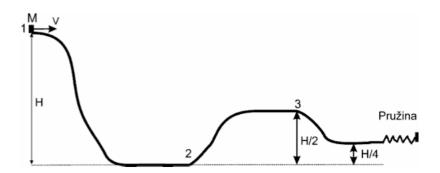
PRÍKLAD 1 [5b].



A1: Teleso s hmotnosťou M sa pohybuje gravitačnom poli Zeme bez trenia po dráhe znázornenej na obrázku. V bode 1 má počiatočnú rýchlosť v. Určte rýchlost telesa v bode 3. (obr.1).

Riešenie:

V bode 1:
$$E_{K,1} = \frac{1}{2} Mv^2$$
 (rýchlosť $v - zadan$ á) $E_{P,1} = M. g. H$ (výška $H - vid$ íme z obrázku)

V bode 3:
$$E_{K,3} = \frac{1}{2}Mv_3^2$$
 (rýchlosť v_3 – naša neznáma) $E_{P,3} = \frac{1}{2}M$. g. H (výška H/2 – vidíme z obrázku)

$$\begin{split} \mathsf{E}_{\mathsf{mech}} &= \mathsf{konst} \\ E_{K,1} + E_{P,1} &= E_{K,3} + E_{P,3} \\ \frac{1}{2} \, M v^2 + M g H = & \frac{1}{2} \, M v_3^2 + \frac{1}{2} M g H \\ v_3 &= \sqrt{v^2 + g H} \end{split}$$
 1,5 b

A2: Určte o akú dĺžku sa stlačila pružina s tuhosťou k na konci dráhy, keď sa teleso zastavilo.

Riešenie:

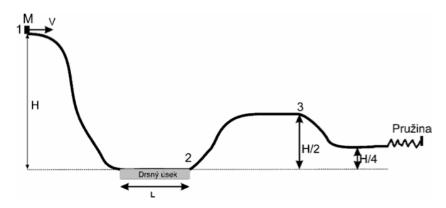
V bode 1:
$$E_{K,1} = \frac{1}{2} M v^2$$
 (rýchlosť $v-zadan$ á) $E_{P,1} = M. g. H$ (výška $H-vid$ íme z obrázku)

V bode 4 (stlačená pružina): $E_{K,4} = 0 \ (nulová \ rýchlosť - \ zadanie)$

$$\begin{split} E_{P,4} &= \tfrac{1}{4}\,M.\,g.\,H \,\,(\,\,\text{v\acute{y}}\,\text{\'s}\,ka\,H/4\,-\,\,\text{vid\'ime}\,z\,\,obr\'{a}zku) \\ E_{PRU\check{Z}} &= \tfrac{1}{2}\,kx^2\,(posunutie\,x\,-\,na\check{s}a\,\,nezn\acute{a}ma) \end{split}$$

$$\begin{split} \mathsf{E}_{\mathsf{mech}} &= \mathsf{konst} \\ E_{K,1} + E_{P,1} &= E_{PRU\check{\mathsf{Z}}} + E_{P,4} \\ \frac{1}{2} \, M v^2 \, + \, M g H = & \frac{1}{2} \, k x^2 \, + \, \frac{1}{4} M g H \\ x &= \sqrt{\frac{M}{k} \, \left(v^2 + \, \frac{3}{2} g H \right)} \end{split} \qquad \qquad \textbf{1,5 b} \end{split}$$

B1: V dolnej časti dráhy sme úsek o dĺžke L posypali pieskom, ktorý spôsobil na tomto úseku trenie s koeficientom dynamického trenia f (obr.2). Určte rýchlosť telesa v bode 2 a stlačenie pružiny v okamihu zastavenia telesa.



Riešenie:

V bode 1:
$$E_{K,1} = \frac{1}{2} M v^2$$
 (rýchlosť v – zadaná)

$$E_{P,1} = M. g. H (výška H - vidíme z obrázku)$$

V bode 2 :
$$E_{K,2} = \frac{1}{2} M v_2^2$$
 (rýchlosť $v_2 - naša neznáma$)

$$E_{P,2} = 0$$
 (výška = 0, náš referenčný bod)

mech. energia stratená trením : $\Delta E_{mech} = \int_{0}^{L} F_{T} dx = F_{T}$. L = f. $F_{N} L = f M g L$

$$E_{K,1} + E_{P,1} = E_{K,2} + \Delta E_{mech}$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + MgH = \frac{1}{2}Mv_2^2 + fMgL$$

$$v_2 = \sqrt{v^2 + 2gH - 2fgL}$$

Mech. energia v bode 2 a 4 už bude rovnaká:

$$E_{K,2} = E_{PRUZ} + E_{P,4}$$

$$\frac{1}{2} M v_2^2 = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{4} MgH$$

$$x = \sqrt{\frac{M}{k} \left(v^2 + \frac{3}{2} gH - 2fgL\right)}$$
2 b

Hodnotil sa nielen výsledok, ale celý postup. časté chyby:

- zabudnutie niektorej energie (najčastejšie $E_{k,1}$ alebo $E_{P,4}$) 0,75b. Ak sa chyba opakuje v ďalších podotázkach, strata bodov je menšia.
- chyby pri výpočte 0,25 bodov (ak je to do očí bijúce tak 0,5b)
- nevhodné značenie. Samozrejme ste nemuseli jednotlivé veličiny značiť rovnako ako v tomto riešení, ale vaše značenie musí dávať zmysel, byť stabilné a jednoznačné. Tiež pozor na nedodržiavanie značenia uvedeného v zadaní. Tentokrát žiadna strata bodov, ale občas bolo fakt ťažké vylúštiť, čo ste čím mysleli.
- opísaná písomka alebo jej časť = celé 0b.

Body som dávala (keď už nič iné) aj za všeobecné vyjadrenie jednotlivých energií, za každú +0,25b.

$$(E_K = \frac{1}{2}Mv_2^2, E_{P,1} = MgH, E_{PRUZ} = \frac{1}{2}kx^2, \Delta E = fMgL)$$

opravujúca: Petra Marinová