

**基于孙子兵法的老年人健身活动优
化策略研究——以飞镖运动为例**

**Research on Optimization
Strategies of Physical Activities
for the Elderly Based on Sun
Tzu's "Art of War"—Taking
Darts as an Example**

摘 要

“老吾老，以及人之老”是中华民族的传统美德，《孙子兵法》亦是我国古代智慧的结晶，本研究将我国传统文化智慧和现代数据技术结合起来，以老年人参加飞镖健身运动为具体场景展开研究。通过组织社区中的老年人参加飞镖健身活动，总结出困扰老年人坚持开展健身运动的三大难点：老年人对自己的健身水平的缺乏正确认识；在健身活动中不能科学选择合适的项目和目标；不能根据健身运动的实际情况进行做出及时的调整。针对这三个具体问题提出了三个针对性的解决方案：第一是基于“知己知彼”思想建立了一个利用最近邻方法来准确估计老年玩家水平的数学模型；第二是基于“城有所不攻”思想对老年人参加飞镖活动时面临的两类选择问题进行了量化分析，并准确计算出高分赛的规则更适合老年人；第三是基于“兵无常势，水无常形”思想对更加弱势的老年人群体在飞镖活动中遇到的问题进行了具体的分析，针对视力不好，力量不足和乘坐轮椅的三类老人分别给出了具体的优化方案。实验结果表明，上述三种优化策略有效提高了老年人健身活动的体验，能够有效帮助他们坚持开展这项健身运动。

关键词：健身运动 健康老龄化 飞镖运动 孙子兵法 最近邻方法 数据挖掘

Abstract

“Honor old people as we do our own aged parents” is a traditional virtue of the Chinese people, and “The Art of War” is also a milestone of ancient Chinese wisdom. This study presents Optimization Strategies for physical activities for the elderly based on Sun Tzu’s Art of War by leveraging modern data technology into darts. By encouraging the elderly in local communities to participate in dart physical activities, we discovered three major difficulties that trouble the elderly to insist on carrying out physical exercises: the elderly lack a correct understanding of their own physical level; they have no idea of how to choose appropriate projects and goals; the elderly cannot make timely adjustments according to the actual situation of physical exercises. Solutions are proposed for these three specific problems, and the first is to establish a mathematical model using the nearest neighbor method to accurately estimate the level of elderly players based on the idea of “knowing yourself and opponents”. In addition, the second solution is based on the “There are armies which must be not attacked” and the rules of high-scoring games are more suitable for the elderly by data simulation experiments. Moreover, the problems encountered by the more vulnerable elderly groups in dart activities were specifically analyzed, and specific optimization plans were given for the three types of elderly people with poor eyesight, insufficient strength, and those in wheelchairs. Experimental results show that the above three optimization strategies effectively improve the experience of elderly people participating in physical activities and can effectively help them persist in carrying out physical activities.

Keywords: Physical Activities; Healthy Aging; Darts; Sun Tzu's Art of War; Nearest Neighbor Method; Data Mining

1. 引言

2022 年国家卫生健康委等 15 个部门联合印发《“十四五”健康老龄化规划》^[1]，指出我国老年人健康状况不容乐观，增龄伴随的认知、运动、感官功能下降以及营养、心理等健康问题日益突出，鼓励老年人科学锻炼，提升老年人健身体验是提升寿命质量的有效方法。而另一方面，学术界的研究(Crombie 等, 2004)表明^[2]，老年人在尝试开展健身运动的时候，因为缺乏兴趣引导、身体条件限制、担心受伤风险等因素，导致运动体验较差，难以坚持度过新手期，因而放弃使自己获益的锻炼机会。

我国自古就有“投壶”和“射礼”等传统健身运动，也有博大精深的博弈运筹智慧，这些深厚的历史文化底蕴可以为老年人正确开展健身运动注入中国智慧。我国的春秋时期的经典军事著作《孙子兵法》，明确提出“夫未战而庙算胜者，得算多也；未战而庙算不胜者，得算少也。”等深刻的博弈思想。近些年来，数据科学的发展为《孙子兵法》在现代健身运动成功应用提供了方法和工具，利用数据建模和仿真的技术手段，可以将传统典籍中的各种智慧量化计算并直观展示出来，为老年人的科学健身活动提供科学指引。基于传统中国文化和智慧的健身策略可以帮助老年人群快速度过新手期，增强坚持开展健身运动的自信心，从而坚持长期运动，收获运动带来的快乐和健康。

飞镖运动历史悠久，最早源于 15 世纪的英格兰，并于上世纪 80 年代进入中国。国家体育总局在 1999 年将飞镖运动列入正式体育竞技比赛项目并成立中国飞镖运动协会，国家体育总局将其列为第 95 个正式开展的体育项目。这个项目对老年人非常友好，特别是对活动能力较弱，有中风、脑梗风险的老年人更是非常有益，本研究就是以飞镖运动项目为例，利用《孙子兵法》的思想，帮助老年人优化健身运动策略，帮助他们顺利度过运动的新手期，养成科学健身的习惯，从而收获健康快乐。

本研究就是基于上述背景，以学校飞镖社团为大本营，组织社团成员在家中和社区开展面向老年人的飞镖培训活动，并在这些活动中完成访谈、调研和数据采集。在此基础上，社团成员应用现代数据处理技术，将《孙子兵法》中的策略应用到老年人的飞镖运动中来，归纳出适合老年人参加健身运动的三个策略，帮助老年人收获健身运动带来的健康和快乐。本研究有以下四方面的意义：第一、可以帮助老年人顺利度过学习一门运动技能的新手期，帮助他坚持开展运动，提升寿命质量；第二、减少老年人在运动中降低受伤风险，科学安排健身运动；第三、飞镖运动对于老年人，行动不便，脑梗、中风患者有很好的保健和康复效果，对全社会的弱势群体的健康都有帮助；第四、本研究用数字化的方法弘扬中国传统智慧，在新时代焕发新活力。

2. 文献综述

2.1 老年人开展健身运动的研究

欧美国家的人口老龄化问题比较突出，对老年人健康的行为的研究也开展的比较早。来自加拿大运动与老龄化中心的 D.H. Paterson 等学者在 2007 年发表在科学期刊《Applied physiology, nutrition, and metabolism》中研究成果有非常大的影响力^[3]，该项目研究通过大量的实证研究表明，健身活动有助于降低各种与年龄相关的疾病和死亡风险，老年人开展必要的有益活动能够改善心肺健康、力量、爆发力和平衡能力，科学的开展健身活动可以最大限度地减少身体各项技能的衰退。通过定期完成低强度活动，可以降低罹患主要心血管和代谢疾病、降低肥胖、跌倒、认知障碍、骨质疏松症和肌肉无力的风险。这个研究基于运动干预的实验证明，老年人可以在生理上适应运动训练，提高各项功能能力。

