



# **L'efficienza e la valutazione delle performance**

**Concetti ed introduzione alla *D.E.A.***

Corso di Economia Industriale

Lezione del 27/09/2010

---

# Valutazione delle performance

---

- Obiettivo: valutare le attività di organizzazioni quali imprese, istituzioni governative, ospedali, università, ...
- Esiste una grande varietà di valutazioni:
  - Costo unitario;
  - Profitto unitario;
  - Soddisfazione unitaria;
  - ...
- Una misura di efficienza comunemente usata è il rapporto Output/Input, che, più che una vera e propria efficienza, rappresenta una misura della **produttività**.
  - output per ogni ora di lavoro;
  - output per operaio;
  - output per MWh di energia utilizzato;
  - ...
- Le precedenti sono tutte misure di **produttività parziale**, differente dalla **produttività totale dei fattori**, che cerca di ottenere un unico indice che tenga conto di tutti gli input e gli output.

- **Efficienza tecnica**

- Dati i miei input, sto producendo gli output ottimali o dovrei produrre di più?
- Dati i miei output, sto utilizzando la giusta quantità di input o dovrei ridurla?

confronto tra il processo di produzione effettivamente realizzato e un altro processo corrispondente ad uno standard di ottimalità

- **Efficienza allocativa**

- Dato il livello di output e la tecnologia, sto utilizzando l'input mix che minimizza i miei costi?

- **Efficienza economica**

- Una combinazione delle due precedenti.

# Non confondiamo l'efficienza con...

---

- **Efficacia**

- un' impresa è efficace quando raggiunge con successo gli obiettivi prefissati;
- i giudizi di efficacia implicano quindi una valutazione qualitativa ex-post del grado di raggiungimento degli obiettivi desiderati;
- tali obiettivi possono essere: il grado di soddisfazione della clientela, i guadagni conseguiti dall'azienda ecc.
  - *Efficacia interna o gestionale (output/obiettivi)* misura e indica la capacità di raggiungere determinati obiettivi
  - *Efficacia esterna o sociale (obiettivi/risultati)* misura e indica la capacità dell'azienda di soddisfare i bisogni

- **Economicità**

- il concetto di economicità sintetizza la capacità dell'impresa nel lungo periodo di utilizzare in modo efficiente le proprie risorse raggiungendo in modo efficace i propri obiettivi.

## Efficienza – Una prima definizione in termini di produttività

---

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{OUTPUT}}{\text{INPUT}}$$

$$\text{OUTPUT} = \text{INPUT} \Rightarrow \text{EFFICIENZA} = 1$$

$$0 \leq \text{EFFICIENZA} \leq 1$$

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{OUTPUT 1} + \text{OUTPUT 2}}{\text{INPUT 1} + \text{INPUT 2} + \text{INPUT 3}}$$

$$0 \leq \text{EFFICIENZA} \leq 1$$

**Problema: valutare l'efficienza di un processo quando le unità di misura delle risorse di input e output non sono le stesse!**

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{Qualità (n° di difetti)}}{\text{Materiali (ton) + Energia (MWh)}}$$

$$0 \leq \text{EFFICIENZA} \leq 1$$

Cosa possiamo dire?

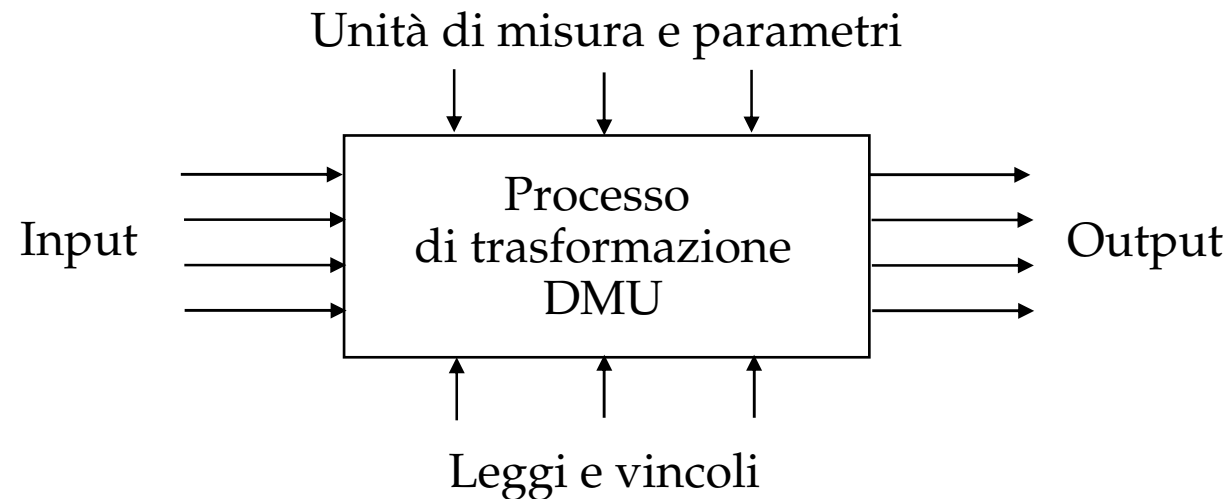
- A parità di materiali ed energia, è più efficiente chi ha una maggiore qualità
- A parità di qualità è più efficiente chi utilizza meno materiali e/o meno energia

