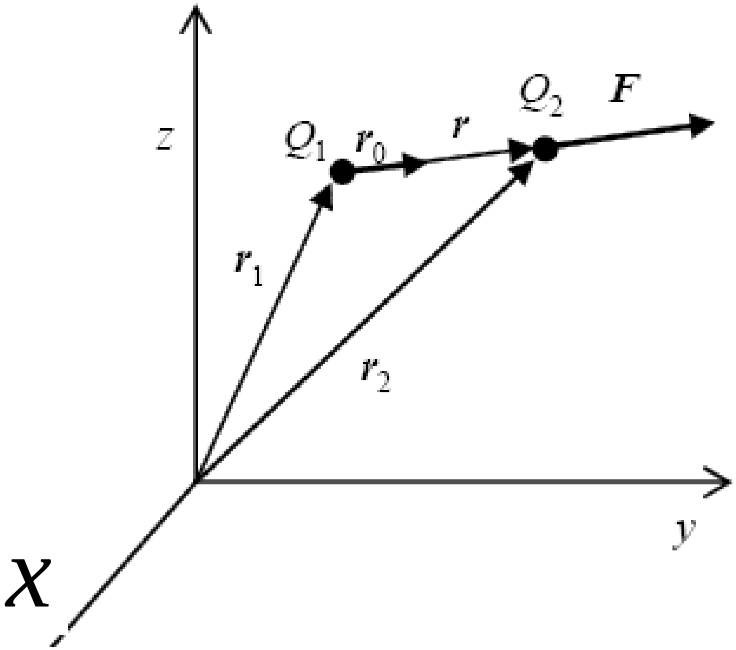
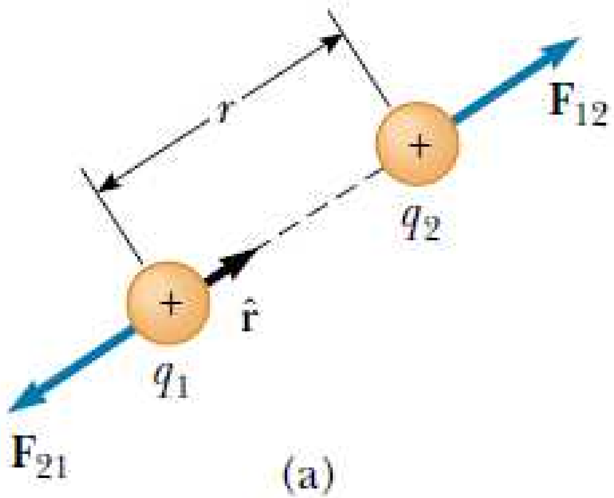
Elektrické pole

Coulombov zákon

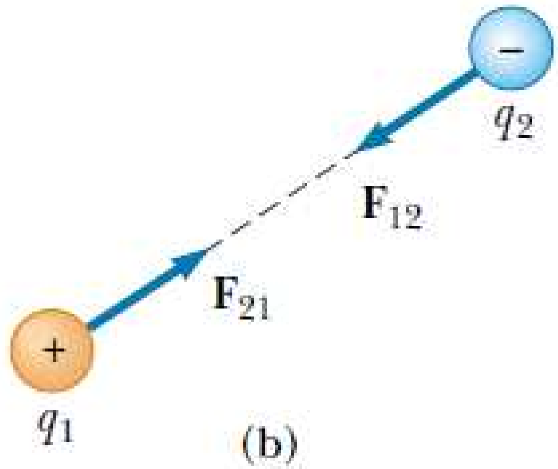


$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^3}\vec{r}\;\begin{cases} Q_1Q_2 > 0 & \vec{F}\uparrow\uparrow\vec{r} \\ Q_1Q_2 < 0 & \vec{F}\uparrow\downarrow\vec{r} \end{cases}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8{,}854187818\cdot 10^{-12}\ \mathrm{Fm}^{-1}$$



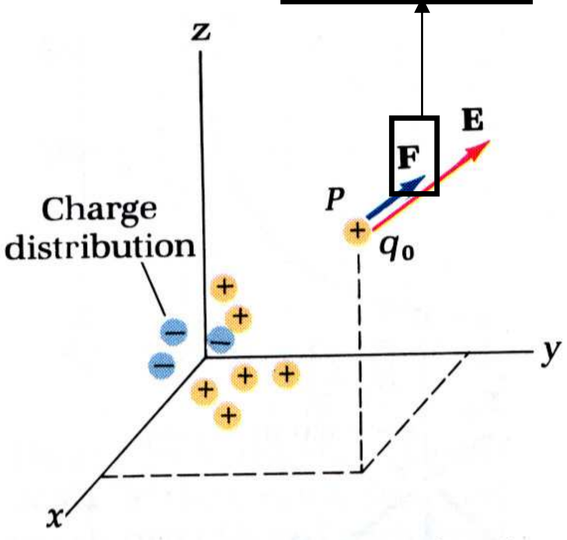
$$\mathbf{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

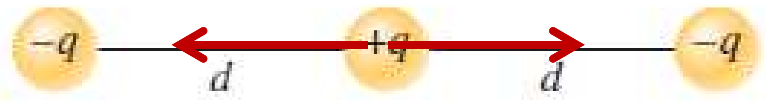


$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{41}$$

Princíp superpozície

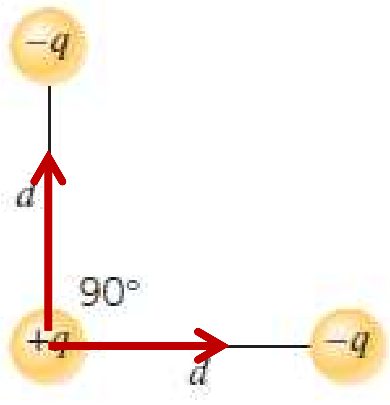
$$\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i}$$





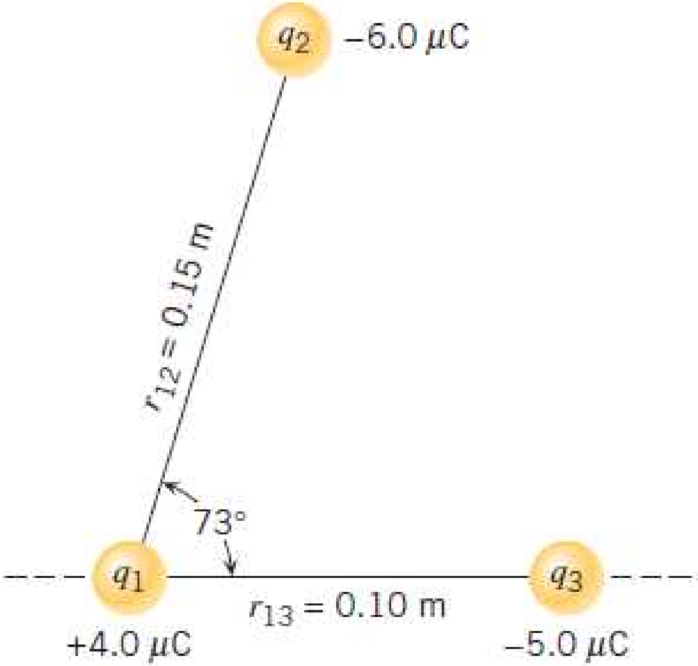
$$\boxed{\vec{F} = \vec{0}}$$

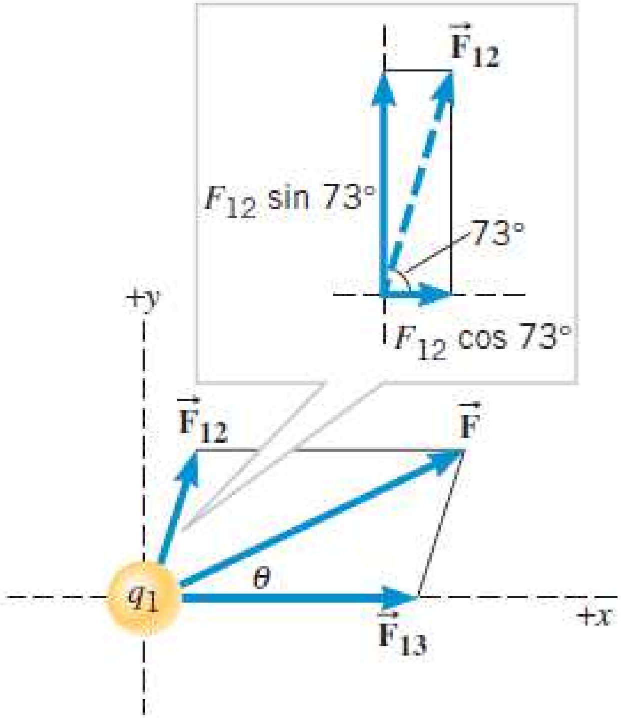
$$\boxed{F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d^2} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(2d)^2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d^2}\frac{5}{4}}$$



$$F = \sqrt{\left[\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d^2}\right]^2 + \left[\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d^2}\right]^2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d^2}\sqrt{2}$$

Princíp superpozície





Elektrické pole

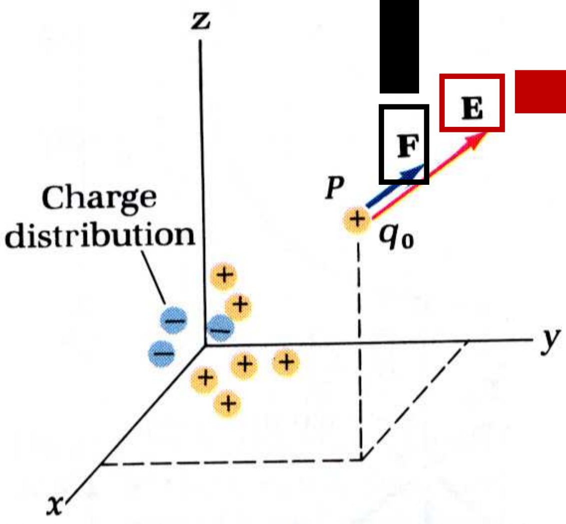
- Charakteristiky elektrického poľa:

- Intezita E
- Potenciál V
- Siločiary

Princíp superpozície
Intenzita elektrostatického poľa

$$\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i}$$

Výsledná sila pôsobiaca na testovací náboj q_0



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

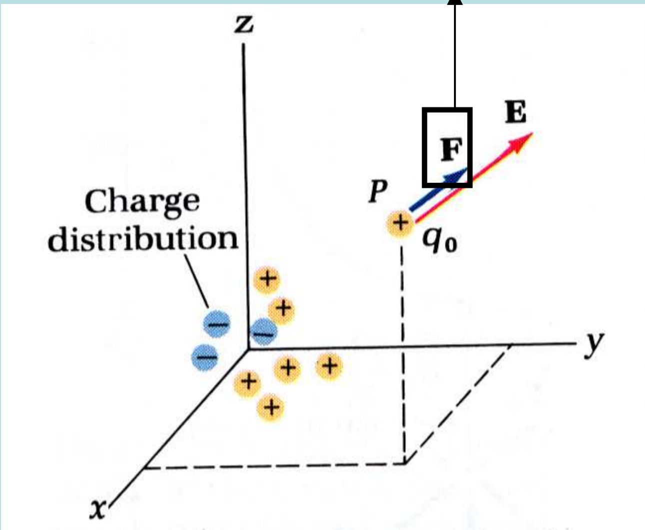
Intenzita elektrického poľa:

Elektrické pole spojite rozloženého náboja

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \qquad \sigma = \frac{dQ}{dA} \qquad \lambda = \frac{dQ}{d\ell}$$

