

### Stack:

CREATE | PUSH | POP | TOP | ISEMPY

create, push a pop vracajú pointer na stack, top vracia pointer na element (ELM) a isempty vracia bool.

### Queue:

CREATE | INSERT | DELETE | FRONT | ISEMPY

create, insert a delete vracajú pointer na queue, front ELM a isempty bool

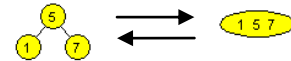
### 2-3 Strom: zložitosť každej operácie = $O(\log n)$

Každý vnútorný vrchol má 2 alebo 3 potomkov.

Všetky listy sú rovnako vzdialené od koreňa.

Dáta sú uložené (až) v listoch.

### 2-3-4 Strom : je 2-3 strom, kde 3 dvojzuly sú spojené do jedného štvoruzla



### Č-Č Strom: zložitosť každej operácie = $O(\log n)$

Každý vrchol je čierny alebo červený, koreň je vždy čierny.

Každý list je čierny (posledný vrchol môže byť červený, no má potomkov „NULL“, ktorí sú čierny)

Každý červený vrchol má oboch potomkov čiernych.

Každá cesta z ľubovoľného pevne zvoleného vrcholu do listov obsahuje rovnaký počet čiernych vrcholov

Najdlhšia cesta je najviac dvakrát tak dlhá ako najkratšia cesta –strom je „vyvážený“

### AVL: zložitosť každej operácie = $O(\log n)$

je BVS strom práve vtedy, ak pre každý vrchol  $x$  v strome platí:

$|(výška \text{ ľavého podstromu vrcholu } x) - (výška \text{ pravého podstromu vrcholu } x)| \leq 1$

faktor vyváženosti bf:  $bf(x) = výška(ľavý \text{ podstrom}(x)) - výška(pravý \text{ podstrom}(x))$

### hashovanie:

Možnosti riešenia problému kolízie:

– zretáženie: Navrhnutie takej štruktúry, ktorá bude schopná uchovávať viacero prvkov s rovnakou rozptylovou hodnotou

– otvorené adresovanie: Umiestnenie jedného z kolidujúcich prvkov na iné miesto v tabuľke

Základná hashovacia funkcia:  $h'(k): U \rightarrow \{0, 1, \dots, n-1\}$

Linear probing - pri kolízii sa skúša miesto o  $c_1$  prvkov ďalej, ak je obsadené, tak miesto o ďalších  $c_1$  prvkov ďalej, atď...

Problém sú strapce (clusters) keď sa prvky naukladajú vedľa seba a musíme skúšať veľa miest.

Predpis:  $h(k) = (h'(k) + c_1 i) \bmod n$ , pre  $i=0, 1, \dots, n-1$ ; väčšinou sa používa  $c_1 = 1$

Quadratic probing - pri kolízii sa skúša miesto, ktoré je od pôvodného ďalej o hodnotu nejakého kvadratického polynómu.

Aby fungovalo, tabuľka môže byť naplnená max. z polovice a jej veľkosť musí byť prvočíslo. Použitý polynóm je väčšinou  $x^2$ .

Predpis:  $h(k) = (h'(k) + c_1 i + c_2 i^2) \bmod n$ , pre  $i=0, 1, \dots, n-1$ ; väčšinou sa používa  $c_1=0$   $c_2=1$  tj  $i^2$

Double hashing – pri kolízii sa hashuje znova, druhou funkciou  $h_2(k): U \rightarrow \{0, 1, \dots, n-1\}$  a tak sa hľadá nové miesto