韩国也面临着人口老龄化的挑战，来自韩国的 Hyejin Yoon 等学者研究了老年人参加健身运动对生活满意度的影响^[4]。这项研究发现，大多数韩国老年人一天中的大部分时间都在家看电视，通过对韩国就业信息服务中心提供的数据进行分析，可以发现健身运动的参与程度与老年人的生活质量显著相关，积极参加有意义的健身活动是韩国老年人主观幸福感和良好心理健康的关键因素，全社会应予以鼓励和支持。

近些年来，许多研究表明飞镖运动对老年健康非常有益，其中日本同志社大学研究（TAKEDA, 2017 等）具有代表性^[5]。这篇文章探讨了经常投掷飞镖对老年人认知功能的影响，通过对 51 名老人的开展两个月的对照实验，结果表明经常性的飞镖训练可以明显提升老年人的记忆力，这对于老年人的晚年生活有重要的意义。我国的学者（晓新，2013）也开展了相关的研究工作^{[6][7]}，并发现飞镖运动对老年人的协调能力和平衡性都非常有益，飞镖运动是一项非常适合老年人开展的健身运动。

2.2 飞镖运动投掷策略的相关研究

近些年来，随着飞镖运动在全世界的影响力越来越大，各类飞镖赛事的奖金也是越来越高，学术界对于飞镖投掷策略的研究也越来越深入。最有影响力的研究成果是斯坦福大学 Ryan J. Tibshirani 等学者于 2011 年在《Journal of the Royal Statistical Society Series》发表的文章^[8]，题目是“统计学家投掷飞镖”。这项研究利用统计学的方法研究飞镖投掷策略，采用二维正态分布和偏正态分布来建立飞镖投掷模型，利用正态分布的标准差来估计飞镖者的水平，采用期望最大化（Expectation-Maximum, 简称 EM）算法来估计飞镖投掷者在 X, Y 两个方向的标准差。实验结果表明这种基于统计学的方法可以非常准确估计出飞镖投掷者的真实水平，并可以利用这个结果指导比赛，帮助飞镖投掷者来获得高分。

最新的研究成果来自于 2022 年帝国理工的 Haugh 博士和清华大学王纯教授合作的文章^[9]，这两位学者将飞镖竞技比赛视为动态零和博弈，并使用 2019 赛季世界排名前 16 的选手的比赛数据来展开实证研究。研究发现，通过估计选手的水平和计算出比赛策略，在 35 场两胜制比赛中，采用合理的策略会增加 2.3% 的获胜概率。

从运动工程学角度研究飞镖投掷策略也取得了良好的效果，来自英国谢菲尔德大学工程与数学系的 James 等学者于 2018 年在《Sports Engineering》上

发表了飞镖飞行轨迹对于比赛成绩影响的研究论文^[10]。这个研究使用高速视频技术记录了 19 名业余选手的 225 次投掷飞镖的轨迹，发现飞镖在飞行过程中的俯仰角以类似于阻尼简谐运动的方式振荡。研究还发现，这种振荡频率与发射速度密切相关，而其特征波长和阻尼比与发射速度无关，测量出的振荡波长（2.16 m）与规定的投掷距离（2.37 m）相似。这项研究建议将飞镖投掷距离“调整”到波长的距离，使其在击中飞镖之前经历一次完整的振荡。这项研究使用经典的动态稳定性分析对飞镖飞行进行建模，实验观察结果与理论预测之间存在良好的一致性。

2.3 《孙子兵法》应用于体育运动中的研究

我国先贤孙武总结中国春秋末期及以前战争的经验，写作出了《孙子兵法》。这本巨著揭示了一系列带有普遍性的军事规律，提出了完整的军事理论体系，其深刻的思想从军事领域内的规律出发，上升到普遍适用于竞争领域哲学。在体育竞技类项目中孙武的智慧已经得到了广泛的应用，如在田径，足球，篮球领域都有专门的著作论述《孙子兵法》思想在这些项目的成功应用。针对老年人的体育项目，我国学者也已经将其应用于太极推手（张巍炜和张彩琴，2018）^[9]，门球（杨百寿，2005）^[10]等运动的项目中。

2.4 文献综述小结

综合上述前人的研究成果归纳如下：第一、老年人积极参加健身活动有助于提升寿命质量，但是老年人坚持某一项健身运动存在着各种困难；第二、飞镖运动是一项对老年人非常友好的项目，对老人的身体、心理健康和记忆力都非常有好处；第三、飞镖运动的理论研究表明，基于数学和运动学模型的投掷策略能够帮助飞镖玩家提高成绩；第四、《孙子兵法》在体育运动中已经有了广泛的应用，其中的许多策略也非常适合老年人。

另一方面，在所有调研的文献中，将《孙子兵法》和飞镖运动结合，并且应用到老年人健身运动的研究还不多见，这也为本研究的开展提供了空间。

3. 研究方法

3.1 研究的内容和框架

在全球面临老龄化挑战的大背景下，将帮助老年人提升健身运动的体验作为研究目标，开展了文献调研工作，并对社区中的老年人举办了两次较大规模的飞镖培训和投掷活动，同时进行访谈和调研。在此基础上归纳出老年人在参加健身活动时的面临的三个主要问题：第一是老年人不了解自己的真实水平，低估了自己会动摇健身的信心，而高估了自己又容易引发运动风险；第二是缺

乏指导，不能制定科学的计划和目标；第三是不能结合具体的健身运动做出一些合适自己的调整，难以度过新手期。

针对上述三个问题，我国古代智慧《孙子兵法》提供了解决之道：应用《谋攻》篇中的“知己知彼，百战不殆”策略解决老年人不了解自己真实水平的问题；应用《九变》篇中“军有所不击，城有所不攻”策略解决健身活动中目标选择的问题；应用《虚实》篇中“兵无常势，水无常形”策略解决健身活动中难以灵活调整的问题。整体的研究框架如下图所示。

