

Maxwellove rovnice

AKÉ INFORMÁCIE BOLI VLOŽENÉ DO MR ?

GAUSSOV ZÁKON PRE ELEKTRICKÉ A MAGNETICKÉ POLE

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

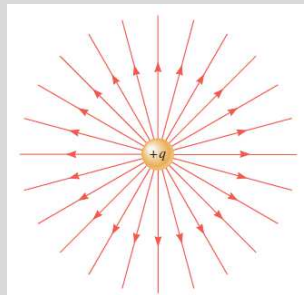
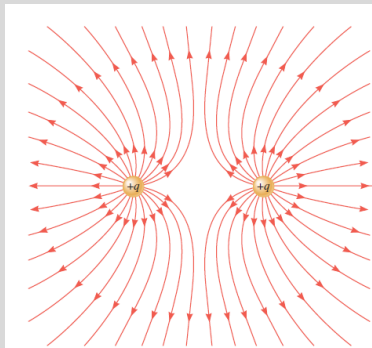
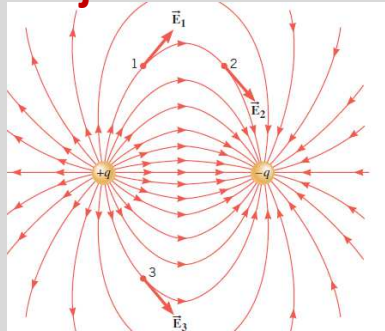
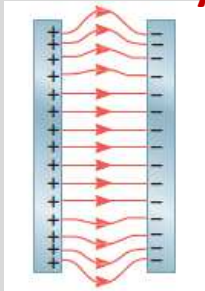
$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Coulombov zákon + princíp superpozície

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{total}}{\epsilon_0}$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Žriedlom elektrostatického poľa je elektrický náboj



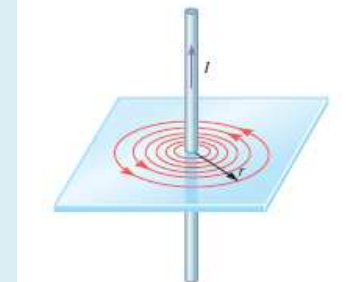
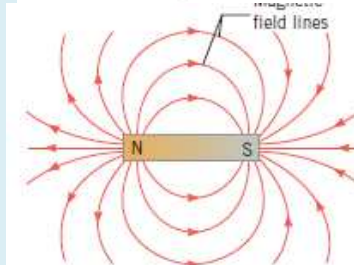
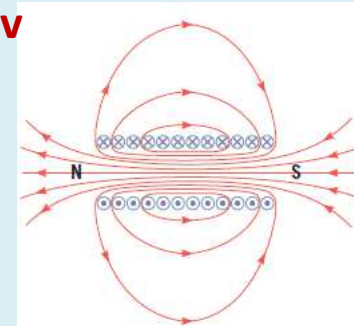
Elektrické siločiar

$$\text{div} \vec{E} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_{\Sigma} d\vec{S} \cdot \vec{E}}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi}{V}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Neexistencia magnetických nábojov



Magnetické indukčné

$$\text{div} \vec{B} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_{\Sigma} d\vec{S} \cdot \vec{B}}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi}{V} = 0$$

Interpretácia MR. cez silociary

Podme analyzovať správanie siločiarov v uzavretom, nekonečne malom objeme, vytvoreného okolo nejakého bodu. Určme výtok týchto siločiar na jednotkový objem, čo zodpovedá $\text{div}\vec{E}$:

$$\lim_{V \rightarrow 0} \frac{N}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}}{V} \rightarrow \text{div}\vec{E}$$

Už však vieme, že:

$$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Ak v danom bode je kladný náboj $\rho > 0$ potom sa v ňom rodia silociary. Kladný náboj je teda žriedlom siločiar. Ak v danom bode je záporný náboj potom sa v ňom strácajú silociary. Záporný náboj $\rho < 0$ je teda nor siločiar. Ak v danom bode sa nenachádza žiaden náboj, potom do objemu vstúpi rovnaký počet siločiar aj vystúpi.

Uzavreté infinitezimálne plochy

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\phi}{V}$$

Tu sa nerodia siločiar, ani nezanikajú

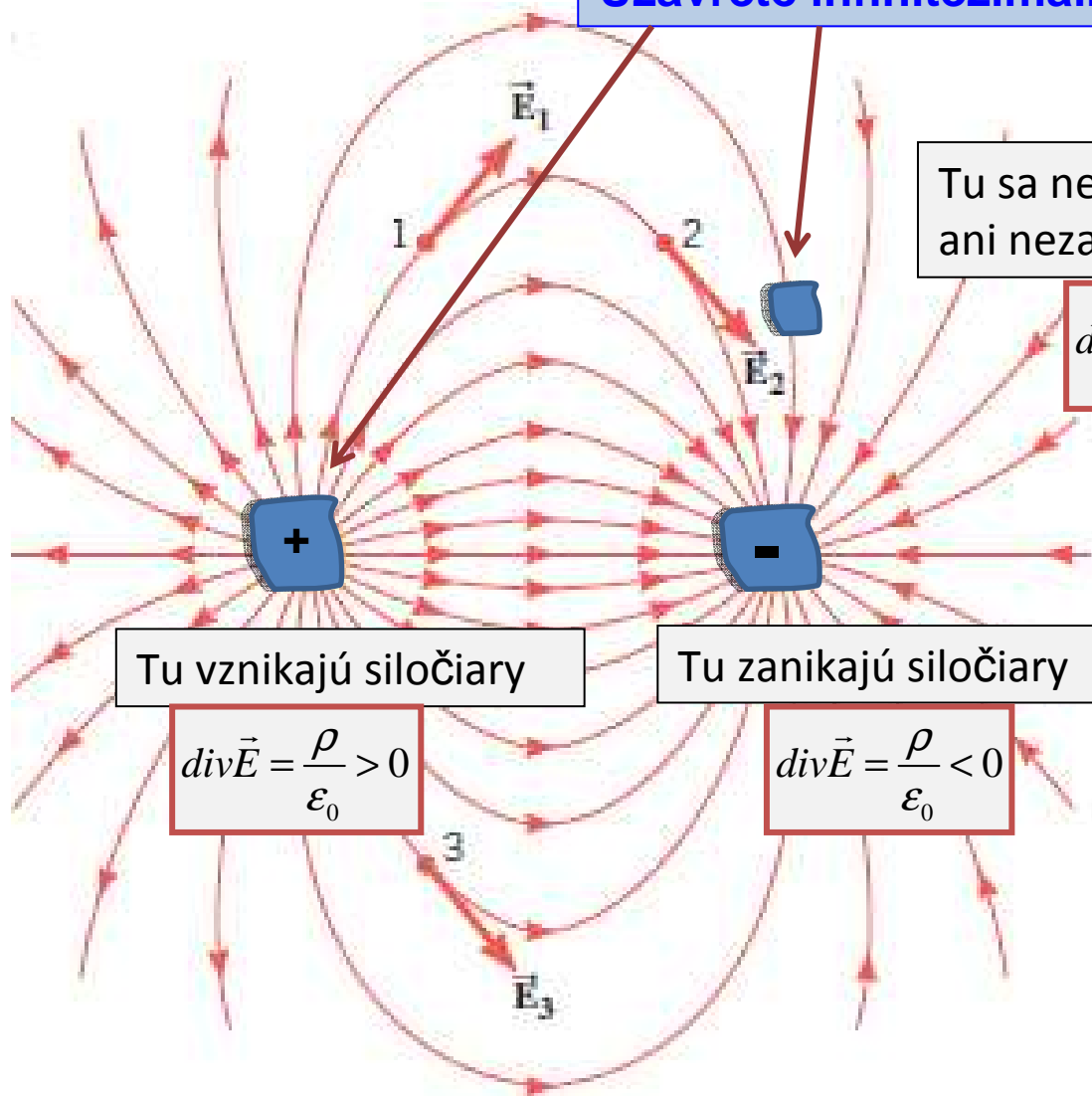
$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