- *Data Envelopment Analysis* (configurazione iniziale)
  - permette di superare il problema delle differenti unità di misura
  - consente di analizzare processi multi input/output
  - riguarda l'EFFICIENZA TECNICA del processo di trasformazione di input in output e quindi
    - SOLO QUANTITA' DI INPUT ED OUTPUT
    - NON PREZZI E COSTI
  - fornisce uno score di efficienza RELATIVA (tra differenti Decision Making Unit, DMU) e NON ASSOLUTA
  - Non determina stime probabilistiche e nemmeno spiega le cause dell'inefficienza
  - Non è l'unico strumento (frontiera stocastica principale alternativa), ma il più diffuso (e il più semplice!)

**Come funziona?**



- 1) Definire accuratamente il processo produttivo

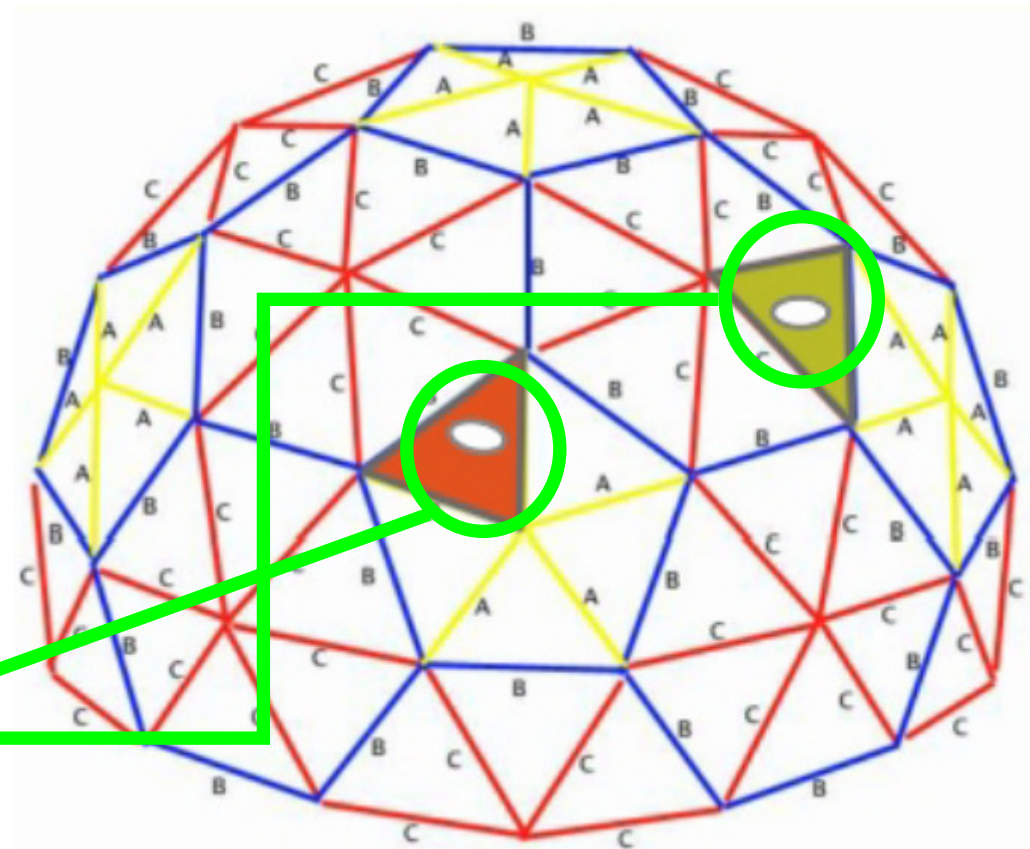


- 2) Selezionare solo gli INPUT ed OUTPUT CRITICI.
- 3) Scelta del modello:
  - MINIMIZZAZIONE INPUT o MASSIMIZZAZIONE OUTPUT