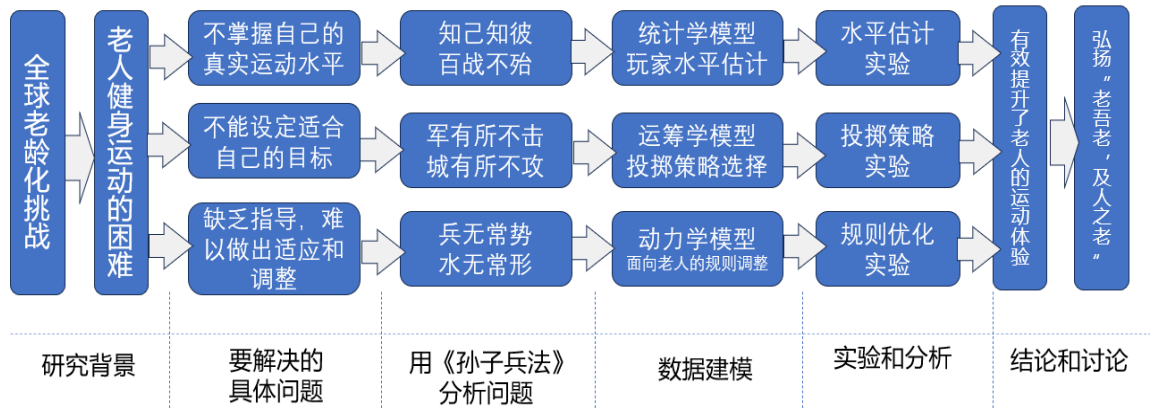


图 1 研究框架

应用《孙子兵法》中的三个策略，通过现场数据采集、计算机系统仿真等手段建立了基于统计学、运筹学和运动学的三个模型，通过模型试算推演开发出了面向老年人头飞镖的知识库，为老人投掷飞镖提供科学指引。为了验证模型的有效性，邀请老人参加投掷实验，对模型进行调优和总结。

3.2 研究方法

本研究主要采用了文献分析法、访谈法、观察和测量法、现场实验法、仿真模拟等方法。这些方法的具体应用方法如下。

文献分析法：从老年人健身运动、飞镖运动和《孙子兵法》在现代运动中的应用三方面开展文献调研工作，在前面学者工作的基础上提出研究的问题。

访谈法：在家庭和社区中，为老年人举办了飞镖培训活动，开展现场调研访谈。本次研究举办过两次大规模的飞镖活动，参与飞镖活动的老人超过 50 人次，因为老人阅读问卷和操作手机都存在实际困难，所以对其中的 20 位老人开展了一对一的访谈。

观察测量法：观察老人日常的健身活动，飞镖投掷活动，测量并记录每次投掷的数据。除了记录两次飞镖活动中的 50 多位老人的投掷数据，本研究还长期跟踪了 4 位的老人，记录了 4 位老人的 562 次的投掷数据。

仿真模拟法：利用计算机技术，用二维正态分布来模拟老年人头飞镖的落点位置，以此为基础建立模型并开展大规模投掷实验。

现场实验法：为了通过模型和仿真得到的投掷策略，邀请老人参加投掷实验，通过采纳投掷策略前后成绩的变化，对模型的有效性进行实证。

3.3 数据框架

数据采集、整理和分析是本研究的基础性工作，用到的数据来源和分析工具比较复杂，用下图说明。

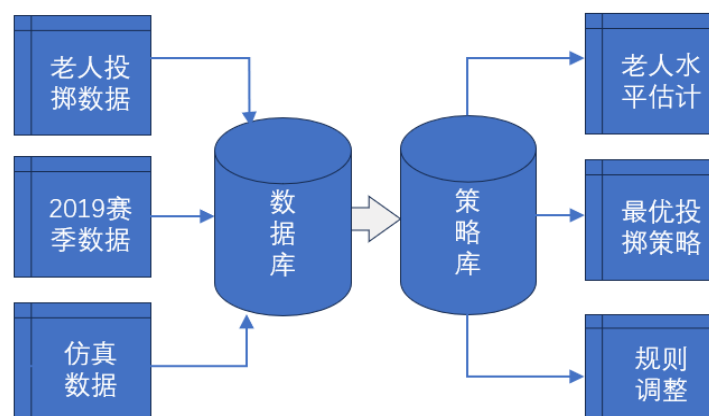


图2 数据框架

支持本次研究的数据有三个来源，如上图所示。第一是现场采集到的老人投掷飞镖的数据；第二是2019赛季的外部数据，来源是Haugh博士的科研成果；第三是系统仿真的数据，数据都存储在SQLite数据库中。通过数据挖掘，从数据库中计算出对应不同水平选手的策略库，利用这个策略库，就可以开展上述的三个实验，并对实验结果进行评价。

4. 研究分析

4.1 基于“知己知彼”优化策略

本研究开展了面向老年人的飞镖培训活动，并访谈了参加飞镖活动中的20名老人：有3位老人最初不愿意，并表示对自己没有信心，经过社区邻居们的劝说和鼓励，也参加了投掷活动，并获得了理想的分数；有2名老人参加了试投活动，但是因为没有达到自己的满意成绩而感到沮丧；有10位老人表示参加过程和结果都非常愉快。

针对调研中出现的“信心不足”和“不满意自己成绩”的两类情况，经过进一步的深入沟通，发现主要原因是这些老年人不了解自己的水平，也不了解社区里其他老人的水平，担心过高或是过低的估计了自己，影响了参加飞镖健身运动的体验。针对这个问题，应用《孙子兵法·谋攻》篇中的“知己知彼，百战不殆”思想，可以给出解决之道。利用现代数据技术，科学估计出老年玩家群体的水平，可以帮助老年人理解这种健身方式，鼓励他们持续开展健身运动。

4.1.1 应用最近邻方法估计老年飞镖玩家水平

斯坦福大学 Ryan J. Tibshirani 等学者于 2011 年提出了利用二维正态分布的标准差来估计飞镖玩家水平的方法，并采用期望最大化 (Expectation-Maximum, 简称 EM) 算法来估计不同飞镖玩家在 X, Y 两个方向的标准差，这两个方向的标准差越小，表明这个玩家的水平越高。本研究也采用这种二维正态分布的方法建立飞镖的落点模型，但与前人研究不同，本研究采用了最近邻方法来估算飞镖玩家的水平 (简称最近邻估计法)。

最近邻估计法的基本思想是：构造出 N 个准度不同的投标机器人，每个机器人飞镖的落点服从标准差不同二维正态分布模型，让每个机器人瞄准飞镖盘上 82 个不同的目标位置进行大量试投，记录每个机器人 $robot_i$ 瞄准每个不同标盘区域 $target_j$ 投掷时，命中的目标位置 Hit_k 的次数和频率。如下图所示，某个机器人的一次投掷记录为：瞄准 20 分的三倍区 (Triple 20, 简称为 T20) 投掷，结果命中了 20 分的单倍区 (Single 20, 简称为 S20)。

