Otimização 2 - Lista 2

1) a)

F_1 \ F_2	1	2	3
1	8	10	10
2	4	-4	13
3	4	13	-4

Para F_1: x_1 e x_2, x_3 são as probabilidades; $x_3 = 1 - x_1 - x_2$

(1) $8x_1 + 4x_2 + 4(1 - x_1 - x_2)$

$4x_1 + 4$

(2) $10x_1 + (-4) \cdot x_2 + 13(1 - x_1 - x_2)$

$-3x_1 - 17x_2 + 13$

(3) $10x_1 + 13x_2 + (-4)(1 - x_1 - x_2)$

$14x_1 + 17x_2 - 4$

Para F_2: y_1, y_2 e y_3 são as probabilidades; $y_3 = (1 - y_1 - y_2)$

(1) $8y_1 + 10y_2 + 10(1 - y_1 - y_2)$

$-2y_1 + 10$

(2) $4y_1 - 4y_2 + 13(1 - y_1 - y_2)$

$-9y_1 - 17y_2 + 13$

(3) $4y_1 + 13y_2 - 4(1 - y_1 - y_2)$

$8y_1 + 9y_2 - 4$

b e c) solução estável:

	1	2	3	min
1	8	10	10	8
2	4	-4	13	-4
3	4	13	-4	-4

$\left.\begin{matrix} 8 \\ -4 \\ -4 \end{matrix}\right\}$ max = 8

max 8 13 13

$\underbrace{8 \quad 13 \quad 13}$

min = 8

Logo a solução estável é F_1 e F_2 realizarem a estratégia 1.

2) a)

	A	B	V
A	0	-40	30
B	40	0	-50
V	-30	50	0

+50

⇓

	1	2	3
1	50	10	80
2	90	50	0
3	20	100	50

b) Solução:

Objetivo: Otimizar o prêmio esperado mínimo (v)

Como F_2 tem 3 estratégias puras: x_1, x_2, x_3.

$$x_1, x_2, x_3, v$$

maximizar v

$$\text{sujeito a } \begin{cases} 4x_1 + 4 \geq v \\ -3x_1 - 17x_2 + 13 \geq v \\ 14x_1 + 17x_2 - 4 \geq v \\ x_1, x_2, x_3 \in [0,1] \\ v \in (-\infty, +\infty) \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} -2y_1 + 10 \leq v \\ -3y_1 - 17y_2 + 13 \leq v \\ 8y_1 + 9y_2 - 4 \leq v \end{cases}$$

Objetivo: Minimizar v.

b) Não é possível pois para cada estratégia escolhida, o oponente tem uma escolha que pode ser melhor ou pior que outra estratégia do jogador.

c)

Para J_1:

$$\underbrace{\min\{10, 0, 20\}}_{\max = 20}$$

Para J_2:

$$\underbrace{\max\{90, 100, 80\}}_{\min = 80}$$

Não é possível pois o minimax $\neq$ max min

d) Para J_1:

(1) $50x_1 + 90x_2 + 2(1 - x_1 - x_2)$

$48x_1 + 88x_2 + 2$

(2) $10x_1 + 50x_2 + 100(1 - x_1 - x_2)$

$-90x_1 - 50x_2 + 100$

(3) $80x_1 + 50(1 - x_1 - x_2)$

$30x_1 - 50x_2 + 50$

$$\begin{cases} 48x_1 + 88x_2 + 2 \geq v \\ -90x_1 - 50x_2 + 100 \geq v \\ 30x_1 - 50x_2 + 50 \geq v \\ x_1, x_2 \in [0, 1] \end{cases}$$

$v \in (-10, 10)$

Digitalizado com CamScanner

Para J_2:

(1) $50y_1 + 10y_2 + 80(1 - x_1 - x_2)$

$-30y_1 - 70y_2 + 80$

(2) $90y_1 + 50y_2$

(3) $20y_1 + 100y_2 + 50(1 - y_1 - y_2)$

$-30y_1 + 50y_2 + 50$

$$\begin{cases} -30y_1 - 70y_2 + 80 \leq v \\ 90y_1 + 50y_2 \leq v \\ -30y_1 + 50y_2 + 50 \leq v \\ y_1, y_2 \in [0,1] \\ v \in (-\infty, +\infty) \end{cases}$$

3)

	1	2
1	1	-1
2	-1	1

$\underbrace{\min\{-1,-1\}}_{\max=-1}$

$\underbrace{\max\{1,1\}}_{\min=1}$

a) Não, pois ao jogar um número par/ímpar, o oponente sempre terá uma estratégia para vencer.

b) Não pois $-1 = \text{minmax} \neq \text{maxmin} = 1$

c)

	1	2
1	2	0
2	0	2

P/J_1:

(1) $2x_1$

(2) $2(1-x_1) = 2-2x_1$

$2x_1 = 2-2x_1$

$4x_1 = 2$

$x_1 = 0{,}5 = 50\%$

P/J_2:

(1) $2y_1$

(2) $2(1-y_1) = 2-2y_1$

$y_1 = 50\%$

Logo, ambos devem jogar a mesma quantidade de números pares e ímpares.