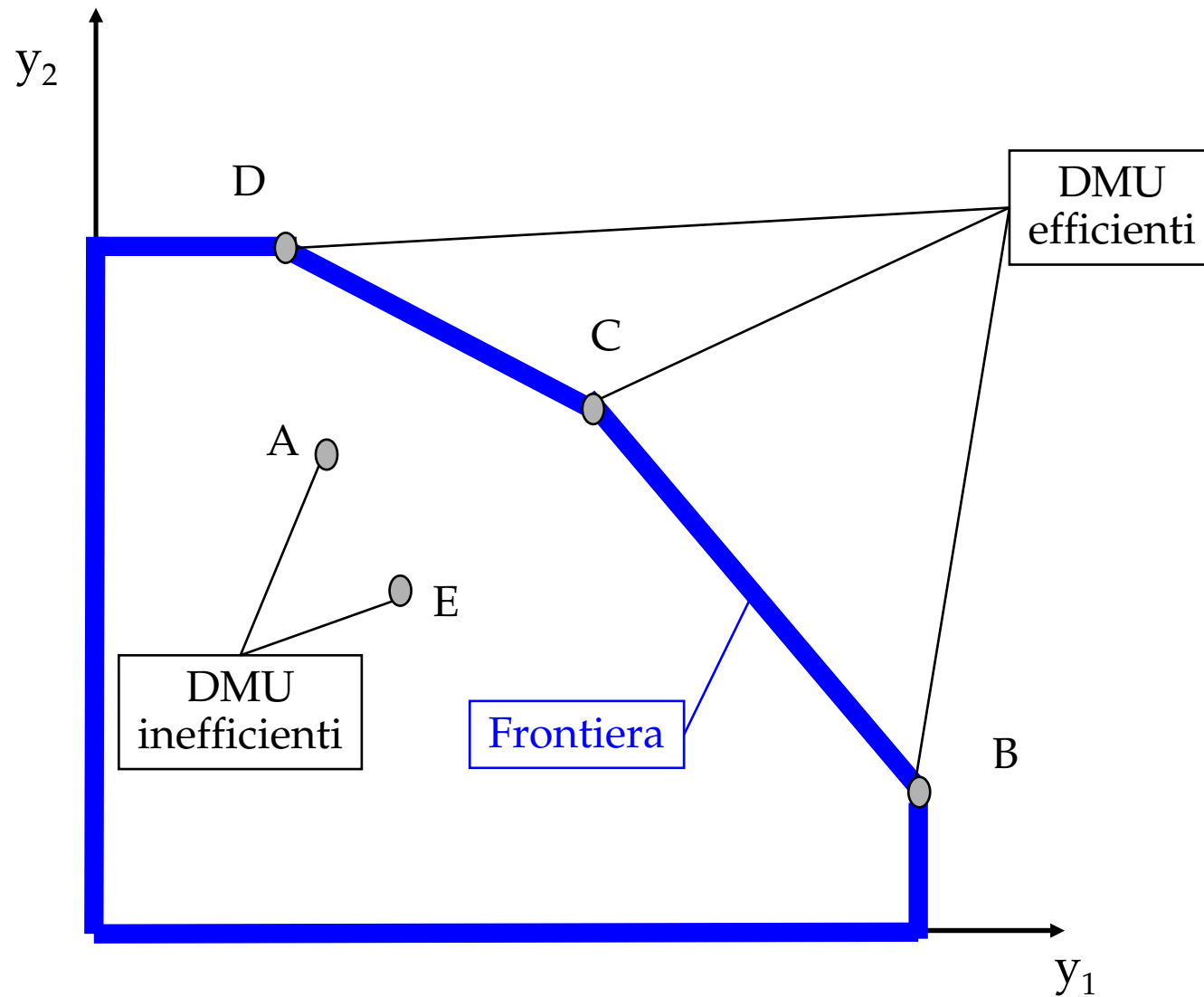
$$\text{EFF. della DMU} = \frac{w_{O1} \times O_{O1} + w_{O2} \times O_{O2}}{w_{I1} \times I_1 + w_{I2} \times I_2 + w_{I3} \times I_3}$$

