Optimal Design

طراحی بهینه مقطع کانال روباز با ناهمواری مرکب با روشهای قطعی و تصادفی

سينا تقىزادە

ا دانشجوی کارشناسیارشد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۴۰۰۲۰۹۲۷۹ و <u>sina.taghizadeh123@gmail.com</u>

حكيده

ما در این پژوهش پس از بیان مقدماتی پیرامون کارهای قبلی انجام شده؛ به استخراج معادلهی جریان یکنواخت برای کانالهای با ناهمواری مرکب برحسب مقادیر ضرایب زبری دیوارههای آن پرداختیم. سپس پس از معرفی تابع هزینهی مسئله به نحوی که هزینهی ساخت کانال کمینه گردد؛ به فرمول بندی طراحی کانالهای روباز با مقاطع مرکب در سـه سـناریوی مختلف پرداختیم. در ادامه با روشهای الگوریتم ژنتیک و یک الگوریتم مبتنی بر نزول در امتداد گرادیان، یک مسئلهی بهینهسازی مقید را در سه سناریوی مختلف مورد تحلیل قرارداده و نتایج را با یکدیگر و همچنین با نتایج مقالهی مرجع که همین مسئله را با روش ضرایب لاگرانژ به روش غیر مستقیم تبدیل به دستهای از معادلات غیر خطی کرده و سپس با روش عددی حل کرده بود، مقایسـه نمودیم. مشاهده کردیم نتایج حاصـل از روش الگوریتم مبتنی بر گرادیان کاملا منطبق بر نتایج مقللهی مذکور گردید و نتایج حاصل از الگوریتم ژنتیک نیز از نظر مقادیر توابع هزینه بسیار نزدیک به دو الگوریتم قبلی شـد ولی از نظر متغیرهای طراحی در سـناریوی اول مقادير نسبتا متفاوتي نسبت به دو الگوريتم ديگر پيشنهاد داد كه نشان دهنده ی توانایی این الگوریتم برای یافتن جوابهای متنوع و گاها بهتری میباشد.

واژه های کلیدی

طراحی بهینه، الگوریتم ژنتیک، الگوریتمهای مبتنی بر گرادیان، کلنال با ناهمواری مرکب

مقدمه

یکی از ضروری ترین و حیاتی ترین نیازهای بشر آب است که بخصوص با افزایش جمعیت و ضرورت رشد کشاورزی و صنعت از یک طرف و محدودیت مخازن و منابع آبی از طرف دیگر، حساسیت آن روز به روز بیشتر می شود. حفاظت از آب باتوجه به محدودیتهای روزافزون منابع آب و بالارفتن نیازهای روزمره بشر به آب برای مصارف گوناگون دارای اهمیت فراوانی است. کانالهای روباز از گذشته، از میان روشهای مختلفی که برای انتقال آب استفاده می شود، بیش ترین کاربرد را دارند

که می توانند در نقاط مختلف و شرایط گوناگون خاک با مقاطع عرضی متفاوت طراحی شوند [1].

برای این کانالهای روباز زمانی می توان گفت به سطح مقطع بهینه دستیافتهایم که هزینههای ساخت آن کمینه و میزان انتقال دبی آن بیشینه گردد. لازم به ذکر است که هزینههای ساخت برای هر منطقه می تواند متفاوت باشد [2]. برای صرفهجویی در هزینهها، در کانالهای ساده می توان برای کف و دیوارههای کانال از مواد مختلفی استفاده نمود. به عنوان مثال برای کاهش تفات نشت، کف کانالها را می توان بتن اندود کرد و بسته به امکانات محلی موجود، دیوارهها را می توان با خرده سنگها که تهیهی آنها هزینهی بسیار کمتری خواهد داشت، ساخت. در نتیجهی این کار سطح مقطع خیس شده با ناهمواریهای متفاوتی حاصل خواهد گشت [3].

سوامی و همکاران طراحی بهینه کانال با مقاطع مثلثی، مستطیلی و ذوزنقهای را با درنظر گرفتن تلفات ناشی از نشت مورد تحلیل قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که مقطع بهینه کانال ذوزنقهای دارای مساحت مقطع و تلفات ناشی از نشت کم تری نسبت به مقاطع مثلثی و مستطیلی میباشد [4]. روشنگر و همکاران نیز طراحی بهینه برای مقطع ذوزنقهای تحت محدودیتهای هیدرولیکی، دبیهای مختلف و شیبهای هیدرولیکی متفاوت انجام دادند [5].