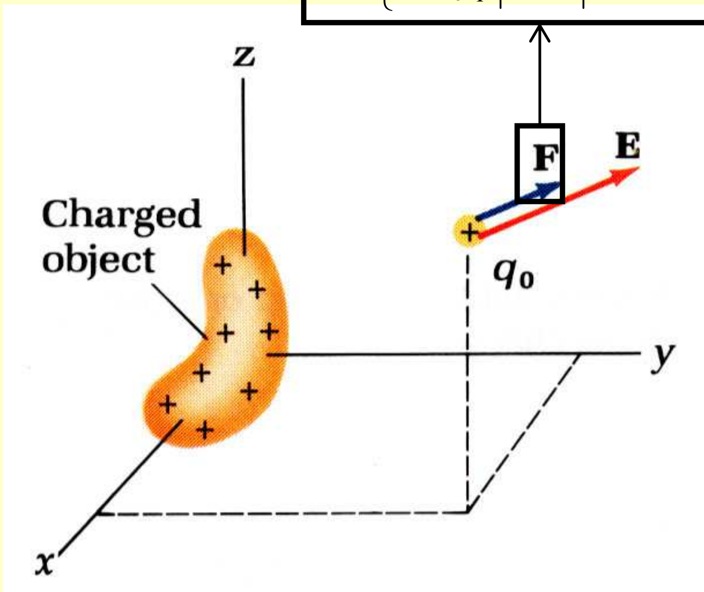
Intenzita E

$$\vec F = \sum_i \vec F_i$$



Sústava bodových nábojov

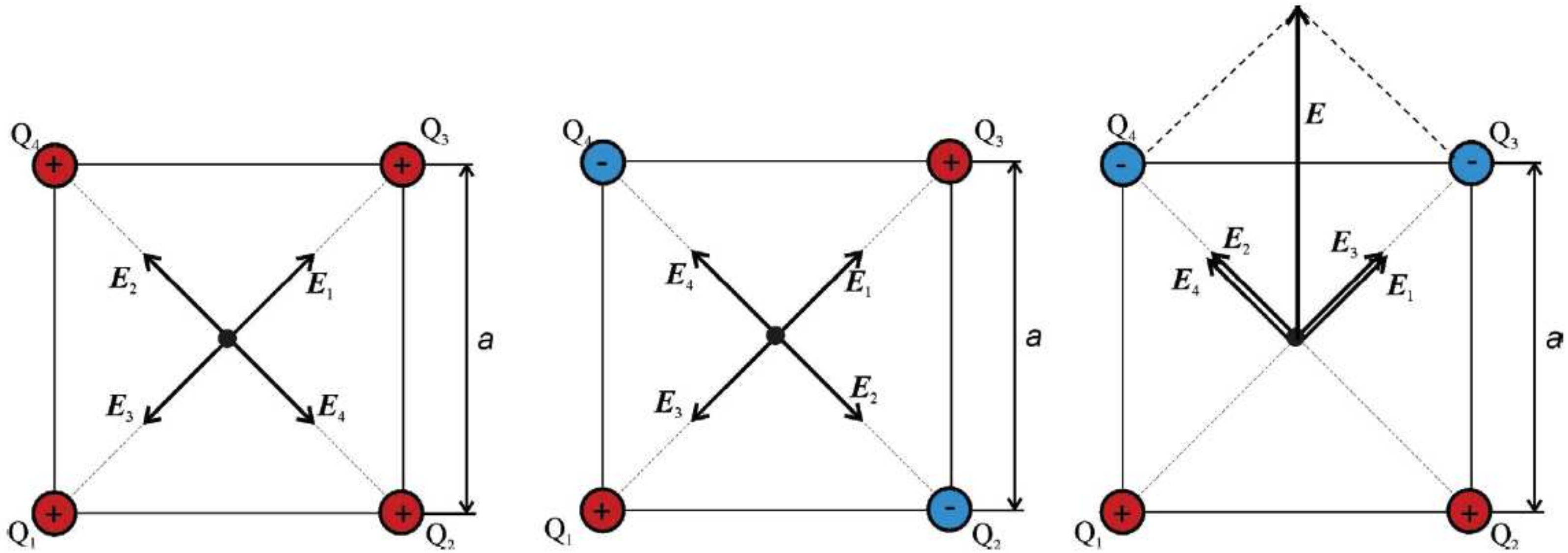
$$\vec F = \begin{cases} \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int_V \dfrac{\rho dV'}{\left|\vec r - \vec r'\right|^3}(\vec r - \vec r') \\ \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int_S \dfrac{\sum dS'}{\left|\vec r - \vec r'\right|^3}(\vec r - \vec r') \\ \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int_\Gamma \dfrac{\lambda dl'}{\left|\vec r - \vec r'\right|^3}(\vec r - \vec r') \end{cases}$$



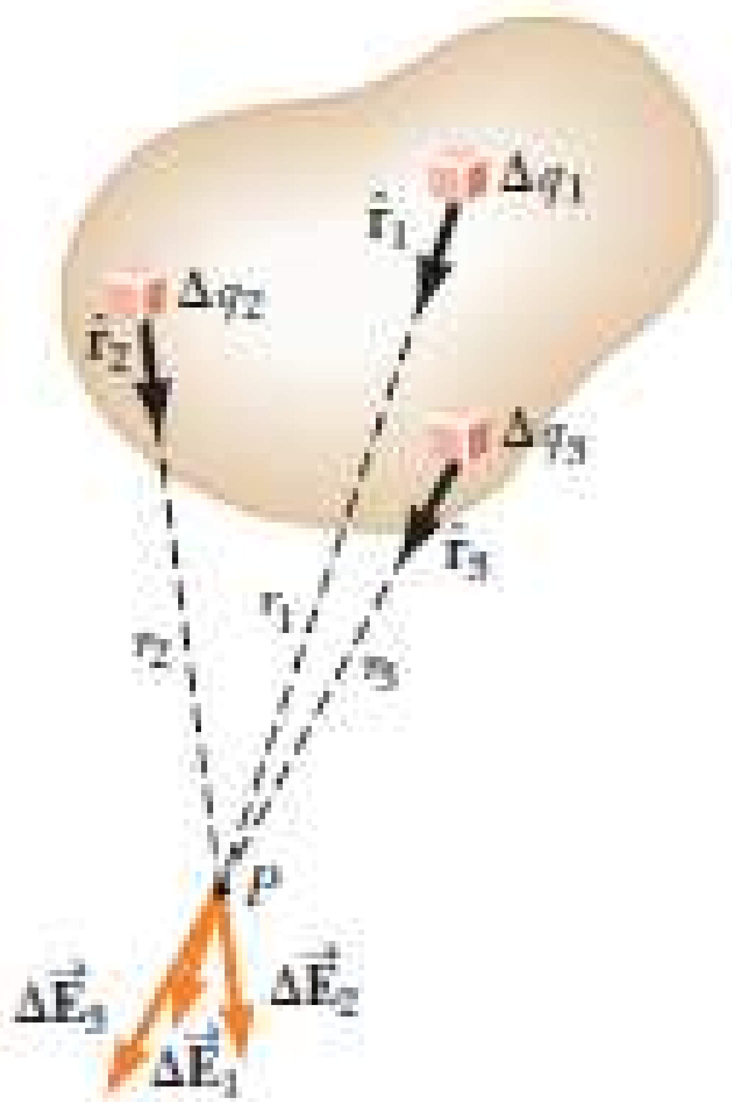
Sústava spojite rozložených nábojov

Intenzita elektrického poľa budená sústavou nábojov:

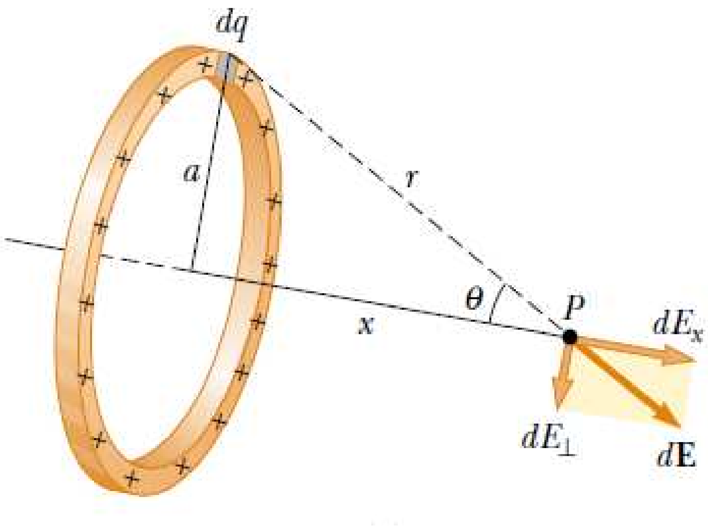
$$\vec E = \frac{\vec F}{q_0}$$

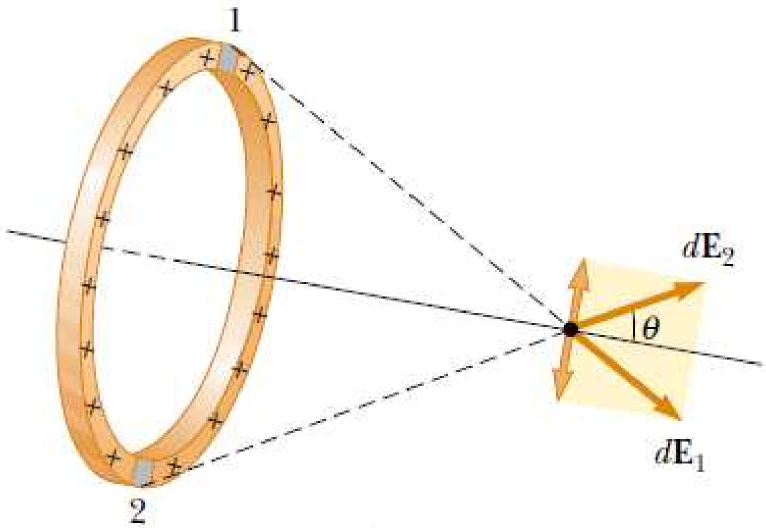

Q4
Q3
Q1
Q2
E2
E1
E3
E4
a
Q4
Q3
Q1
Q2
E4
E1
E3
E2
a
E
Q4
Q3
Q1
Q2
E2
E4
E3
E1
a

Tehnika výpočtu pri spojite



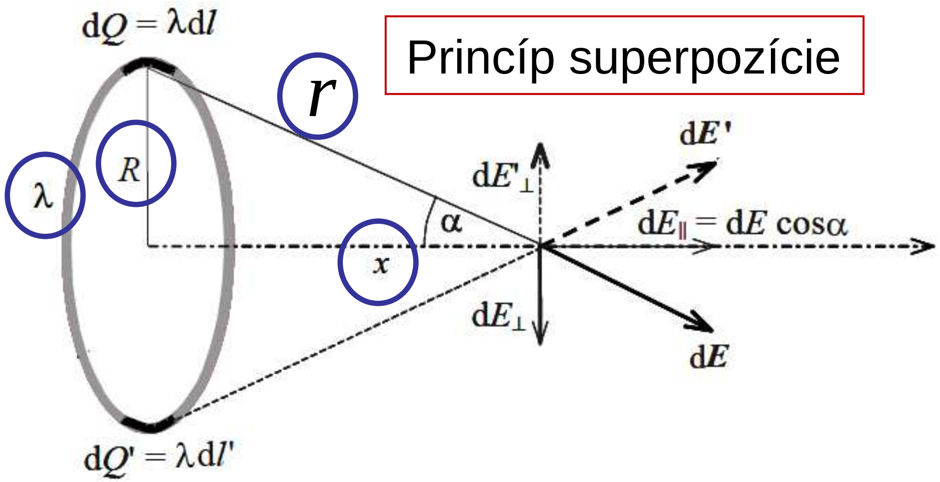
Elektrické pole na osi nabitého kruhového vlákna





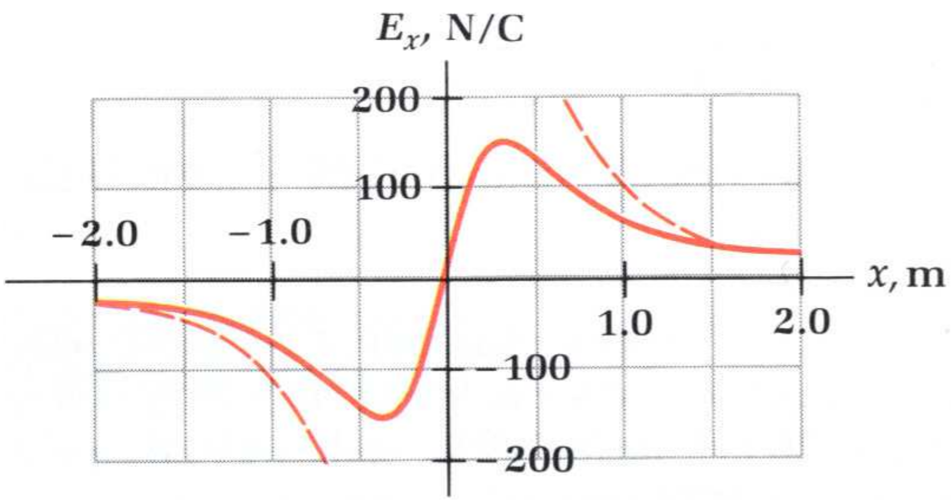
Kolmé zložky intenzity poľa od segmentu 1 a 2 sa vzájomne kompenzujú

Elektrické pole na osi nabitého kruhového vlákna



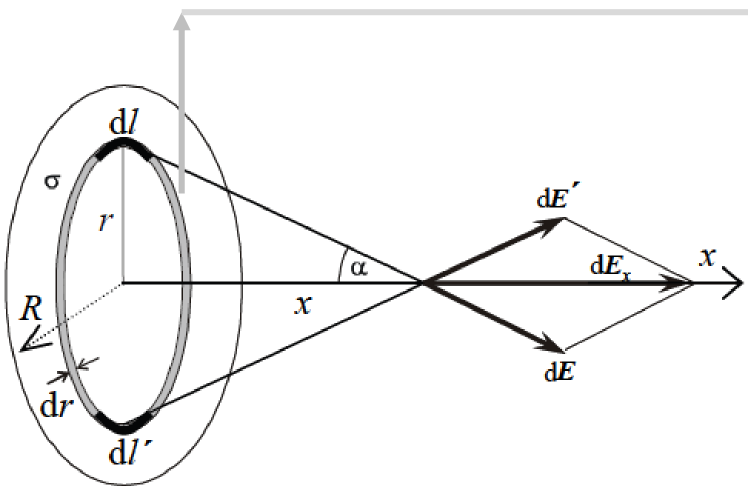
Na vlákne je rovnomerne rozmiestnený kladný elektrický náboj, ktorého dĺžková hustota je λ.

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$



$$x >> R \quad \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x^2}$$

Elektrické pole na osi homogénne nabitej kruhovej dosky



Princíp superpozície:
Dosku si môžeme vytvoriť zo sústredných kruhových elementov – nabitých vlákien, ktorých šírka je dr a polomer r.