- 4) Determino il livello di efficienza di ogni DMU.
- 5) Genero una frontiera costituita da iperpiani.

le unità  
efficienti stanno  
sulla frontiera



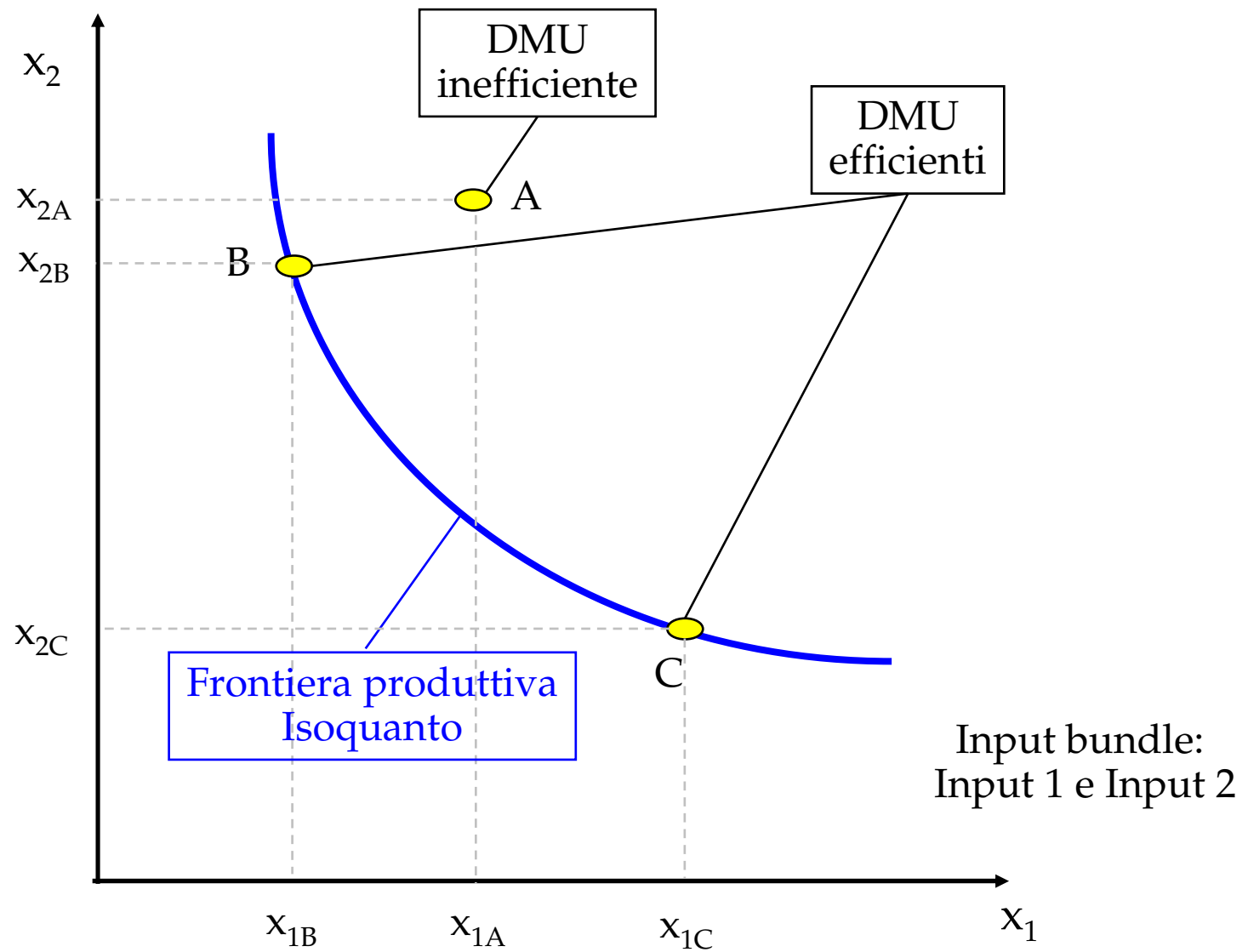
# Rappresentazione della DEA



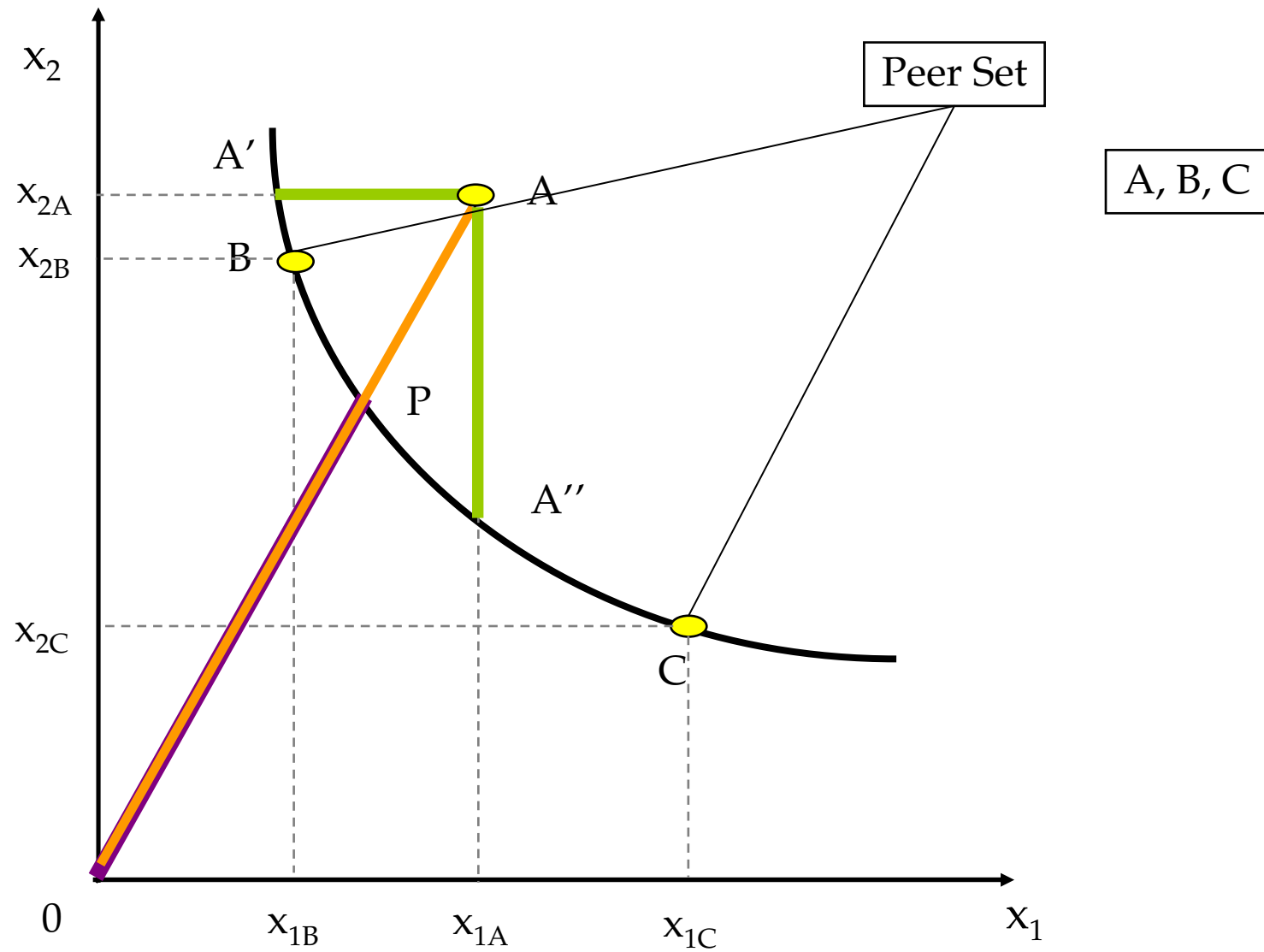
- Quindi la DEA
  - Valuta le performance di ciascuna DMU;
  - Quantifica queste performance in termini di EFFICIENZA TECNICA
- Pertanto se uno specifico set di DMU
  - è caratterizzato da uno specifico processo produttivo
  - produce differenti livelli di output
  - partendo da specifici bundle di input

**La DEA assegna ad ogni unità uno specifico  
livello di EFFICIENZA TECNICA  
che è determinato dall'output prodotto  
e che dipende dai valori degli input in ciascun input bundle**

# Rappresentazione della DEA



# Minimizzare l'input





## Determinazione del livello di efficienza

---

Gli esempi visti graficamente sono molto semplici (pochi input/output).