Tu vznikajú siločiar

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} > 0$$

Tu zanikajú siločiar

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} < 0$$



ZÁKON ELEKTROMAGNETICKEJ INDUKCIE

Zákon elektromagnetickej indukcie

Lentzov zákon: Smer indukovaného elektrického prúdu je taký, že magnetické pole indukovaného elektrického prúdu svojimi účinkami pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lencovo pravidlo je dôsledkom základného prírodného zákona – zákona zachovania energie.

Zákon elektromagnetickej indukcie

Zmena magnetického poľa vyvoláva vznik elektrického poľa

$$U_i = - \frac{d\phi_B}{dt}$$
$$U_i = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \varphi dS$$

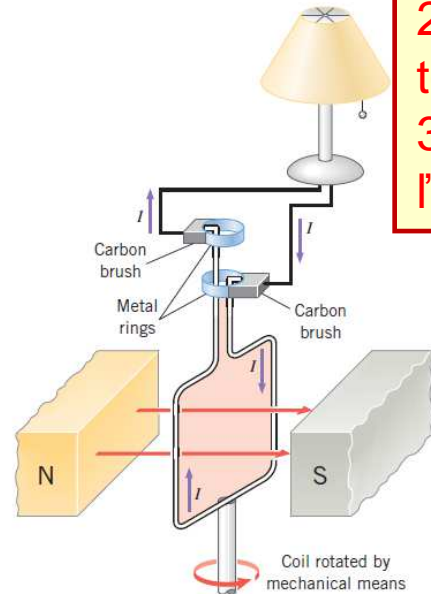
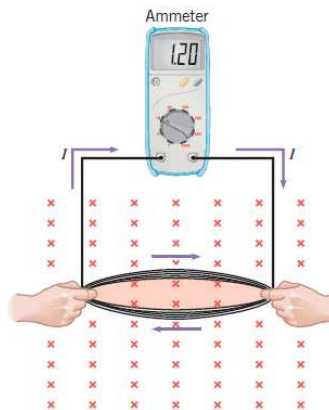
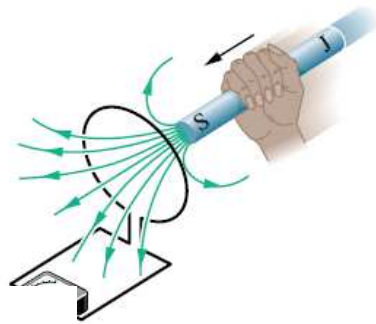
Práca poľa vykonaná s jednotkovým nábojom po uzavretej krivke, pod ktorou sa mení magnetický indukčný tok

Práca poľa súvisí s **prácou externej sily**

Magnetický indukčný tok môžeme meniť rôznymi spôsobmi:

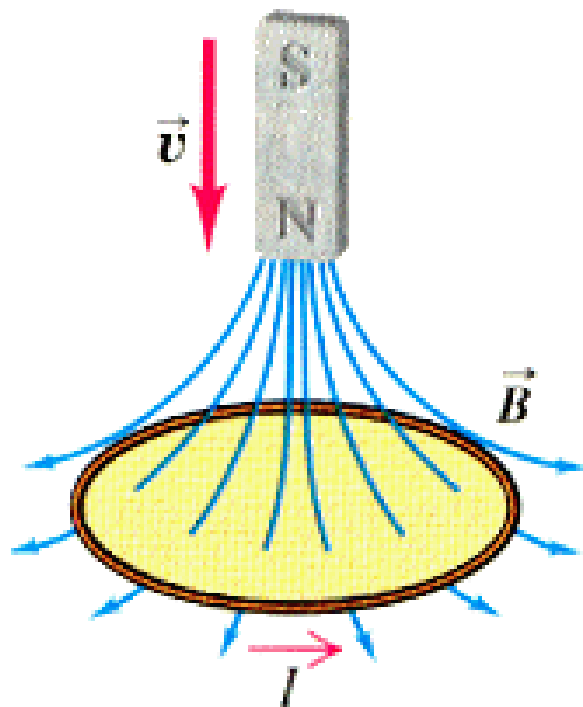
- 1, meniť veľkosť magnetického poľa vo vnútri závitů $B(t)$
- 2, Meniť plochu magnetického indukčného toku
- 3, Meniť uhol medzi vektorom B a dS v ľubovoľných miestach priestoru.

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \varphi dS$$



Magnetický indukčný tok môžeme meniť rôznymi spôsobmi:

- 1, meniť veľkosť magnetického poľa vo vnútri závitů $B(t)$
- 2, Meniť plochu magnetického indukčného toku
- 3, Meniť uhol medzi vektorom B a dS v ľubovoľných miestach priestoru.



HYPOTÉZA: V závite vznikne elektrické pole, ktoré poháňa elektróny a vytvára indukovaný elektrický prúd. V tomto prípade nemôže nosiče náboja poháňať magnetická časť Lorentzovej sily, keďže náboje sú v pokoji. Magnetická časť Lorentzovej sily nemohla mať na ne žiaden účinok:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

The equation is shown with a large red 'X' over the magnetic term $q\vec{v} \times \vec{B}$ and a red arrow pointing down to the electric term $q\vec{E}$.

JE TO ELEKTRICKÉ POLE

To pole je nenulové len ak sa magnetické pole mení, teda ak:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$$

VLASTNOSŤ POĽA: Elektróny obiehajú dookola, situácia je cylindricky symetrická, teda elektrické pole je pozdĺž celej obruče rovnako veľké a má smer dotyčnice k obruči. Teda cirkulácia elektrického poľa po uzavretej krivke je nenulová

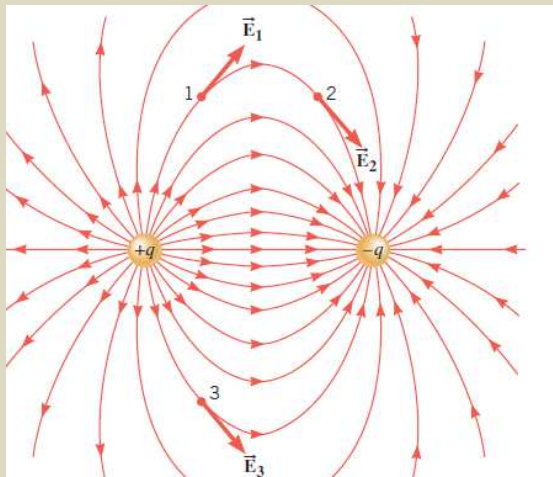
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