Intenzita kruhového vlákna

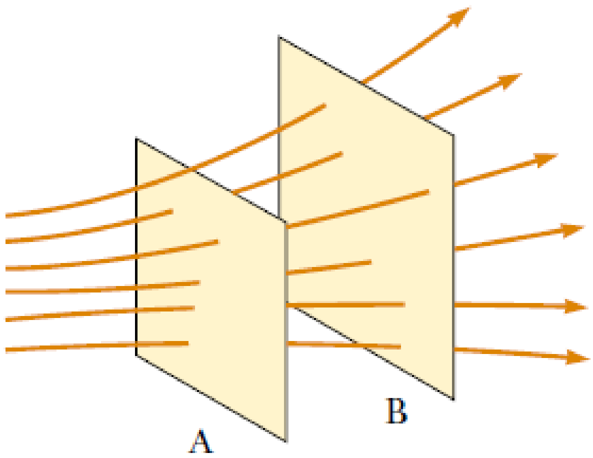
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$E = \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right\}$$

Intenzita od nekonečnej roviny, t.j. R→∞ $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Siločiary

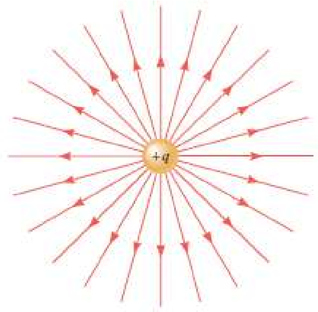
1, Elektrické siločiary sú orientované krivky, ktorých dotyčnica v každom bode má smer intenzity elektrického poľa.
2, Počet silociar na jednotku plochy postavenej kolmo na smer siločiar je úmerný intenzite elektrického poľa v tejto oblasti.
T.j. v mietach, v ktorých sú siločiari hustejšie je intenzita poľa väčšia ako v miestach kde je hustota siločiar menšia.



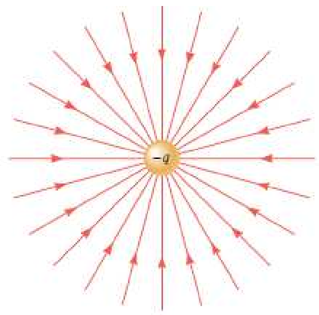
$$\frac{dN}{dS_{\perp}} \approx E$$

Elektrické siločiary – vizualizácia elektrického poľa

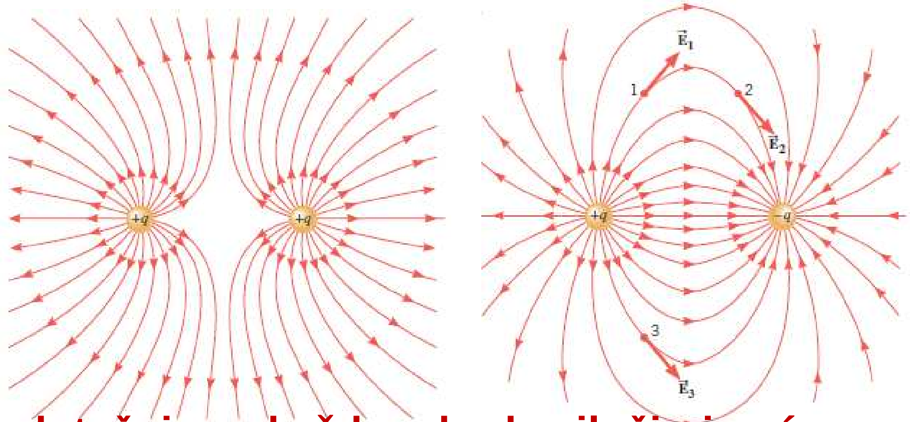
Elektrické siločiary sú orientované krivky, ktorých dotyčnica v každom bode má smer intenzity elektrického poľa.



Z kladných nábojov siločiary vychádzajú.



V záporných nabojoch siločiary končia



dotyčnica v každom bode siločiari má smer intenzity elektrického poľa

Siločiary sa vzájomne nepretínajú

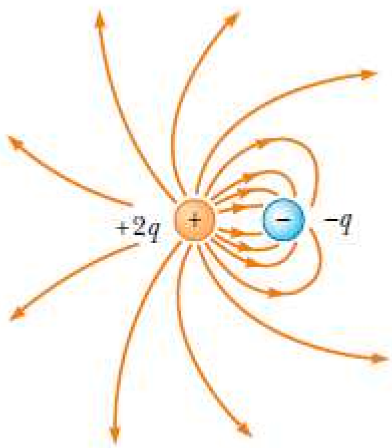
(ak by sa pretínali, pole v danom mieste by nebolo jednoznačne určené)

Zobrazením získame dobrú predstavu o priebehu elektrického poľa

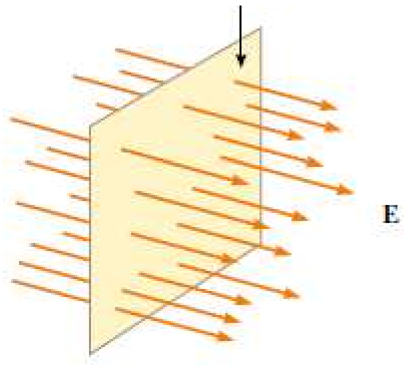
Pravidlá na zobrazenie siločiar

1, Elektrické siločiari vychádzajú z kladného náboja a vstupujú do záporného náboja
2, Počet siločiar , ktoré vychádzajú z kladného náboja poprípade vchádzajú do záporného náboja je úmerný veľkosti náboja.
3, Siločiari sa nemôžu pretínať

$$\boxed{dN \approx E \approx Q}$$



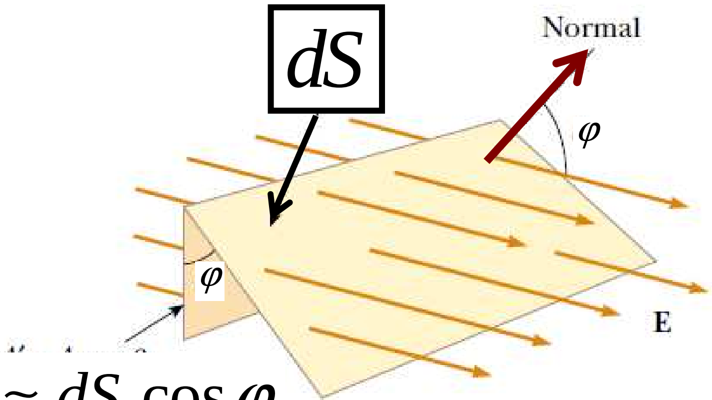
$$E \approx \frac{dN}{dS_{\perp}}$$



počet siločiar prechádzajúcich cez plochu dS ~

$$dN \approx E\, dS_{\perp}$$

Prípad, keď plocha nie je kolmá na smer siločiar



$$dS_{\perp} \approx dS \cos\varphi$$

$$dN \approx E\, dS_{\perp} = E dS \cos\varphi = \vec{E} \bullet d\vec{S}$$

počet siločiar ktoré prechádzajú cez obe plochy sú rovnaké $\Rightarrow$ toky sú rovnaké

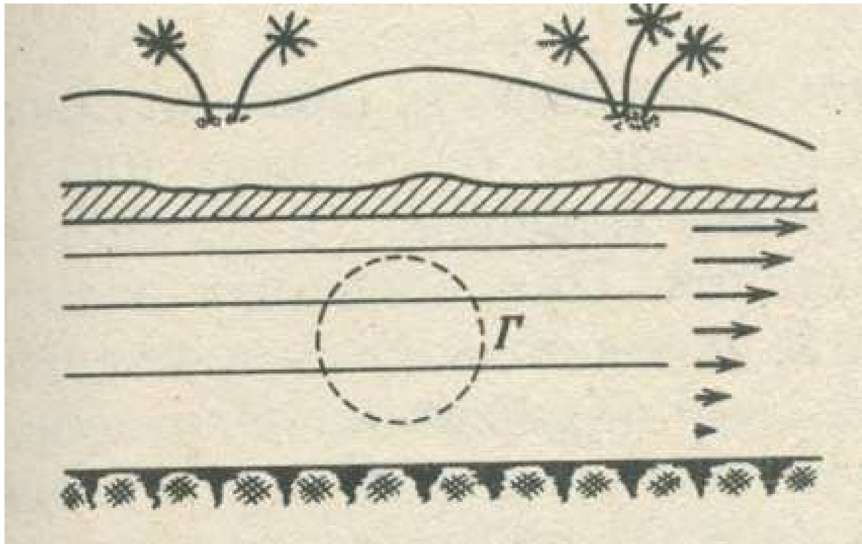
TOK INTENZITY ELEKTRICKÉHO POĽA

Úvod do vektorovej algebry

Vektorové pole

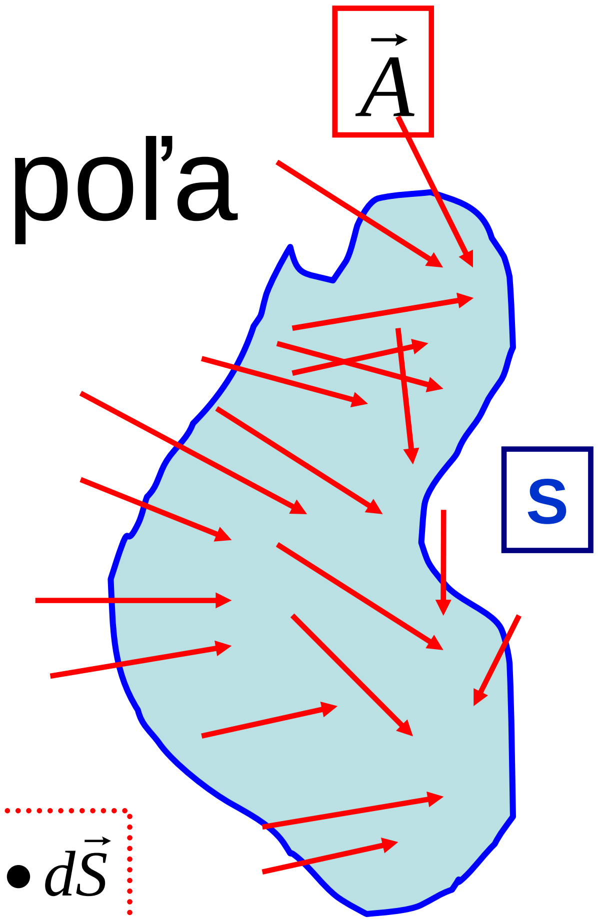
V každom bode zadefinujeme vektor, ktorý sa môže meniť s časom $\boxed{\vec{A}(\vec{r},t)}$

<u>Príklad:</u> voda v rieke, v každému bodu rieky môžme priradiť vektor rýchlosti kvapaliny v tomto bode



