

# Estado del arte en predicción de series temporales

J.J. Asensio, P.A. Castillo

Departamento de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
ETSIIT, CITIC-UGR  
Universidad de Granada, España  
{asensio, pacv}@ugr.es

**Resumen** bonito abstract test

## 1. Introducción

Una serie temporal es una secuencia de observaciones dispuestas a intervalos regulares de aparición. Existen multitud de ejemplos donde se registran datos de esta forma, por citar algunos: precios de acciones en bolsa, temperatura mínima y máxima de cada día, accidentes domésticos... etc.

Aquí se destacan los trabajos de investigación publicados en revistas patrocinadas por el Instituto Internacional de Predictores (IIF), aunque también se cubren publicaciones clave de otras revistas. Se ofrece así una guía selectiva para la literatura en predicción de series temporales, cubriendo el periodo 1982-2005 y resumiendo cerca de 940 artículos que incluyen aproximadamente 340 artículos del IIF. También se revisan artículos y libros clave publicados en otros sitios que han sido altamente influyentes para varios desarrollos en este campo. Los trabajos referidos comprenden 380 artículos de revista y 20 libros y monografías.

Los artículos se han clasificado primero de acuerdo a los modelos introducidos en la literatura de series temporales, en lugar de hacerlo respecto a los métodos. Por ejemplo, los métodos bayesianos en general pueden aplicarse a todos los modelos. Los artículos que no conciernen con un modelo particular fueron entonces clasificados atendiendo a los diferentes problemas que abordan (medidas de precisión, combinación).

Puede haber artículos que no aparezcan o que sean citados por otros autores, aunque esto no significa que no sean importantes. Esta revisión es un breve recorrido histórico de los principales desarrollos.

## 2. Alisado exponencial

### 2.1. Preámbulo

En 1981, los métodos de alisado exponencial a menudo eran considerados como un conjunto de técnicas especiales para extrapolar varios tipos de series

temporales univariantes. Si bien los métodos de alisado exponencial eran ampliamente utilizados en la industria y los negocios, habían recibido poca atención por parte de los estadísticos y no tenían un fundamento estadístico bien desarrollado. Estos métodos se originaron en las décadas 50 y 60 con el trabajo de Brown (1959, 1963) [1][2], Holt (1957, reimpreso en 2004)[3], y Winters (1960) [4]. Pegels (1969) [5] proporcionó una clasificación sencilla pero útil de la tendencia y los patrones estacionales dependiendo de si eran aditivos (lineales) o multiplicativos (no lineales).

Muth (1960) [6] fue el primero en sugerir una base estadística para el alisado exponencial simple (SES) demostrando que proporcionaba la predicción óptima para el camino aleatorio con ruido. Los siguientes pasos para poner en un marco estadístico el alisado exponencial fueron proporcionados por Box y Jenkins (1970), Roberts (1982)[7], y Abraham y Ledolter (1983, 1986) [8][9], quienes mostraron que algunas predicciones de alisado exponencial lineales resultan como casos especiales de los modelos ARIMA. Sin embargo, estos resultados no se extienden a cualquier método de alisado exponencial no lineal.

Los métodos de alisado exponencial recibieron un impulso debido a dos artículos publicados en 1985, los cuales establecieron la base para gran parte del trabajo posterior en el área. En primer lugar, Gardner (1985) [10] realizó una revisión exhaustiva y una síntesis del trabajo en alisado exponencial hasta la fecha y extendió la clasificación de Pegels para incluir tendencia amortiguada. Este artículo reunió gran cantidad del trabajo existente lo que estimuló el uso de estos métodos y promovió más trabajos de investigación al respecto. Posteriormente ese mismo año, Snyder (1985) [11] demostró que SES podría ser considerado como una forma resultante de una innovación del modelo de espacio de estados (modelo con una única fuente de error). Aunque esta revelación fue en gran parte inadvertida entonces, en años recientes ha proporcionado la base para una gran cantidad de trabajos en modelos de espacio de estados en los que subyacen los métodos de alisado exponencial.

