## Estado del arte en predicción de series temporales

J.J. Asensio, P.A. Castillo

Departamento de Arquitectura y Tecnología de Computadores ETSIIT, CITIC-UGR Universidad de Granada, España {asensio, pacv}@ugr.es

Resumen bonito abstract test

## 1. Introducción

Una serie temporal es una secuencia de observaciones dispuestas a intervalos regulares de aparición. Existen multitud de ejemplos donde se registran datos de esta forma, por citar algunos: precios de acciones en bolsa, temperatura mínima y máxima de cada día, accidentes domésticos... etc.

Alisado exponencial

En 1981, los métodos de alisado exponencial a menudo eran considerados como un conjunto de técnicas especiales para extrapolar varios tipos de series temporales univariantes. Si bien los métodos de alisado exponencial eran ampliamente utilizados en la industria y los negocios, habían recibido poca atención por parte de los estadísticos y no tenían un fundamento estadístico bien desrrollado. Estos métodos se originaron en las décadas 50 y 60 con el trabajo de Brown (1959, 1963), Holt (1957, reimpreso en 2004), y Winters (1960). Pegels (1969) proporcionó una clasificación sencilla pero útil de la tendencia y los patrones estacionales dependiendo de si eran aditivos (lineales) o multiplicativos (no lineales). Muth (1960) fue el primero en sugerir una base estadística para el alisado exponencial simple (SES) demostrando que proporcionaba la predicción óptima para el camino aleatorio con ruido. Los siguientes pasos para poner en un marco estadístico el alisado exponencial fueron proporcionados por Box y Jenkins (1970), Roberts (1982), y Abraham y Ledolter (1983, 1986), quienes mostraron que algunas predicciones de alisado exponencial lineales resultan como casos especiales de los modelos ARIMA. Sin embargo, estos resultados no se extienden a cualquier método de alisado exponencial no lineal. Los métodos de alisado exponencial recibieron un impulso debido a dos artículos publicados en 1985, los cuales establecieron la base para gran parte del trabajo posterior en el área. En primer lugar, Gardner (1985) realizó una revisión exhaustiva y una síntesis del trabajo en alisado exponencial hasta la fecha y extendió la clasificación de Pegels para incluir tendencia amortiguada. Este artículo reunió gran cantidad del trabajo existente lo que estimuló el uso de estos métodos y promovió más trabajos de investigación al respecto. Posteriormente ese mismo año, Snyder (1985)

demostró que SES podría ser considerado como una forma resultante de una innovación del modelo de espacio de estados (modelo con una única fuente de error). Aunque esta revelación fue en gran parte inadvertida entonces, en años recientes ha proporcionado la base para una gran cantidad de trabajos en modelos de espacio de estados en los que subyacen los métodos de alisado exponencial. La mayor parte del trabajo desde 1980 ha incluido el estudio de las propiedades empíricas de los métodos (Bartolomei & Sweet, 1989; Makridakis & Hibon, 1991), propuestas para nuevos métodos de estimación o inicialización (McClain, 1988; Sweet & Wilson, 1988), o ha estado relacionado con modelos estadísticos en los que se considera que subyacen los métodos (McKenzie, 1984). Los métodos de alisado multiplicativo de Taylor (2003) proporcionan los únicos métodos de alisado exponencial genuinamente nuevos, durante este periodo. Por supuesto, hay habido numerosos estudios que aplican métodos de alisado exponencial en varios contextos incluyendo componentes de computadores (Gardner, 1993), pasajeros de vuelo (Grubb & Masa, 2001), y planificación de producción (Miller & Liberatore, 1993). La taxonomía de Hyndman, Koehler, Snyder, y Grose (2002) extendida por Taylor, 2003) proporciona una categorización útil para describir la variedad de métodos. Cada método se componen de una de cinco tipos de tendencia (ninguna, aditiva, aditiva alisada, multiplicativa y multiplicativa alisada) y uno de tres tipos de estacionalidad (ninguna, aditiva y multiplicativa). Por tanto, hay 15 métodos diferentes, donde entre los más conocidos está SES (sin tendencia ni estacionalidad), el método lineal de Holt (tendencia aditiva, sin estacionalidad), el método aditivo de Holt-Winters (tendencia aditiva y estacionalidad aditiva), y el método no lineal de Holt-Winters (tendencia aditiva y estacionalidad multiplicativa).

