文章编号: 1000-7709(2008)04-0011-03

# 粒子群算法在水位流量关系拟合中的应用

#### 刘 晋 黄 强 王义民

(西安理工大学 水利水电学院,陕西 西安 710048)

摘要: 针对传统水位流量关系 曲线拟合过程中精度不高的问题,将粒子群优化算法(PSO)应用于水位流量关系拟合,通过实例应用将该法与传统优化法及遗传算法的拟合结果进行了比较。 结果表明, PSO 简便、快速、实用性强,是一种较优的全局优化方法,适应于非线性关系的参数率定。

关键词: 粒子群算法; 水位流量关系; 曲线拟合; 参数率定

中图分类号: P333

文献标志码: A

水位流量关系是一种典型的非线性关系,文献[1] 中给出的数学模型为  $Q=aH^b$ ,计算简便,至今被广泛使用,但求解时拟合精度不高。目前求解模型参数时采用的蚁群算法、免疫进化算法 $[^{2]}$ 、混沌算法 $[^{3]}$ 、遗传算法及其相应的改进方法 $[^{4]}$ ,都在不同程度上为解决水位流量关系拟合问题提供了参考。鉴此,本文采用粒子群优化算法 $[^{2}]$  好完了研究水位流量关系的回归问题,应用文献 $[^{1}]$  水位流量关系曲线拟合的三种准则作为目标函数。根据曲线拟合和 PSO 算法的特点,将 PSO 算法应用于水位流量关系曲线的参数拟合,并将拟合得到的结果与其他优化算法比较,分析了 PSO 算法的可行性和合理性。

## 1 PSO 算法

PSO 是一种通用的启发式搜索技术,源于对鸟群捕食行为的研究,通过群体中个体之间的协作和信息共享寻求最优解<sup>[7]</sup>。 PSO 算法属于进化算法的一种,与遗传算法类似,也是从随机解出发,通过迭代寻找最优解、从适应度评价解的品质,追随当前搜索的最优值寻找全局最优。

PSO 算法在实际运用中,通常有如下两种。

#### 1.1 基本粒子群算法

基本粒子群算法的进化方程可为:

$$v_{m}^{k} = v_{in}^{k-1} + c_{1}R_{1}(p_{\text{best}_{i}} - Z_{in}^{k-1}) + c_{2}R_{2}(g_{\text{best}_{i}} - Z_{in}^{k-1})$$
(1)

其中 
$$Z_{in}^{k} = Z_{in}^{k-1} + v_{in}^{k}$$
 (2)

$$p_{\text{best}_i} = \max[F(Z_i^k)] \xrightarrow{p} Z_i^p \tag{3}$$

$$Z_i^k = (Z_{i1}^k, Z_{i2}^k, ..., Z_{in}^k)$$
 (4)

$$V_{i}^{k} = (v_{i1}^{k}, v_{i2}^{k}, \dots, v_{in}^{k})$$
 (5)

式中: i 为粒子,  $i=1,2,\cdots,m$ ; k 为迭代次数; n 为空间维数;  $c^{\text{l}}$ 、 $c^{\text{l}}$  为加速常数,  $0 \sim 2$  取值;  $R^{\text{l}}$ 、 $R^{\text{l}}$  为介于[0,1] 间的随机数;  $v^{k}_{n}$  为粒子 i 当前飞行速度;  $g_{\text{best}}$  为整体粒子群在历代搜索过程中最佳适应度值所对应的解,  $p_{\text{best}_{i}}$  为第 i 个粒子的个体最优解即为第 i 个粒子最佳适应值所对应的解。

从上述粒子进化方程可看出,  $c_1$  为调节粒子飞向自身最好位置方向的步长,  $c_2$  为调节粒子向全局最好位置飞行的步长。为减少进化过程中粒子离开搜索空间的可能性, 通常将  $v_i$  限于一定范围内,即  $v_i$   $\in [-v_{\max}, v_{\max}]$ 。若搜索空间限定在 $[-Z_{\max}, Z_{\max}]$  内,则可设定  $v_{\max}=JZ_{\max}$ ,  $0.1 \le J \le 1.0$ 。