$\boxed{\vec{v}(\vec{r},t)}$

Tok vektorového poľa



Tok vektora **A** cez plochu S

$$N = \int_S \vec{A} \bullet d\vec{S}$$

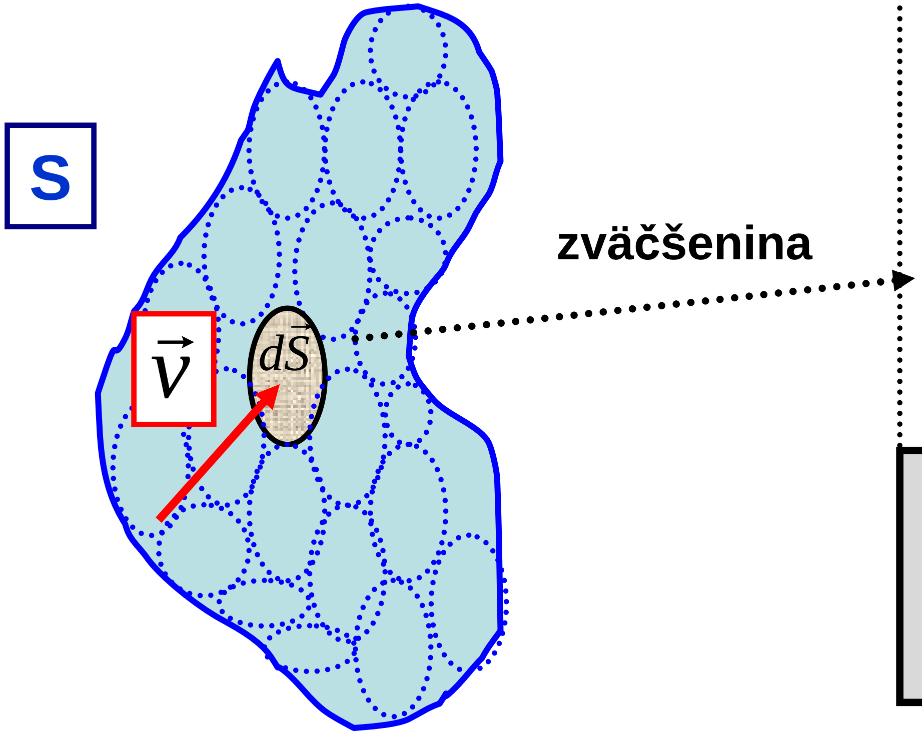
Význam pochopíme v hydrodynamika

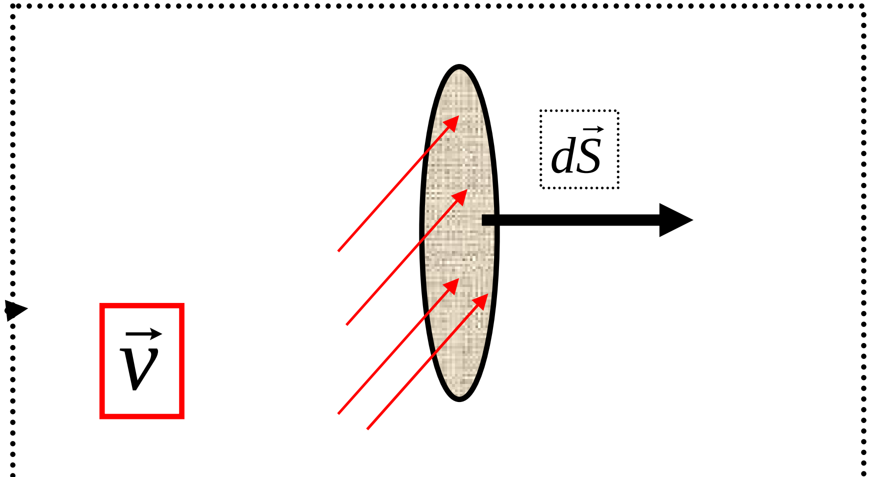
$$N = \int_S \vec{v} \bullet d\vec{S}$$

vektorové pole rýchlosti:
rýchlosť kvapaliny v ľubovolnom bode

Tok cez „otvorenú“ plochu

Rozparcelovaná plocha S na dS

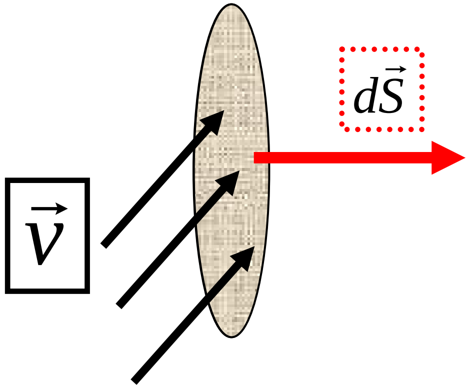




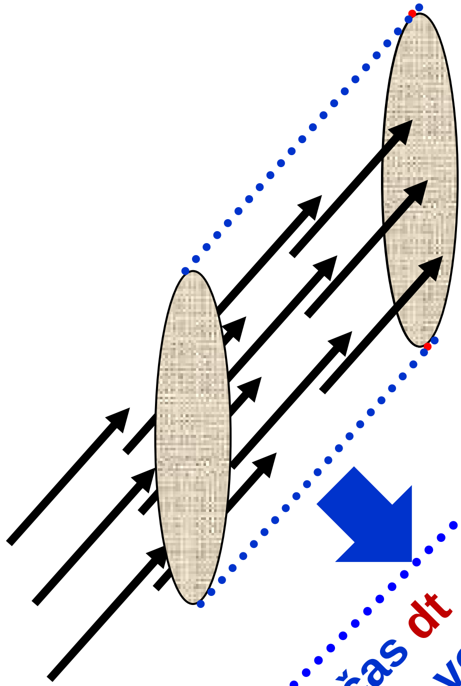
Na tejto infinitenzimálnej (nekonečne maličkej plôške) – dS môžeme považovať vektor v za konštantný.

Tok cez plochu S vypočítame tak, že ju rozdelíme na infinitenzimálne plôšky, na ktorých môžeme považovať vektor rýchlosti za konštantný a určíme príspevok tohto elementu dS k celkovému toku.

Zoberme najskôr infinitenzimálnu plochu dS na ktorej možno považovať rýchlosť kvapaliny za konštantnú

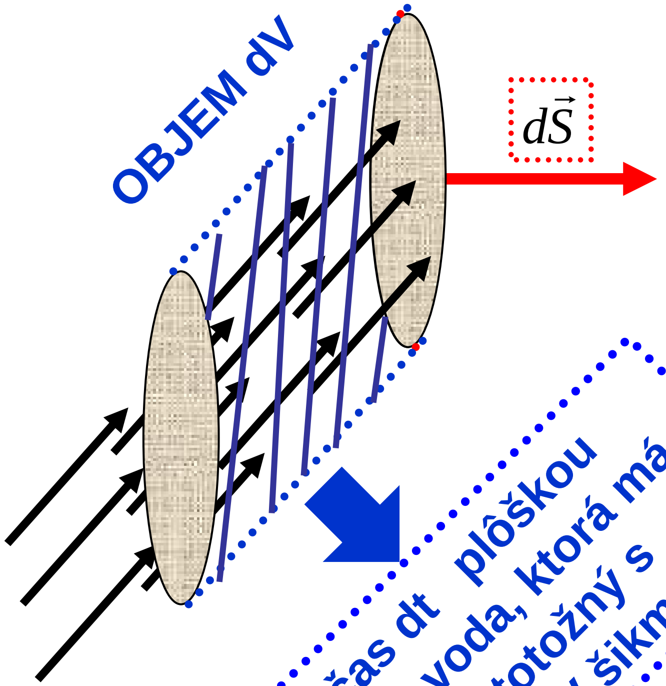


Umiestnime do rieky malú plochu dS a určme, koľko kvapaliny pretieklo cez ňu za krátky čas dt

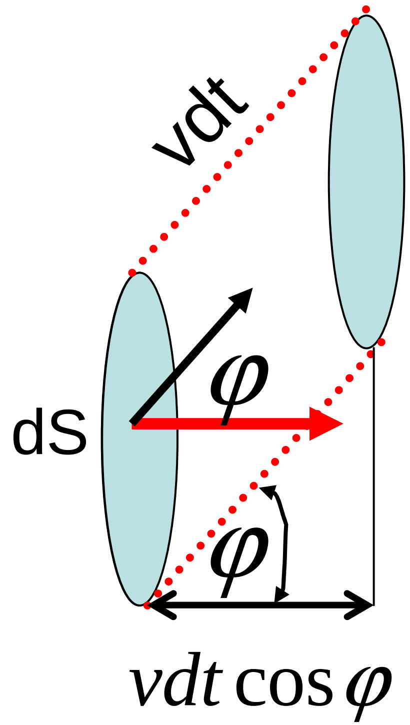


Za čas dt plôškou pretečie voda, ktorá má objem totožný s objemom dV šikmého valca.

Zoberme najskôr infinitenzimálnu plochu dS na ktorej možno považovať rýchlosť kvapaliny za konštantnú



Za čas dt plôškou pretečie voda, ktorá má objem totožný s objemom dV šikmého valca.



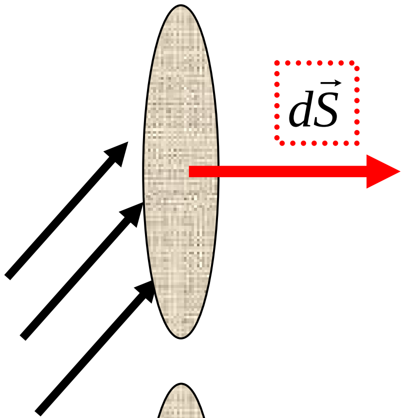
φ - uhol medzi vektorom **dS** a **v**

$$\frac{dV}{dt} = dSv\cos\varphi = \vec{v} \bullet d\vec{S}$$

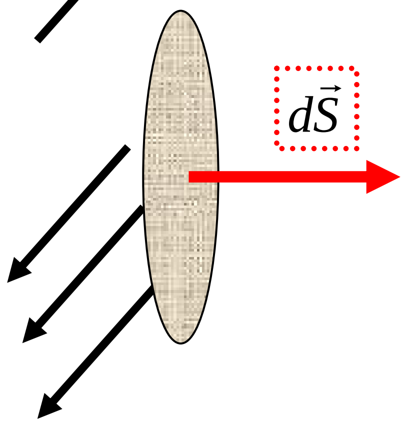
Objem kvapaliny pretečenej cez infinitezimálnu plôšku za jednotku času.

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = dSv\cos\varphi = \vec{v} \bullet d\vec{S}}$$

Hodnota môže byť kladná, záporná, nulová

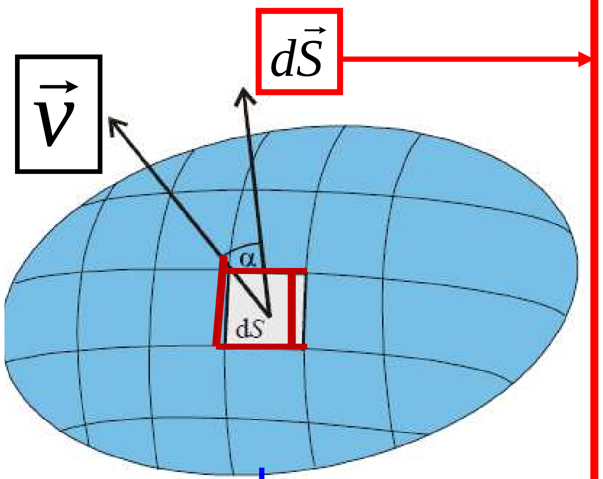


Vyteká



Odteká

Tok cez uzavretú plochu



Vektory **dS** orientujme von z uzavretej plochy

Na dannej **infinitezimálnej ploche dS môžu nastať tieto možnosti:**

$$\vec{v} \bullet d\vec{S} = \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$$

- > 0 → Kvapalina vyteká z plochy **dS** von z uzavretej plochy Σ
- $= 0$ → To čo vytečie cez plochu **dS**, to aj do nej vtečie
- < 0 → Kvapalina vteká cez plochu **dS** do vnútra uzavretej plochy Σ

$$\Sigma$$

Po sčítaní všetkých príspevkov zistíme, či v uzavretej ploche kvapalina vzniká, zaníká :

$$\oint_{\Sigma} \vec{v} \bullet d\vec{S} = \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$$

- > 0: **Kvapalina vznikla**
- < 0: **Kvapalina zanikla**

Celková bilancia cez makroplochu

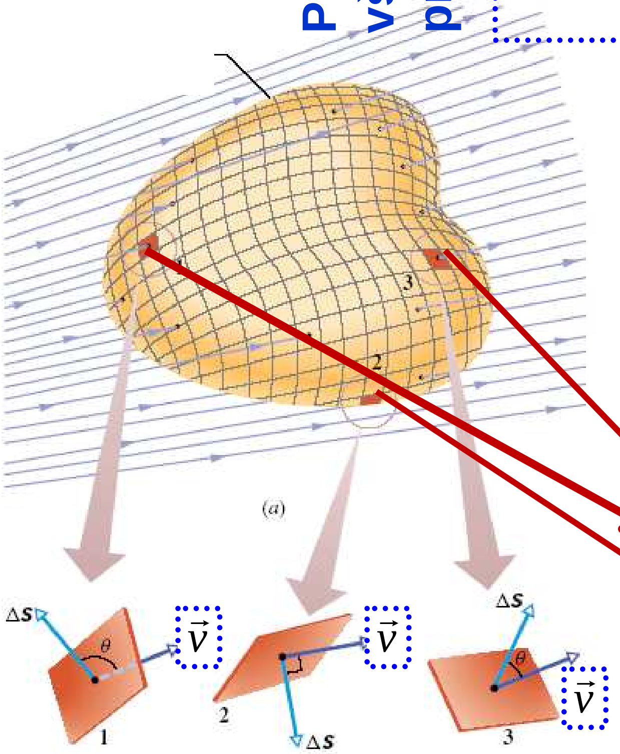
Po sčítaní všetkých príspevkov:

$$\oint\!\!\oint \vec{v} \bullet d\vec{S} = \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$$

Z uzavretej plochy prevláda vytekanie kvapalina nad vtekaním. Vo vnútri plochy je **žriedlo-prameň** kvapaliny.

To čo vytečie z uzavretého objemu, to aj vtečie

Z uzavretej plochy prevláda vtekanie kvapalina nad vytekaním. Vo vnútri plochy je **nor-hltač kvapaliny**.



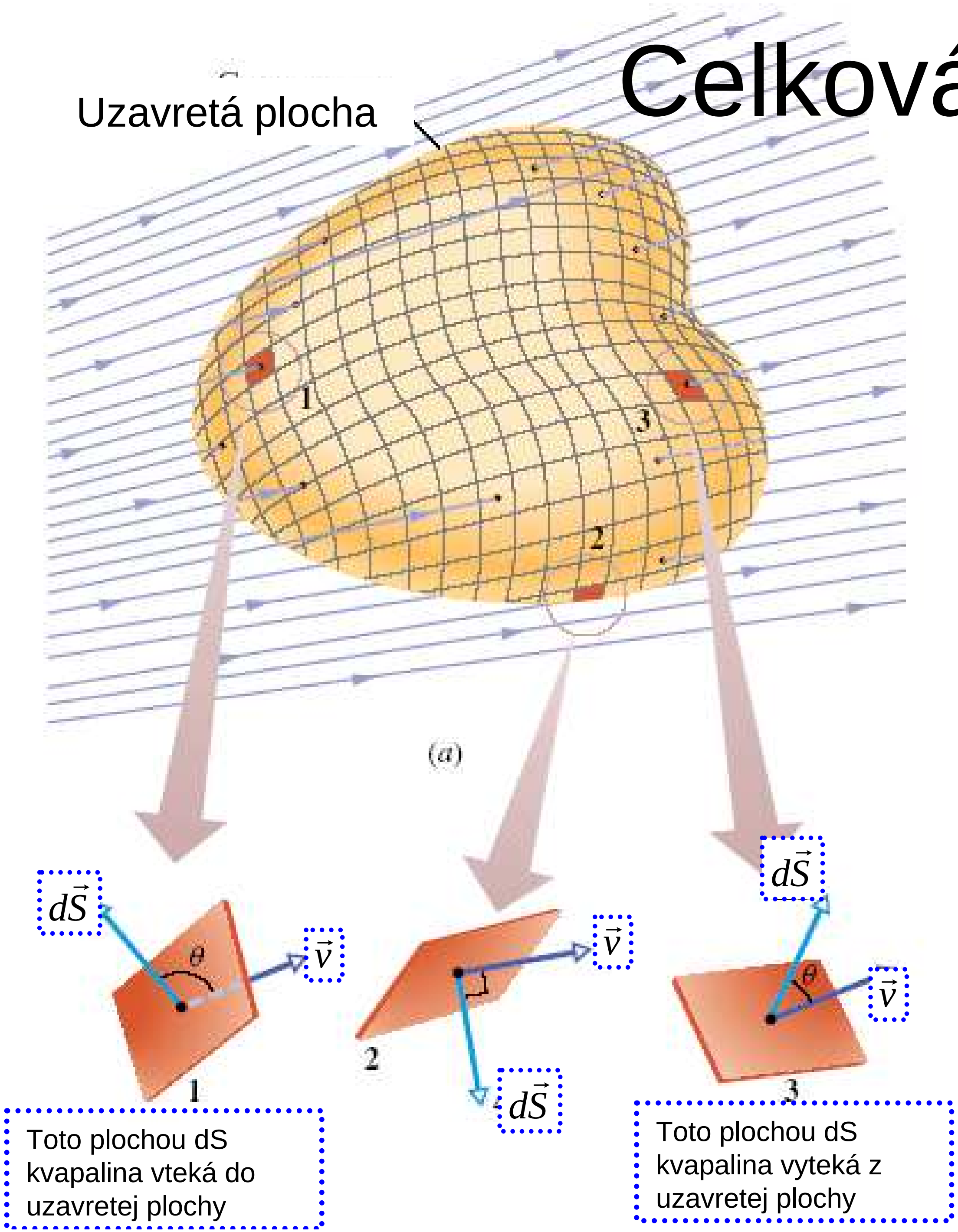
VTEKÁ dovnútra VYTEKÁ von

Na dannej **infinitezimálnej ploche dS môžu nastať tieto možnosti:**

$$\vec{v} \bullet d\vec{S} = \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$$

