

# 免疫进化算法在水位流量关系拟合中的应用

舒栋才, 樊明兰, 林三益

(四川大学水电学院, 四川 成都 610065)

[摘要] 分析了传统水位流量关系曲线拟合过程中存在的问题, 在此基础上应用免疫进化算法直接拟合水位流量关系曲线。通过实例的应用将该法与传统优化方法和遗传算法进行了比较。结果表明, 免疫进化算法不仅参数设置简单, 而且拟合结果明显好于其它方法。

[关键词] 免疫进化算法; 水位流量关系; 目标函数准则

[中图分类号] P33

[文献标识码] A

单一稳定的水位流量关系曲线一般采用如下的幂指数来表述, 即

$$Q=aH^b \quad (1)$$

式中  $Q$ —流量;  $H$ —水位;  $a$  和  $b$  为待定系数。

为求得参数  $a, b$ , 传统的方法<sup>[1]</sup>是先将幂指数计算式(1)取对数转化为线性方程, 再用最小二乘法求其线性方程的参数, 经逆变换后求出原方程的参数。该方法较简单且可手工计算。但其存在的主要问题是方程(1)经线性后再利用最小二乘法确定的参数, 只能使线性方程的残差平方和达到最小, 而不能保证未经变换的原始方程(1)的残差平方和最小, 因此不能认为所拟合的水位流量关系曲线是最优拟合曲线<sup>[2]</sup>; 同时, 最小二乘法中采用的拟合准则是残差平方和, 当观测数据存在极端值时, 该法会产生严重偏差。

文献[3]根据测验误差可正可负的情况, 引进目标规划中关于正偏差变量和负偏差变量的概念, 将所研究的问题转化为目标规划问题求解。但该方法的约束条件是一个非线性方程组, 反而增加了求解的困难。

文献[4]考虑不同水位级(高、低水)、不同测验方法(精测法、常测法、简测法)时对测点误差的

要求不同而采用带权最小二乘法来估计参数。但该方法在进行水位级和测验方法的权系数分配时人为影响因素较大, 且计算复杂。

文献[5]用遗传算法(GA)通过变异算子、杂交算子和选择算子选择最优个体的方式来直接估计参数, 但其参数设置复杂, 没有统一的方针, 易发生不成熟收敛的现象。另外, GA对初始条件缺乏必要的稳定性。

基于生物免疫机理的免疫进化算法<sup>[6]</sup>是最近推出的处理一般非线性模型拟合问题的优秀方法。它不要求模型参数优化估计问题提供可导、连续、可线性化等信息, 只利用目标函数值的信息进行多点自调节寻优; 较之遗传算法而言, 它不需要对可行解进行复杂的交叉和变异处理, 参数设置简便, 编程简单, 而且它的收敛性也从理论上得到了证明<sup>[6]</sup>。因此该方法具有广泛的适用性和良好的寻优特征。本文将免疫进化算法用于水位流量关系曲线的拟合, 并取得了很好的效果。

## 1 免疫进化算法(IEA)

(1) 免疫进化算法的思想<sup>[6]</sup>。免疫进化算法是根据生物免疫系统的机制设计的。在生物免疫系统

[收稿日期] 2003-11-13

[作者简介] 舒栋才(1968—), 男, 贵州安顺人, 工程师, 在读博士研究生, 主要从事水文预报、水文计算的研究工作。

中,当生物体遭到细菌(抗原)感染时,自身免疫系统通过细胞分裂和分化作用,会产生大量的抗体来抵御各种抗原。而且,生物机体的免疫细胞针对感染的微生物种类不同,其反应是不同的,通常病毒感染时,白细胞计数显示淋巴细胞的比例较高,而细菌感染则中性粒细胞比例较高,这意味着免疫系统产生的抗体具有很强的针对性。如果把算法理解为免疫系统,把外来侵犯的抗原和免疫系统产生的抗体分别与实际求解问题的目标函数以及问题的解相对应,那么算法在进化过程中产生的大量可行解理解为具体问题具有针对性的解。该算法的核心思想是在进化过程中一旦发现最优个体,那么,在兼顾群体多样性的同时,类似的个体亦将大量繁殖。经过不断的进化演变,最终产生问题的最优解。