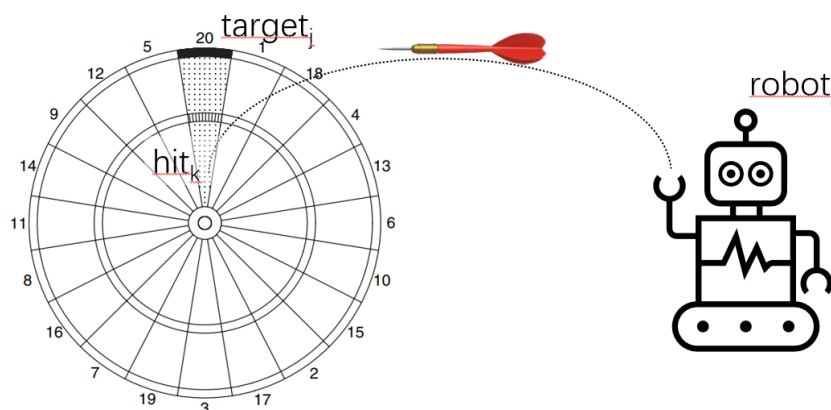


图 3 机器人仿真投掷示例

在完成机器投掷人数据的仿真后，将老年飞镖玩家的试投数据输入到计算机中，利用这个玩家的试投数据和每个机器人的仿真数据进行相似度计算，找到和这个玩家落地分布最接近的那个机器人。如下图所示。

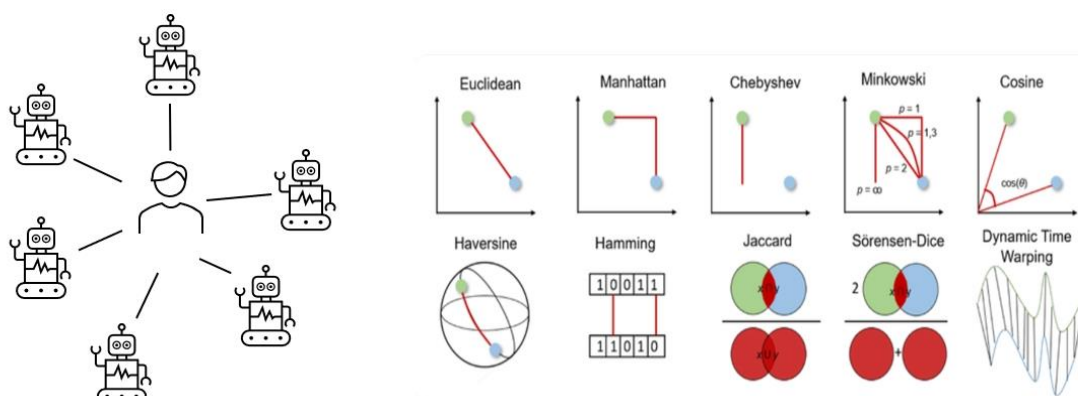


图 4 基于最近邻的飞镖玩家水平估计

在计算真实飞镖玩家和每个机器人的投掷结果的相似度，可以用数据挖掘领域里的多种方法来计算，如欧几里得距离，曼哈顿距离等。

4.1.2 老年飞镖玩家水平估计实验

水平估计实验共使用三方面的数据，第一是仿真模拟出的机器人投掷数据；第二是 2019 赛季世界排名前 16 位的选手数据；第三是本研究长期跟踪的四个老年玩家的真实投掷数据。

首先构造模拟飞镖投掷的 N 个机器人，影响机器人水平的两个关键参数是 X, Y 方向标准差，两个方向的标准差都从 0.1 厘米开始，步长为 0.1 厘米开始增长，一直到 3.0 厘米，在 3.0 厘米以后，以 0.2 厘米为步长开始增长，一直到 10 厘米。这样，共构造出 4225 个不同水平的机器人。然后，让 4225 每个机器人瞄准标盘上 82 个区域分别各投掷 2000 次，最后计算出每个机器人 $robot_i$ 瞄准每个不同标盘区域 $target_j$ 投掷时，命中的目标位置 Hit_k 的次数和概率，下面是机器人 u928 瞄准 20 分的三倍区（Triple 20, 简称为 T20），统计命中区域后得到的结果。本实验用四台笔记本电脑（CPU intel I7, 8G mem）并行计算一小时，完成所有机器的仿真投掷实验，过滤命中次数为 0 的结果，共得到 8591114 条记录，数据示例如下表。

机器人编号	X 方向标准差	Y 方向标准差	目标	命中	概率	得分
u928	1.5	1.8	T20	S20	0.4551	20
u928	1.5	1.8	T20	T20	0.3097	60
u928	1.5	1.8	T20	S1	0.0687	1
u928	1.5	1.8	T20	S5	0.0634	5
u928	1.5	1.8	T20	T1	0.051	3
u928	1.5	1.8	T20	T5	0.05	15
u928	1.5	1.8	T20	D20	0.0008	40
u928	1.5	1.8	T20	S12	0.0004	12
u928	1.5	1.8	T20	S18	0.0004	18
u928	1.5	1.8	T20	T12	0.0002	36

表 1 机器人 u928 瞄准 T20 的投掷结果表

整理得到 2019 赛季的数据和真实老年飞镖玩家的数据，如下表所示。

名字	目标区域	命中区域	概率	得分
Michael van Gerwen	T20	T20	0.4527	60
Michael van Gerwen	T20	S20	0.4818	20
Michael van Gerwen	T20	T5	0.02	45
Michael van Gerwen	T20	S5	0.0212	5
Michael van Gerwen	T20	T1	0.0094	3
Michael van Gerwen	T20	S1	0.0149	1
王奶奶	T20	S15	0.1	15
王奶奶	T20	MISSED	0.1	0
王奶奶	T20	D8	0.1	16
王奶奶	T20	S16	0.05	16
.....

