

# 基于粒子群算法-最小二乘支持向量机算法的磁化曲线拟合<sup>\*</sup>

王娟, 刘明光

(北京交通大学 电气工程学院 北京 100044)

**摘 要:** 磁化曲线是强非线性函数, 提高磁化曲线的拟合精度对含有铁磁材料的电气设备建模准确性至关重要。提出了一种基于粒子群算法-最小二乘支持向量机(PSO-LSSVM)算法的磁化曲线拟合方法。该方法用粒子群优化算法解决了最小二乘支持向量机(LSSVM)参数的选择问题。仿真结果显示 PSO-LSSVM 算法能获得最优的 LSSVM 参数, 且采用 PSO-LSSVM 算法拟合的磁化曲线与实际测量的磁化曲线基本无偏差, 拟合精度较高。

**关键词:** 磁化曲线; 最小二乘支持向量机; 粒子群算法; 曲线拟合; 参数优化

中图分类号: TM 301.2 文献标志码: A 文章编号: 1673-6540(2017)07-0026-04

## Curve Fitting of Excitation Characteristics Based on Particle Swarm Optimization-Least Squares Support Vector Machine Algorithm<sup>\*</sup>

WANG Juan, LIU Mingguang

(School of Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** Magnetization curve was strongly nonlinear function. It was important to improve the accuracy of the magnetization curve fitting for the model of electrical equipment containing ferromagnetic material. Therefore, a method of magnetization curve fitting based on PSO-LSSVM algorithm was proposed. The method used particle swarm optimization algorithm to solve the LSSVM parameters selection problem. The simulation results showed that PSO-LSSVM algorithm could obtain optimal LSSVM parameters and the magnetization curve used PSO-LSSVM algorithm has high fitting accuracy.

**Key words:** magnetization curve; least squares support vector machine (LSSVM); particle swarm optimization (PSO); curve fitting; parameter optimization

## 0 引言

在对含有铁磁材料的电气设备如变压器、电动机、发电机等进行仿真建模时, 一个必须要考虑的问题就是对磁化曲线的准确描述。磁化曲线是强非线性函数, 提高对磁化曲线的拟合精度才能保证仿真模型的准确性和可行性<sup>[1]</sup>。

目前, 针对如何提高磁化曲线拟合精度的问题, 国内外学者已经提出多种方法。文献[2-3]采

用分段函数来拟合磁化曲线, 这种方法虽然简单但严重依赖于对拟合函数的选取, 不同拟合函数所得到的磁化曲线拟合精度不同, 且拟合函数中未知参数过多, 对如何准确选取这些未知参数未提出有效解决方法。文献[4-5]采用人工神经网络来拟合磁化曲线, 这种方法对于非线性曲线拟合具有较高的平滑性、精确性, 但这种计算方法较为复杂, 收敛速度慢, 样本数据需要较大, 且某些参数的选取不当易使算法陷入局部最优。文献

<sup>\*</sup> 基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2015JBM085)

作者简介: 王娟(1992—), 女, 硕士研究生, 研究方向为高铁牵引供电系统。

刘明光(1959—), 男, 博士研究生, 教授, 研究方向为高电压技术、电气设备在线监测。

[6]提出了一种最小二乘支持向量机(Least Squares Support Vector Machine, LSSVM)的拟合方法,这种方法将非线性问题转变为线性问题求解,使计算简化,且这种方法在小样本情况下拟合精度也较高,但LSSVM算法在不同参数下的拟合精度不同,如何优化参数的问题还没有提出解决方法。

基于上述研究,本文提出了一种利用粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)优化LSSVM参数的方法进行磁化曲线拟合。这种方法解决了关于LSSVM算法的参数优化问题,提高了磁化曲线的拟合精度。

## 1 PSO-LSSVM 算法

### 1.1 LSSVM 算法

LSSVM是支持向量机的一种改进。它在支持向量机的基础上将不等式约束转化为等式约束,同时采用最小二乘线性系统误差平方和作为损失函数,从而将求解过程转化为对线性方程组的求解,降低了计算复杂度,加快了问题求解速度,提高了算法收敛精度<sup>[7]</sup>。