گو و همکاران فاصلهی سطح آزاد آب تا سطح زمین ارا بهعنوان یک پارامتر عملکردی به مسئلهی طراحی بهینهی کانالهای با سطح مقطع ذوزنقهای افزودند [2]. فروهلیچ نیز استفاده از عرض قسمت بالای کانال به عنوان یک قید اضافی برای دستیابی به بهترین سطح مقطع ذوزنقهای پیشنهاد داد [6]. لوگاناتان طراحی بهینهی کانالها با سطح مقطع سهموی را مورد بررسی قرار داد [7].

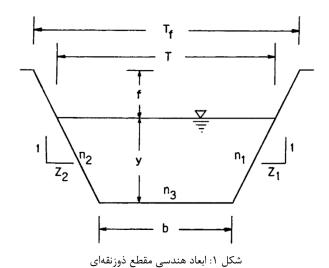
داس نیز در سال ۲۰۰۰ طراحی بهینه ی یک کانال با سطح مقطع ذوزنقهای با ناهمواریهای مرکب را در سه سناریوی مختلف فرمول بندی نمود و با کمک روش لاگرانژ این مسئله را با کمک روشهای عددی حل معادلات غیرخطی حل نمود [8]. ما نیز در این بخش مسئله ی فرمول بندی شده ی ایشان را در هر سه سناریو را با روشهای مبتنی بر نزول در امتداد گرادیان و الگوریتم ژنتیک حل

¹ freeboard

خواهیم نمود و نتایج گرفته شده توسط مقالهی مذکور را بار دیگر بازتولید و مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

معادلهی جریان یکنواخت برای کانال با ناهمواری مرکب

شکل 1 نامگذاری ابعاد هندسی را برای یک مقطع ذوزنقهای شکل نشان می دهد. مشاهده می کنیم محیط تر شده شامل کف کانال و بخشی از دیوارههای کناری می باشد و بخشی از دیوارههای کناری ترنشده باقی خواهند ماند. مقادیر ضرایب زبری منینگ 7 برای دیوارههای کناری با شیبهای 1 و 2 و کف کانال به تر تیب برابر 1 و 1 و 1 می باشد. همچنین عرض جریان در قسمت بالای کانال با 1 و عرض مقطع بالایی کانال، فارغ از جریان، با 1 نمایش داده شده است عرض مقطع بالایی کانال، فارغ از جریان، با 1 نمایش داده شده است



رابطهی (۱) معادلهی جریان یکنواخت منینگ برای مقاطع ذوزنقهای با ناهمواری مرکب را نشان میدهد.

$$\frac{q}{(s_0)^{0.5}} = \frac{1}{n_e} \cdot \frac{\{b \cdot y + (z_1 + z_2) \cdot y^2 / 2\}^{5/3}}{\{[(z_1^2 + 1)^{0.5} + (z_2^2 + 1)^{0.5}] \cdot y + b\}^{2/3}}$$
 (1)

که در آن q دبی طراحی و s_0 شیب طولی کف کانال میباشد. مشاهده می کنیم این رابطه برحسب فسریب زبری معادل یا n_0 بیان گردیده است. برای این منظور از فرمول $\binom{7}{}$ برای تخمین آن استفاده می کنیم [9].

$$n_e = \left\{ \frac{\left[(z_1^2 + 1)^{0.5} \cdot n_1^{1.5} + (z_2^2 + 1)^{0.5} \cdot n_2^{1.5} \right] \cdot y + b \cdot n_3^{1.5}}{\left[(z_1^2 + 1)^{0.5} + (z_2^2 + 1)^{0.5} \right] \cdot y + b} \right\}^{\frac{2}{3}} \tag{7}$$

با جاگذاری (7) در (1) به رابطهی (7) که معادلهی جریان یکنواخت منینگ برحسب ضرایب زبری سطوح است، میرسیم [8].