JE TO NEKONZERVATÍVNE POLE

Práca poľa nebude nulová po uzavretej krivke

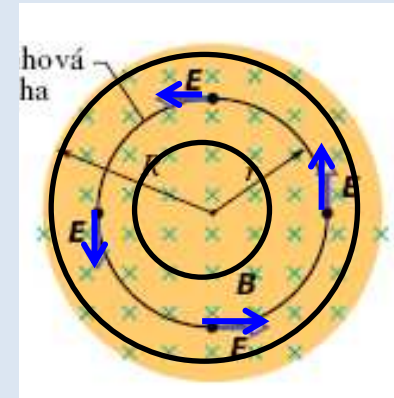
Elektrostatické pole a indukované elektrické pole

Elektrické siločiarý v elektrostatike



$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

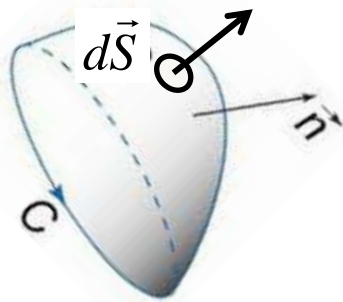
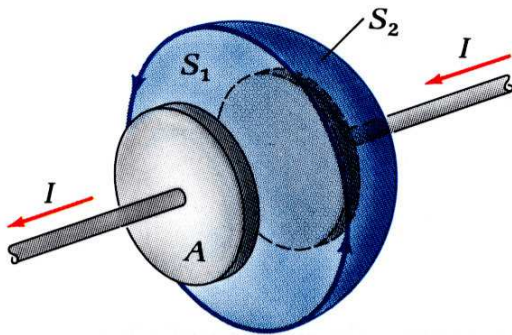
Silochiarý indukovaného poľa



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

ZÁKON CELKOVÉHO PRÚDU (AMPÉROV ZÁKON)

Ampérov zákon, zákon celkového prúdu



$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_c + \boxed{\varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}} \right)$$



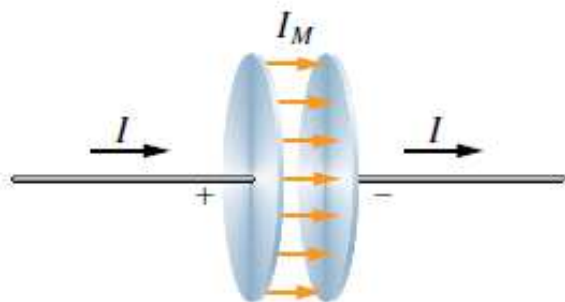
$$I_p = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Maxwellov prúd:

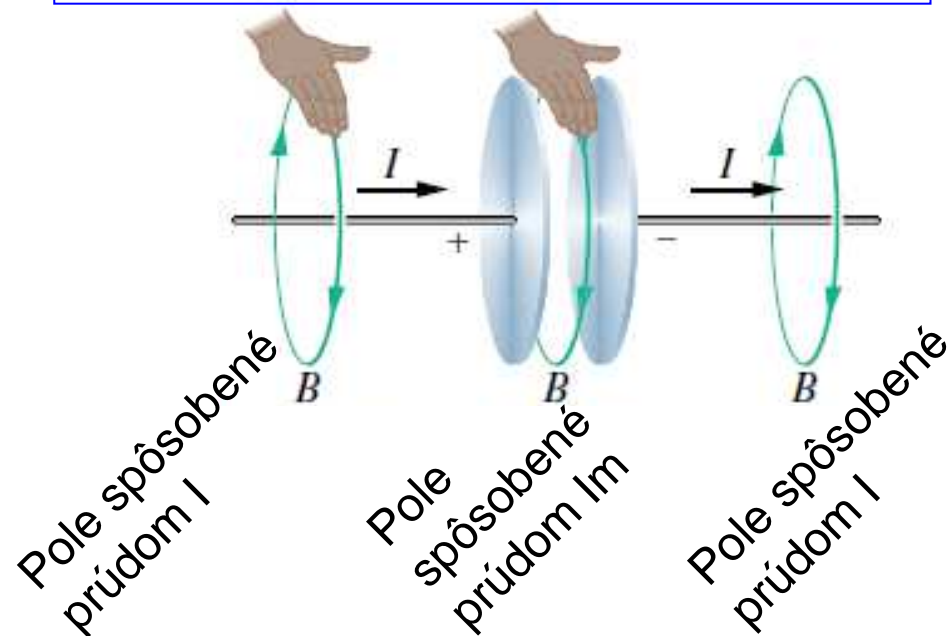
Tento prúd nepredstavuje žiaden pohyb elektrického náboja, ale rovnako ako pohybujúci sa elektrický náboja, vytvára magnetické pole.

Maxwellov prúd

Magnetické pole vzniká aj v kondenzátore



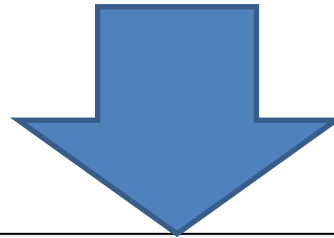
Elektrické pole v
kondenzátore:



Maxwellov prúd možno považovať za pokračovanie vodivostného prúdu, podobne ako vodivostný vytvára magnetické pole.

Ampérov zákon, zákon celkového prúdu

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_c + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right)$$



Na tvorbe magnetického poľa sa môžu podieľať **pohybujúce sa elektrické náboje**, ale aj **časovo meniace sa elektrické pole**. Vo vákuu, kde elektrické náboje nie sú, bude príčinou magnetického poľa iba premenlivé elektrické pole.

MAXWELLOVE ROVNICE

Aké informácie boli vložené do MR ?

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Coulombov zákon + princíp superpozície

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{S} = 0$$

Neexistencia magnetických nábojov

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$$

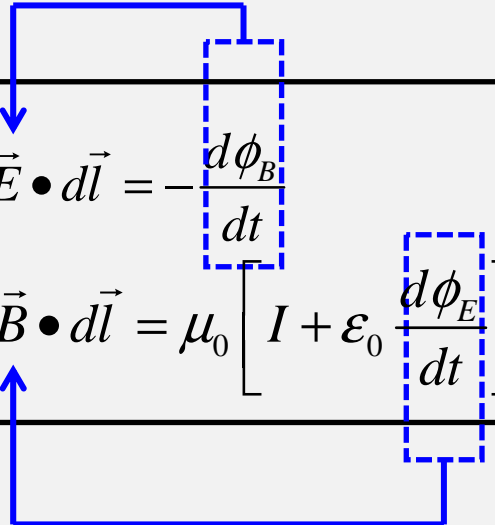
Amperov zákon + Maxwellov prúd

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie

Maxwellove rovnice v integrálnom tvare

Elektrické a magnetické polia sú závislé a previazané



$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi_B}{dt}$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
--	--

Časová zmena jedného poľa má za následok indukciu druhého poľa.
Elektrické a magnetické polia sú závislé a previazané

Stacionárne polia

Ak sú polia stacionárne, MR sa rozpadajú na dve grupy nezávislých rovníc

$$\begin{array}{ccc}
 \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} & \xrightarrow{\text{red arrow}} & \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\
 \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right] & \xrightarrow{\text{red arrow}} & \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I
 \end{array}$$

(Note: In the original image, the terms $\frac{d\phi_B}{dt}$ and $\frac{d\phi_E}{dt}$ in the left equations are crossed out with blue dashed lines.)