表 2 世界冠军 Michael van Gerwen 和社区王奶奶瞄准 T20 的投掷结果表

本实验使用曼哈顿距离和欧几里得距离来度量机器人和真实玩家投掷结果分布的相似度，选取距离最小的机器人的 X,Y 的标准差作为这个玩家的水平估计值。通过计算得到世界冠军和社区里四个老年玩家最接近的四个机器人的结果如下表。

名字	机器人编号	X 方向标准差	Y 方向标准差	欧式距离	曼哈顿距离
Michael V. Gerwen	U534	0.9	1.4	0.019	0.0325
季伯伯	U2998	6.2	9.6	0.295	1.8
冯阿姨	U3503	7.8	8.6	0.295	1.8
张阿姨	U3900	9.0	10.0	0.29	1.528
王奶奶	U2919	6.0	8.8	0.416	2.05

表 3 世界冠军 Michael V. Gerwen 和四个老年飞镖玩家的水平估计结果

从上面五位飞镖玩家的水平估计结果可以看出：世界冠军 Michael V. Gerwen 水平非常高超，飞镖在标盘上的落点位置和目标的目标的横向标准差是 0.9 厘米，纵向标准差是 1.4 厘米；四位中国老年飞镖玩家的水平和世界冠军有较大的差距，四位老人之间也有明显差异，王奶奶明显在四位玩家中有一定的优势，可以用下图直观展示。

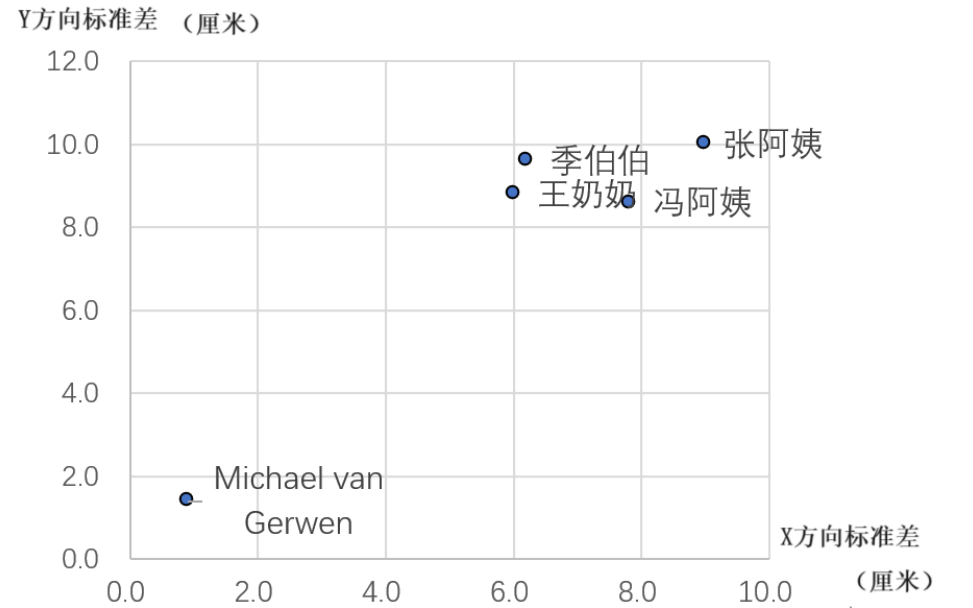


图 5 基于最近邻的飞镖玩家水平估计直观图

从上面实验可以看出，利用基于最近邻的方法可以比较准确估计出玩家的水平，这是对“知己知彼”策略的成功应用。这个策略一方面可以直观展示出某一个群体的整体水平，让新手不会有畏难情绪，或对自己信心不足；另一方面，玩家可以通过试投快速正确认识自己和对手的水平，不会因为比赛成绩而感到沮丧失望。

4.2 基于“城有所不攻”的优化策略

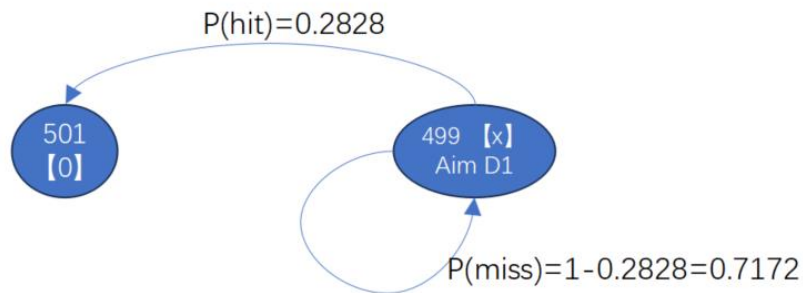
在向老年人推广飞镖运动中，面临两个选择的难题：第一是推荐哪种类型赛制方式？是选择规则简单的高分赛，还是国际上最流行的 501 比赛？第二是老年在投掷过程中选择哪个区域作为目标点？

《孙子兵法·九变》篇中“军有所不击，城有所不攻”的目标选择策略，为解决这两个问题提供了指引，即在开展飞镖活动时，要结合实际情况，选择合适的项目和目标，而不是追求流行的赛制，或是分值高的目标。

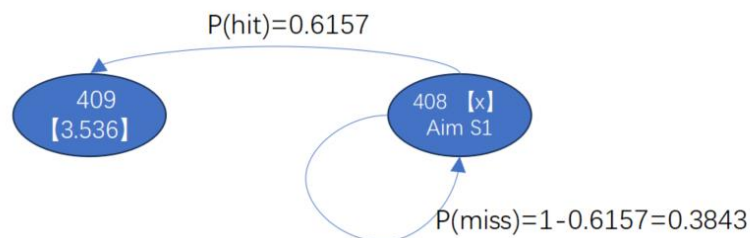
4.2.1 飞镖活动赛制的选择

在飞镖活动中，高分赛的规则是每名选手投出三镖，经过若干轮，累计分数最高的获胜。然而，“501”比赛的规则比较复杂，每名选手投出三镖，经过若干轮的投掷后，率先累计刚好得到 501 分的选手获胜，且最后一镖必须落在飞镖最外侧的双倍区，这也大大增加了这个赛制的趣味性和难度。

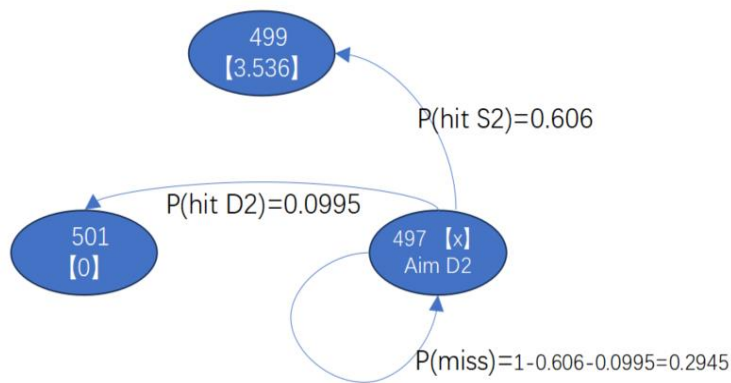
在上一小节老年人投掷水平的估计的基础上，可以分步估算一名玩家完成一次 501 比赛的投掷次数的期望，具体方法如下。以某位高水平玩家为例，他在 X, Y 方向的标准偏差为 1.8 和 2.2，当他在进行“501”比赛中已经拿到 499 分，还需要投掷一个两倍一分区（D1）就可以获胜，他只需瞄准 D1 投掷，如果命中其他分值则可以选择下次重新投掷，依次画出状态转移图。图中这个玩家瞄准 D1 且能命中的概率 $P(\text{hit})=0.2828$ ，失败的概率 $P(\text{miss})=1-0.2828=0.7172$ ，这些概率在构造机器人投掷实验时，已经提前计算出来，查表即可得到。