رابطهی (7) به عنوان یک قید مساوی برای مسئله ی بهینه سازی کانال باید در نظر گرفته شود.

تابع هزينهي ساخت كانال

تابع هزینه ی این مسئله با در نظر گرفتن فرضهایی که در ادامه می آیند نوشته شده است:

- ۱. مجموع کل هزینههای ساخت کلنال از چهار نوع هزینه مشتق گردیدهاند که شامل: (۱) هزینه ناشی از مساحت سطح مقطع، (۲) و (۳) هزینهی دو دیوارهی کناری کانال (۴) هزینهی کف کانال.
- برای دیوارههای کناری چه بخش ترشده و چه بخش ترنشده، تماما از یک نوع ماده استفاده شده است.
- ۳. هر چهار هزینه در واحد طول کانال ثابت هستند ولی بایکدیگر متفاوتند.

با این فرضیات تابع هزینه به شکل رابطهی $({}^{\prime})$ درخواهد آمد [8]:

$$CF = c_1 \cdot \left[b \cdot (y+f) + ((z_1 + z_2) \cdot \frac{(y+f)^2}{2} \right] + \\ \left[c_2 \cdot ({z_1}^2 + 1)^{0.5} + c_3 \cdot ({z_2}^2 + 1)^{0.5} \right] \cdot \\ (y+f) + b \cdot c_4$$
(*)

که c_1 هزینه در واحد سـطح برای سـطح مقطع، c_2 و c_3 هزینه ها در واحد طول برای کف واحد طول برای کف کنال میباشد.

فرمول بندى مسئله طراحى بهينه

همانطور که در بخش مقدمه ذکر شد طراحی بهینه ی این مسئله تحت سبه سبناریوی مختلف مطرح می گردد. رابطه ی (n) به عنوان تابع هزینه ی این مسئله باید کمینه گردد و رابطه ی (n) تحت عنوان قید تساوی اصلی، همواره باید در این مسئله برقرار باشد.

b متغیرهای طراحی ما شامل عمق جریان y، عرض کف کانال و متغیرهای دیوارههای کناری کانال یعنی z_1 و z_2 میباشند و سایر پارامترها، عملکردی و ورودی مسئله محسوب می گردند. z_1

علاوه بر قید اصلی مسئله که در رابطه ی (7) ذکر گردیده است؛ این مسئله تعدادی قید مخفی نیز دارد. همانطور که ناگفته پیداست و b از نظر فیزیکی نمی توانند منفی گردند و منفی شدن مقادیر 2 و میخد از نظر فیزیکی مشکلی ایجاد نمی کند اما شکل کانال را تغییر داده و مورد نظر ما نیست. بنابراین شرط بزرگتر از صفر بودن برای تمام متغیرهای طراحی باید اعمال گردد.

فرمول بندی سه سناریوی پیشنهادی به شرح ادامه می باشد:

 $[\]frac{q}{(s_0)^{0.5}} = \frac{\{b \cdot y + (z_1 + z_2) \cdot y^2 / 2\}^{5/3}}{\{\left[(z_1^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot n_1^{\frac{3}{2}} + (z_2^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot n_2^{\frac{3}{2}}\right] \cdot y + b \cdot n_3^{\frac{3}{2}}\}^{2/3}}$ (\tag{7})

² The Manning roughness coefficient

⁷ مقادیر پارامترهای ورودی و عملکردی مشابه مقالهی مرجع در نظر گرفته شدهاند و از ذکر مجدد آنها در متن این گزارش صرف نظر کردهایم. همچنین از پیوستهای الحاقی گزارش این موارد قابل استحصال میباشند.