Ak sú polia stacionárne, MR sa rozpadajú na dve grupy nezávislých rovníc

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Maxwellove rovnice a ich obsah

Elektrické pole E môže byť budené dvomi spôsobmi:

Jeho zdrojom sú elektrické náboje:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

**Vzniká vždy, keď sa mení v čase magnetické pole,
toto indukované pole je však vírové - NEKONZERVATÍVNE**

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Magnetické pole môže byť vybudené:

- **Pohybom elektrického náboja (elektrický prúd)**
- **Premenlivým elektrickým poľom**
- **Oboma spôsobmi súčasne**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$$

Neexistuje zdroj (náboj) magnetického poľa


$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Čo ešte možno dešifrovať z MR ?

- MR obsahujú oveľa viac informácií, ako bolo do nich vložených

ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY

Poznámka - opakovanie

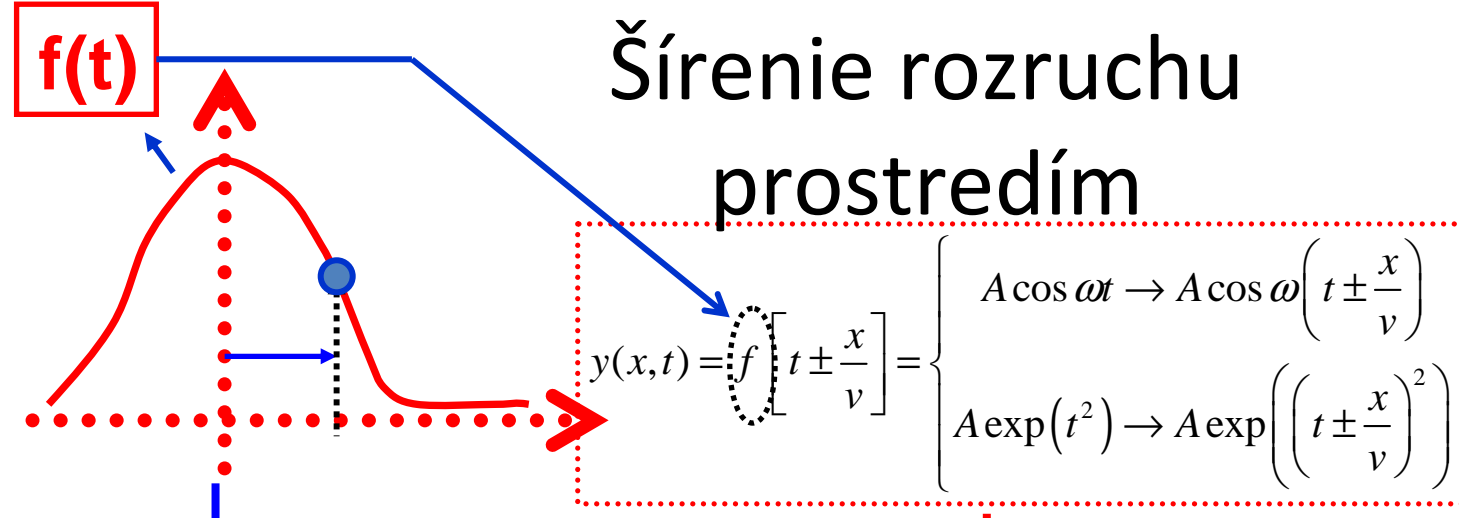
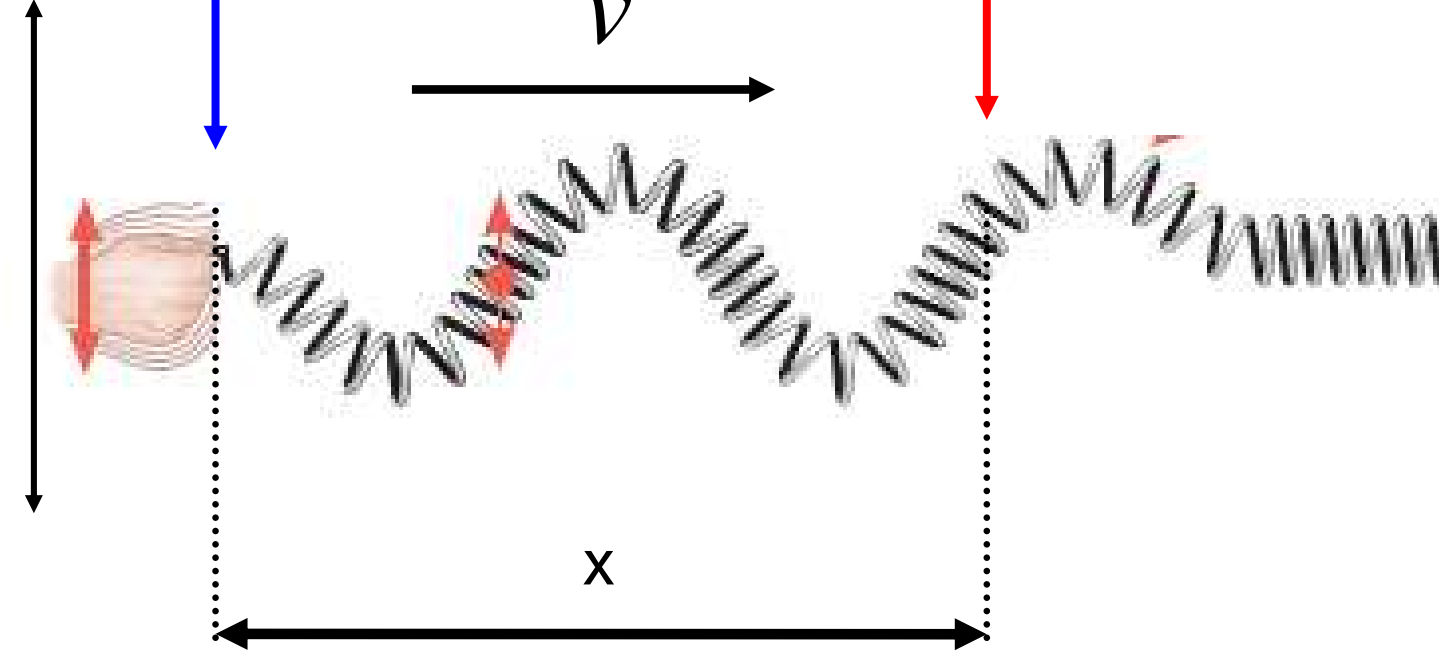
$$\boxed{\frac{1}{v^2}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]$$


