

1. a) [3b] Dokážte matematickou indukciou, že pre ľubovoľné prirodzené číslo n platí:

$$1^2 - 3^2 + 5^2 - \dots + (-1)^{n-1}(2n-1)^2 = (-1)^{n-1} \cdot \frac{(2n-1)(2n+1)}{2} - \frac{1}{2}.$$
 b) [1b] Napíšte výrok $P(4)$ (t.j. pre $n = 4$) k predošlej úlohe.
2. [2b] Dokážte alebo na kontrapríklad vyvráťte nasledujúci výrok: pre každé prirodzené číslo n platí, že n je deliteľné siedmimi práve vtedy, keď posledné trojčísle čísla n (v desiatkovom zápise) je deliteľné siedmimi.
3. Napíšte, akú podmienku spĺňa binárna relácia ρ na množine M , ak
 - a) [1b] je tranzitívna,
 - b) [1b] NIE JE antisymetrická.
4. Je daná relácia $\rho = \{(x, y) \in R^2 : y^2 = x\}$.
 - a) [2b] Je ρ symetrická? Prečo?
 - b) [2b] Je ρ funkcia? Zdôvodnite.
5. a) [2b] Určte trojprvkovú množinu A tak, aby platilo: $\emptyset \in A$, $\emptyset \subset A$, $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(A)$ a $\{\{\emptyset\}\} \notin \mathcal{P}(A)$.
 b) [1b] Aká je mohutnosť množiny $\mathcal{P}(A)$, ak $|A| = 6$?