Ma come fa la DEA  
a determinare il livello di efficienza per ciascuna DMU  
in cui *multi-input/output* più complessi?

$$\text{EFF. DMU} = \frac{u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_s y_s}{v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_m x_m}$$

Ogni  $y$  è una variabile di output

Ogni  $x$  è una variabile di input

I coefficienti  $u$  sono i pesi assegnati alle variabili di output

I coefficienti  $v$  sono i pesi associati alle variabili di input



## Determinazione dei pesi u e v

Ma come fa la DEA  
a determinare i pesi u e v da assegnare  
alla DMU?

I pesi sono derivati direttamente dai dati e scelti in modo da assegnare ad ogni DMU un set di pesi ottimale. Cosa significa ottimale? Significa che assegnando a tutte le DMU i pesi scelti per la DMU *i-esima*, quest'ultima consegue il massimo score di efficienza.

$$u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_s y_s = v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_m x_m$$

La DMU è efficiente (EFF = 1) e sta sulla frontiera

$$u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_s y_s \leq v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_m x_m$$

La DMU è inefficiente (EFF ≤ 1) e si vede assegnato uno score di efficienza pari al rapporto tra la somme pesate degli output e degli input.

Questi score permettono di ottenere un ranking delle diverse DMU

- Consideriamo 6 super  
numero di impiegati  
questo caso è singolo

Store						
Input 1						
Input 2						
Output						
Prod.						
Eff. Relativa	0,86	0,67	1	1	0,545	
DEA - CCR	0,86	0,63	1	1	1	1
$v_1$	0,1429	0,0526	0,0833	0,1667	0,2143	0
$v_2$	0,1429	0,2105	0,3333	0,1667	0,1429	1
$u$	0,8571	0,6316	1	1	1	1

### Considero A

$$\text{Max } \theta = \frac{u y_{1A}}{v_1 x_{1A} + v_2 x_{2A}}$$

### Sotto i vincoli

$$1) \frac{u_1 y_{1j}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j}} \leq 1 \quad (j = A, B, C, D, E, F)$$

$$2) v_1, v_2 \geq 0 \quad 3) u \geq 0$$

A questo punto considero poi B ... fino a F

- Dal punto di vista matematico il problema può essere trasformato utilizzando la seguente formulazione.
- Nel caso di  $n$  DMU,  $s$  output e  $m$  input

$$\text{Max}_{v,u} \theta = \frac{u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo}}$$

Vincoli

$$\frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$v_1, \dots, v_m \geq 0$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0$$

- Abbiamo visto nella slide precedente un'applicazione del modello CCR. Come funziona dal punto di vista matematico tale modello?
- Il problema frazionario è trasformato nell'equivalente lineare.

$$\text{Max } \theta = \mathbf{u}_1 y_{1o} + \mathbf{u}_2 y_{2o} + \dots + \mathbf{u}_s y_{so}$$

$\mathbf{v}, \mathbf{u}$

Vincoli

$$\mathbf{v}_1 x_{1o} + \mathbf{v}_2 x_{2o} + \dots + \mathbf{v}_m x_{mo} = 1$$

$$\mathbf{u}_1 y_{1j} + \mathbf{u}_2 y_{2j} + \dots + \mathbf{u}_s y_{sj} \leq \mathbf{v}_1 x_{1j} + \mathbf{v}_2 x_{2j} + \dots + \mathbf{v}_m x_{mj}$$

$$\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m \geq 0$$

$$\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_s \geq 0$$

- CCR – I
- CCR – O
- BCC – I
- BCC – O
- SBM – C (V o GRS)
- SBM – I – C (V o GRS)
- SBM – O – C (V o GRS)
- Weighted SBM – (I (O)) – C (V o GRS)
- Hybrid – C (V)
- FDH

## Quanti input e output servono?

---

- Utilizzare solo le variabili chiave, ovvero quelle che hanno grande influenza sull'efficienza.
- Selezionare variabili chiave che sono indipendenti da altre variabili.
- Meno variabili chiave si utilizzano, migliori saranno i risultati.
- E' comunque sempre opportuno effettuare un test di sensitività sulle variabili scelte, per vedere se esse effettivamente influenzano l'efficienza di una DMU.
- Determinate le variabili, si fornisce al software il *dataset* con i valori delle variabili di input e output scelti per tutte le DMU del campione

## Quante DMU servono?

Esiste un numero minimo di DMU  
necessario per poter applicare  
la DEA?