Rýchlosť šírenia vlnenia

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x$$

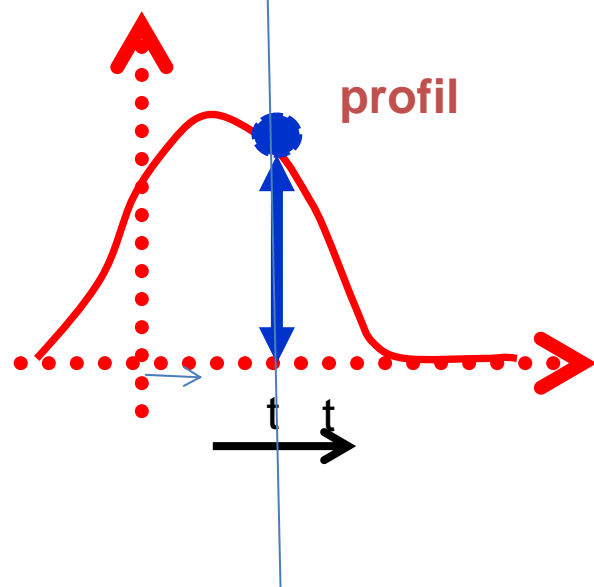
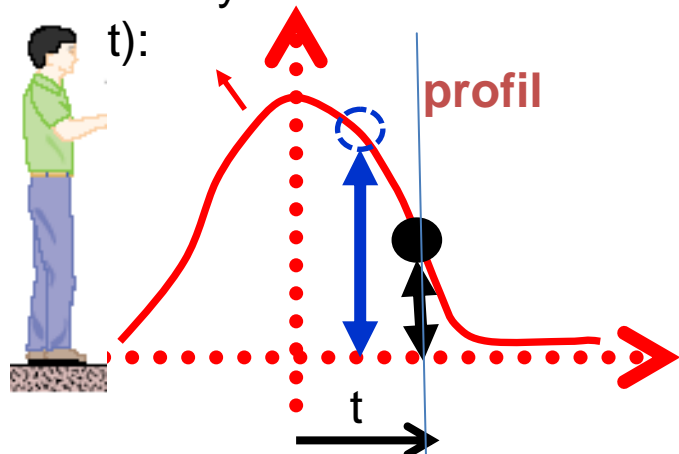
Narušenie rovnovážneho stavu niektorej časti pružného telesa vyvolá rozruch, ktorý sa začne šíriť prostredím: Narušená časť telesa pôsobí na susedné časti silami, ktorými ich vysúva z pôvodne rovnovážnych polôh, čím sa rozruch presúva ďalej.

Výchylka y

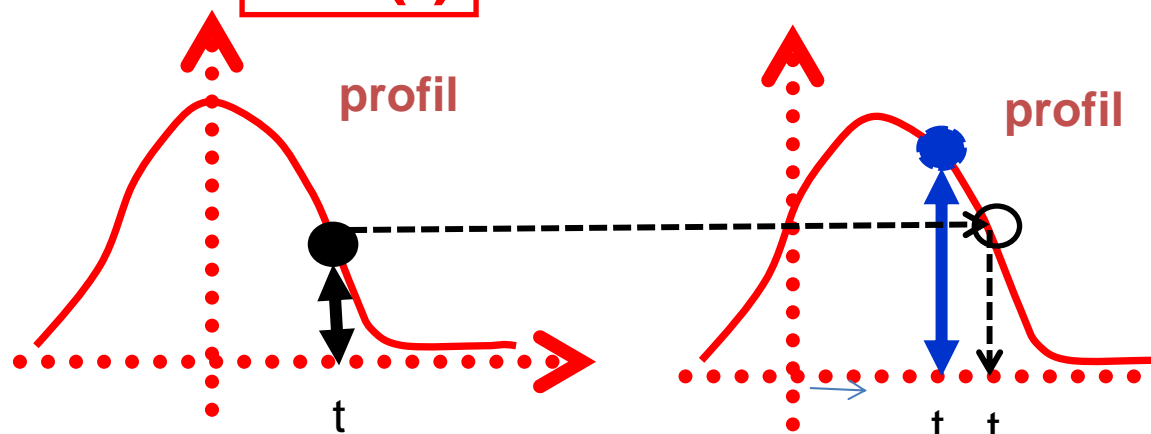


Vyrábaš signál, ktorý v čase vyzerá ako funkcia

t):

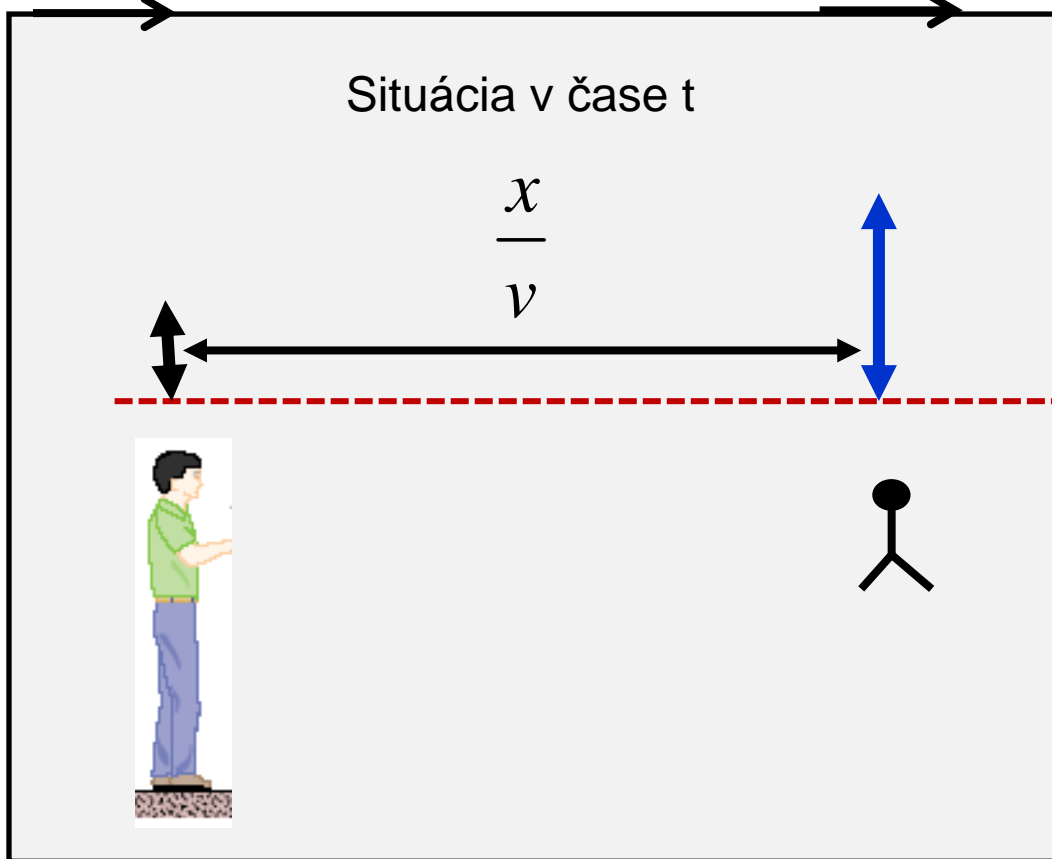


$$Y=f(t)$$



Situácia v čase t

$$\frac{x}{v}$$



Hľadáme rovnicu, ktorej riešením je táto funkcia

$$y(x, t) = f\left(t \pm \frac{x}{v}\right)$$

ξ

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = f'$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{d^2 f}{d\xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial t} = f''$$

$$f'' = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

každá postupná vlna je riešením tejto rovnice a preto sa volá vlnová rovnica

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f' \left(\pm \frac{1}{v} \right)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{d\xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f'' \frac{1}{v^2}$$

$$f'' = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Vlnová rovnica

Šírenie rozruchu
ľubovlného tvaru:

$$y(x, t) = f \left[t \pm \frac{x}{v} \right]$$

ξ

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = f'$$


$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{d^2 f}{d\xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial t} = f''$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f' \left(\pm \frac{1}{v} \right)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \left(\pm \frac{1}{v} \right) \frac{d^2 f}{d\xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f'' \frac{1}{v^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Vlnová rovnica