在这个状态转移图中，令这个玩家在 499 分时的完成比赛的投掷次数的期望为 x ，则可以建立方程如下： $1 \times 0.2828 + 0.7172 \times (x+1) = x$ ，解此方程得到 $x=3.536$ 。在此基础上，可以画出这个玩家在 498 分时的状态转移图，此时瞄准 S1（得到 1 分）投掷后，转移到 499 分的状态就可以完成比赛。



在还剩 498 分时按照上图建立方程， $0.6157 \times (1+3.536) + 0.3843 \times (x+1) = x$ ，计算得到 $x=5.16$ 。然后继续推算，画出这个玩家在 497 分时的状态转移图，此时情况比较复杂，玩家有多种目标可以选择，先选取双倍 2 分区（D2）瞄准投掷，因为玩家在投掷时会出现意外，即误中 S2 区域的情况，而此时并没有超过 501 的总分，所以状态转移至 499，状态转移图如下。



在还剩 497 分且瞄准 D2 时，按照上图建立方程， $1 \times 0.0995 + (1 - 0.606 - 0.0995) \times (x+1) + 0.606 \times (3.536+1) = x$ ，解此方程得到 $x=3.478$ 。类似，可以计算出还剩 497 分，瞄准 S2、S1 时的投掷次数的期望分别是 4.4547 和 6.26，在 D2, S2, S1 三个位置，选取投掷次数期望最小的 D2 作为在还剩 497 分时的最佳投掷目标。

利用上述方法，可以计算出这个玩家在每一步时的策略和所需投掷次数的期望，如下表。

剩余分值	瞄准位置	完成比赛投掷次数期望	是否为最优
2 (499)	D1	3.536	Y
3 (498)	S1	5.16	Y
4 (497)	D2	3.478	Y
4 (497)	S2	4.4547	N
4 (497)	S1	6.26	N
5 (496)

表 4 某飞镖玩家在不同分值时的投掷次数期望估算

通过上述计算，世界冠军 Michael 完成一次 501 比赛，投掷次数的期望是 14.16 次，这个和比赛现场的情况非常接近，也验证了本算法的正确性。

用上述方法对社区中水平较高的王奶奶的投掷次数进行试算，得到王奶奶的完成比赛需要投掷次数的期望是 126.5 次，这意味着王奶奶在状态非常稳定的情况下，也需要投掷 126 次左右才能完成 501 的比赛。这显然是不现实的，老人通常不可能连续投掷上百次。通过上述分析，在社区中推广规则简单的高分赛更符合实际，对老年人更加友好。

4.2.2 投掷飞镖目标靶位的选择

在高分赛中，飞镖盘中有 82 个不同的得分区域，都可以作为每次投射的瞄准点，但是采用不同的瞄准策略，会得到不同的结果。在老年人投掷飞镖的活动中，在向老年人介绍完计分规则后，老年人在投掷的目标选择上有明显的不同：有些老年人喜欢瞄准最高分的位置，即 20 分的三倍区(T20)；而有一些老年人在经过详细讲解后，喜欢标盘左下的 16 分的三倍区(T16)，因为这个位置

附近没有低分区域，风险较小；有些老人为了保证能够减少脱靶，而会选择标盘圆心（Double Bull EYE，简称 DBE 区域）的位置作为目标。

对四位老人将 T20、T16、DBE 作为目标点的投掷数据进行了采集和分析，将平均得分总结如下表。

名字	瞄准 T20 的平均得分 (标盘中间偏上位置)	瞄准 T16 的平均得分 (标盘左下位置)	瞄准 DBE 的平均得分 (标盘圆心位置)
季伯伯	16.3	17.6 √	16.7
冯阿姨	13.6	16.5 √	14.4
张阿姨	14.9	14.3	16.0 √
王奶奶	14.2	17.9 √	14.7

表 5 四个老年飞镖玩家在选择不同目标区域得到的平均分数

从上表中可以看出，三位老年玩家在瞄准 T16 时取得了最高的平均得分，有一位玩家在瞄准圆心位置时取得了最高得分。当标盘上分值最高的 T20 (20 分的三倍区) 作为瞄准点时，三位玩家都取得了最低或是较低的得分。在各类飞镖赛事中，飞镖高手们总是会选择 T20 以获得高分，但显然这不适合老年玩家。

另一个关键发现是，标盘的圆心位置对四位玩家中水平最低的张阿姨最友好，而其他三位玩家因为已经有了一定的水平，圆心位置已经不是最佳选择，而应该选择左下角的 T16。当四位玩家发现这个规律后，大大增加了飞镖活动的趣味性，也提升了这个健身运动的体验。

4.3 基于“兵无常势，水无常形”的优化策略

在社区的飞镖活动中，有些老人还是面临着一些非常个性化的困难，如：视力不好，看不清飞镖盘的数字；力量较小，2.37 米的投掷距离非常大的难度，飞镖不能投掷到标盘上；有些老人是坐轮椅来参加活动的，飞镖投掷后的摘取也需要志愿者帮助。

《孙子兵法·虚实》篇中“兵无常势，水无常形”的思想为解决上述困难提供了指引，老年人参加飞镖运动不是为了获得奖牌和赚取奖金，而是为了追求身体和精神上的健康，所以在活动中不应该被规则束缚，而是应该采取一些灵活调整的办法，帮助老年人快速体验到飞镖运动的乐趣。

4.3.1 针对视力不好的老年玩家的调整策略

针对视力不好的老年飞镖玩家，可以采用“图案法”来降低难度。在标盘上贴上“蚊子”或是“臭虫”等普通人厌恶的图案，老年人在投掷时，只需标注标盘上的图案投掷即可，这大大降低了飞镖运动的难度，也提升了趣味性，如下图所示。



图 5 使用“图案法”降低飞镖投掷难度

这种方法在老年人群体第一次推广时，非常有效。很多老年人一听到还需要计分，计算就不愿意尝试，但是改为向这些可恶的蚊虫投掷飞镖时，就很有意愿参与进来。

4.3.2 针对力量不足的老人的调整策略

通过改变投掷者到飞镖盘的距离，可以明显降低这个健身活动的难度，也避免老人因为用力过猛而造成受伤的风险。如下图所示，社区里一位 83 岁的老人，在标准距离时无法完成飞镖活动，但是把飞镖距离调整到 1.5 米，飞镖盘高度调整到和她的身高比较接近时，这位老人投掷的结果非常准确，可以连续投中 6 标而不脱靶。