#### 1.2 带惯性权重的改进粒子群算法

惯性权重用以改善基本 PSO 算法的收敛性 能,即

$$v_{in}^{k} = \omega_{v_{in}}^{k-1} + {}_{\mathcal{C}^{1}}R_{1}(p_{\text{best}_{i}} - Z_{in}^{k-1}) + {}_{\mathcal{C}^{2}}R_{2}(g_{\text{best}_{i}} - Z_{in}^{k-1})$$
(6)

式中, $\omega$  为惯性权重,可通过调整其大小改变搜索能力的强弱,一般取  $0.1 \sim 0.9$ 。

从式(6)可看出,基本 PSO 算法为  $\omega=1$  的特

收稿日期: 2008-05-19, 修回日期: 2008-06-02

基金项目: 水利部公益性行业科研专项基金资助项目(2007SHZ1-19); 国家自然科学基金资助项目(50709027)

作者简介: 刘晋(1984-), 男, 硕士研究生, 研究方向为水资源系统工程, E-mail, 0708150797@163.com

通讯作者: 黄强(1958-), 男, 教授、博导, 研究方向为水资源系统工程, E-mail: sy-sj@xaut.edu. cn

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

殊情况。 $\omega$  使粒子保持运动惯性,使其有扩展搜索空间的趋势,有能力探索新的区域。引入 $\omega$  可清除基本 PSO 算法对  $\nu_{max}$  的需要。 $\omega$  具有维护全局和局部搜索能力平衡的作用,当  $\nu_{max}$  增加时,减少 $\omega$  可达到平衡搜索,且使所需的迭代次数变小。因此,可将  $\nu_{max}$  。固定为每维变量的变化范围,仅对 $\omega$  进行调节。式(1)、(2)为标准的 PSO 算法,需用户确定的参数不多,操作简单、使用方便。

式(6)中,第一部分为粒子先前速度;第二部分为"认知"部分,表示粒子本身的"思考";第三部分为"社会"部分,表示粒子间的信息共享与合作。1.3 PSO 算法

PSO 算法流程如下<sup>[8]</sup>。

步骤 1 初始化一群粒子(群体规模为m)。 包括随机位置和速度。

步骤 2 评价每个粒子的适应度。

步骤 3 对每个粒子,将其当前适应值与其经历的最好位置  $p_{\text{best}}$  比较,若适应值较好,就将  $p_{\text{best}}$  设置为当前适应值。

步骤 4 对每个粒子,将其适应值与全局经历的最好位置 gbest 比较,若适应值较好,就将 gbest

设置为当前适应值。

步骤 5 根据式(1)、(2)求变化粒子的速度和位置。

步骤 6 若未达结束条件(通常为足够好的适应值或达到一个预设最大代数  $G_{max}$ ),则返回步骤 2。

### 2 实例应用

采用文献[1] 中某水文站的 13 组水位流量原始观测数据及水位流量关系拟合的三个准则为目标函数进行拟合,利用 VB 语言编程计算<sup>9</sup>, PSO 算法拟合结果见表 1。

为验证 PSO 算法的合理性,应用其他方法进行对比计算,其特征值见表 2。由表可看出:①采用残差平方和最小准则拟合时, PSO 算法的残差平方和仅为 1 812,明显小于最小二乘法、目标规划法、遗传算法。在这种准则下, PSO 算法明显优于其他三种方法,遗传算法较另外两种传统算法略好;②采用绝对残差绝对值和最小准则时, PSO优化算法与目标规划及遗传算法拟合结果较接近;