La mayor parte del trabajo desde 1980 ha incluido el estudio de las propiedades empíricas de los métodos (Bartolomei & Sweet, 1989 [12]; Makridakis & Hibon, 1991 [13]), propuestas para nuevos métodos de estimación o inicialización (McClain, 1988 [14]; Sweet & Wilson, 1988 [15]), o ha estado relacionado con modelos estadísticos en los que se considera que subyacen los métodos (McKenzie, 1984 [16]).

Los métodos de alisado multiplicativo de Taylor (2003)[17] proporcionan los únicos métodos de alisado exponencial genuinamente nuevos. durante este periodo. Por supuesto, hay habido numerosos estudios que aplican métodos de alisado exponencial en varios contextos incluyendo componentes de computadores (Gardner, 1993 [18]) , pasajeros de vuelo (Grubb & Masa, 2001 [19]), y planificación de producción (Miller & Liberatore, 1993 [20]).

La taxonomía de Hyndman, Koehler, Snyder, y Grose (2002 [21] extendida por Taylor, 2003 [17]) proporciona una categorización útil para describir la variedad de métodos. Cada método se componen de una de cinco tipos de tendencia (ninguna, aditiva, aditiva alisada, multiplicativa y multiplicativa alisada) y uno

de tres tipos de estacionalidad (ninguna, aditiva y multiplicativa). Por tanto, hay 15 métodos diferentes, donde entre los más conocidos está SES (sin tendencia ni estacionalidad), el método lineal de Holt (tendencia aditiva, sin estacionalidad), el método aditivo de Holt-Winters (tendencia aditiva y estacionalidad aditiva), y el método no lineal de Holt-Winters (tendencia aditiva y estacionalidad multiplicativa).

## 2.2. Variantes

Se han propuesto numerosas variaciones de los métodos originales. Por ejemplo, Carreno y Madinaveitia (1990) [22] y Williams y Miller (1999) [23] propusieron modificaciones para tratar discontinuidades, y Rosas y Guerrero (1994) [24] consideraron predicciones con alisado exponencial sujetas a una o más restricciones. También hay variantes por cómo y cuándo las componentes estacionales deberían ser normalizadas. Lawton (1998) [25] abogó por una renormalización de los índices estacionales para cada periodo de tiempo, puesto que elimina sesgo en las estimaciones de los componentes estacionales y de nivel. Roberts (1982) [7] y McKenzie (1986) [26] dieron esquemas ligeramente diferentes de normalización. Archibald y Koehler (2003) [27] desarrollaron nuevas ecuaciones de normalización que eran más sencillas de usar dando el mismo grado de predicción que los métodos originales. Una variante útil a mitad de camino entre SES y el método de Holt, es SES con desviación. Es equivalente al método de Holt con el parámetro de tendencia a cero. Hyndman y Billah (2003) [28] mostraron que este método también era equivalente al método Theta de Assimakopoulos y Nikolopoulos (2000) [29], cuando el parámetro de desviación es igual a la mitad de la pendiente de una tendencia lineal ajustada a los datos. El método Theta dio un rendimiento extremadamente bueno en la competición M3, aunque el por qué esta particular elección de modelo y parámetros era buena todavía no se ha determinado. Ha habido extraordinariamente poco trabajo en desarrollar versiones multivariadas de los métodos de alisado exponencial para predicción. Una excepción notable es Pfeiffermann y Allon (1989) [30] quienes consideraron datos de turismo israelí. El SES Multivariado se usa para gráficos de control de procesos (Pan, 2005) [31], donde es llamado “medias móviles multivariadas ponderadas exponencialmente”, pero aquí la cuestión no es predicción.