对于给定的非线性样本集  $S = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, 2, \dots, n\}$ , 其中:  $x_i$  为输入样本  $x_i \in R^n$ ;  $y_i$  为输出类别  $y_i \in R$ ;  $n$  为样本数。首先,用一非线性映射  $\varphi(\cdot)$  将输入样本空间  $R^n$  映射到特征空间  $\varphi(x_i)$ , 然后在这个特征空间中构造最优决策函数  $y(x) = w\varphi(x) + b$ , 最后根据结构风险最小化原则确定参数  $w, b$ 。

根据结构风险最小化原则, LSSVM 算法的优化问题可用式(1)来描述:

$$\begin{aligned} \min J(w, b) &= \frac{1}{2} \|w\|^2 + \gamma \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 \\ \text{s.t. } y_i &= w^T \varphi(x_i) + b + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $w$ ——权矢量;

$\gamma$ ——正规化参数;

$e_i$ ——误差变量;

$b$ ——偏差量。

用 Lagrange 方法来求解此优化问题:

$$\begin{aligned} L(w, b, \rho, a) &= \\ J(w, b) - \sum_{i=1}^n a_i [w^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i] \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $a_i$ ——Lagrange 乘子。

根据 Karush-Kuhn-Tucker 条件得

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial w} = 0 \Rightarrow w = \sum_{i=1}^n a_i \varphi(x_i) \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n a_i = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \Rightarrow a_i = \gamma e_i \\ \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0 \Rightarrow w^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i = 0 \end{cases} \quad (3)$$

消去式(3)中的  $w$  和  $e_i$ , 可将此优化问题转化成求解下列线性方程组问题。

$$\begin{bmatrix} 0 & I_n^T \\ I_n & \Omega + \frac{1}{\gamma} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:  $I_n = [1, 1, \dots, 1]^T$

$$\Omega_{ij} = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j) = k(x_i, x_j)$$

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$$

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$$

式中:  $I$ —— $n$  阶单位矩阵。

对式(4)进行求解可得  $b, a$  的值。

LSSVM 的核函数一般选取径向基(RBF)函数, 即  $k(x, x_i) = \exp(-\|x - x_i\|^2 / 2\delta^2)$ , 其中:  $\delta$  为核参数, 则非线性拟合函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i k(x, x_i) + b \quad (5)$$

对于 LSSVM 算法, 正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  的选取对算法的性能有极大影响。根据相关研究发现: 核参数  $\delta$  对样本数据在特征空间中分布的复杂程度有影响; 正规化参数  $\gamma$  则对在确定的特征空间中支持向量机的置信范围与经验风险比例有影响<sup>[7]</sup>。

### 1.2 PSO 优化 LSSVM 参数

PSO 源于对鸟群捕食行为的研究, 是从随机解出发通过迭代寻找最优解, 再利用适应度来评价解的品质, 然后通过追随当前搜索到的最优解来寻找全局最优<sup>[8]</sup>。PSO 以其实现容易、精度高、收敛快等优点在解决实际问题中展示出极大的优越性。采用 PSO 来优化 LSSVM 的参数, 可以避免人为选择参数的盲目性, 提高 LSSVM 算法对磁化曲线的拟合精度。

假设在  $N$  维空间中, 粒子的初始位置坐标为

$U_i = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{id})$ , 初始飞行速度为  $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$   $d = 1, 2, \dots, N$   $i = 1, 2, \dots, M$   $M$  为种群规模。在每一次迭代中, 粒子通过对  $p_{besti}$  和  $g_{besti}$  两个极值的跟踪来更新自己, 其中:  $p_{besti}$  为粒子本身所找到的最优解, 用  $P_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id}]$  表示;  $g_{besti}$  为整个种群所找到的最优解, 用  $P_g = [p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gd}]$  表示。每次迭代中, 粒子通过式 (6) 对速度和位置的进行更新:

$$\begin{cases} v_{id}^{k+1} = \omega v_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id} - u_{id}^k) + c_2 r_2 (P_{gd} - u_{id}^k) \\ u_{id}^{k+1} = u_{id}^k + v_{id}^{k+1} \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\omega$ ——惯性权重因子;

$c_1, c_2$ ——学习因子;

$r_1, r_2$ ——  $[0, 1]$  间的随机生成数。

LSSVM 算法中需要优化的参数为正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$ , 利用 PSO 算法优化其参数时 PSO 算法中的详细参数设置如表 1 所示。