表 1 不同准则下的 PSO 算法拟合结果比较

Tab. 1 Comparison on PSO fitting results under different criterion

 实测								 相对残差绝对值和最小准则		
 水位	流量	计算流量	绝对误差	相对误差	计算流量	绝对误差	相对误差	计算流量	绝对误差	相对误差
/ m	$/\left(m^{3}\circs^{-1}\right)$	$/\left(m^{3} \circ s^{-1}\right)$	$/\left(m^{3}\circs^{-1}\right)$	/ %	$/(m^3 \circ s^{-1})$	$/(m^3 \circ s^{-1})$	/ %	$/\left(m^{3}\circs^{-1}\right)$	$/(m^3 \circ s^{-1})$	/ %
15. 50	596	617. 96	21. 96	3. 68	644. 24	48. 24	8. 09	644. 43	48. 43	8. 13
14. 90	561	577.77	16. 77	2. 99	599.43	38. 43	6.85	599. 49	38. 49	6.86
14. 10	542	525. 94	<b>-16.06</b>	-2.96	541.97	-0.03	0.00	541.86	<b>-0.14</b>	-0.03
14. 55	5 574	554. 85	− <b>19.</b> 15	-3.34	573.97	-0.03	0.00	573.95	-0.05	-0.01
12.60	435	434. 26	<b>- 0.</b> 74	<b>- 0.</b> 17	441.35	6.35	1.46	441.00	6.00	1.38
12. 47	7 433	426.65	- 6. 35	— 1 <b>.</b> 47	433.07	0.07	0.02	432.70	-0.30	-0.07
12.67	7 448	438. 37	-9.63	<b>-2.</b> 15	445.83	<b>- 2.</b> 17	<b>- 0.48</b>	445. 50	-2.50	-0.56
8. 30	204	213.30	9. 30	4. 56	205. 94	1. 94	0.95	205. 33	1. 33	0.65
11.40	372	366. 20	-5.80	-1.56	367. 63	-4.37	-1.17	367. 15	-4.85	-1.30
10. 30	309	308.08	-0.92	-0.30	305.45	-3.55	-1.15	304. 89	<b>-4.</b> 11	-1.33
10.70	331	328.74	-2.26	-0.68	327. 46	-3.54	-1.07	326. 92	-4.08	<b>— 1. 23</b>
9. 48	3 258	267. 49	9.49	3.68	262. 52	4. 52	1.75	261. 92	3. 92	1. 52
7. 77	7 182	190.63	8. 63	4. 74	182. 56	0.56	0.31	181. 96	-0.04	-0.02
均值	Ī		9. 48	2. 43		8. 75	1. 79		8. 79	1.78

表 2 各准则特征值计算结果比较

Tab. 2 Comparison on characteristic value results under different criterion

拟合准则	拟合方法	残差平方和	平均绝对误差/(m³ ° s <sup>-1</sup> )	平均相对误差/ %	拟合公式	
残差平方和最小	残差平方和最小 最小二乘法		9. 77	2.16	$Q = 4.9169 H^{1.7686}$	
	目标规划法	2 136	9. 85	2. 21	/	
	遗传算法	2 081	9. 97	2. 22	$Q = 4.905H^{1.768}$ 6	
	PSO 算法	1 812	9. 48	2.43	$Q = 5.8037 H^{1.7031}$	
绝对残差绝对	目标规划法	3 925	8.75	1. 79	$Q = 4.3069 H^{1.8272}$	
值和最小	遗传算法	3 756	8. 76	1. 83	$Q = 4.399H^{1.8188}$	
	PSO 算法	3 918	8. 75	1. 79	$Q = 4.3202 H^{1.8260}$	
相对残差绝对	目标规划法	3 953	8. 78	1. 77	$Q = 4.2626H^{1.8310}$	
值和最小	遗传算法	3 774	8.76	1. 82	$Q = 4.3926H^{1.8194}$	
	PSO 算法	3 943	8. 79	1. 78	$Q = 4.2603 H^{1.8312}$	

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.nef

③采用相对残差绝对值和最小准则时, PSO 算法并无优势, 拟合结果与其两种方法结果一致, 而遗传算法得到的残差平方和却最小。④由于克服了传统优化法中的间接拟合问题, 进化算法相对传统的优化算法, 拟合结果的各项特征值均比传统法小。