- > 0: Kvapalina vyteká z plochy **dS** von z uzavretej plochy Σ
- $= 0$: To čo vytečie cez plochu **dS**, to aj do nej vtečie
- < 0: Kvapalina vteká cez plochu **dS** do vnútra uzavretej plochy Σ

Celková bilancia



MAKRO PLOCHA

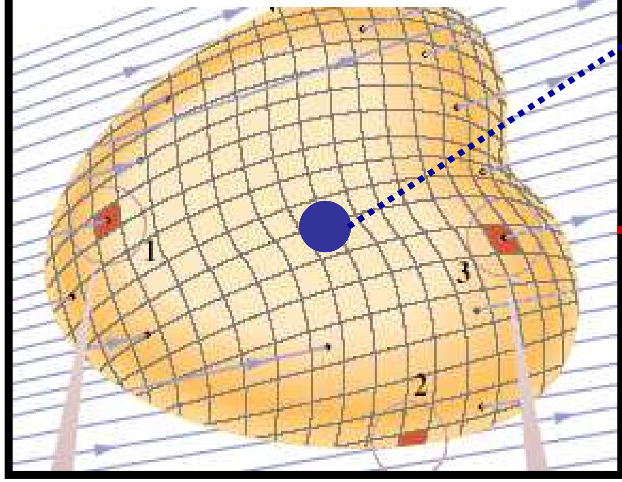
Množstvo kvapaliny „zrodenej“ v danom objeme, môžme znormovať na jednotkový objem.

$$\frac{\oint_{\Sigma} d\vec{S}\cdot\vec{v}}{V}=\frac{\Phi}{V}$$

Nevýhoda – nie je to univerzálna charakteristika, závisí od voľby plochy

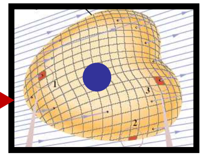
Bod, okolo ktorého sťahujeme plochu

Gaussova plocha Σ



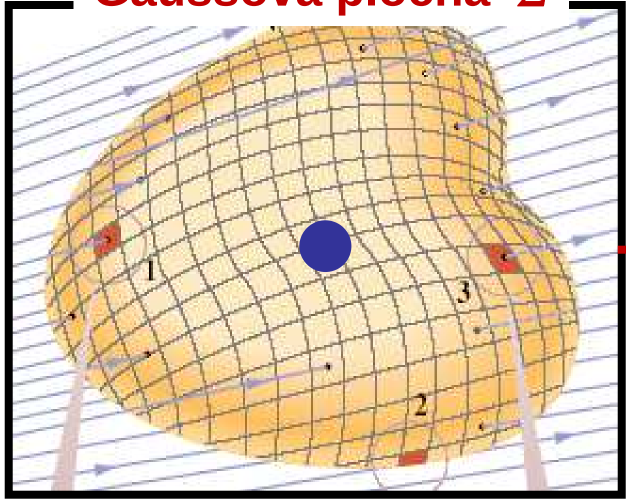
Sťahujem plochu okolo bodu

$$V_{\Sigma}\to 0$$



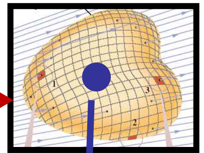
$$div\vec{v}=\lim_{V_{\Sigma}\to 0}\frac{\oint_{\Sigma} d\vec{S}\bullet\vec{v}}{V}=\lim_{V_{\Sigma}\to 0}\frac{\Phi}{V}$$

Gaussova plocha Σ



Sťahujem plochu okolo bodu

$$V_\Sigma \to 0$$



BODOVÁ CHARAKTERISTIKA POĽA

$$div\vec{v} = \lim_{V_\Sigma \to 0} \frac{\oint_\Sigma d\vec{S} \bullet \vec{v}}{V} = \lim_{V_\Sigma \to 0} \frac{\Phi}{V}$$

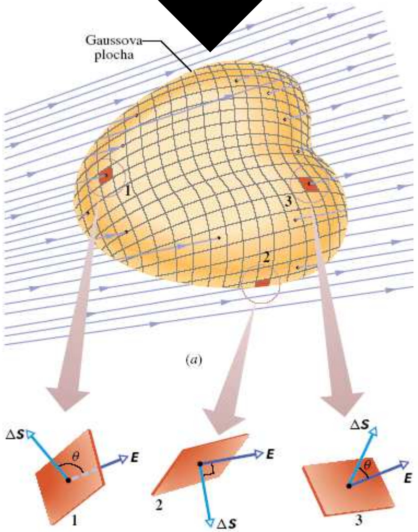
Divergencia je objemová hustota výtoku danej vektorovej veličiny cez uzavretú plochu, a teda určuje výtok kvapaliny z daného bodu t.j. určuje, koľko kvapaliny za jednotku času na jednotku objemu v danom mieste vzniklo.

Ak divergencia je kladná, v danom mieste je žriedlo kvapaliny
Ak divergencia záporná, v danom mieste je nor kvapaliny

Množstvo kvapaliny vzniknutej v uzavretej ploche za jednotku času môžeme určit tak, že si nevšímame vnútro, ale spočítame celkové množstvo kvapaliny, ktoré za jednotku času vstúpilo (vystúpilo) povrchom
ALEBO : spočítame aké množstvo kvapaliny vzniklo vo vnutri objemu, poprípade zaniklo

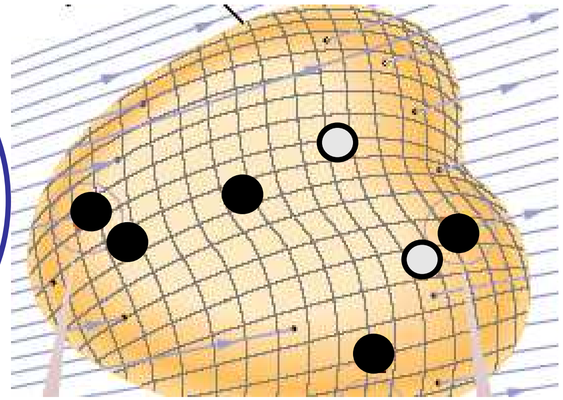
Porucha toku

Gaussova veta



Gaussova veta

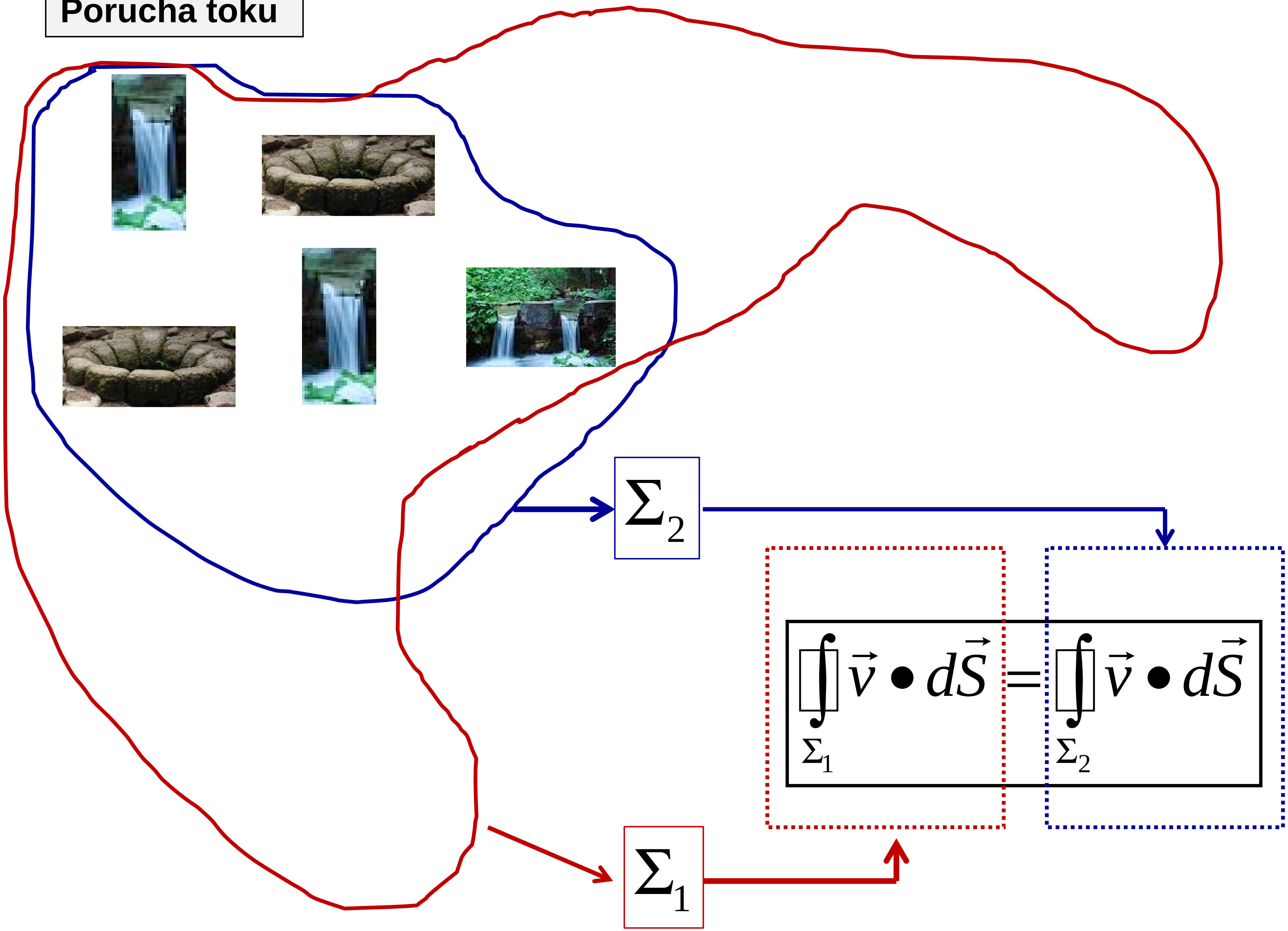
$$\oint_{\Sigma_{makro}} d\vec{S}\cdot\vec{v} = \int_{V_{\Sigma makro}} \boxed{div\,\vec{v}\; dV}$$



Množstvo kvapaliny vzniknutej v uzavretej ploche za jednotku času môžeme určit tak, že spočítame <u>celkové</u> sumárne množstvo kvapaliny, ktoré za jednotku času vytieklo povrchom.

Množstvo kvapaliny <u>vzniknutej</u> v uzavretej ploche za jednotku času môžeme určit tak, že spočítame aké sumárne množstvo kvapaliny vzniklo v jednotlivých infinitezimálnych objemoch.