免疫进化算法中的最优个体即为每代适应度最高的可行解。从概率上来说,一方面,最优个体和全局最优解之间的空间距离可能要小于群体中其它个体和全局最优解之间的空间距离;另一方面,与最优个体之间空间距离较小的个体也可能有较高的适应度。借鉴生物免疫机制,免疫进化算法中子代个体的生成方式为:

$$X_i^{t+1} = X_{best}^t + \sigma^t N(0, 1)$$

$$\sigma^{t+1} = \sigma_\varepsilon + \sigma^0 e^{-\frac{At}{t}} \quad (2)$$

式中  $X_i^{t+1}$  为子代个体的可行解 ( $i=1, 2, \dots, n, n$  为群体规模);  $X_{best}^t$  为父代最优个体;  $\sigma^{t+1}$  为子代个体的标准差;  $\sigma_\varepsilon$  为标准差基数,  $\sigma^t$  为父代个体的标准差;  $t$  为进化的代数;  $A$  为标准差动态调整系数;  $T$  为总的进化代数;  $N(0, 1)$  为产生的服从标准正态的随机数;  $\sigma^0$  对应于初始群体的标准差,  $\sigma_\varepsilon, \sigma^0$  和  $A$  具体取值根据被研究的问题来确定,通常,

$$\sigma_\varepsilon = 0, A \in [1, 10], \sigma^0 \in [1, 3].$$

(2) 免疫进化算法的工作步骤。

①以目标函数表达所需求解的问题,如考虑以下的优化问题:

$$\min\{f(x) | x \in X\};$$

②在解空间内随机生成初始群体(群体规模为  $N$ ),并计算每个可行解的适应度,确定初始群体的最优个体  $X_{best}^0$ ,并给出  $\sigma^0, A, T$  的取值;

③根据式(2)进行进化操作,在解空间内按父代最优个体和方差生成子代群体(群体规模为  $n, n \leq N$ ),并计算  $\sigma^t$ ;

④计算子代群体的每个可行解的适应度,确定最优个体  $X_{best}^{t+1}$ ,若  $f(X_{best}^{t+1}) < f(X_{best}^t)$ ,则选定最优个体

为  $X_{best}^{t+1}$ ,否则最优个体为  $X_{best}^t$ ;

⑤判断是否达到终止条件,若已达到终止条件,则停止进化,并选择最后一代的最优个体作为寻优的结果;否则反复执行步骤(2)至(5)。

(3) 免疫进化算法的寻优测试。为了验证免疫进化算法的全局寻优性能,本文引用一测试函数<sup>[7]</sup>,求其当  $n=20$  时的最大值:

$$G3(x) = (\sqrt{n})^n \prod_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

其中:  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 1$  且  $0 \leq x_i \leq 1, 1 \leq i \leq n$

该函数在点  $(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}})$  有一全局解,且函数值为 1。

在本算法中,有关参数设置如下:初始规模为 200,进化规模为 50,  $\sigma^0=1, A=9, T=100$ 。当程序演化到第 49 代时函数最大值达到 0.990 655 949 891 54,在第 74 代达到 0.999 906 123 612 18,在第 100 代达到 0.999 999 194 680 76,此时与理论值的误差为  $10^{-6}$ 。独立运行 10 次,均得到相同精度的结果,说明该算法具有很高的稳定性。

文献[7]在遗传算法中采用球面杂交的方法,当  $n=20$  时在 6 000 代才达到 0.99,在 10 000 代找到的最好解为 0.999 866。

可见,在相同精度的情况下,本算法比文献[7]的方法提高效率 120~135 倍。测试表明,IEA 算法是一种快速收敛的全局优化算法。

## 2 免疫进化算法在水位流量关系拟合中的应用实例

在对实例进行分析计算时,除了用免疫进化算法进行拟合外,也将其它有关文献的方法和结果一并列出,并对这几种方法进行了比较。

例 1. 某水文站,有 13 组水位流量数据原始观测数据<sup>[3]</sup>,见表 1 第 1~2 栏。拟合曲线表达式为式(1)。在进行水位流量关系拟合中分别采用:残差平方和最小、绝对残差绝对值和最小、相对残差绝对值和最小等 3 种准则作为目标函数进行。

用免疫进化算法求解,有关参数设置为:  $\sigma^0=1, A=9, T=200$ , 初始群体规模等于 200, 进化规模=50。拟合参数的初始变化范围为:  $a \in (0, 10), b \in (0, 5)$ 。采用残差平方和最小准则计算结果为:  $Q=5.786 3H^{1.706 0}$ ;用绝对残差绝对值和最小准则计算结果为:

表 1 例 1 计算成果

实测水位 ( m )	实测流量 ( m³/s )	残差平方和准则			绝对残差绝对值和准则			相对残差绝对值和准则		
		计算流量 ( m³/s )	绝对误差 ( m³/s )	相对误差 ( % )	计算流量 ( m³/s )	绝对误差 ( m³/s )	相对误差 ( % )	计算流量 ( m³/s )	绝对误差 ( m³/s )	相对误差 ( % )
15.50	596	621	25	4.19	644	48.0	8.05	644	48	8.05
14.90	561	580	19	3.39	599	38.0	6.82	599	38	6.77
14.10	542	528	- 14	- 2.58	541	- 1	- 0.03	542	0	0
14.55	574	557	- 17	- 2.96	573	- 1	- 0.03	574	0	0
12.60	435	436	1	0.23	441	6	1.45	441	6	1.38
12.47	433	428	- 5	- 1.15	433	0	0.01	432	- 1	- 0.23
12.67	448	440	- 8	- 1.79	445	- 3	- 0.49	445	- 3	- 0.67
8.30	204	213	9	4.41	206	2	1.01	205	1	0.49
11.40	372	36	- 5	- 1.34	367	- 5	- 1.17	367	- 5	- 1.34
10.30	309	309	0	0	305	- 4	- 1.12	305	- 4	- 1.29
10.70	331	330	- 1	- 0.30	327	- 4	- 1.05	327	- 4	- 1.21
9.48	258	268	10	3.88	262	4	1.79	262	4	1.55
7.77	182	191	9	4.95	182	0	0.38	182	0	0

$Q=4.336\ 4H^{1.824\ 5}$ ; 用相对残差绝对值和最小准则计算结果为: $Q=4.269\ 4H^{1.830\ 5}$ 。计算流量其及绝对误差、相对误差见表 1。其特征值统计见表 2。

表 2 各准则特征值计算结果比较(例 1)

拟合准则	拟和方法	残差平方和	平均绝对误差	平均相对误差	拟合公式
残差平方和	最小二乘法 <sup>3)</sup>	2 115	9.77	2.16	$Q=4.916\ 9H^{1.788\ 6}$
	目标规划法 <sup>3)</sup>	2 136	9.85	2.21	未提供参数
	遗传算法 <sup>5)</sup>	2 081	9.97	2.22	$Q=4.905\ 1H^{1.788\ 6}$
	免疫进化算法	1 849	9.46	2.40	$Q=5.786\ 3H^{1.706\ 0}$
绝对残差绝对值和	目标规划法 <sup>3)</sup>	3 925	8.75	1.79	$Q=4.306\ 9H^{1.827\ 2}$
	遗传算法 <sup>5)</sup>	3 756	8.76	1.83	$Q=4.399\ 0H^{1.818\ 8}$
	免疫进化算法	3 868	8.75	1.88	$Q=4.336\ 4H^{1.824\ 5}$
相对残差绝对值和	目标规划法 <sup>3)</sup>	3 953	8.78	1.77	$Q=4.262\ 6H^{1.831\ 0}$
	遗传算法 <sup>5)</sup>	3 774	8.76	1.82	$Q=4.392\ 6H^{1.819\ 4}$
	免疫进化算法	3 868	8.77	1.77	$Q=4.269\ 4H^{1.830\ 5}$

从表 2 可以看出,采用残差平方和最小准则时,免疫进化算法明显好于其它 3 种方法,遗传算法次之,最小二乘法和目标规划法接近;采用绝对残差绝对值准则时,3 种方法结果一致;采用相对残差绝对值和准则时,免疫进化算法和目标规划法结果一致,遗传算法次之。从以上结果可以看出,免疫进化算法的寻优结果好于或等于其它方法。

例 2. 某水文站水位流量关系曲线用如下表达式表示:

$$Q=c(H-a)^b$$

( 3 )

现根据文献[ 1 ] 的 43 组水位流量观测值( 数据略 ),用免疫进化算法来优化参数  $c,a,b$ 。为了便于比较,采用文献[ 7 ] 所用的相对残差绝对值和最

小准则作为目标函数:

$$\min E=\sum_{i=1}^n|Q_i-c(H_i-a)^b/Q_i|$$

( 4 )

有关参数设置为: $\sigma^0=1,A=9,T=200$ ,初始群体规模等于 200,进化规模等于 50。拟合参数的初始变化范围为: $a\in(2\ 400,2\ 489),b\in(0,5),c\in(0,80)$ 。其优化结果见表 3。在表 3 中同时给出文献[ 1 ] 的线性回归方法和文献[ 8 ] 的加速遗传算法( AGA ) 得到的拟合结果。

表 3 特征值计算结果比较(例 2)