- ۱. در سناریوی اول هیچ قیدی علاوه بر قید تساوی (7) و بزرگتر از صفر بودن 7 متغیر طراحی، برای مسئله در نظر گرفته نمی شود. تابع هزینه نیز مطابق رابطه ی (2) می باشد که باید کمینه گردد.
- ۲. در سناریوی دوم محدودیتی روی شیبهای دیوارههای کناری IZ و ZI اعمال می گردد. در عمل این شیبها به دلیل معیارهای پایداری بایستی مقادیر بزرگتری از مقدار صفر داشته باشند. به احتمال زیاد، راه حل بهینه برای چنین مواردی راه حلی خواهد بود که در آن این محدودیتهای شیب جانبی به عنوان محدودیتهای نوع برابری الزام آور بر آورده شوند. تحت این شرایط این دو از بردار متغیرهای طراحی حذف گردیده و مقدار به خود خواهند گرفت. در مقالهی [8] برای هردو شیب مقدار واحد پیشنهاد گردیده است. بدین ترتیب برای این سناریو هدف ما کمینه نمودن تابع هزینهی (۵) مشابه قبل به همراه قید (۲) و منفی نبودن y و b میباشد و در این روابط به جای (۲)
 ۲۵ باید مقادیر آنها با مقدار ۱ جایگزین گردد.
- T. در این سناریو محدودیتی بر روی عرض دهانهی کانال به صورت یک قید تساوی اعمال می گردد. این محدودیت می تواند روی T_f یا T_f اعمال گردد و محدودیتی است که از محیط ممکن است به مسئله تحمیل گردد. برای T_f این رابطه به صورت رابطهی $\binom{6}{2}$ می باشد.

$$T_f = b + (z_1 + z_2) \cdot (y + f)$$
 (Δ)

اگر در رابطه ($^{\Delta}$)، † را برابر صفر جاگذاری کنیم، † به † تبدیل شده و می توانیم محدودیت را بر روی عرض دهانه ی جریان قرار دهیم. بدین ترتیب فرمول بندی این سناریو کاملا مشابه سناریوی اول بوده با این تفاوت که قید تساوی ($^{\Delta}$) هم در کنار قید رابطه ی ($^{\tau}$) باید ارضا گردد.

طراحي بهينهي كانال

مقاله ی [8] مسئله ی بهینه سازی مقید فوق را، در هر سه سناریو، با روش ضرایب لاگرانژ تبدیل به مسئله ی بدون قید نموده بود و سپس با اعمال شرط لازم بهینگی مرتبه اول بر روی تابع لاگرانژ حاصل، به یک دستگاه معادلات غیر خطی رسیده بود و درنهایت با یک الگوریتم تکراری اقدام به تقریب جوابها کرده بود.

ما در این بخش مسائل بهینه سازی فوق را با کمک الگوریتم ژنتیک، که در خانواده ی الگوریتمهای تصادفی 3 بوده، و همچنین یک الگوریتم مبتنی بر نزول در امتداد گرادیان، که جز روشهای قطعی 6 میباشد، حل خواهیم کرد. برای هر دو روش حل فوق از جعبه ابزارهای آماده ی نرمافزار متلب 2 که برای این منظور طراحی گردیدهاند

استفاده خواهیم کرد. لازم به ذکر است که با انجام تنظیمات لازم، نرمافزار قیدها را به صورت یکسری توابع جریمه به تابع هدف خواهد افزود و بدین ترتیب مسئله را به مسئلهی بدون قید تبدیل نموده و حل خواهد کرد.

نتايج

برای حل با روش تصادفی الگوریتم ژنتیک، پس از تعریف توابع هدف و قیود در محیط نرمافزار برای هر سه سناریو و اعمال تنظیمات لازم در جعبهابزار مربوطه $^{\rm V}$ برای حل، نرمافزار تحلیل را انجام میدهد. جدول $^{\rm I}$ نتایج حاصل از حل را بهوسیلهی الگوریتم ژنتیک نشان میدهد. لازم به ذکر است توابع تعریفشده برای هر سناریو و تنظیمات محیط نرمافزار همگی در کنار گزارش به صورت دستهبندی شده پیوست گردیدهاند و جهت خلاصهنمودن گزارش، از ذکر مجدد آنها در این بخش صوفنظر کردهایم.

جدول ١: نتايج حاصل از الگوريتم ژنتيک

سناريو ٣	سناريو ٢	سناريو ١	متغيرهاي طراحي
4.269	3.782	4.190	y(m)
5.830	3.779	5.090	b(m)
0.162	1.000	0.361	z1
0.189	1.000	0.384	z2
23.002	24.571	23.018	تابع هزينه

همچنین مسائل را یکبار دیگر با کمک جعبه ابزار دیگری که مبتنی بر گرادیان میباشد $^{\Lambda}$ حل نمودیم که نتایج آن را نیز در جدول $^{\Upsilon}$ ذکر کردهایم. مشابه مورد قبل در اینجا نیز فقط به ذکر نتایج نهایی بسنده نمودهایم و جزئیات تنظیمات صورت گرفته و توابع هدف و قیود تعریف شده را جداگانه پیوست نمودهایم.