图 6 通过调整投掷距离提升老年人飞镖健身体验

对社区中水平比较高的王奶奶，调整投掷高度和距离也能让她获得更多乐趣，将投掷距离调整为 1.5 米后，王奶奶在 X 方向的标准差由 6.0 降低为 2.5，Y 方向的标准差由 8.8 降低为 5.2，也获得了更高的比赛成绩。

4.3.3 针对乘坐轮椅的老人的优化策略

对于乘坐轮椅的老人，在使用标准的飞镖时有两个困难：第一是现在的飞镖都是 18 克或是 15 克的重量，对于他们有些太重了，有时候飞镖脱靶反弹回来还会造成轻微的伤害；第二是飞镖扎入标盘太深，这些老人无法拔出来。针对这种情况，利用 3D 打印技术，设计出一种适合轮椅老人的飞镖，如下图所示。

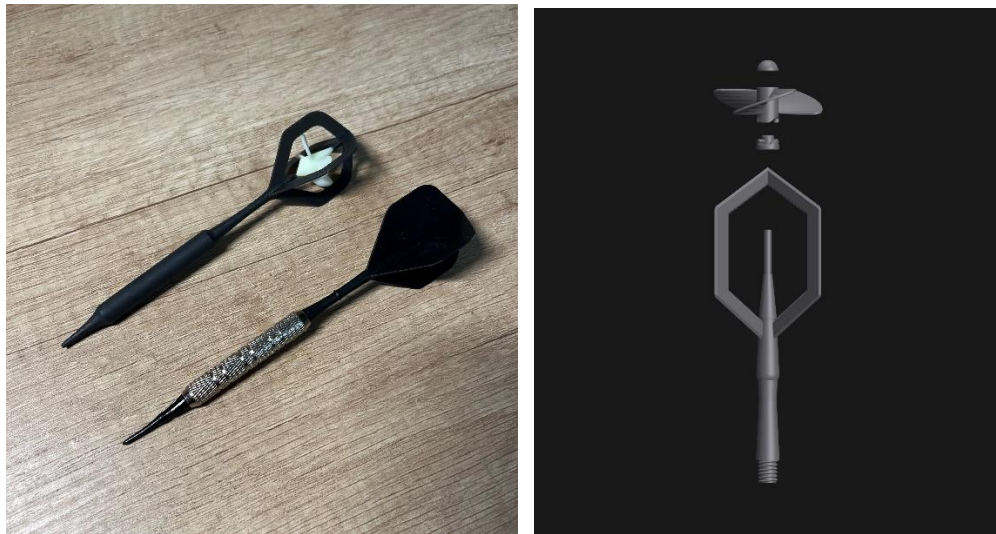


图 7 利用 3D 打印技术设计出适合轮椅玩家的飞镖

上图左是采用 3D 打印技术的飞镖和标准飞镖的对比，3D 打印技术没有使用金属作为头部配重，而是采用尾翼来稳定飞行的姿态，所以大大减轻了飞镖的重量。3D 打印出的飞镖重量在 10 克左右，对轮椅玩家更友好，而且即使脱靶反弹回到投掷者身上，因为没有金属件，大大降低了老人的受伤的风险。

5. 讨论结论

5.1 研究总结

“老吾老，以及人之老”是中华民族的传统美德，《孙子兵法》也是我国古代智慧的结晶，本研究将这两者和现代数据技术结合起来，提出了三个创新的办法来解决老年人健身运动中的实际困难，并收到了良好的效果，具体如下。

通过组织社区中的老年人参加飞镖健身活动，发现了阻碍老年人坚持开展健身运动的三大类困难：因为缺乏专业的指导，老年人并不了解自己的水平；

在运动中不能科学选择合适的项目和目标；不能根据健身的实际情况进行及时调整。针对这些难点问题，提出了解决之道。

第一是基于“知己知彼”思想提出一个基于最近邻方法的老年玩家水平估计模型，通过对 2019 赛季世界前 16 名选手数据的试算，证明了这个方法的有效性，并且以此模型估计出社区里四位老人投掷飞镖在 X, Y 方向的标准差，从而得到老人的真实水平，帮助社区老人客观认识自己和玩伴的飞镖水平。

第二是基于“城有所不攻”思想对老年人参加飞镖活动时面临的两类选择进行了量化分析，通过数据建模准确推算出高分赛的规则更适合老年人，老年人在投掷时可以根据估计出的水平，选择合适的瞄准位置。

第三是基于“兵无常势，水无常形”思想对不同老年人在飞镖活动中遇到的问题进行了具体的分析，针对视力不好，力量不足和乘坐轮椅的三类老人分别给出了优化方案。

5.2 应用场景

本研究的成果有如下应用场景：一是帮助老年人提升健身运动体验的三个策略具有一定的通用性，可以推广到飞镖项目以外的多种健身活动。二是面向老年人投掷飞镖的知识库和策略库，可以方便的应用到各类飞镖运动的器材中，助力全社会老年人积极参与这一运动。三是将通过仿真实验和实地采集得到的数据全部上传到开源和共享平台 GitHub 上，为未来在此方面研究的学者提供数据和便利。四是本研究提出了提高飞镖投掷体验的改进方案，不仅对老年人有效，对社会中的弱势群体，如依靠轮椅行动的人，和长期卧床的人，都非常适用。五是本研究中应用了多种数学工具来建立模型：如利用最近邻方法估计玩家水平等，应用倒推算法来计算玩家投掷次数等，这些方法不仅对老年玩家适用，对飞镖爱好者和专业玩家也依然适用。

5.3 研究的不足和下一步工作

受限于掌握的理论知识还不够全面和深入，和老年人一起参加健身活动的时间也仅有四个月，本研究后续还可以从以下两个方面进行提升。第一是建立模型采用的数据工具还比较简单，论文中数学语言的表达也不是十分准确，待后续学习了更高阶的数学课程后继续提升和完善。第二是本研究收集和整理的老年人的数据量还不充足，所有的数据都来源于两个社区的 50 多位老人。后续还可以拓展活动渠道，和更多地方的老年人交流，进一步加深了解老年人健身活动中面临的实际困难，增强本研究的普遍适用性。