Variantes Se han propuesto numerosas variaciones de los métodos originales. Por ejemplo, Carreno y Madinaveitia (1990) y Williams y Miller (1999) propusieron modificaciones para tratar discontinuidades, y Rosas y Guerrero (1994) consideraron predicciones con alisado exponencial sujetas a una o más restricciones. También hay variantes por cómo y cuándo las componentes estacionales deberían ser normalizadas. Lawton (1998) abogó por una renormalización de los índices estacionales para cada periodo de tiempo, puesto que elimina sesgo en las estimaciones de los componentes estacionales y de nivel. Roberts (1982) y McKenzie (1986) dieron esquemas ligeramente diferentes de normalización. Archibald y Koehler (2003) desarrollaron nuevas ecuaciones de normalización que eran más sencillas de usar dando el mismo grado de predicción que los métodos originales. Una variante útil a mitad de camino entre SES y el método de Holt, es SES con desviación. Es equivalente al método de Holt con el parámetro de tendencia a cero. Hyndman y Billah (2003) mostraron que este método también era equivalente al método Theta de Assimakopoulos y Nikolopoulos (2000), cuando el parámetro de desviación es igual a la mitad de la pendiente de una tendencia lineal ajustada a los datos. El método Theta dio un rendimiento extremadamente bueno en la competición M3, aunque el por qué esta particular elección de modelo y parámetros era buena todavía no se ha determinado. Ha habido extraordinariamente poco trabajo en desarrollar versiones multivariantes de los métodos de alisado exponencial para predicción. Una excepción notable es Pfeffermann y Allon (1989) quienes consideraron datos de turismo israelí. El SES Multivariante se usa para gráficos de control de procesos (Pan, 2005), donde es llamado "medias móviles multivariantes ponderadas exponencialmente", pero aquí la cuestión no es predicción.

Modelos de espacio de estados Ord, Koehler y Synder (1997) a partir del trabajo de Snyder (1985) propusieron una clase de modelos de espacio de estado de innovaciones en la que se puede considerar que subyacen algunos métodos de alisado exponencial. Hyndman et al (2002) y Taylor (2003) amplian esto para incluir los 15 métodos de alisado exponencial. De hecho, Hyndman et al (2002) propusieron dos modelos de espacio de estado para cada método, correspondientes a los casos de error aditivo y multiplicativo. Estos modelos no son los únicos, y otros modelos relacionados para los métodos de alisado exponencial se presentaron en Koehler, Snyder y Ord (2001) y Chatfield, Koehler, Ord y Snyder (2001). Desde hace tiempo se conoce que algunos modelos ARIMA dan predicciones equivalentes a los métodos lineales de alisado exponencial. La importancia del trabajo reciente en modelos de espacio de estado de innovaciones es que los métodos de alisado exponencial no lineales también pueden derivarse de modelos estadísticos.

Selección del modelo Gardner y McKenzie (1988) proporcionaron algunas reglas sencillas basadas en las varianzas se series temporales diferenciadas para elegir un método de alisado exponencial apropiado. Tashman y Kruk (1996) compararon estos resultados con otros propuestos por Collopy y Armstrong (1992) y un enfoque basado en el criterio de información bayesiano (BIC). Hyndman et al. (2002) también propuso un enfoque basado en criterio de información, pero usando los modelos de espacio de estado subyacentes.

Robustez El buen rendimiento de la predicción de los métodos de alisado exponencial ha sido estudiado por varios autores. Satchell y Timmermann (1995) y Chatfield et al. (2001) mostraron que SES es óptimo para un rango amplio de procesos generadores de datos. En un pequeño estudio de simulación, Hyndman (2001) mostró que SES rendía mejor los modelos ARIMA de primer orden porque no está tan sujeto a problemas de selección de modelo, especialmente cuando los datos no siguen una distribución normal.

Intervalos de predicción Una de las críticas a los métodos de alisado exponencial a principios de los 80 era que no había forma de producir intervalos de predicción para las predicciones. La primera aproximación analítica a este problema fue asumir que las series eran generadas mdeiante funciones deterministas del tiempo más ruido blanco (Brown, 1963; Gardner, 1985; McKenzie, 1986, Sweet, 1985). En tal caso, sería mejor usar un modelo de regresión en lugar de los métodos de alisado exponencial. Newbold y Bos (1989) criticaron fuertemente cualquier enfoque basado en esta hipótesis. Otros autores buscaron intervalos de predicción mediante la equivalencia entre los métodos de alisado exponencial y los modelos estadísticos. Johnston y Harrison (1986) establecioeron variantes de predicción para los métodos SES, y los métodos de Holt de alisado exponencial para modelos de espacio de estado con múltiples fuentes de

error. Yar y Chatfield (1990) obtuvieron intervalos de predicción para el método aditivo de Holt-Winters derivando el equivalente método ARIMA subyacente. Chatfield y Yar (1991) discutieron intervalos aproximados de predicción para el método multiplicativo de Holt-Winters, asumiendo que los errores en las predicciones a un paso fueran independientes. Koehler et al. (2001) también derivó una fórmula aproximada para la previsión de varianza para el método multiplicativo de Holt-Winters, distinguiéndose de Chatfield y Yar (1991) solamente en cómo la desviación estándar del error en la predicción a un paso era estimada. Ord et al (1997)