Predpis:  $h(k) = (h'(k) + i \cdot h_2(k)) \bmod n$ , pre  $i=0, 1, \dots, n-1$

### Heap:

```
heap_extract_max(heap){
    if heap-size(heap) < 1                                // ak je tam menej ako 1 cislo
    then error
    max = heap[0]                                          // indexujeme od 0, berieme prvý prvok
    heap[0] = heap[heap-size(heap)-1]                    // na začiatok hodíme posledný prvok
    heap-size(heap)--                                     // zmešime veľkosť haldy
    HEAPIFY(heap, 0)                                       // poprehadzujeme prvky novej haldy
    return max
}

HEAPIFY(heap, i){
    l = left(i)                                           // ak je max na heap[0] left(i) vracia 2*i + 1
    r = right(i)                                          // right(i) vracia 2*i + 2
    if l <= heap-size(heap) and heap[l] > heap[i]         // hľadáme najväčší prvok spomedzi l, r a i
    then largest = l
    else largest = i
    if r <= heap-size(heap) and heap[r] > heap[largest]   // kontrolujeme aj či taký index je ešte v halde
    then largest = r
    if largest ≠ i
    then Exchange( heap[i], heap[largest] )              // ak najväčší nie je i, tak ich prehodíme
    HEAPIFY(heap, largest)                                // a pokračujeme tam, kde bol pôvodne najväčší
}
```

```

BUILD-HEAP(array){
    heap-size(heap) = length(array)           // robime z pola haldy -> array[0...n-1]
    for i = (int)(length(array) / 2 - 1) downto 1 // velkost haldy bude velkost pola
        do HEAPIFY(heap, i)                   // ideme od spodu hore, zaciname dolnou cel. castou z (velkost / 2 - 1)
                                            // prehadzujeme prvky od indexu i
}
HEAPSORT (heap){
    BUILD-HEAP(heap);                         // z nasho pola heap spravi haldy
    for i = length(heap) -1 downto 1 do       // od posledneho prvku az k druhemu
        Exchange(heap[0],heap[i]);           // vymeni prvky s poslednym (na konci vymeni prve dva)
        heap-size(heap)--                     // zmensi velkost haldy
        HEAPIFY (heap,0);                     // a uprace novu haldy
    return heap;                              // nakoniec vrati vzostupne usporiadane pole ( od najmen. po najv. )
}

Heap-INSERT(heap, key){                      // original posted by Gondy -> prerobene na indexovanie od 0 by LihO
    heap-size(heap) = heap-size(heap) + 1    // zvacsime si pole
    i = heap-size(heap) - 1                  // zistime index posledneho prvku
    while i > 0 and heap[PARENT(i)] < key do  // kym je to za prvym prvkom a parent cisla, ktore chceme vlozit je mensi
        heap[i] = heap[PARENT(i)]           // tak na to miesto kam sme chceli dat key bachni parenta
        i = PARENT(i)                       // a ako novy index i oznac index povodneho parenta
    heap[i] = key                            // ak je parent vacsi ako kluc, alebo sme uz na indexe 0, tak tam bachni key
}

```

### **Dijkstra:**

```

inicializuj-jedno-vychodisko (G, s){
    for každý vrchol v z množiny vrcholov V[G]
        do d[v] = ∞                          // d[v] je odhad najkratšej cesty z vychodiska do vrcholu v
        π[v] = NIL                           // π[v] je predchadzajuci vrchol na ceste z vychodiska do v
    d[s] = 0                                 // d[s] je 0, pretoze s je vychodisko
}

Relax(u,v,w){
    if d[v] > d[u] + w(u,v) then              // ak je nova odhadovana najkratsia cesta kratšia ako ta co tam uz je
        d[v] = d[u] + w(u,v)                // tak prepis tu staru nasou novou
        π [v] = u                           // a uloz vrchol, z ktoreho sme tam isli
}

```

```

Dijkstra(G, w, s){
    inicializuj-jedno-vychodisko (G, s)
    S = prazdna množina                      // S je množina vrcholov, do ktorých vieme najkratsie cesty
    Q = množina vrcholov V[G]               // Q je množina vrcholov, do ktorých cesty este nevieme
    while Q nie je prazdna množina
        do u = Extrakt-Min(Q)                // vyber vrchol z množiny Q s najmensim odhadom najkratšej cesty
        S = S zjednotenie {u}                // prida tento vrchol u do množiny S
        for každý vrchol v z množiny adj[u]  // pre kazdy vrchol v, ktorý je spojeny hranou s u
            do Relax(u, v, w)
}