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = v^2 \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]$$


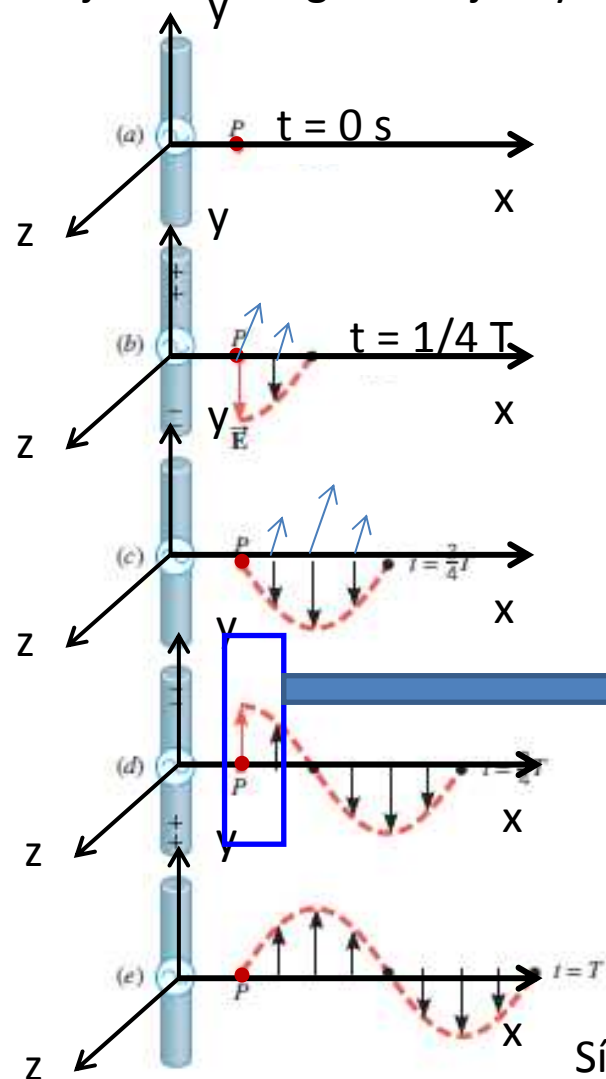
Rýchlosť šírenia vlnenia

Parciálna lineárna DR, platí princíp superpozície.

Vlnová rovnica dokáže z prítomnosti predpovedať budúcnosť.

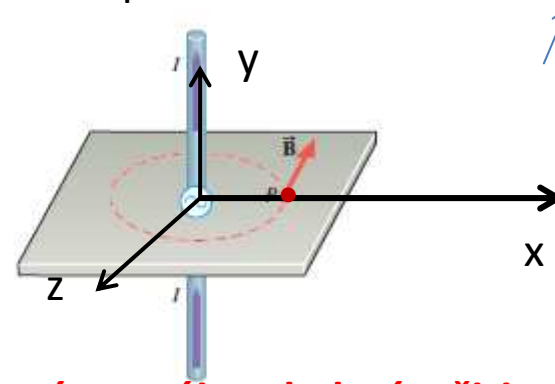
Elektromagnetické vlny vo vákuu

Zdroj elektromagnetickej vlny



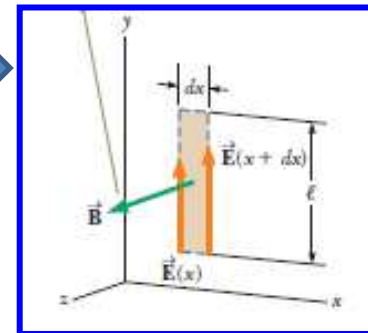
Sínusová vlna

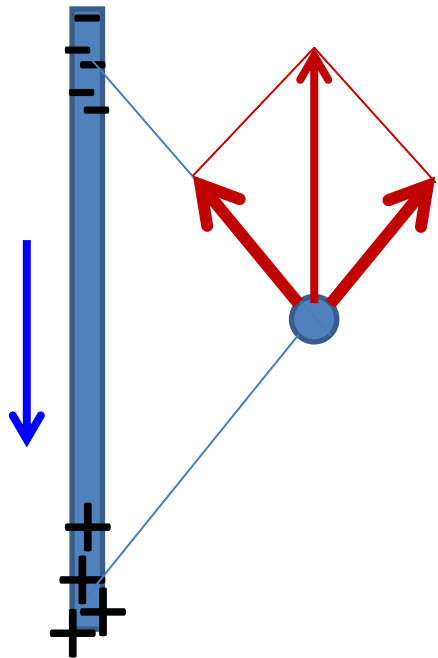
Súčasne vzniká aj magnetické pole, pretože cez anténu tečie prúd



Obe polia sú navzájom kolmé a šíria sa spolu, čím vytvárajú elektromagnetickú vlnu. Vlna je priečna.

Momentka

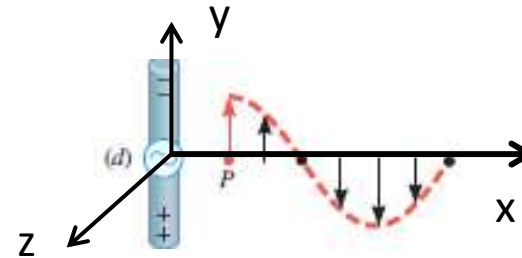




Rovinná vlna

Uvažujme priečnu vlnu, ktorej zložky **závisia len od x-ovej osi** a ktorá sa šíri v smere osi x.

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}(x, t) = E_y(x, t) \vec{j} \\ \vec{B} &= \vec{B}(x, t) = B_z(x, t) \vec{k}\end{aligned}$$

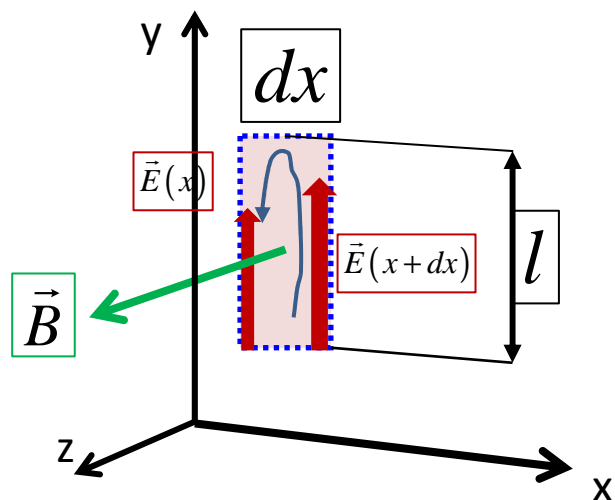


Ďalej predpokladajme, že v priestore niesú **žiadne náboje $\rho=0$, prúdy $j=0$** a vlna sa šíri vo vákuu.

$$\begin{aligned}\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{d\phi_B}{dt} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 \frac{d\phi_E}{dt}\end{aligned}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



$$E(x+dx) \approx E(x) + \left. \frac{dE}{dx} \right|_{t=\text{konst}} dx = E(x) + \frac{\partial E}{\partial x} dx$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E(x+dx)l - E(x)l \approx l \frac{\partial E}{\partial x} dx$$