**SI!!!**

**Determinare il numero minimo di unità nel seguente modo:**

**(n° input x n° output)**

**Confrontare tale prodotto con il triplo di**

**(n° input + n° output)**

**Esempio A:**

**3 input e 5 output**

$$3 \times 5 = 15$$

$$5 + 3 = 8 \rightarrow 8 \times 3 = 24$$

**Esempio B:**

**9 input e 6 output**

$$9 \times 6 = 54$$

$$9 + 6 = 15 \rightarrow 15 \times 3 = 45$$

**Il massimo tra i due è il numero minimo di DMU  
che si devono valutare.**

- Un modello DEA appropriato usa la programmazione lineare per calcolare il set di pesi di input e output ottimale che fa di una DMU specifica la più efficiente.
- La somma delle variabili di output pesate viene divisa per la somma delle variabili di input pesate per determinare l'efficienza tecnica di ogni DMU.
- Le DMU con efficienza pari a 1 sono dette essere sulla frontiera, la superficie esterna di un'immaginaria superficie multidimensionale.
- Le DMU con efficienza minore di 1 sono contenute all'interno della stessa superficie o "inviluppate".
- La distanza di una DMU inefficiente dalla più vicine DMU efficienti (*benchmark peers*) indica direzione e quantità dei possibili *improvements* in ciascun input ed in ciascun output.



- Sanità
- Trasporti - Trasporto aereo
  - efficienza aeroportuale
    - competizione tra aeroporti e tra compagnie aeree
    - impatto ambientale aeroporti
  - A disposizione diverse possibilità di tesi (sperimentale)
- Valutazione degli investimenti/progetti
- Sport
- Utilities (acqua, energia, gas, rifiuti)
- Agricoltura
- Finanziamento (fondi europei, del governo USA)
- Sempre più diffuse anche in ambiente aziendale (interessante x curriculum!)
  - ridimensionamento aziendale;
  - premi unità aziendali

# Un esempio applicato alle squadre di calcio (serie A)

Increasing offensive or defensive efficiency? An analysis of Italian and Spanish football  
Bosca et al. (2006)

Offensive and defensive efficiency in the Italian league 2001/2002

Team	Offensive efficiency			Defensive efficiency		
	General	Home	Away	General	Home	Away
Juventus FC	1.0000	1.0000	0.8779	1.0000	0.7792	1.0000
AC Roma	0.9483	0.8614	0.8989	1.0000	1.0000	0.8307
Inter.	1.0000	0.8762	1.0000	0.8443	0.5826	0.8421
Milan AC	0.7525	0.6484	0.7375	0.7516	0.5442	0.7756
Chievo	1.0000	0.8367	1.0000	0.6462	0.5352	0.6112
SS Lazio	0.9205	1.0000	0.4577	0.8753	0.5714	0.8990
Bologna	0.7153	0.7654	0.4936	0.7365	0.7283	0.5953
Perugia	0.6755	0.6479	0.5285	0.7146	0.6095	0.6248
Atalanta	0.9309	0.8021	0.8945	0.7016	0.5549	0.6984
AC Parma	0.7200	0.5905	0.7674	0.7292	0.5841	0.6974
Torino	0.7859	0.7816	0.5985	0.8339	0.6032	0.8221
Piacenza	1.0000	0.9251	0.8537	0.8715	0.6038	0.8305
Brescia	0.7808	0.8047	0.5746	0.5368	0.3590	0.5860
Udinese	0.7690	0.5220	0.8764	0.6547	0.4322	0.7449
Hellas Verona	0.8545	0.7156	0.7909	0.5739	0.6773	0.4698
Leche	0.8463	0.5964	0.8563	0.6842	0.5066	0.6448
Fiorentina AC	0.5836	0.5068	0.5015	0.5968	0.5300	0.4682
Venecia	0.6292	0.5152	0.6271	0.7789	0.6740	0.6617
Average	0.828	0.744	0.741	0.7517	0.6042	0.7113
Std. deviation	0.136	0.160	0.180	0.1330	0.1394	0.1441

Note: The teams are ordered according to their final league ranking.