由此可见,在仅考虑残差平方和准则下 PSO 算法的拟合精度最高,再加上 PSO 算法参数设置简单、计算速度快,在实际应用中可首先考虑。在考虑相对误差影响下,可根据情况在传统算法和进化算法中自由选择,拟合结果一致。

### 3 结语

- a 针对水位流量关系拟合的参数率定问题,结合 PSO 算法在函数寻优的应用,将 PSO 算法应用于参数拟合。通过实例计算并与传统方法及遗传算法比较,表明 PSO 算法更有效、合理。
- **b** 应用 PSO 算法过程中,如何更合理设置参数、初始化位置和速度等尚待进一步探讨。

#### 参考文献:

[1] 黄才安. 水位流量关系回归的优化研究[3]. 水利水

- 电技术,1995,26(10):2-5
- [2] 舒栋才, 樊明兰, 林三益. 免疫进化算法在水位流量 关系拟合中的应用[J]. 东北水利水电, 2004, 22(4): 1-3, 8
- [3] 李梅、张洪波、黄强、等、最小二乘混沌算法在水位流量关系拟合中的应用[3].西安理工大学学报、2006,22(3);283-285
- [4] 杨晓华, 陆桂华, 俪建强. 自适应加速遗传算法及其在水位流量关系拟合中的应用[J]. 水文, 2002, 22 (2): 14-18
- [5] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization[A]. Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks
  [C]. Piscataway, NJ; IEEE Press, 1995; 1 942-1 948
- [6] Clerc M, Kennedy J, The Particle Swarm-Explosion Stability and Convergence in a Multidimensional Complex Space[J]. IEEE Trans. On Evolutionary Computation. 2002 6(1): 58-73
- [7] 杨维, 李歧强. 粒子群优化算法综述[J]. 中国工程科学, 2004, 6(5): 87-94
- [8] 肖琳, 邱林, 陈晓楠. 基于粒子群算法的设计洪水过程线推求优化方法[1]. 水电能源科学, 2008, 26(1): 56-59
- [9] 文瑾. 基于 VB 语言的粒子群优化算法描述[J]. 昆明大学学报, 2006, 17(4); 39-40

# Application of Particle Swarm Operation Algorithm in Water Level-discharge Relation Curve Fitting

LIU Jin HUANG Qiang WANG Yimin

(Institute of Water Resources and Hydro-electric Eng., Xi an Univ. of Technology, Xi an 710048 China)

Abstract Based on analyzing of the shortage in the traditional fitting stage-discharge relation, particle swarm operation algorithm is introduced and applied in fitting water level-discharge relation, and compared with the tradition algorithm and GA. The research results show that PSO is an excellent and global optimization method, characterized by simplicity, quickness and practicality, and also adapts to be used in parameter rating of non-linear relationship.

Key words: PSO; water level-discharge relation; curve fitting; parameter rating

(上接第26页)

# Study on Water Quantity and Quality Coupled Simulation of Daming Lake and Delivery Scheme

MENG Qingbin<sup>1</sup> LIU Yongzhen<sup>2</sup> TAN Yongming<sup>3</sup> GUO Le<sup>3</sup> ZHOU Qijin<sup>4</sup>
(1. School of Environment, Beijing Normarl Univ., Beijing 100875, China;

2. Nanjing Communications Institute of Technology, Nanjing 211100, China; 3. School of Civil Eng.,

Shandong Univ., Ji nan 250061, China; 4. 73016 Army Command Unity, Zhenjiang 212416 China)

Abstract Daming Lake is an important landscape lake of Jinan city. Because of the sewage drainage and the short supply of spring water, the water quality of Daming Lake is deteriorated day by day. It is necessary to deliver water to improve the water quality. This paper used two-dimensional water quality and quantity coupled model to simulate the velocity and COD of Daming Lake in real time. This paper also used scenario analysis method to simulate 5 assumptive conditions and compared them in order to afford the scientific basis for the management of Daming Lake.

**Key words**: water delivery; scenario analysis; water quality; flow velocity (C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net