## 2.3. Modelos de espacio de estados

Ord, Koehler y Snyder (1997) [32] a partir del trabajo de Snyder (1985)[11] propusieron una clase de modelos de espacio de estado de innovaciones en la que se puede considerar que subyacen algunos métodos de alisado exponencial. Hyndman et al (2002) [21] y Taylor (2003) [17] amplían esto para incluir los 15 métodos de alisado exponencial. De hecho, Hyndman et al (2002) [21] propusieron dos modelos de espacio de estado para cada método, correspondientes a los casos de error aditivo y multiplicativo. Estos modelos no son los únicos, y otros modelos relacionados para los métodos de alisado exponencial se presentaron en Koehler, Snyder y Ord (2001) [33] y Chatfield, Koehler, Ord y Snyder (2001)

[34]. Desde hace tiempo se conoce que algunos modelos ARIMA dan predicciones equivalentes a los métodos lineales de alisado exponencial. La importancia del trabajo reciente en modelos de espacio de estado de innovaciones es que los métodos de alisado exponencial no lineales también pueden derivarse de modelos estadísticos.

#### **2.4. Selección del modelo**

Gardner y McKenzie (1988) [35] proporcionaron algunas reglas sencillas basadas en las varianzas de series temporales diferenciadas para elegir un método de alisado exponencial apropiado. Tashman y Kruk (1996) [36] compararon estos resultados con otros propuestos por Collopy y Armstrong (1992) [37] y un enfoque basado en el criterio de información bayesiano (BIC). Hyndman et al. (2002) [21] también propuso un enfoque basado en criterio de información, pero usando los modelos de espacio de estado subyacentes.

#### **2.5. Robustez**

El buen rendimiento de la predicción de los métodos de alisado exponencial ha sido estudiado por varios autores. Satchell y Timmermann (1995) [38] y Chatfield et al. (2001) [34] mostraron que SES es óptimo para un rango amplio de procesos generadores de datos. En un pequeño estudio de simulación, Hyndman (2001) mostró que SES rendía mejor los modelos ARIMA de primer orden porque no está tan sujeto a problemas de selección de modelo, especialmente cuando los datos no siguen una distribución normal.

#### **2.6. Intervalos de predicción**

Una de las críticas a los métodos de alisado exponencial a principios de los 80 era que no había forma de producir intervalos de predicción para las predicciones. La primera aproximación analítica a este problema fue asumir que las series eran generadas mediante funciones deterministas del tiempo más ruido blanco (Brown, 1963 [2]; Gardner, 1985 [10]; McKenzie, 1986 [26]; Sweet, 1985 [39]). En tal caso, sería mejor usar un modelo de regresión en lugar de los métodos de alisado exponencial. Newbold y Bos (1989) [40] criticaron fuertemente cualquier enfoque basado en esta hipótesis. Otros autores buscaron intervalos de predicción mediante la equivalencia entre los métodos de alisado exponencial y los modelos estadísticos. Johnston y Harrison (1986) [41] establecieron variantes de predicción para los métodos SES, y los métodos de Holt de alisado exponencial para modelos de espacio de estado con múltiples fuentes de error. Yar y Chatfield (1990) [42] obtuvieron intervalos de predicción para el método aditivo de Holt-Winters derivando el equivalente método ARIMA subyacente. Chatfield y Yar (1991) [43] discutieron intervalos aproximados de predicción para el método multiplicativo de Holt-Winters, asumiendo que los errores en las predicciones a un paso fueran independientes. Koehler et al. (2001) [33] también

derivó una fórmula aproximada para la previsión de varianza para el método multiplicativo de Holt-Winters, distinguiéndose de Chatfield y Yar (1991) [43] solamente en cómo la desviación estándar del error en la predicción a un paso era estimada. Ord et al (1997) [32] y Hyndman et al. (2002) [21] usaron el modelo de espacio de innovación subyacente para simular rutas de muestras futuras, y de este modo obtuvieron intervalos de predicción para todos los métodos de alisado exponencial. Hyndman, Koehler, Ord y Snyder (2005) [44] usaron modelos de espacio de estado para derivar intervalos de predicción analíticos para 15 de los 30 métodos, incluyendo todos los métodos usados habitualmente. Proporcionaron el enfoque algebraico más comprensible hasta la fecha para manejar el problema de la distribución de predicción para la mayoría de los métodos de alisado exponencial.