Porucha toku



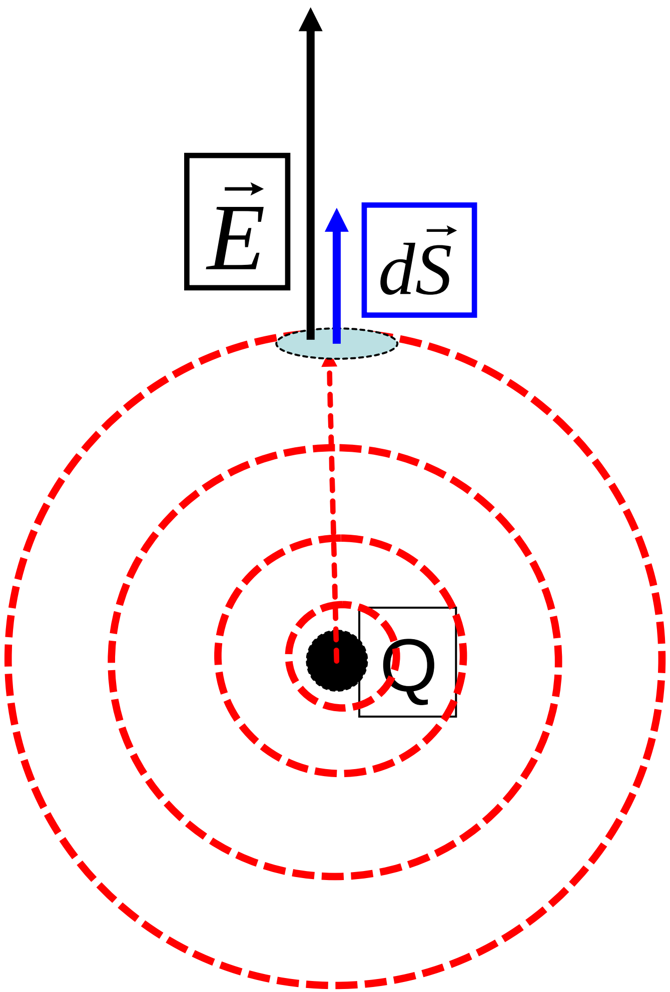
$$\oint\!\!\!\!\oint_{\Sigma_1} \vec{v} \bullet d\vec{S} = \oint\!\!\!\!\oint_{\Sigma_2} \vec{v} \bullet d\vec{S}$$

TOK INTENZITY ELEKTRICKÉHO POĽA

Hľadajme žriedlo elektrického poľa

Zobereme najjednoduchšiu možnú plochu – guľovú a začneme zmenšovať jej polomer. Pre mikroplochu je jedno z akej makroplochy vznikla

Tok intenzity cez guľovú plochu



Σ'

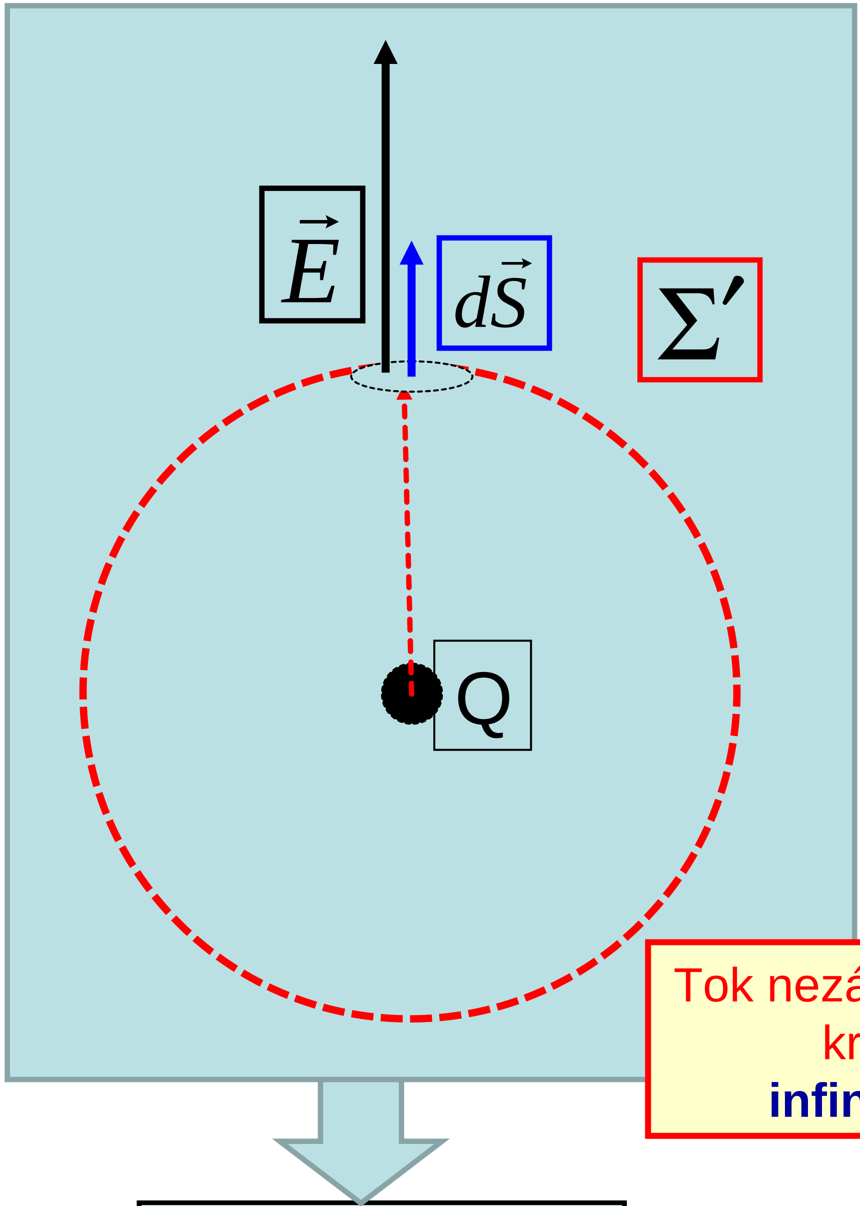
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

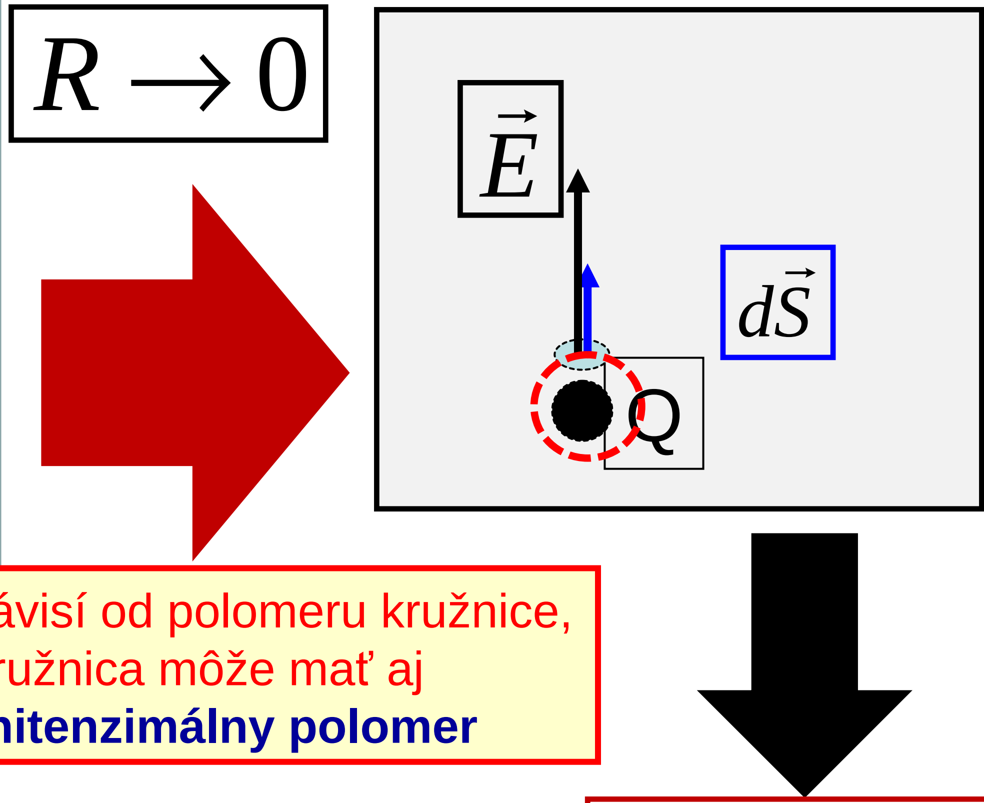
$$\oint_{\Sigma'} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Zdrojom toku intenzity cez uzavretú plochu je náboj.

r → 0

Tok nezávisí od polomeru kružnice, kružnica môže mať aj **infinitenzimálny polomer**





Tok nezávisí od polomeru kružnice, kružnica môže mať aj **infinitenzimálny polomer**

$$\oiint_{\Sigma_{makro}} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oiint_{\Sigma_{mikro}} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \boxed{div\vec{E}\ dV = \frac{\rho dV}{\varepsilon_0}}$$

Diferenciálna forma

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

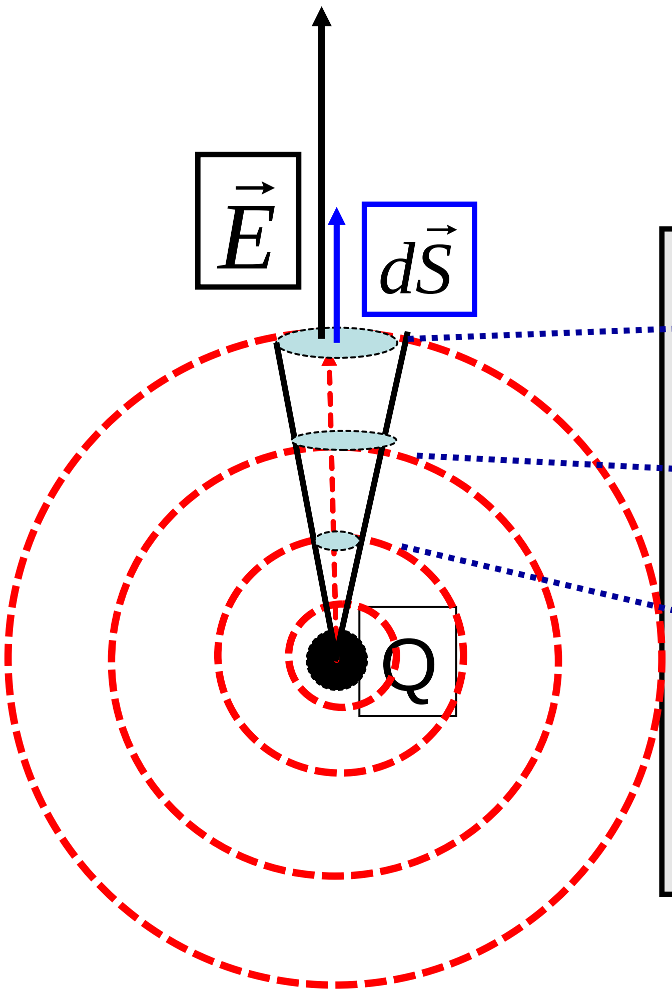
Žriedlami elektrického poľa sú elektrické náboje

Poďme určovať tok cez ľubovoľný tvar makroplochy, ktorá ohraničuje bodový náboj

Najjednoduchšia makroplocha – guľová

Nájdime dôvod, prečo tok nezávisí od polomeru guľovej plochy

Tok intenzity cez guľovú plochu



$$dS_1 / dS_2 / dS_3 = r_1^2 / r_2^2 / r_3^2$$

$$d\vec{S}_1 \bullet \vec{E}_1 = dS_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_1^2}$$

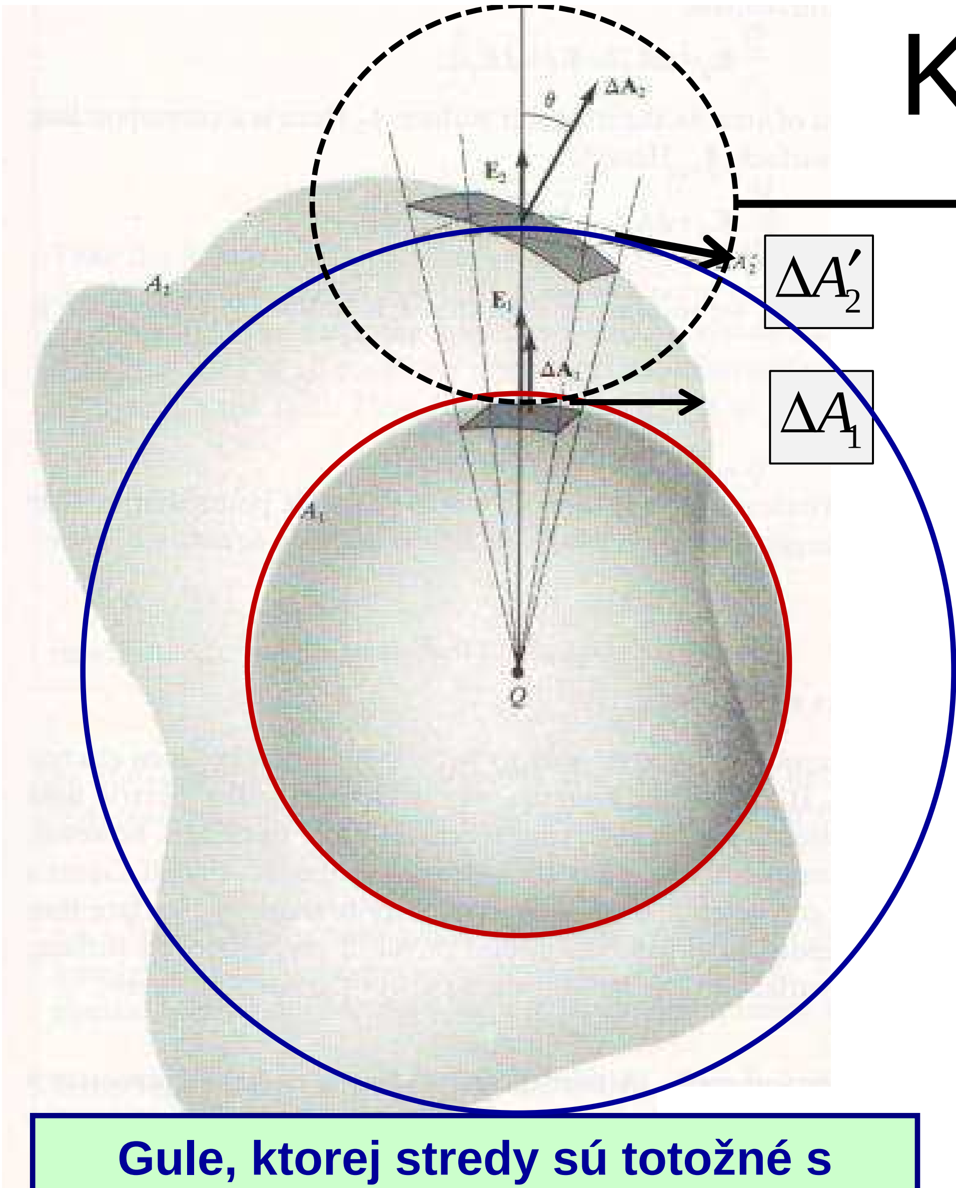
$$d\vec{S}_2 \bullet \vec{E}_2 = dS_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_2^2}$$

