝对值和最小准则

$$J_2 = \min E = \sum_{i=1}^{n} |(Q_i - aH_i^b)/Q_i| \tag{8}$$

由于上述准则中的优化函数为复杂的非线性形式,并且还包含有绝对值的运算,传统的最小二乘法已经不适用,传统的非线性优化方法处理起来也比较困难,而且得到的往往不是全局最优解.因而,必须采用性能较为优异的全局寻优策略,在此应用连续性空间优化问题的蚁群算法模型来拟合水位流量关系.

由于蚁群算法的需要,所优化的水位流量关系参数必须有一个明确的范围.在此蚁群算法的搜索空间是以传统的线性变换后最小二乘准则所间接拟合得到的参数值 (a^*, b^*) 为中心,向左右两边拓展而形成的,即

$$\begin{aligned}(1-\lambda)a^* \le a \le (1+\lambda)a^*\\ (1-\lambda)b^* \le b \le (1+\lambda)b^*\end{aligned} \tag{9}$$

其中 λ为 [0, 1]内选定的某一数值.这样,可以充分利用传统的最小二乘法的内核,使得蚁群能迅速搜索到参数空间最优解的位置,提高蚁群算法的性能.如果优化解十分靠近搜索空间的边界,则在该解的基础上进一步拓展空间,进行新一轮的搜索.

3　实例计算

某水文站,有 13组水位流量原始观测数据(见表 1).按传统最小二乘准则间接拟合法得 $a^* = 4.9169$, $b^* = 1.7686$.有关蚁群算法参数的设置为: $Q = 100$, $d = 0.7$, $T = 1.5$, $U = 1.5$, $m = 9$,两个模型参数优化搜索空间的分区数分别为 $n_1 = n_2 = 10$, $\lambda = 0.5$.仿真结果如表 2、图 1所示.其中表 2的仿真结果为水位流量关系参数优化的蚁群算法优化求解 10次结果的平均值;图 1所示分别为绝对残差绝对值和最小准则和相对残差绝对值和最小准则下,水位流量关系参数优化的某次蚁群算法优化求解的目标值演化过

程曲线.

表 1 关于水位流量关系拟合的实例数据

项 目	对应关系数据												
实测水位 H(m)	15.50	14.90	14.10	14.55	12.60	12.47	12.67	8.30	11.40	10.30	10.70	9.48	7.77
实测流量 (m^3/s)	596	561	542	574	435	433	448	204	372	309	331	258	182

表 2 关于实例几种优化方法的拟合结果比较

优化方法	拟合准则	拟合关系	残差平方和	平均绝对误差	平均相对误差(%)
最小二乘法[2]	绝对残差平方和	$Q = 4.3069H^{1.8272}$	2136.3	9.85	2.21
遗传算法[12]	绝对残差绝对值和	$Q = 4.3638H^{1.8220}$	3837.4	8.76	1.81
	相对残差绝对值和	$Q = 4.2631H^{1.8320}$	3951.4	8.77	1.77
蚁群算法	绝对残差绝对值和	$Q = 4.2622H^{1.8221}$	3 817.0	8.76	1.81
	相对残差绝对值和	$Q = 4.2629H^{1.8310}$	3 942.4	8.77	1.77

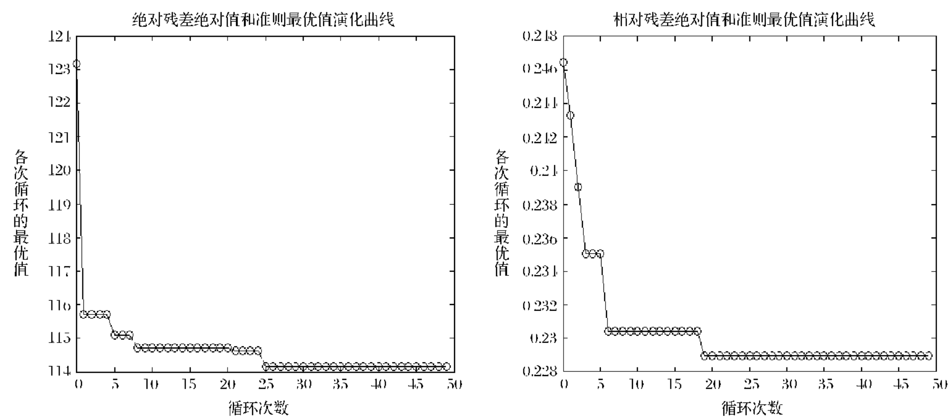

图 1 优化目标值的演化曲线

由表 2的仿真结果及与其他算法所得到的有关特征值比较可知,在此采用的连续性空间优化问题的蚁群算法所拟合的水位流量关系,拟合精度明显高于传统的最小二乘拟合方法,可以与目前在优化领域广泛应用的遗传算法的优化结果相媲美.