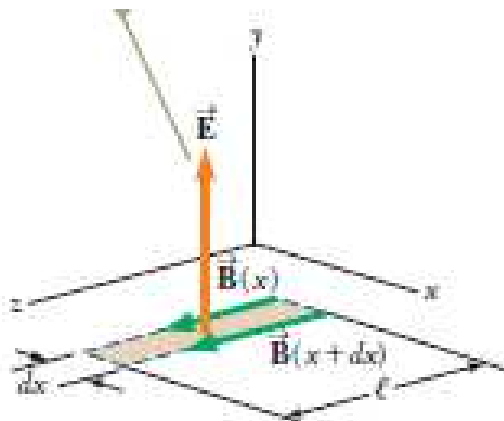
Fixovaný čas

$$\frac{d\phi_B}{dt} = l dx \left. \frac{dB}{dt} \right|_{x=\text{konst}} = l dx \frac{\partial B}{\partial t}$$

Fixovaná poloha

$$l \frac{\partial E}{\partial x} dx = - l dx \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{\partial B}{\partial t}$$



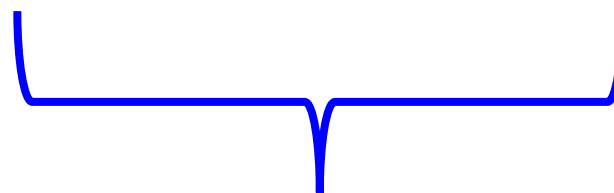
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Fixovaný čas

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(x)l - B(x+dx)l \approx -l \frac{\partial B}{\partial x} dx$$

Fixovaná poloha

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 l dx \frac{\partial E}{\partial t}$$



$$-l \frac{\partial B}{\partial x} dx = \mu_0 \epsilon_0 l dx \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Vlnová rovnice

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\partial B}{\partial t} \right] = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial B}{\partial x} \right] = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right] = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial E}{\partial x} \right] = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Poznámka - opakovanie

$$\boxed{\frac{1}{v^2}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]$$



Rýchlosť šírenia vlnenia

Vlnová rovnica

$$\left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Rýchlosť šírenia vlnenia

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

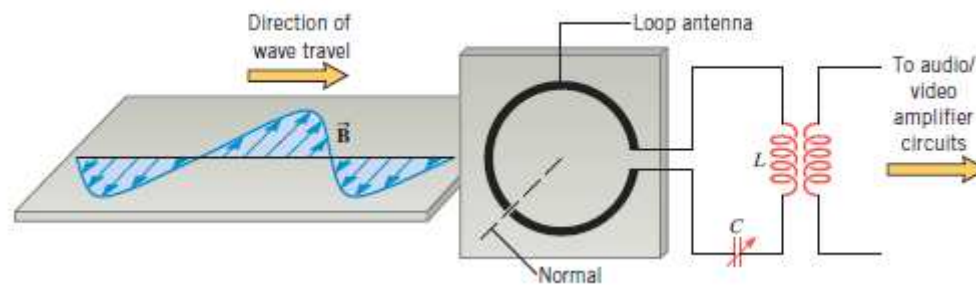
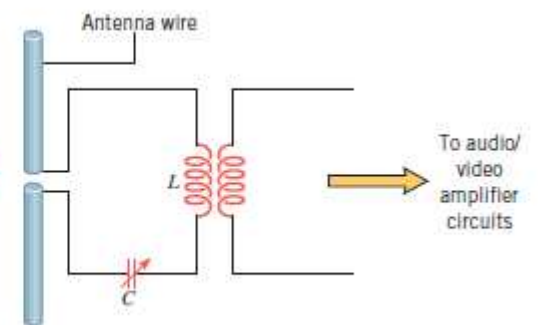
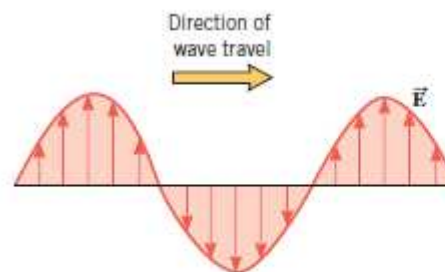
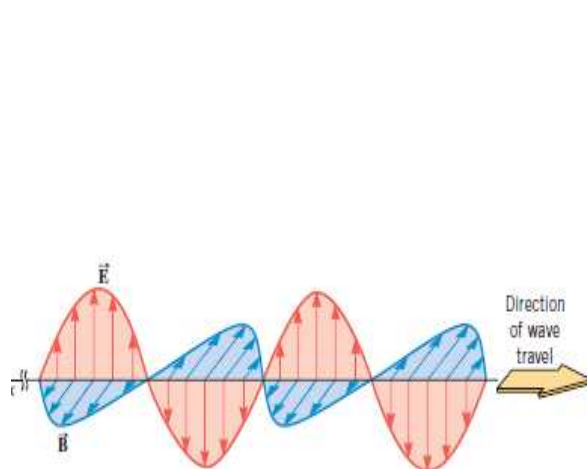
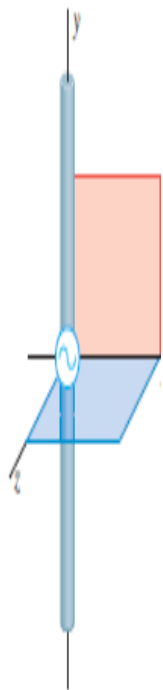
$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

Ide o vlnové rovnice. Vlny sa šíria rovnakou rýchlosťou:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