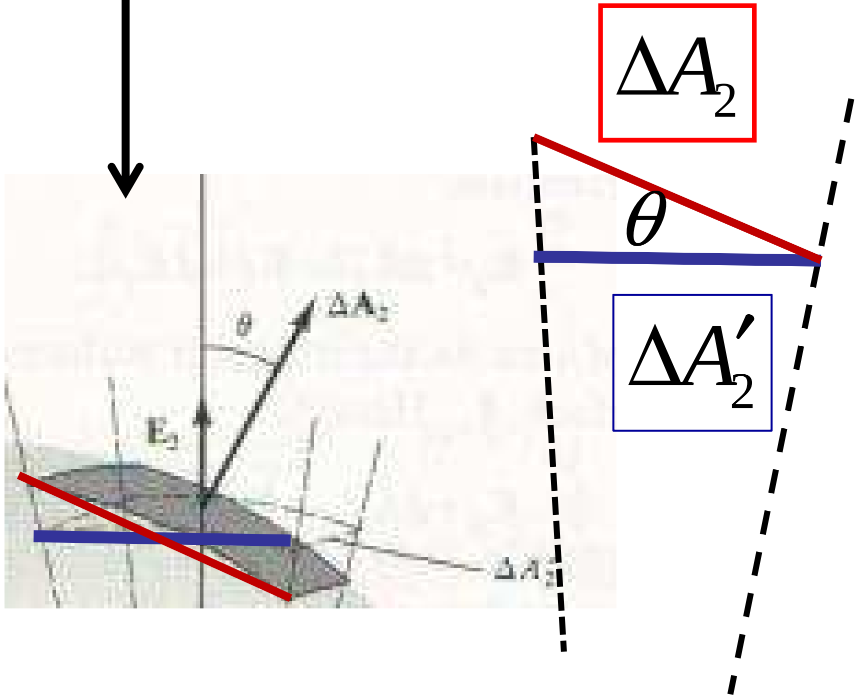
$$d\vec{S}_3 \bullet \vec{E}_3 = dS_3 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_3^2}$$

$$d\vec{S}_1 \bullet \vec{E}_1 / d\vec{S}_2 \bullet \vec{E}_2 / d\vec{S}_3 \bullet \vec{E}_3 = Q$$

Toky cez infinitenzimálne plochy sú rovnaké

Komplikovanejšia plocha



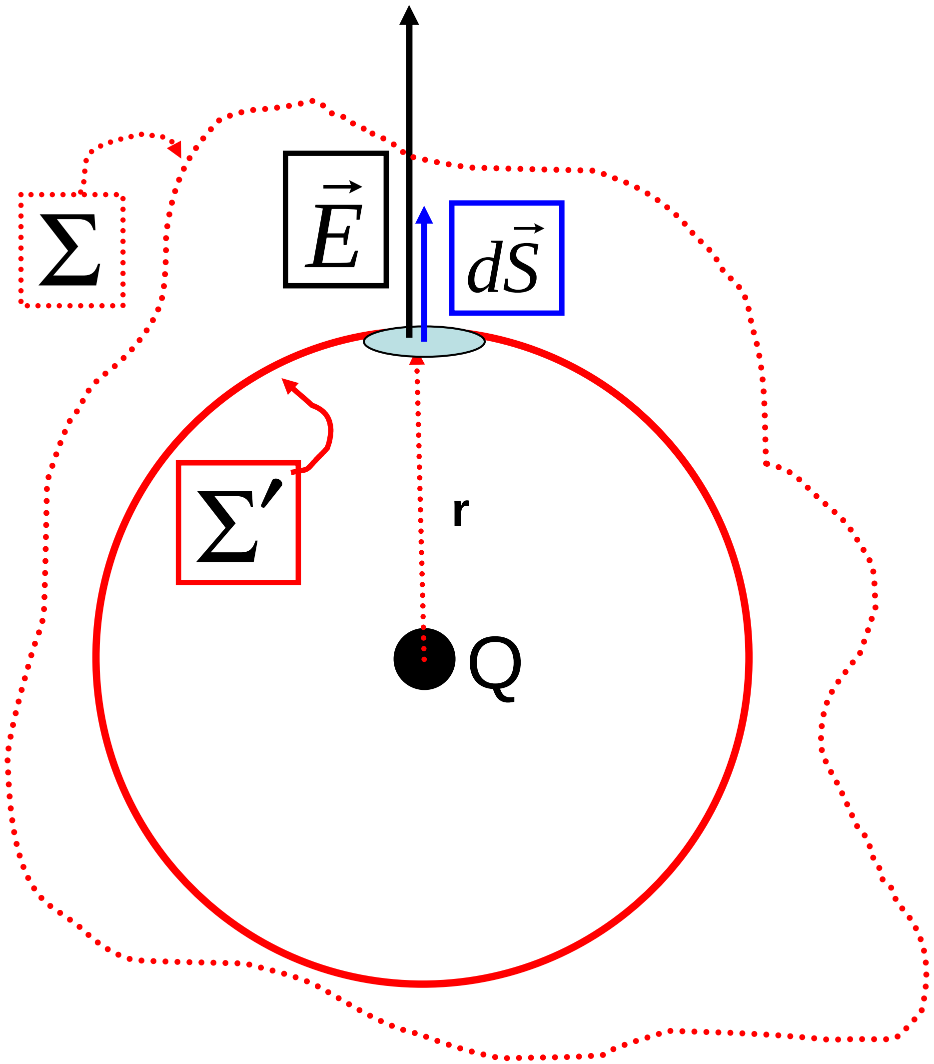


$$\Delta A_2 \cos\theta = \Delta A_2'$$

Gule, ktorej stredy sú totožné s polohou náboja

$$\Delta\phi_2 = \vec{E}_2 \bullet \Delta\vec{A}_2 = E_2 \Delta A_2 \cos\varphi = E_2 \Delta A_2' = \Delta\phi_1$$

Tok intenzity cez ľubovolnú uzavretú plochu



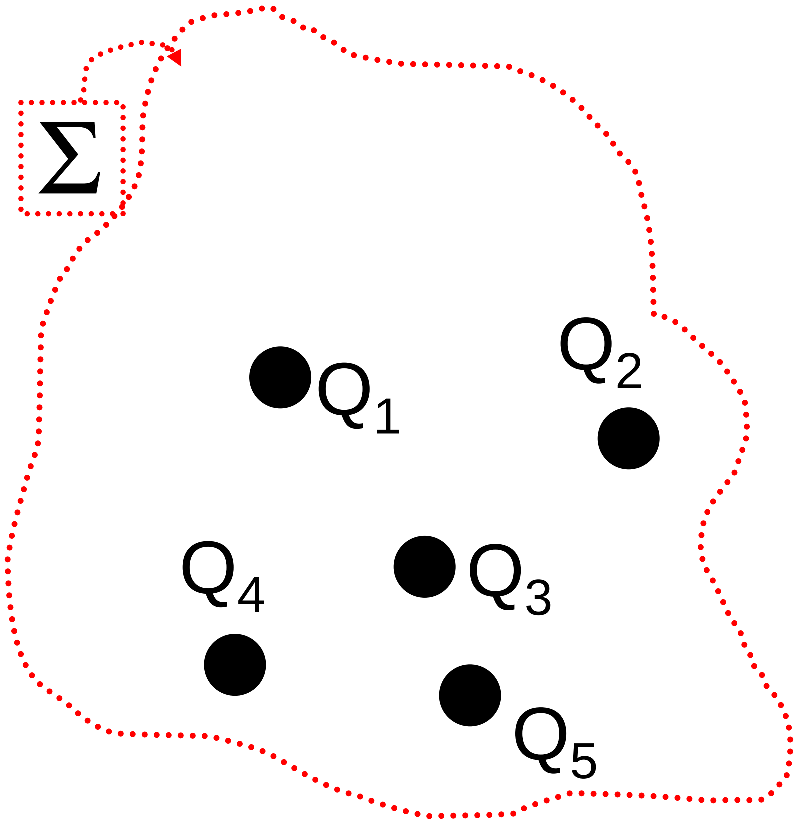
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

$$\int_{\Sigma} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Zdrojom toku intenzity cez uzavretú plochu je náboj.

Gaussov zákon v integrálnom tvare

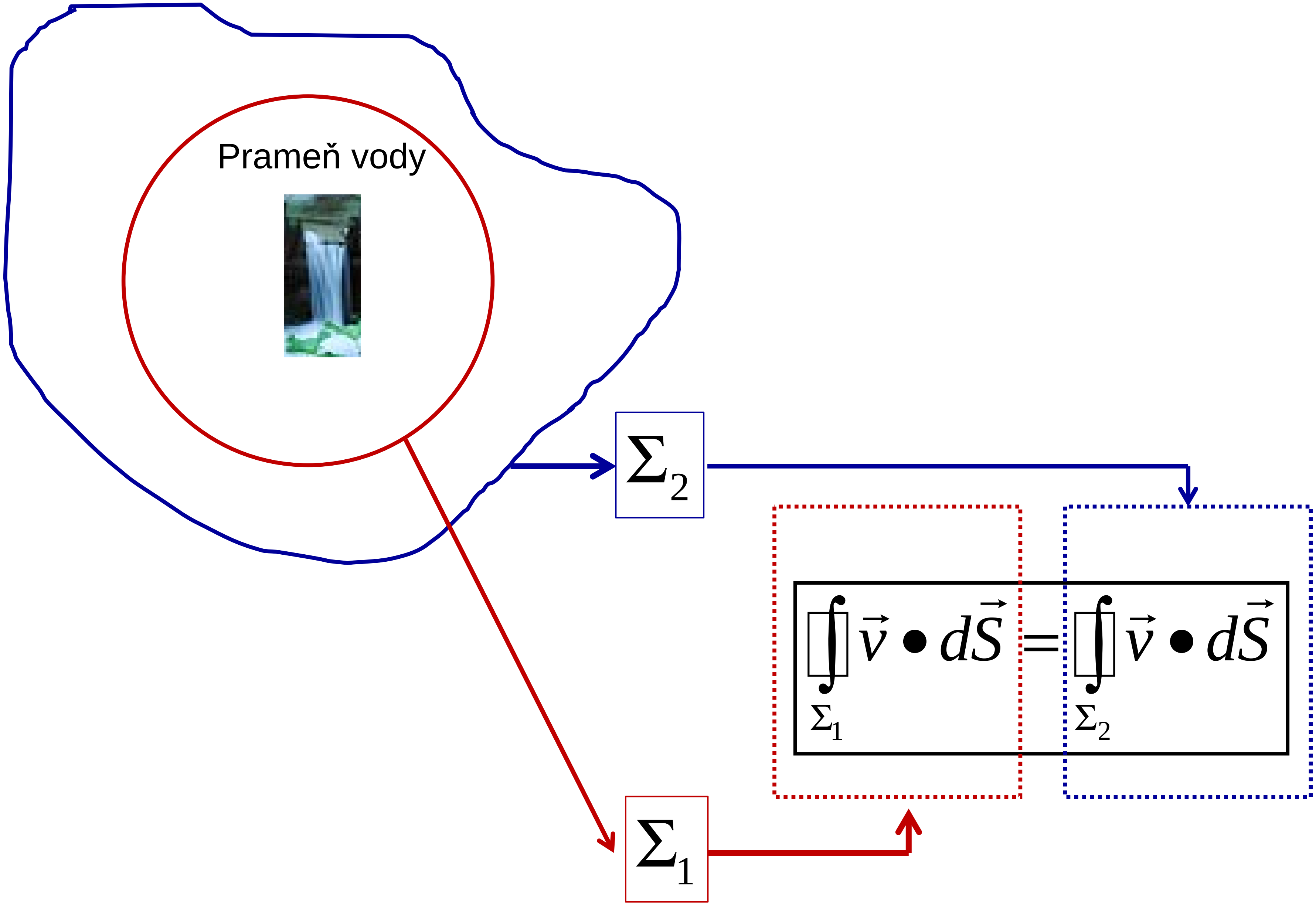
$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \oint_{\Sigma} \left[\sum_i \vec{E}_i \right] \bullet d\vec{S} = \sum_i \oint_{\Sigma} \vec{E}_i \bullet d\vec{S} = \sum_i \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$$