4 总 结

文章针对水位流量关系拟合的参数优化问题,利用文献[7,8]提出的蚁群算法优化模型进行求解,并将蚁群算法求解的结果与遗传算法及传统的优化方法的求解结果进行了比较.结果表明,作为一种新的模拟进化优化方法,蚁群算法与遗传算法一样,也具有适应优化对象广和全局优化能力强等优越性.相对遗传算法,蚁群算法具有直观 简便 收敛速度快、实用性强等优点,是一种较为优秀的全优化方法,值得在理论和实践方面作进一步研究.

在文章的蚁群算法模型中,由于 m 组蚂蚁作一次循环搜索所要进行的状态转移或区域内的随机搜索操作的总次数为 $(n_1, n_2, \cdots, n_s)^s \cdot m$,相应的计算时间复杂度为 $O\left((n_1, n_2, \cdots, n_s)^{2s} \cdot m\right)$.随着实际优化问题变量维数 分区数、参与搜索蚂蚁组数的增加,以及最优解精度要求的提高,蚁群算法对最优解搜索的效率

将迅速降低.因而 ,在多变量的优化问题中 ,仍有必要探讨出一种更有效的蚁群算法模型 ,或将其它的启发式优化方法与蚁群算法中的协同模型进行适当地集成[13] ,以进一步提高优化问题最优解的搜索效率.

参考文献:

[1]韦博成. 近代非线性回归分析 [M]. 南京: 东南大学出版社 , 1989. 1- 12.

[2]黄才安. 水位流量关系回归的优化研究 [J]. 水利水电技术 . 1995, 26(10): 2- 5.

[3]Coloni A, Dorigo M and Maniezzo V. Ant system: Optimization by a colony of cooperating agent [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 1996, 26(1): 29- 41.

[4]张纪会 , 高齐圣 , 徐心和. 自适应蚁群算法 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(1): 1- 8.

[5]Costa D, Hertz A. Ants can colour graphs [J]. J. of the Opnl. Res. Soc. , 1997, 48(3): 295- 305.

[6]Colorni A, Dorigo M and Maniezzo V. Ant system for job shop scheduling [J]. Belgian J. of Operations Research Statistics and computer science, 1994, 34(1): 39- 53.

[7]詹士昌 , 徐婕 . 用于多维函数优化的蚁群算法 [J]. 应用基础与工程科学学报 , 2003, 11(3): 223- 229.

[8]马　良. 全局优化的一种新方法 [J]. 系统工程与电子技术 , 2000, 22(9): 61- 63.

[9]魏　平 , 熊伟清 . 用于一般函数优化的蚁群算法 [J]. 宁波大学学报 , 2001, 14(4): 52- 55.

[10]詹士昌 ,徐　婕 ,吴　俊. 蚁群算法中有关算法参数的最优组合选择 [J]. 科技通报 , 2003, 19(5): 29- 34.

[11]徐云侠. 相对偏差多元线性回归法 [J]. 苏州医学院学报 , 1998, 18(8): 812- 813.

[12]杨晓华 , 陆桂华 , 郦建强. 自适应加速遗传算法及其在水位流量关系拟合中的应用 [J]. 水文 , 2002, 22(2): 14- 18.

[13]Bilchev G and Parmee I C. Searching Heavily Constrained Design Spaces [A]. In: Proc. of 22nd Int. Conf. Computer Aided Design' 95 [C]. Yelta: Ukraine, 1995. 230- 235.

The application of ant colony algorithm for stage-discharge curve calibration

ZHAN Shi-chang, XU Jie

(Institude of Microfluidic Chip, Hangzhou Teachers College, Hangzhou 310012, China)

Abstract: The ant colony algorithm is a novel simulated evolutionary algorithm which shows many good properties. To the disadvantages for unfavorable precision of traditional curvilinear regression methods, the ant colony algorithm in the continuous space optimization problems is presented for stage-discharge relation. In comparison with some traditional optimization methods and genetic algorithom, the practice for the parameter optimization shows that this method has the features of direct, convenient, fast, good applicatins, and this algorithom was found to be a superior global optimal method for solving the nonlinear continuous space optimization problems.

Key words: hydrology; ant colony algorithm; curvilinear regression; stage-discharge relation