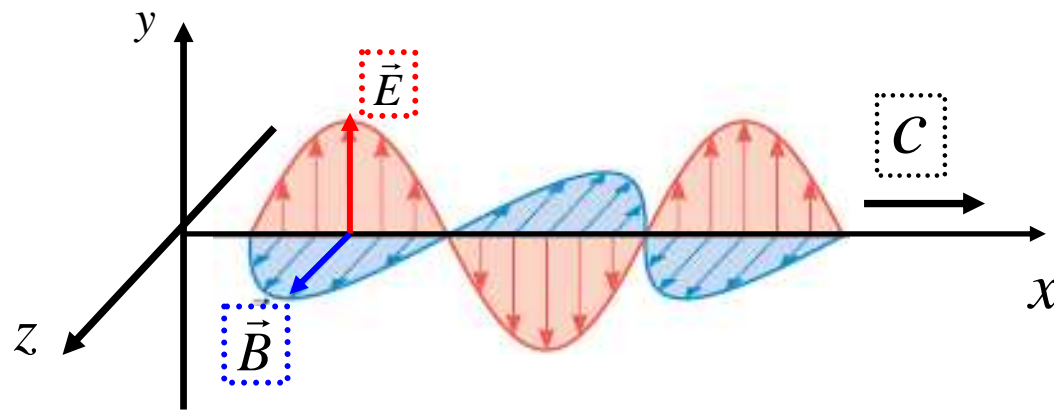
Prenos signálu

Prevzatie signálu



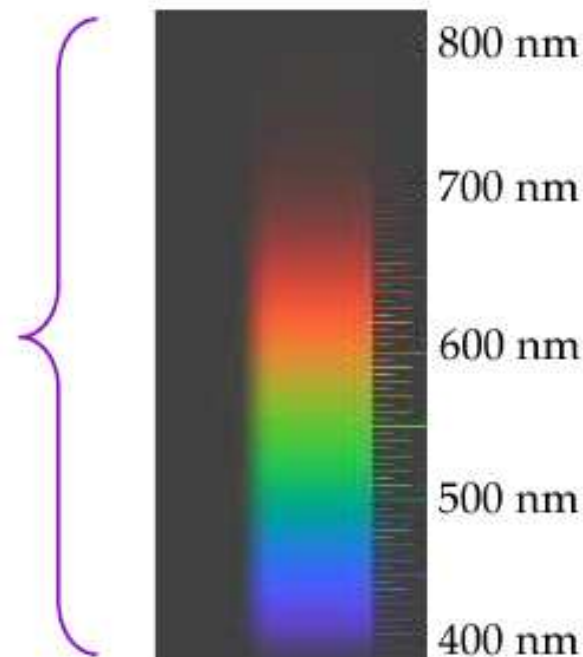
Vlastnosti ELM. vlny

- Elektrické pole \mathbf{E} aj magnetické pole \mathbf{B} je vždy kolmé na smer šírenia vlny. Elektromagnetická vlna je priečna
- Elektrické pole \mathbf{E} je vždy kolmé k magnetickému poľu.
- Vektorový súčin $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ určuje smer šírenia vlny.
- Ak je elektromagnetická vlna harmonická, potom pole \mathbf{E} a \mathbf{B} majú rovnakú frekvenciu a sú vo fáze.

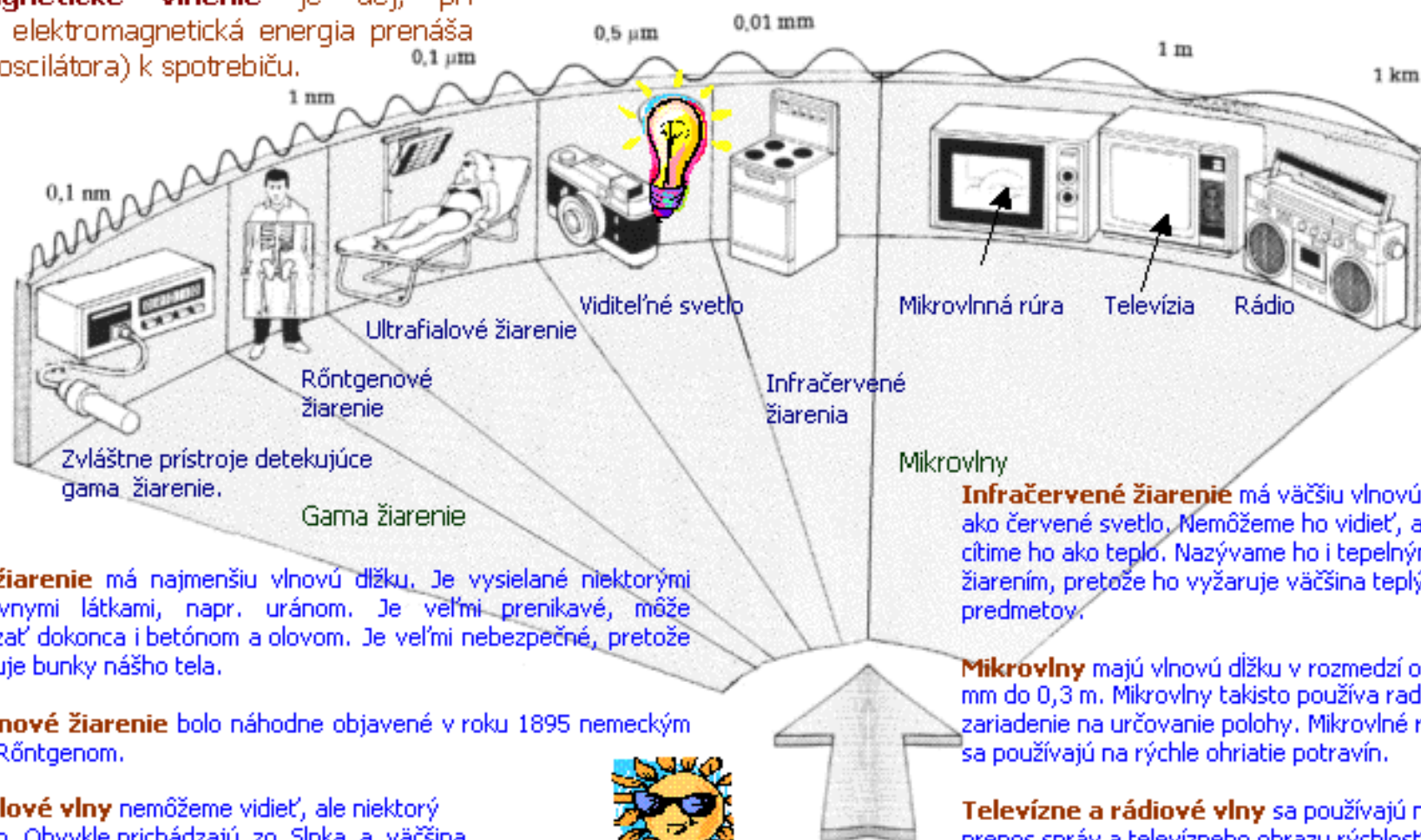


f [Hz]	Vlnová dĺžka $\lambda = c/f$	Typy vĺn (žiarenia)
	1000 km	
10^3	100 km	
10^4	10 km	
10^5	1 km	
10^6	100 m	rozhlasové a TV vlny
10^7	10 m	
10^8	1 m	
10^9	10 cm	mikrovlny, radar
10^{10}	1 cm	
10^{11}	1 mm	
10^{12}	0,1 mm	IČ žiarenie
10^{13}	0,01 mm = 10 μ m	
10^{14}	1 μ m = 1000 nm	
10^{15}	100 nm	viditeľné svetlo
10^{16}	10 nm	
10^{17}	1 nm	UV žiarenie
10^{18}	10^{-10} m	
10^{19}	10^{-11} m	rtg žiarenie
10^{20}	10^{-12} m	Gamma žiarenie

Spektrum elektromagnetických vĺn



Elektromagnetické vlnenie je dej, pri ktorom sa elektromagnetická energia prenáša zo zdroja (oscilátora) k spotrebiču.



Gama žiarenie má najmenšiu vlnovú dĺžku. Je vysielané niektorými rádioaktívnymi látkami, napr. uránom. Je veľmi prenikavé, môže prechádzať dokonca i betónom a olovom. Je veľmi nebezpečné, pretože poškodzuje bunky nášho tela.

Röntgenové žiarenie bolo náhodne objavené v roku 1895 nemeckým lekárom Röntgenom.

Ultrafialové vlny nemôžeme vidieť, ale niektorý hmyz áno. Obvykle prichádzajú zo Slnka a väčšina je pohltaná v ozónovej vrstve. Ultrafialové vlny nás opaľujú.



Infračervené žiarenie má väčšiu vlnovú dĺžku ako červené svetlo. Nemôžeme ho vidieť, ale cítime ho ako teplo. Nazývame ho i tepelným žiarením, pretože ho vyžaruje väčšina teplých predmetov.

Mikrovlny majú vlnovú dĺžku v rozmedzí od 1 mm do 0,3 m. Mikrovlny takisto používa radar, zariadenie na určovanie polohy. Mikrovlné rúry sa používajú na rýchle ohriatie potravín.

Televízne a rádiové vlny sa používajú na prenos správ a televízneho obrazu rýchlosťou svetla po celom svete.