表 1 PSO 算法参数设置

| 参数名称            | 参数值          |
|-----------------|--------------|
| 维数 $N$          | 2            |
| 种群规模 $M$        | 20           |
| 学习因子 $c_1$      | 1.5          |
| 学习因子 $c_2$      | 1.7          |
| 惯性权重因子 $\omega$ | 0.8          |
| 种群进化代数          | 200          |
| 正规化参数 $\gamma$  | $[1, 1000]$  |
| 核参数 $\delta$    | $[0.01, 10]$ |

构建样本均方根相对误差  $e_{MSE}$  作为 PSO 的适应度函数。其表达式为

$$e_{MSE} = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(y_i - \hat{y}_i) / y_i]^2 \right\}^{1/2} \quad (7)$$

式中:  $y_i$ ——实际值;

$\hat{y}_i$ ——拟合值;

$n$ ——样本总数。

当样本均方根相对误差  $e_{MSE}$  最小时或达到种群最小进化代数时, 对应的  $\gamma$  和  $\delta$  值即为最优参数。PSO 优化 LSSVM 参数的具体流程图如图 1 所示。

### 1.3 基于 PSO-LSSVM 算法的磁化曲线建模

运用 PSO-LSSVM 算法拟合磁化曲线的过程

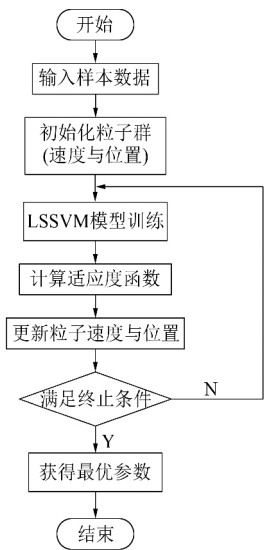


图 1 PSO 优化 LSSVM 参数流程图

主要包含以下几个步骤:

(1) 采集建模所用的样本数据, 并对数据进行标准归一化处理。标准归一化公式为

$$\bar{x}_i = \frac{x_i - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)} \quad (8)$$

(2) PSO 优化 LSSVM 参数。首先初始化 PSO 参数, 即初始化 LSSVM 模型, 然后训练模型, 通过多次迭代进化获得最优的 LSSVM 参数, 再根据前文所述获得 LSSVM 拟合磁化曲线模型。

(3) 用步骤 (2) 得到的模型预测磁化曲线特性。

(4) 分析模型的拟合精度。若拟合精度不达标要求, 更改 PSO 参数, 返回步骤 (2) 重新训练。

## 2 试验及结果

文献 [6] 所提供的某种硅钢片磁化曲线的部分测量数据对所提出的 PSO-LSSVM 算法进行仿真验证。其磁化曲线测量数据如表 2 所示。

表 2 某硅钢片磁化曲线测量数据

|     |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|
| $B$ | 0.12 | 0.42 | 0.66 | 0.79 | 0.86 |
| $H$ | 0.2  | 0.4  | 0.6  | 0.8  | 1.0  |
| $B$ | 1.09 | 1.17 | 1.23 | 1.26 |      |
| $H$ | 2.0  | 3.0  | 4.0  | 5.0  |      |

LSSVM 算法中, 当正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  取不同值时, 相应预测值与实际值的误差曲线如

图 2 所示。选取均方根相对误差作为拟合效果评价标准,正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  在不同取值下的均方根相对误差如表 3 所示。

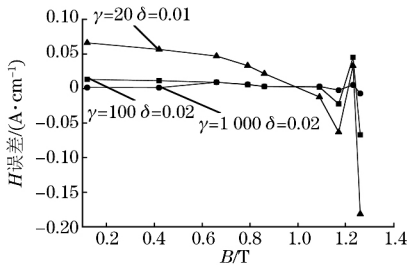


图 2 不同参数值对应的误差曲线

表 3 不同参数值对应的  $e_{MSE}$

| $[\gamma \delta]$ | [20 0.01] | [100 0.02] | [1 000 0.02] |
|-------------------|-----------|------------|--------------|
| $e_{MSE} / \%$    | 12.43     | 2.55       | 0.80         |

