

# Mathématiques pour l'informatique : inverses de matrices

1. Inversez, si possible, les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Soit la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculez l'inverse de  $M$ , s'il existe.

3. Trouvez la matrice  $M$  dont l'inverse est

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Soit la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -6 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Calculez l'inverse de  $M$ , s'il existe.

5. Soient  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Supposons que  $B$  soit une matrice inversible. Montrez que  $AB^{-1} = B^{-1}A$  si et seulement si  $AB = BA$ .
6. Soient  $A, B \in \mathbb{R}^{p \times p}$  deux matrices inversibles. Montrez que  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .
7. Soient  $A, B \in \mathbb{R}^{N \times N}$ . Montrez que si  $AB = 0$  alors  $A$  ou  $B$  n'est pas inversible.