```

### **Bellman-Ford:**

```

Bellman-Ford(G, w, s){
    Inicializuj-jedno-vychodisko(G, s)
    for i = 1 to |V[G]| -1 do                // pocet vrcholov - 1 krat
        for každú hranu (u, v) z množiny hrán H[G] do
            Relax(u, v, w)                  // zrelaxuje kazdu hranu
    for každú hranu (u, v) z množiny hrán H[G] do
        if d[v] > d[u]+w(u, v) then          // test na zaporny cyklus
            return FALSE
    return TRUE                              // true sa vrati ak tam nie je zaporny cyklus
}

```

### Floyd-Warshall:

```
Floyd-Warshall(W){
    n = rows[W]
    D(0) = W
    for k = 1 to n do
        for i = 1 to n do
            for j = 1 to n do
                dij(k) = min(dij(k-1), dik(k-1) + dkj(k-1))
    return D
}
```

// vstup. argument je matica, kde su dlzky jednotlivych hran  
// n = pocet riadkov matice  
// ak je priama cesta i->j dlhsia ako „obchadzka“ i->k->j, tak ju prepis  
// vrati maticu D, kde su najkratsie cesty medzi bodmi

### Kruskal:

```
MST- Kruskal( G, w ){
    A=∅
    for každý vrchol v z V[G] do
        Make-Set(v)
    usporiadaj hrany v H v neklesajúcom poradí podľa váhy w
    for každú hranu (u, v) z H v poradí podľa neklesajúcej váhy do
        if Find-Set(u) ≠ Find-Set(v) then
            pridaj hranu (u, v) do množiny A
            Union(u,v)
    return A
}
```

// MST = minimum spanning tree = minimalna kostra grafu  
// množina A, ktora bude obsahovat hrany MST  
// vytvor pomocny strom z vrcholov (bez hran)  
// ak v strome este neexistuje cesta medzi u a v  
// pridaj hranu do množiny A (medzi hrany MST)  
// „spoj“ u a v aj v nasom pomocnom strome  
// vrati množinu hran MST

### Jarníkov (-Primov –Dijkstrov):

```
MST-PRIM(G, w, r)
1  for each u ∈ V[G]
2      do key[u] ← ∞
3      π[u] ← NIL
4  key[r] ← 0
5  Q ← V[G]
6  while Q ≠ ∅
7      do u ← EXTRACT-MIN(Q)
8      for each v ∈ Adj[u]
9          do if v ∈ Q and w(u, v) < key[v]
10             then π[v] ← u
11             key[v] ← w(u, v)
```

// pre kazdu hranu  
// prirad hrane kluc ( nekonecno )  
// vrchol, z ktoreho sme do u isli...  
// r je vychodisko ( ako pri Dijkstrovi )  
// množina vsetkych vrcholov  
// vyberieme najmensiu hranu, u = jeden vrchol z tej hrany  
// pre kazdy vrchol v, do ktoreho sa da dostat z u  
// ak sme v tom vrchole este neboli (t.j. < nekonecno )  
// oznac ho za navstiveny (t.j. prirad mu novy kluc + vrchol)

1. Vybrať ľubovoľný vrchol a označiť ho ako spracovaný
  2. Z rezu vybrať minimálnu hranu e a vložiť ju do MST.
  3. Nespracovaný vrcholhrany e označiťako spracovaný.
- ... pri výbere hrany sa vyberá z množiny hrán, ktorých jeden vrchol sme už navštívili,  
celý algoritmus skladá akoby nový ( po celý čas súvislý ) graf...