## 2.7. Espacio de parámetros y propiedades del modelo

Una práctica habitual es restringir los parámetros de alisado al rango de 0 a 1. Sin embargo, ahora que los modelos estadísticos subyacentes están disponibles, el espacio natural (invertible) de parámetros se puede usar en su lugar. Archibald (1990) [45] mostró que es posible para parámetros de alisado dentro de los intervalos usuales producir modelos no invertibles. Consecuentemente, al predecir, el impacto del cambio en los valores pasados de la serie no es despreciable. Intuitivamente, tales parámetros producen predicciones pobres y deteriora el rendimiento de la predicción. Lawton (1998) [25] también discutió este problema.

## 3. Modelos ARIMA

### 3.1. Preámbulo

Los primeros intentos de estudiar series temporales, particularmente en el siglo 19, estaban generalmente caracterizados por la idea de un mundo determinista. Fue la mayor contribución de Yule (1927) la que impulsó la noción de aleatoriedad en series temporales postulando que cada serie temporal puede ser considerada como la realización de un proceso estocástico. Basado en esa sencilla idea, se desarrolló desde entonces un gran número de métodos de series temporales. Slutsky, Walker, Yaglom y Yule formularon el concepto de los modelos autorregresivos (AR) y media móvil (MA). El teorema de la descomposición de Wold condujo a la formulación y solución del problema de predicción lineal de Kolmogorov (1941). Desde entonces, una gran cantidad de literatura ha aparecido en el área de series temporales, tratando estimación de parámetros, identificación, comprobación de modelos y predicción, véase Newbold (1983) para un estudio anterior.

La publicación *Time Series Analysis: Forecasting and Control* de Box y Jenkins (1970) integró el conocimiento existente. Además, estos autores desarrollaron una ciclo coherente, versátil e iterativo en tres etapas para la identificación, estimación y verificación de series temporales (conocido como el enfoque Box-Jenkins). El libro ha tenido un enorme impacto en la teoría y práctica moderna

de análisis y predicción de series temporales. Con la llegada de los ordenadores, se popularizó el uso de los modelos ARIMA y se extendió a muchas áreas de la ciencia. De hecho, la predicción de series temporales discretas mediante modelos ARIMA univariantes, modelos de función de transferencia (regresión dinámica), y modelos ARIMA multivariados han generado bastantes artículos en IJF. A menudo estudios de naturaleza empírica, que usan uno o varios métodos/modelos como punto de referencia para comparar.

(incluir tabla)

### 3.2. Univariado

El éxito de la metodología de Box-Jenkins se basa en el hecho de que los distintos modelos pueden imitar el comportamiento de los diversos tipos de series y sin requerir muchos parámetros a estimar en la elección final del modelo. Sin embargo, a mediados de los años sesenta, la selección de un modelo era en gran medida una cuestión subjetiva del investigador, no había ningún algoritmo para especificar un modelo único. Desde entonces, muchas técnicas y métodos han surgido para añadir rigor matemático en el proceso de búsqueda de un modelo ARMA, incluyendo el criterio de información Akaike (AIC), el error de predicción final de Akaike (FPE) y el criterio de información bayesiano (BIC). A menudo, estos criterios se reducen a la minimización de errores de predicción a un paso (en la muestra), con un término de penalización para el sobreajuste. FPE también ha sido generalizado para predicción a varios pasos (véase, por ejemplo, Bhansali, 1996 [46] y Bhansali, 1999 [47]), pero esta generalización no ha sido utilizada en el área aplicada. Este también parece ser el caso de criterios basados en principios de validación cruzada y validación por división muestral (véase, por ejemplo, West, 1996), haciendo uso de errores de predicción fuera-de-muestra; véase Peña y Sánchez (2005) para un enfoque relacionado a considerar.