جدول ۲: نتایج حاصل از الگوریتم مبتنی بر گرادیان

سناريو ٣	سناريو ٢	سناريو ١	متغيرهاى طراحى
4.261	3.783	4.052	y(m)
5.854	3.776	5.826	b(m)
0.167	1.000	0.247	z1
0.179	1.000	0.265	z2
23.002	24.571	22.958	تابع هزينه

⁷ ga – genetic algorithm toolbox

⁸ fmincon toolbox

⁴ stochastic

⁵ deterministic

⁶ MATLAB

نتيجهگيري

برای بحث و اظهارنظر بهتر پیرامون نتایج گرفته شده، نتایج حاصل از مقاله ی [8] را نیز در جدول $^{\pi}$ ذکر کردهایم تا مقایسه ی نتایج در یک چهار چوب درست تری صورت پذیرد.

جدول ٣: نتايج مقالهي [8]

سناريو ٣	سناريو ٢	سناريو ١	متغيرهاي طراحي
4.261	3.783	4.052	y(m)
5.854	3.776	5.826	b(m)
0.167	1.000	0.247	z1
0.179	1.000	0.265	z2
23.002	24.571	22.958	تابع هزينه

مشاهده می کنیم نتایج جدول 7 و جدول 7 کاملا منطبق بر یکدیگر، هم در مقادیر توابع هزینه و هم در مقادیر متغیرهای طراحی، میباشند ولی این دو با جدول 1 هرچند در مقدار تابع هزینه برای حللتهای 7 و 7 بسیار نزدیک میباشند؛ اما در مقدار متغیرهای طراحی خصوصا در حالت 1 تفاوتهایی دارند.

به عنوان نمونه در سناریوی اول حل با الگوریتم ژنتیک از نظر تابع هزینه کمی بیشتر از مقادیر مقلله برای این ستاریو میباشد اما پیشنهادات دیگری در رابطه با مقادیر متغیرهای طراحی پیش روی ما قرار داده است که ممکن است از جهاتی که ما بررسی نکردهایم، شرایط بهتری برای ساخت را موجب شود. برای مثال در این مورد خاص از آنجاییکه هرچه شیبهای دیوارهها به مقدار ۱ نزدیکتر باشد، سازهی پایدارتری خواهیم داشت؛ این حل حدود ۸۰ سانتیمتر در ضخامت کف کانال صرفه جویی کرده و به سازهی پایدارتری نیز رسیده است. هرچند هزینهی آن به سبب افزایش ارتفاع کانال بیش تر در داست.

درواقع از آنجاییکه الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم تصادفی برای یافتن بهینه یکلی است؛ با اجراهای چند باره ی این الگوریتم می توان به جوابهای بهینه ی دیگری نیز دست پیدا کرد و درنهایت بهترین آنها را برگزید. در حالیکه در الگوریتم دیگر که حل با الگوریتم مبتنی بر نزول در امتداد گرادیان بود، با فرض نقطه ی شروع ثابت همواره به یک جواب مشخص می رسیم. همچنین اگر مسئله نقاط کمینه ی محلی زیادی داشته باشد و محدب نباشد، این روش ممکن است در اولین نقطه ی کمینه ی محلی زیادی داشته باشد و محدب نباشد، این روش ممکن است در تحییه یک کمینه ی کلی دست نخواهد یافت. روش غیر مستقیم لاگرانژ یا حالت تعمیم یافته ی آن نیز هرچند در اینجا ما را به مطلوب خود رساند، ولیکن بسیار وقت گیر بوده و در مسائلی که تعداد قیود بالاتری به ولیکن بسیار وقت گیر بوده و در مسائلی که تعداد قیود بالاتری به

همراه قیود نامساوی داشته باشند، مشتق گیری دستی و شرایط سوئیچیگ کار را بسیار دشوار و غیر منطقی از نظر حل خواهد نمود.