### InsertionSort: -> best case: O(n) worst = average = O(n<sup>2</sup>)

```
INSERTION-SORT(A){
    for j = 2 to length[A] do
        key = A[j]
        i = j-1
        while i > 0 and A[i]>key do
            A[i+1] = A[i]
            i = i-1
        A[i+1] = key
}
```

// zacneme druhym prvkom v poli A[1..n]  
// zalohujeme si jeho hodnotu do premennej key  
// i je index kam ho chceme vlozit ( zaciname s i = 1 )  
// ak je key mensi ako hodnota ktora je uz v usporiadanej casti  
// tak hodnotu posun do prava  
// prechadzame usporiadanu cast z prava do lava  
// ked narazime na prvok, ktory je mensi ako nas kluc, tak dalej nejdeme, ulozone key

**QuickSort:** -> best case = average =  $O(n \log n)$  worst =  $O(n^2)$

```
PARTITION(A, l, r){
    // Array, left, right
    pivot = A[r] // vezmeme si za pivota posledny prvok
    i = l // i je index kam sa ulozi najblizsi prvok mensi ako pivot
    for j = l to r - 1 {
        // postupne ideme cez prvky od l po r-1
        if A[j] <= pivot {
            // ak je ten prvok mensi ako pivot (pri i = j sa musi vymenit sam so sebou aby zbehlo i++)
            exchange( A[i], A[j] ) // hodime ten prvok na index, kam sa ma ulozit
            i++ // index si posunieme
        }
    }
    // teraz su na indexoch l az i-1 prvky mensie ako pivot, na i az r-1 vacsie ako pivot a na r je nas pivot
    exchange( A[i], A[r] ) // hodime teda pivota z konca pola na index i (prehodime ho na spravnu poziciu)
    return i // vratime index, na ktorý sme ulozili pivota
}
```

```
QUICKSORT(A, l, r){
    If l < r {
        // zabezpeci, ze pole ma minimalne 2 prvky
        indexPivota = PARTITION(A, l, r) // rozdel na dve polovice podla pivota
        QUICKSORT(A, l, indexPivota - 1) // usporiadaj lavu polovicu
        QUICKSORT(A, indexPivota + 1, r) // pravu polovicu
    }
}
```

```
RANDOMIZED-PARTITION(A, l, r){
    i = RANDOM(l, r) // nahodny index z vnutra pola
    exchange(A[i], A[r]) // hodime ten nahodne vybraty prvok na koniec (spravime tym z neho pivota)
    return PARTITION(A, l, r) // potom ako predtym (podla posledneho prvku...)
}
```

**MergeSort:** -> vždy  $O(n \log n)$

```
MERGE(A, l, m, r){
    // Array (pole), left, middle, right (indexy)
    sizeL = m - l + 1
    sizeR = r - m
    L = A[l..m] // lava polovica pola
    R = A[m+1..r] // prava polovica pola
    L[sizeL + 1] = ∞ // za koniec pola dame nekonečno
    R[sizeR + 1] = ∞
    A[l..r] = MERGEARRAY(L, R) // zlucime polia L a R
}
```

```
MERGEARRAY(L, R){
    i = j = 0
    B = Make-Array( size(L) + size(R) ) // vytvori pomocne pole B o velkosti tych dvoch
    for k = 0 to size(L) + size(R) - 1 do // skladame nove pole
        if L[i] <= R[j] // polia L a R su uz usporiadane
            then B[k] = L[i]
            i++
        else
            then B[k] = R[j]
            j++
    return B // vrati pomocne pole, v ktorom budu usporiadane prvky z L a R
}
```

```
MERGESORT(A, l, r){
    If l < r {
        // zaisti nam, ze pole bude mat min. 2 prvky
        m = (int) (l + r)/2 // dolna cela cast (pri neparnych velkostiach pola bude lava „polovica“ vacsia)
        MERGESORT(A, l, m) // usporiadaj lavu polovicu
        MERGESORT(A, m+1, r) // pravu
        MERGE(A, l, m, r) // zluc usporiadane polovice
    }
}
```