拟合准则	拟和方法	残差平方和	绝对误差和	相对误差和	拟合公式
相对残差绝对值和最小	线性回归 <sup>1)</sup>	421.526	98.533	1.428	$Q=51.168(H-2\ 488.52)^{2.18}$
	加速遗传算法 <sup>8)</sup>	233.325	77.403	1.264	$Q=56.181(H-2\ 488.57)^{2.02}$
	免疫进化算法	143.620	61.400	1.173	$Q=60.74(H-2\ 488.60)^{1.937}$

从表 3 可知,本文采用的免疫进化算法相对残差和最小准则所得的计算结果,各项误差均远远小于线性回归和加速遗传算法,使水位流量关系曲线的拟合精度得到明显的提高。

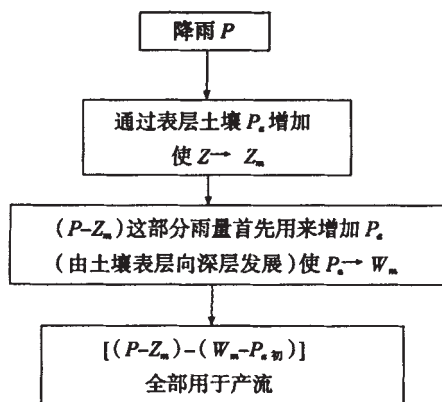
3 结 语

( 1 ) 本文使用免疫进化算法对水位流量关系中的参数进行优化处理,取得了很好的拟合效果,说明该算法的应用是成功的。

( 2 ) 与遗传算法相比较,遗传算法的选择是随机的,而免疫进化算法的选择是确定的,保证了了解的稳定性;而且免疫进化算法没有复杂的杂交和变异运算,参数设置少而且简单。

(下转第 8 页)

产流。这就是降雨、蒸散发、产流规律。流域土壤含水量在这一模式中起调节作用。可用下列物理模型来表示这一规律。



因此,只要当日雨量  $P_t$  大于(或等于)日蒸发能力  $Z_{m,t}$ ,流域便按蒸发能力  $Z_{m,t}$  进行蒸散发;如当日雨量小于当日蒸发能力  $Z_{m,t}$ ,降雨应全部用于蒸散发,而且流域土壤含水量继续消退,消退量与气象条件  $(Z_{m,t}-P_t)$  和供水条件  $(P_{a,t})$  成正比,故该日蒸散总量由两部分组成;

$$Z_t = P_t + \frac{Z_{m,t} - P_t}{W_m} \cdot P_{a,t} \quad (P_t < Z_{m,t})$$

若当日无雨,以流域土壤含水量消退来供给蒸散发,即

$$Z_t = \frac{Z_{m,t}}{W_m} \cdot P_{a,t}$$

根据上述分析, $Z$  的计算方法可归纳如下:

$$P_t = 0, Z_t = \frac{Z_{m,t}}{W_m} \cdot P_{a,t}$$

$$0 < P_t < Z_{m,t}, Z_t = P_t + \frac{Z_{m,t} - P_t}{W_m} \cdot P_{a,t}$$

$$P_t \geq Z_{m,t}, Z_t = Z_{m,t}$$

利用本法对  $Z$  进行计算,与(5)式进行比较,(5)式计算成果偏小,即:  $P_t \geq Z_{m,t}$  时,

$$\frac{Z_{m,t}}{W_m} (P_{a,t} + P_t - R_t) \leq Z_{m,t}$$

$$P_t < Z_{m,t} \text{ 时, } \frac{Z_{m,t}}{W_m} (P_{a,t} + P_t - R_t) \leq P_t + \frac{Z_{m,t} - P_t}{W_m} \cdot P_{a,t}$$

#### 4 流域蒸散发能力 $Z_m$ 的确定方法

根据流域实测气象条件,逐日选用不同的蒸散发能力,固然很好,但因条件限制,往往不便实施。通常只好分月确定不同天气的蒸散发能力。根据实践,认为采用下面方法来确定各月不同天气的蒸散发能力,简单易行,且接近实际。

首先统计历年各月实测蒸散发能力。根据实践,认为采用下面方法来确定各月不同天气的蒸散发能力,简单易行,且接近实际。

首先统计历年各月实测蒸散发量资料,通过用蒸发皿折算系数和陆面蒸散发换算系数进行换算,求得流域平均蒸散发能力  $\bar{Z}_m$  值。然后再统计各月不同类型的天气日数(分晴天、阴天和雨天3种类型)。利用下面关系式可以确定不同天气的蒸散发能力。

$$n\bar{Z}_m = n_{\text{晴}} Z_{m\text{晴}} + n_{\text{阴}} Z_{m\text{阴}} + n_{\text{雨}} Z_{m\text{雨}} \quad (6)$$