由图 2 及表 3 可以看出,LSSVM 算法中正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  的选取值对模型的拟合效果有较大的影响。当  $\gamma=20 \delta=0.01$  时,拟合的磁化曲线预测值与实际值误差大于 0.05,均方根相对误差也较大,拟合精度不高;当  $\gamma=1\ 000 \delta=0.02$  时,预测值与实际值误差基本都在 0.02 以内,均方根相对误差仅为 0.8%,拟合精度较高。故需要采取优化算法求取参数最优值提高磁化曲线的拟合精度。

采用本文所述的 PSO-LSSVM 算法对所提供的样本数据进行训练后得到的正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  的最优取值为  $\gamma=1\ 000 \delta=0.015$ 。

基于 PSO-LSSVM 算法拟合的磁化曲线与测量的磁化曲线如图 3 所示。拟合结果如表 4 所示。

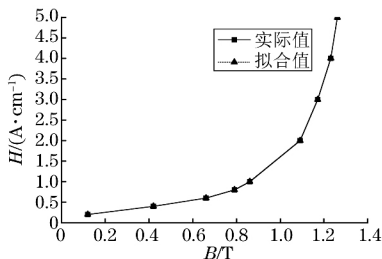


图 3 测量与拟合的磁化曲线

由图 3 及表 4 可以看出,采用 PSO-LSSVM 算法拟合的磁化曲线与实际磁化曲线偏差较小,拟合的磁化曲线均方根相对误差仅为 0.62%,拟合效果较理想。

表 4 PSO-LSSVM 算法磁化曲线拟合结果

| B/T  | 测量 $H/(A \cdot cm^{-1})$ | 拟合 $H/(A \cdot cm^{-1})$ | 相对误差 /% |
|------|--------------------------|--------------------------|---------|
| 0.12 | 0.2                      | 0.201 4                  | -0.700  |
| 0.42 | 0.4                      | 0.401 2                  | -0.300  |
| 0.66 | 0.6                      | 0.600 9                  | -1.500  |
| 0.79 | 0.8                      | 0.800 6                  | -0.750  |
| 0.86 | 1.0                      | 1.003 0                  | -0.300  |
| 1.09 | 2.0                      | 2.000 0                  | 0.000   |
| 1.17 | 3.0                      | 2.998 2                  | 0.060   |
| 1.23 | 4.0                      | 4.003 0                  | -0.075  |
| 1.26 | 5.0                      | 4.994 4                  | 0.112   |

3 结 语

LSSVM 算法中正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  的选取值对磁化曲线的拟合效果有较大的影响。仿真结果显示当选取不同正规化参数  $\gamma$  和核参数  $\delta$  时,所拟合的磁化曲线精度相差较大。本文提出的利用 PSO 优化 LSSVM 参数能有效获得最佳磁化曲线拟合精度的参数  $\gamma$  和  $\delta$  值,且仿真结果显示采用 PSO-LSSVM 算法拟合的磁化曲线与实际测量的磁化曲线基本无偏差,拟合精度较高。

【参 考 文 献】

[1] 郝文斌,李群湛,苏宏升,等.基于支持向量机的磁化曲线拟合新方法[J].变压器,2006,43(7):8-12.

[2] 潘超,王梦纯,蔡国伟,等.变压器直流偏磁场路耦合计算中的磁化曲线拟合[J].电力自动化设备,2014,34(4):49-58.

[3] 赵乾麟,吕新明.磁化曲线的连续可导拟合方法[J].机电产品开发与创新,2012,25(3):27-29.

[4] 王晓彤,施围.BP 算法在磁化曲线拟合中的应用[J].西安交通大学学报,1998,32(8):1-4.

[5] 吕新明,孙汉旭.基于函数链神经网络的磁化曲线拟合方法[J].机电产品开发与创新,2007,20(2):3-5.

[6] 尉军军,全力,彭桂雪,等.基于最小二乘支持向量机的励磁特性曲线拟合[J].电力系统保护与控制,2010,38(11):15-17.

[7] 王克奇,杨少春,戴天虹,等.采用遗传算法优化最小二乘支持向量机参数的方法[J].计算机应用与软件,2009,26(7):109-111.

[8] 曹净,李文云,赵党书,等.基于 PSO-LSSVM 模型的基坑周边建筑倾斜预测[J].计算机工程与应用,2016,52(1):254-259.

收稿日期: 2016-11-09