## KMP:

```
PREDPONOVA FUNKCIA(P){           //  $\pi[k]$  = kolko prvych znakov retazca  $P_{k-x}$  tvori koncovku retazca  $P_k$  (  $x= 1,2,3\dots$  )
   $m \leftarrow \text{length}(P)$            //  $\pi[k]$  bude vlastne tabulka  $\pi[1..m]$ 
   $\pi[1] \leftarrow 0$                  //  $\pi[1]$  je vzdy 0 ( system je rovanky jak pri  $\pi$  v AZE )
   $k \leftarrow 0$ 
  for  $q \leftarrow 2$  to  $m$  do           // zaciname s  $\pi[2]$ 
    while  $k > 0$  and  $P[k+1] \neq P[q]$  do // zaciname s  $k=0$ , prvý krát sa cyklus preskoci vzdy...
       $k \leftarrow \pi[k]$              // k si prepiseme hodnotou  $\pi[k]$ 
    if  $P[k+1] = P[q]$  then           // ak sa k+prvý znak zhoduje so znakom na pozicii q (*poznámka)
       $k++$ 
     $\pi[q] \leftarrow k$                // zapise zistenu hodnotu do tabulky (  $\pi[q]$  )
  return  $\pi$ 
}
```

\*poznámka – zistujeme, predponovu funkciu retazca dlzky 6 (abcabc)

->  $q = 2, k = 0 \rightarrow P[1] = P[2]$  ? nie  $\pi[2] = 0$

->  $q = 3, k = 0 \rightarrow P[1] = P[3]$  ? nie  $\pi[3] = 0$

->  $q = 4, k = 0 \rightarrow P[1] = P[4]$  ? ano  $\pi[4] = 1$

->  $q = 5, k = 1 \rightarrow$  tu neprejde druha podmienka a porovnavame  $P[2] = P[5]$ , teda  $\pi[5] = 2$  ( ab je koncovka abcab )

... to ako sa meni k sa dost zle predstavuje

```
KMPPOROVNANIE(T, P){           // hladame retazec P v texte T
   $n \leftarrow \text{length}(T)$ 
   $m \leftarrow \text{length}(P)$            // logicky musi platit, ze  $n \geq m$ 
   $\pi \leftarrow \text{PREDPONOVA FUNKCIA}(P)$  // vyplni sa cela tabulka  $\pi$ 
   $q \leftarrow 0$ 
  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do           // cely tento cyklus je vlastne o tom, ze hladame cislo q, t.j. kolko znakov
    while  $q > 0$  and  $P[q+1] \neq T[i]$  do // retazca P tvori koncovku retazca  $T_{1,i}$  (prvych i znakov textu )
       $q \leftarrow \pi[q]$ 
    if  $P[q+1] = T[i]$  then
       $q++$ 
    if  $q = m$  then                   // ak pocet znakov koncovky = dlzka hladaneho retazca
      print "Vzor sa v retazci vyskytuje s posunom" i-m // tak mame index, kde zacina vyskyt (i-m)
       $q \leftarrow \pi[q]$ 
}
```

## Rabin-Karp:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

a b b a b a b a b            = T         $n = 9$

a b a b                        = P         $m = 4$

-> ľahko sa dá na podobnom príklade odvodiť všetko, čo nám bude treba

-> posledné porovnanie chceme spraviť  $T[6..9]$  s  $P[1..4]$ , teda  $6 = 9 - 4 + 1 \Rightarrow$  cyklus od 1 po  $n - m + 1$

-> v cykle sa dopredu vypočítava hash  $\Rightarrow$  bolo by dobré, aby pri poslednom porovnaní hash nepočítalo ( ACCESS VIOLATION )

čiže nič sa nestane keď pred počítanie hashu hodíme podmienku aby posledný reťazec končil na pozícii 9 (  $5 + 4 = i + m$  )

```
Rabin-Karp(T,P){
   $hP = \text{hash}(P[1..m])$            // zahashovany retazec, ktory hladame
   $hT = \text{hash}(T[1..m])$            // zahashovanych prvych m pismen textu
  for  $i$  from 1 to  $n-m+1$ 
    if  $hT = hP$  and  $T[i..i+m-1] = P$  then // ak sa rovnaju hashe, tak este skontroluje ci sa rovnaju aj retazce
      return i                       // vrati index vyskytu ( na hentom priklade hore by to vratilo 4 )
    if  $i+m \leq n$  then               // tento check v prednáške nie je
       $hT = \text{hash}(T[i+1..i+m])$      // vypocita sa hash pre dalsie porovnanie
  return nenašiel sa výskyt
}
```