## Referencias

1. Brown, R. Statistical Forecasting for Inventory Control (1959) cited By (since 1996)127.
2. Brown, R. Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series (1963) cited By (since 1996)192.
3. Holt, C.: Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. International Journal of Forecasting **20**(1) (2004) 5–10 cited By (since 1996)77.
4. Winters, P.: Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. Management Science **6**(3) (1960) 324–342 cited By (since 1996)264.
5. Pegels, C.: Exponential forecasting: Some new variations. Management Science **12**(5) (1969) 311–315 cited By (since 1996)35.
6. Muth, J.: Optimal properties of exponentially weighted forecasts. Journal of the American Statistical Association **55**(290) (1960) 299–306 cited By (since 1996)184.
7. Roberts, S.: A general class of holt-winters type forecasting models. Management Science **28**(7) (1982) 808–820 cited By (since 1996)0.

8. Abraham, B., Ledolter, J.: Statistical Methods for Forecasting (1983) cited By (since 1996)207.
9. Abraham, B., Ledolter, J.: Forecast functions implied by autoregressive integrated moving average models and other related forecast procedures. *International Statistical Review* **54** (1986) 51–66 cited By (since 1996)14.
10. Gardner E.S., J.: Exponential smoothing: The state of the art. *Journal of Forecasting* **4**(1) (1985) 1–28 cited By (since 1996)205.
11. Snyder, R.: Recursive estimation of dynamic linear models. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* **47**(2) (1985) 272–276 cited By (since 1996)40.
12. Bartolomei, S., Sweet, A.: A note on a comparison of exponential smoothing methods for forecasting seasonal series. *International Journal of Forecasting* **5**(1) (1989) 111–116 cited By (since 1996)8.
13. Makridakis, S., Hibon, M.: Exponential smoothing: The effect of initial values and loss functions on post-sample forecasting accuracy. *International Journal of Forecasting* **7**(3) (1991) 317–330 cited By (since 1996)8.
14. McClain, J.: Dominant tracking signals. *International Journal of Forecasting* **4**(4) (1988) 563–572 cited By (since 1996)7.
15. Sweet, A., Wilson, J.: Pitfalls in simulation-based evaluation of forecast monitoring schemes. *International Journal of Forecasting* **4**(4) (1988) 573–579 cited By (since 1996)1.
16. McKenzie, E.: General exponential smoothing and the equivalent arma process. *Journal of Forecasting* **3**(3) (1984) 333–344 cited By (since 1996)31.
17. Taylor, J.: Exponential smoothing with a damped multiplicative trend. *International Journal of Forecasting* **19**(4) (2003) 715–725 cited By (since 1996)42.
18. Gardner Jr., E.: Forecasting the failure of component parts in computer systems: A case study. *International Journal of Forecasting* **9**(2) (1993) 245–253 cited By (since 1996)5.
19. Grubb, H., Mason, A.: Long lead-time forecasting of uk air passengers by holt-winters methods with damped trend. *International Journal of Forecasting* **17**(1) (2001) 71–82 cited By (since 1996)26.
20. Miller, T., Liberatore, M.: Seasonal exponential smoothing with damped trends. an application for production planning. *International Journal of Forecasting* **9**(4) (1993) 509–515 cited By (since 1996)10.
21. Hyndman, R., Koehler, A., Snyder, R., Grose, S.: A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. *International Journal of Forecasting* **18**(3) (2002) 439–454 cited By (since 1996)108.
22. Carreno, J., Madinaveitia, J.: A modification of time series forecasting methods for handling announced price increases. *International Journal of Forecasting* **6**(4) (1990) 479–484 cited By (since 1996)3.
23. Williams, D., Miller, D.: Level-adjusted exponential smoothing for modeling planned discontinuities. *International Journal of Forecasting* **15**(3) (1999) 273–289 cited By (since 1996)8.
24. Rosas, A., Guerrero, V.: Restricted forecasts using exponential smoothing techniques. *International Journal of Forecasting* **10**(4) (1994) 515–527 cited By (since 1996)5.
25. Lawton, R.: How should additive holt-winters estimates be corrected? *International Journal of Forecasting* **14**(3) (1998) 393–403 cited By (since 1996)10.
26. Mckenzie, E.: Error analysis for winters' additive seasonal forecasting system. *International Journal of Forecasting* **2**(3) (1986) 373–382 cited By (since 1996)4.
27. Archibald, B., Koehler, A.: Normalization of seasonal factors in winter's methods. *International Journal of Forecasting* **19**(1) (2003) 143–148 cited By (since 1996)6.