式中  $n$  为全月总天数,  $n = n_{\text{晴}} + n_{\text{阴}} + n_{\text{雨}}$

$n_{\text{晴}}, n_{\text{阴}}, n_{\text{雨}}$  分别为晴天、阴天和雨天的天数;  $Z_{m\text{晴}}, Z_{m\text{阴}}, Z_{m\text{雨}}$  分别为晴天、阴天和雨天的蒸散发能力。

由(6)式可根据历年实测资料求出  $Z_{m\text{晴}}, Z_{m\text{阴}}, Z_{m\text{雨}}$ , 即求出晴天、阴天和雨天的蒸散发能力。

(上接第3页)

(3) 免疫进化算法是新近推出的解决非线性优化问题的通用数值算法,它的求解过程与梯度等信息无关,而且具有参数设置简便,搜索效率高和不易陷入局部最优解等特点,对于复杂的优化问题具有广泛的应用价值。

#### [参考文献]

- [1] 陈继雄. 线性回归诊断在水位流量关系中的应用[J]. 水文, 1988, (5): 26-29.
- [2] 中国科学院数学研究所. 回归分析方法[M]. 北京: 科学出版社, 1975.
- [3] 黄才安. 水位流量关系回归的优化研究[J]. 水利水电技术, 1995, (10): 93-95.
- [4] 李正最. 用带权最小二乘法分析水位流量关系[J]. 水文, 1991, 4, 35-38, 13.
- [5] 金菊良, 杨晓华, 储开凤. 基因算法的应用及改进[J]. 河海大学学报, 1998, 26(2): 75-79.
- [6] 倪长健, 丁晶, 李祚泳. 免疫进化算法[J]. 西南交通大学学报, 2003, 38(1): 87-91.
- [7] Schoenauer, M. and Z. Michalewicz(1996). Evolutionary Computation at the Edge of Feasibility[C]. In: Proceeding of the 4th Conference on Parallel Problem Solving from Nature Lecture Notes in Computer Science Vol. 1141, Springer, Berlin.
- [8] 杨晓华, 陆桂华, 郦建强. 自适应加速遗传算法及其在水位流量关系拟合中的应用[J]. 水文, 2002, 22(2), 14-18.



## Application of immunization evolving algorithm in fit for relation curve of water level and discharge

*SHU Dong-cai, FAN Ming-lan, LIN San-yi*

**[Abstract]** On the basis of problems existed in fit for relation curve of water level and discharge, the relation curve of water level and discharge is fitted directment by immunization evolving algorithm. The method and the traditional optimization method and the genetic algorithm are compared through the example. The result indicated that the immunization evolving algorithm not only has the simple parameters and also the fit result is best than other methods.

**[Key words]** immunization evolving algorithm; relation of water level and discharge; objective function criterion

## Study on flood control and rainfall flood resources in drought area

*HUANG Fu-jun, CHENG Shi-ying*

**[Abstract]** The paper analyses the characteristics of storm flood and drought and the potential of rainfall flood resources in Liaoning province. The paper puts forward that the rainfall flood resources are impounded by real forecast regulation of reservoir and construction of water project making rainfall flood resources transforming to useful water resources on the basis of studying real forecast condition in Dahuofang reservoir.

**[Key words]** flood control; drought; rainfall resources; Dahuofang reservoir

## Improved method for computing amount of evaporation and potential evapotranspiration

*HAN Jing-xian*

**[Abstract]** The determination of evaporation amount and potential evapotranspiration is an important link in hydrological calculation and hydrological forecast. The paper calculates respectively the evaporation amount under tree conditions of no rain, rain less than potential evapotranspiration rain greater than potential evapotranspiration, sets forward a new method for determining potential evapotranspiration in the river basin.

**[Key words]** potential evapotranspiration; evaporation amount; computing method

## Discussion on sediment transport capacity in Liuhe river basin

*YUE Jia-geng, GANG Xing-jiu, LI Na-wei*

**[Abstract]** The paper explains the disposition of sediment transport capacity in Liuhe river basin and sand category to analysis of measuring data in Liuhe river basin, discusses the variation along river and in year and season, provides scientific basis for regulation and development of water resources in Liuhe river basin.

**[Key words]** sediment transport capacity; discussion; Liuhe river basin