



ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE THIES

DIC1

TD 1: Graphes notions générales

Exercice 1: Généralité

Soit le graphe orienté G suivant :

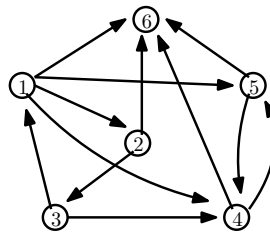


Figure 1:

Question 1

Ce graphe est-il connexe?

Question 2

Donner dans ce graphe

1. quatre chemins différents de 1 à 6,
2. deux circuits,
3. un chemin hamiltonien (un chemin dans le graphe qui passe par tous les sommets une et une seule fois),
4. les successeurs et prédécesseurs de 1,
5. les successeurs et prédécesseurs de 6.

Question 3

Existe-t-il un circuit hamiltonien dans ce graphe ? Un cycle hamiltonien ?

Exercice 2 - Représentation

Donner une représentation par listes d'adjacences pour une arborescence binaire complet à 7 sommets. Donner la représentation équivalente par matrice d'adjacences. On suppose que les sommets sont numérotés de 1 à 7.

Exercice 3 - Transposée

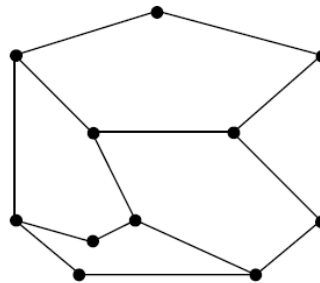
La transposée d'un graphe orienté $G = (V, E)$ est le graphe $G^T = (V, E^T)$,

où $F^T = (v, u) \in S * S : (u, v) \in E$. Autrement dit, G^T est obtenu en inversant le sens de tous

les arcs de G . Décrire des algorithmes efficaces permettant de calculer G^T à partir de G , quand G est représenté par des listes d'adjacences et par une matrice d'adjacences. Analyser le temps d'exécution de vos algorithmes.

Exercice 4

Le graphe ci-dessous représente le plan des couloirs d'un musée. Un gardien placé dans un couloir peut surveiller les deux carrefours placés à ses extrémités. Combien de gardiens sont nécessaires (et comment les placer) afin que tous les carrefours soient surveillés ?



Si l'on place maintenant les gardiens aux carrefours, en supposant qu'un tel gardien peut surveiller tous les couloirs amenant à ce carrefour, combien de gardiens sont nécessaires pour surveiller tous les couloirs ?

Exercice 5 : Jeu

Tata Zeynab possède trois récipients non gradués de capacités respectives 8, 5 et 3 litres. Initialement le récipient de 8 litres est plein. Elle souhaite isoler 4 litres dans deux des récipients. Est-ce possible? Si oui, comment? Quelle est la méthode la plus rapide?

Remarque : comme les bidons ne sont pas gradués, tout transvasement doit soit vider le bidon émetteur, soit remplir le bidon récepteur

Exercice 6 - Puits dans un graphe

Un sommet s d'un graphe orienté simple (V, E) est un puits si pour tout sommet t distinct de s , l'arc (t, s) appartient à E mais pas l'arc (s, t) .

Question 1

Montrer que tout graphe a au plus un puits.

Question 2

Si le graphe est représenté par sa matrice d'adjacence, écrire une fonction qui décide l'existence d'un puits dans un graphe. Évaluer sa complexité.

Question 3

Proposer un autre algorithme plus efficace (en $O(|V|)$).