参考文献 / References

- [1] 中华人民共和国国家卫生健康委员会老龄健康司 (2022). 《十四五” 健康老龄化规划》, 国卫老龄发 (2022) 4 号, <http://www.nhc.gov.cn/11jks/pqt/202203/c51403dce9f24f5882abe13962732919.shtml>.
- [2] Crombie, Iain K., et al. "Why older people do not participate in leisure time physical activity: a survey of activity levels, beliefs and deterrents." *Age and ageing* 33.3 (2004): 287-292.
- [3] Paterson, Donald H., Gareth R. Jones, and Charles L. Rice. "Ageing and physical activity: evidence to develop exercise recommendations for older adults." *Applied physiology, nutrition, and metabolism* 32.S2E (2007): S69-S108.
- [4] Yoon, Hyejin, et al. "Effects of leisure participation on life satisfaction in older Korean adults: A panel analysis." *International journal of environmental research and public health* 17.12 (2020): 4402.
- [5] TAKEDA, Masaki, et al. "Effects of Habitual Darts Training on Cognitive Function in Elderly People." *THE HARRIS SCIENCE REVIEW OF DOSHISHA UNIVERSITY, VOL.58, NO.2 July 2017:S53-S60*.
- [6] 晓新. 掷飞镖 练平衡[J]. 老同志之友, 2013 (17) :58
- [7] 投飞镖锻炼协调力[J]. 家庭医药 (快乐养生), 2019 (5) :29.
- [8] Tibshirani, Ryan J., Andrew Price, and Jonathan Taylor. "A statistician plays darts." *Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society* 174.1 (2011): 213-226.
- [9] Haugh, Martin B., and Chun Wang. "Play like the pros? solving the game of darts as a dynamic zero-sum game." *INFORMS Journal on Computing* 34.5 (2022): 2540-2551.
- [10] James, David, and Jonathan Potts. "Experimental validation of dynamic stability analysis applied to dart flight." *Sports Engineering* 21 (2018): 347-358.
- [11] 张巍炜, 张彩琴. 《孙子兵法》的战略思想在太极推手中的运用[J]. 当代体育科技, 2018, 8 (35) :186-187.
- [12] 杨百寿. 学《孙子兵法》当门球指挥[J]. 门球之苑, 2005, (4) :27-28.

附件 1：飞镖投掷数据采集表

[illegible]

附件 2：程序代码示例

判断二维正态分布生产的数据落在飞镖盘的哪一个得分区域

```
0 10 20 30 40 50 60
1 import math
2
3 class xy2tag:
4     def get_score(self, x_cm, y_cm):
5         rr=math.sqrt(x_cm**2 + y_cm**2)
6         if rr < 0.9:
7             return "DBE"
8         elif rr < 2.1:
9             return "BE"
10
11         num = self.get_right_num(x_cm, y_cm)
12
13         if 2.1< rr < 10.1:
14             return "A" + num
15         if 10.1< rr < 12.1:
16             return "T" + num
17         if 12.1< rr < 17.3:
18             return "B" + num
19         if 17.3< rr < 19.1:
20             return "D" + num
21
22         return "MISSED"
23
24     def get_right_num(self, x_cm, y_cm):
25         felder = [3, 19, 7, 16, 8, 11, 14, 9, 12, 5, 20, 1,
26                 . 18, 4, 13, 6, 10, 15, 2, 17, 3]
27         alpha = math.atan2(x_cm, y_cm) / math.pi * 180
28         alpha += 180 + 9
29         index = int(alpha / 18)
30         return str(felder[index])
31
32 x_input_cm = float(input("Enter the x-coordinate in centime
33 ters: "))
34 y_input_cm = float(input("Enter the y-coordinate in centime
35 ters: "))
36
37 xy2tag_instance = xy2tag()
38 print(xy2tag_instance.get_score(x_input_cm, y_input_cm))
```

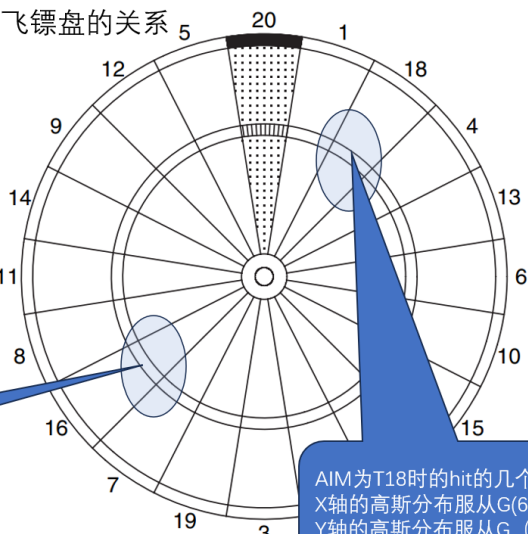
附件 3：仿真实验过程中的中间计算过程示例

机器人u29仿真投掷实验中
二维正态分布的均值和方差，与飞镖盘的关系

注意两个位置，
x, y方向的正
态分布的均值，
就是这个瞄准
点的中心位置
的坐标。

uid	s1	s2	aim	hit	pb	score
u29	0.8	1.4	T16	T16	0.5472	48
u29	0.8	1.4	T16	B16	0.257	16
u29	0.8	1.4	T16	T8	0.0573	24
u29	0.8	1.4	T16	A16	0.0544	16
u29	0.8	1.4	T16	B7	0.0375	7
u29	0.8	1.4	T16	A8	0.0213	8
u29	0.8	1.4	T16	T7	0.0205	21
u29	0.8	1.4	T16	B8	0.0041	8
u29	0.8	1.4	T16	A7	0.0004	7
u29	0.8	1.4	T18	T18	0.522	54
u29	0.8	1.4	T18	B18	0.3	18
u29	0.8	1.4	T18	A18	0.0897	18
u29	0.8	1.4	T18	T4	0.0294	12
u29	0.8	1.4	T18	A4	0.0266	4
u29	0.8	1.4	T18	B1	0.0202	1
u29	0.8	1.4	T18	T1	0.0095	3
u29	0.8	1.4	T18	B4	0.0021	4
u29	0.8	1.4	T18	A1	0.0006	1

AIM为T16时的hit的几个区域，
X轴的高斯分布服从 $G(-9.30, 0.8)$ ，
Y轴的高斯分布服从 $G(-6.76, 1.4)$ ，
因为 $s1 < s2$ 不同，所以是个长圆形



AIM为T18时的hit的几个区域，
X轴的高斯分布服从 $G(6.76, 0.8)$ ，
Y轴的高斯分布服从 $G(9.30, 1.4)$ ，
因为 $s1 < s2$ 不同，所以是个长圆形