# Un esempio applicato alle squadre di calcio (Premier League)

## Productive Efficiency of English Football Teams - A D.E.A. Approach Haas (2003)

**Table 2. DEA Results for Three Inputs and Two Outputs**

Final rank	Club	CRS-efficiency	VRS-efficiency	Scale-efficiency	reference-set VRS <sup>a</sup>
1	Manchester United	1	1	1	$\lambda_1 = 1.00$
2	FC Arsenal	0.68	0.70	0.97	$\lambda_1 = 0.39, \lambda_5 = 0.51, \lambda_9 = 0.10$
3	FC Liverpool	0.64	0.75	0.85	$\lambda_1 = 0.21, \lambda_5 = 0.78, \lambda_9 = 0.01$
4	Leeds United	0.75	0.78	0.96	$\lambda_1 = 0.33, \lambda_5 = 0.66, \lambda_9 = 0.01$
5	Ipswich Town	1	1	1	$\lambda_5 = 1.00$
6	FC Chelsea	0.61	0.64	0.95	$\lambda_1 = 0.57, \lambda_5 = 0.34, \lambda_9 = 0.09$
7	Sunderland	1	1	1	$\lambda_7 = 1.00$
8	Aston Villa	0.62	0.62	1	$\lambda_1 = 0.09, \lambda_5 = 0.89, \lambda_9 = 0.01$
9	Charlton Athletic	1	1	1	$\lambda_9 = 1.00$
10	FC Southampton	0.57	0.72	0.79	$\lambda_5 = 0.99, \lambda_9 = 0.01$
11	Newcastle United	0.57	0.59	0.97	$\lambda_1 = 0.20, \lambda_5 = 0.80, \lambda_9 = 0.01$
12	Tottenham Hotspur	0.70	0.71	0.98	$\lambda_1 = 0.25, \lambda_5 = 0.65, \lambda_9 = 0.10$
13	Leicester City	0.47	0.49	0.96	$\lambda_5 = 0.99, \lambda_9 = 0.02$
14	FC Middlesbrough	0.44	0.5	0.88	$\lambda_5 = 0.95, \lambda_7 = 0.05, \lambda_9 = 0.01$
15	West Ham United	0.59	0.63	0.94	$\lambda_1 = 0.05, \lambda_5 = 0.62, \lambda_7 = 0.32, \lambda_9 = 0.01$
16	FC Everton	0.68	0.79	0.86	$\lambda_5 = 0.67, \lambda_7 = 0.23, \lambda_9 = 0.10$
17	Derby County	0.45	0.57	0.79	$\lambda_5 = 0.99, \lambda_9 = 0.01$
18	Manchester City	0.78	0.79	0.99	$\lambda_1 = 0.05, \lambda_5 = 0.95, \lambda_9 = 0.01$
19	Coventry City	0.47	0.63	0.75	$\lambda_5 = 0.99, \lambda_9 = 0.02$
20	Bradford City	0.29	0.72	0.40	$\lambda_5 = 0.99, \lambda_9 = 0.01$

<sup>a</sup>Figures may not add up to 1.00 due to rounding. CRS: constant returns to scale; VRS: variable returns to scale.  
Source: Own calculation.



- Immaginate di essere un funzionario della Regione Lombardia incaricato di suddividere una parte dei finanziamenti (pari a 12 milioni di euro) tra i 12 ospedali della regione specializzati in un determinato tipo di cure **sulla base dell'efficienza tecnica di ciascuna struttura**. Le informazioni a vostra disposizione sono riassunte in tabella.
  - Si analizzino criticamente le variabili a disposizione sulla base delle caratteristiche del processo produttivo e della DEA.
  - Si determinino la produttività (assoluta e relativa di ciascuna unità).
  - Si determinare l'efficienza di ciascuna unità (supponendo di poter scegliere tra 3 set di pesi).
  - Quali sono le strutture più efficienti?
  - Come spartireste il finanziamento di 12 milioni di Euro tra i 12 ospedali?

Ospedali	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
<b>INPUT</b> Dottori	20	19	25	27	22	55	33	31	30	50	53	38
Infermieri	151	131	160	168	158	255	235	206	244	268	306	284
Posti letto	75,5	65,5	80	84	79	127,5	117,5	103	122	134	153	142
<b>OUTPUT</b> Dimissioni	100	150	160	180	94	230	220	152	190	250	260	250
Ricoveri	90	50	55	72	66	90	88	80	100	100	147	120
Ricavi	100	1000	1050	1080	280	1400	1320	720	900	1500	1130	1300