28. Hyndman, R., Billah, B.: Unmasking the theta method. *International Journal of Forecasting* **19**(2) (2003) 287–290 cited By (since 1996)23.
29. Assimakopoulos, V., Nikolopoulos, K.: The theta model: A decomposition approach to forecasting. *International Journal of Forecasting* **16**(4) (2000) 521–530 cited By (since 1996)48.
30. Pfeiffermann, D., Allon, J.: Multivariate exponential smoothing: Method and practice. *International Journal of Forecasting* **5**(1) (1989) 83–98 cited By (since 1996)13.
31. Pan, X.: An alternative approach to multivariate ewma control chart. *Journal of Applied Statistics* **32**(7) (2005) 695–705 cited By (since 1996)4.
32. Ord, J., Koehler, A., Snyder, R.: Estimation and prediction for a class of dynamic nonlinear statistical models. *Journal of the American Statistical Association* **92**(440) (1997) 1621–1629 cited By (since 1996)80.
33. Koehler, A., Snyder, R., Ord, J.: Forecasting models and prediction intervals for the multiplicative holt-winters method. *International Journal of Forecasting* **17**(2) (2001) 269–286 cited By (since 1996)28.
34. Chatfield, C., Koehler, A., Ord, J., Snyder, R.: A new look at models for exponential smoothing. *Journal of the Royal Statistical Society Series D: The Statistician* **50**(2) (2001) 147–159 cited By (since 1996)36.
35. Gardner Jr., E., McKenzie, E.: Model identification in exponential smoothing. *Journal of the Operational Research Society* **39** (1988) 863–867 cited By (since 1996)17.
36. Tashman, L., Kruk, J.: The use of protocols to select exponential smoothing procedures: A reconsideration of forecasting competitions. *International Journal of Forecasting* **12**(2) (1996) 235–253 cited By (since 1996)12.
37. Collopy, F., Armstrong, J.: Rule-based forecasting: Development and validation of an expert systems approach to combining time series extrapolations. *Management Science* **38**(10) (1992) 1394–1414 cited By (since 1996)90.
38. Satchell, S., Timmermann, A.: On the optimality of adaptive expectations: Muth revisited. *International Journal of Forecasting* **11**(3) (1995) 407–416 cited By (since 1996)9.
39. Sweet, A.: Computing the variance of the forecast error for the holt-winters seasonal models. *Journal of Forecasting* **4** (1985) 235–243 cited By (since 1996)6.
40. Newbold, P., Bos, T.: On exponential smoothing and the assumption of deterministic trend plus white noise data-generating models. *International Journal of Forecasting* **5**(4) (1989) 523–527 cited By (since 1996)7.
41. Johnston, F., Harrison, P.: Variance of lead-time demand. *Journal of the Operational Research Society* **37**(3) (1986) 303–308 cited By (since 1996)14.
42. Yar, M., Chatfield, C.: Prediction intervals for the holt-winters forecasting procedure. *International Journal of Forecasting* **6**(1) (1990) 127–137 cited By (since 1996)31.
43. Chatfield, C., Yar, M.: Prediction intervals for multiplicative holt-winters. *International Journal of Forecasting* **7**(1) (1991) 31–37 cited By (since 1996)24.
44. Hyndman, R., Koehler, A., Ord, J., Snyder, R.: Prediction intervals for exponential smoothing using two new classes of state space models. *Journal of Forecasting* **24**(1) (2005) 17–37 cited By (since 1996)28.
45. Archibald, B.: Parameter space of the holt-winters' model. *International Journal of Forecasting* **6**(2) (1990) 199–209 cited By (since 1996)8.
46. Bhansali, R.: Asymptotically efficient autoregressive model selection for multistep prediction. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* **48**(3) (1996) 577–602 cited By (since 1996)37.



47. Bhansali, R.: Autoregressive model selection for multistep prediction. *Journal of Statistical Planning and Inference* **78**(1-2) (1999) 295–305 cited By (since 1996)5.