جمعبندي

ما در این پژوهش پس از بازنویسی فرمول بندی مقاله ی [8] مربوط به طراحی بهینهی کانالهای روباز با مقاطع با ناهمواری مرکب، به بازتولید نتایج آن با روش الگوریتم ژنتیک و همچنین یک الگوریتم مبتنی بر نزول در امتداد گرادیان در هر سـه سـناریوی مطرح شـده پرداختیم. مشاهده نمودیم نتایج حاصل از روش الگوریتم مبتنی بر گرادیان کاملا منطبق بر نتایج مقالهی مذکور، که با روش غیر مستقیم لاگرانژ اقدام به حل کرده بود، گردید و نتایج حاصل از الگوریتم تصادفی ژنتیک علارغم رسیدن به مقادیر توابع هزینهی نزدیک به مقادیر مقالهی مذکور، از نظر مقادیر متغیرهای طراحی در سناریوی اول مقادیر متنوع تری نسبت به دو الگوریتم دیگر حاصل کرد. اما در نهایت با وجود اجراهای متعدد الگوریتم با تنظیمات مختلف و یکسان، نظر به تصادفی بودن الگوریتم با تنظیمات یکسان نیز به جوابهای متنوع می رسیدیم، علارغم رسیدن به بردار متغیرهای طراحی متنوع، بهبودی در مقادیر توابع هزینهی آنها حاصل نگشت. بنابراین میتوان نتیجه گرفت که مقادیر بدست آمده از مقالهی [8] هرچند با روشهای عددی حل معادلات غیر خطی لاگرانژ بدست آمده بودند و تمام جوابها را حاصل نكرده بودند؛ با احتمال قريب به يقين همان نتايج بهینهی کلی مسئلهی مدنظر بودهاند.

تشکر و قدردانی

در انتها از جناب آقای دکتر سعید خدایگان عزیز بابت تدریس بسیارعالی و مفهومی ایشان در طول این ترم تحصیلی مجازی کمال تشکر و قدردانی را دارم. امید که فرصت و امکان جبران باشد.

فهرست علائم

b عرض كف كانال،m

س، عمق کانال y

m، عرض بخش بالایی سطح مقطع کانال $T_{\rm f}$

m،عرض بخش بالاي جريان

mفاصلهی سطح آزاد آب تا سطح زمین f

 m^3/s ، دبی طراحی q

سمت راست کانال کانال

کانال شیب دیوارهی سمت چپ کانال \mathbf{z}_2

ضریب زبری کانال

مراجع

[1] K. Roushangar, M. T. Alami and A. Nouri, "The optimal design of compound channel section

⁹ global optimum

- [6] D. C. Froehlich, "Width and Depth-Constrained Best Trapezoidal Section," *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 120, no. 4, pp. 828-835, 1994.
- [7] G. V. Loganathan, "Optimal Design of Parabolic Canals," Journal of Irrigation and Drainage Engineering, vol. 117, no. 5, pp. 716-735, 1991.
- [8] A. Das, "Optimal Channel Cross Section with Composite Roughness," Journal of Irrigation and Drainage Engineering, vol. 126, no. 1, pp. 68-72, 2000.
- [9] R. E. Horton, "Separate roughness coefficients for channel bottom and sides," Engrg. News-Record, vol. 111, no. 22, p. 652–653, 1933.

- considering changes of roughness coefficient and hydraulic restrictions," *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, vol. 12, no. 3, pp. 624-634, 2018.
- [2] C.-Y. Guo and W. C. Hughes, "Optimal Channel Cross Section with Freeboard," *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 110, no. 3, pp. 304-314, 1984.
- [3] V. T. Chow, Open-channel Hydraulics, McGraw-Hill, 1959.
- [4] P. K. Swamee, G. C. Mishra and B. R. Chahar, "Comprehensive Design of Minimum Cost IrrigationCanal Sections," Journal of Irrigation and Drainage Engineering, vol. 126, no. 5, pp. 322-327, 2000
- [5] K. Roushangar, M. Alami, V. Nourani and A. Nouri, "A cost model with several hydraulic constraints for optimizing in practice a trapezoidal cross section," Journal of Hydroinformatics, vol. 19, pp. 456-468, 2017.