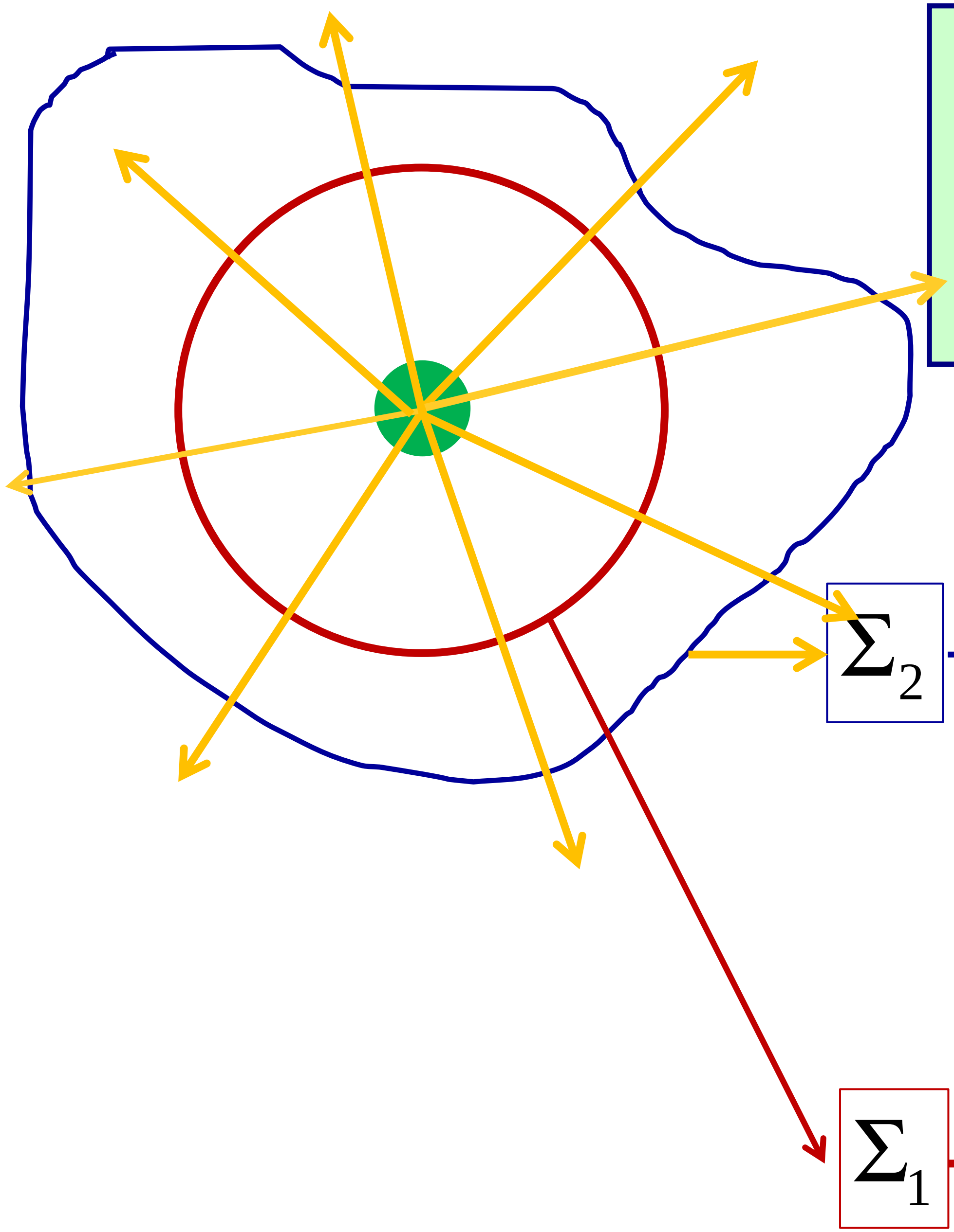
$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{\boxed{\sum_i Q_i}}{\varepsilon_0}$$

Celkový náboj, ktorý je uzavretý pod integračnou plochou.

Gaussov zákon :
Tok vektora intenzity elektrostatického poľa vo vákuu cez uzavretú plochu sa rovná podielu celkového náboja uzavretého touto plochou a permitivity vákua.



$$\oint_{\Sigma_1} \vec{v} \bullet d\vec{S} = \oint_{\Sigma_2} \vec{v} \bullet d\vec{S}$$

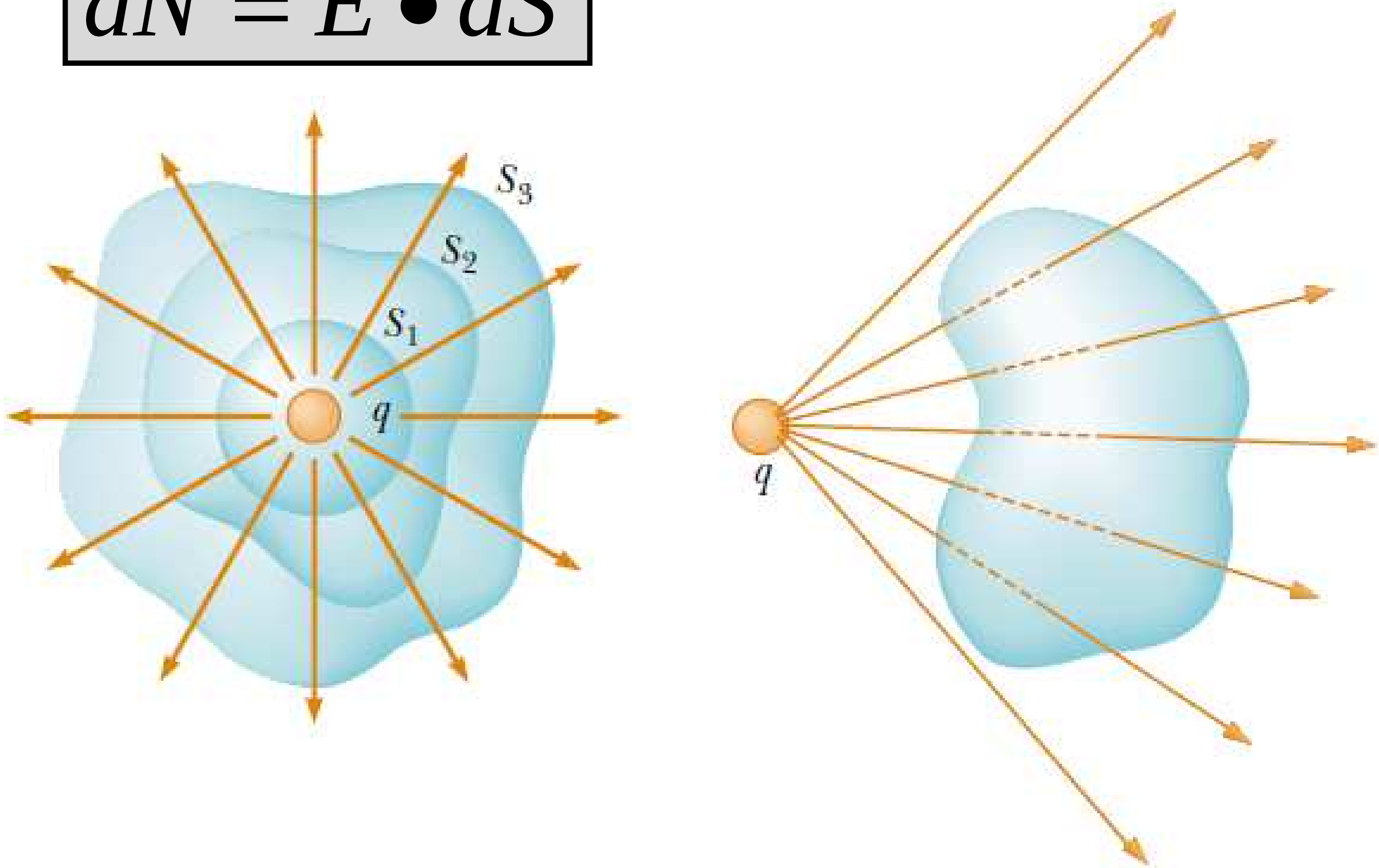


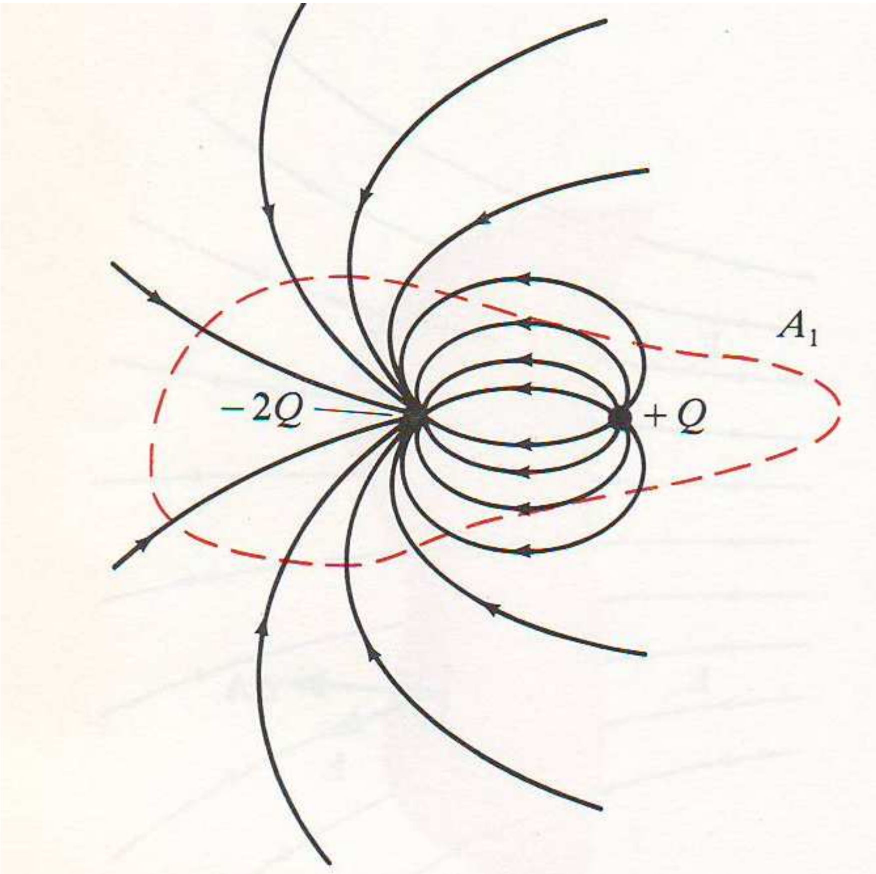
Z analógie s tokom vody je zrejmé, že výtok z plochy Σ_2 je rovnaký ako výtok zo sféry Σ_1, lebo v priestore medzi sférou Σ_1 a plochou Σ_2 nie sú žiadne zdroje ani nory toku (t.j. náboje).

$$\oint_{\Sigma_1} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \oint_{\Sigma_2} \vec{E} \bullet d\vec{S}$$

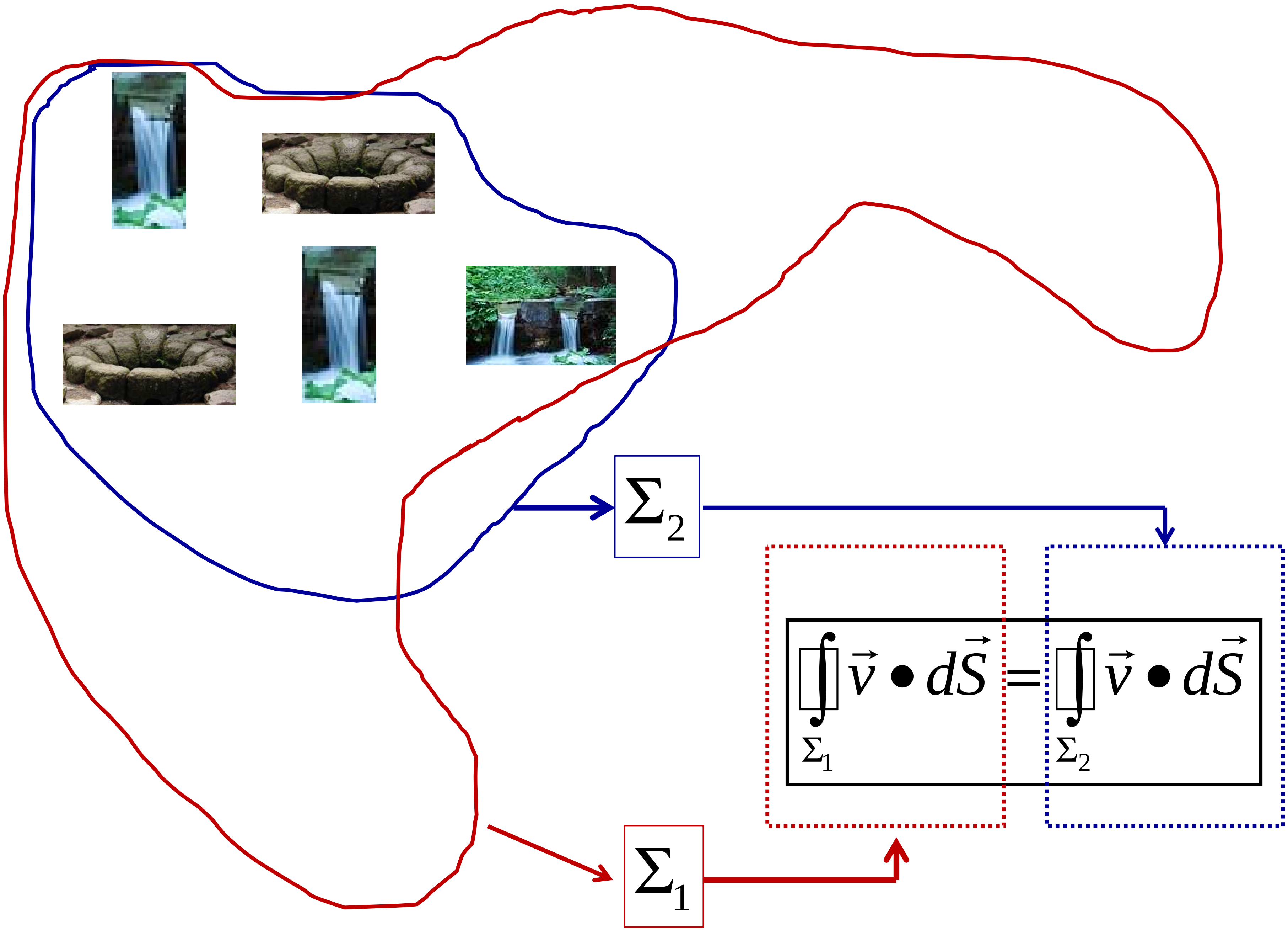
Interpretacia cez siločiary

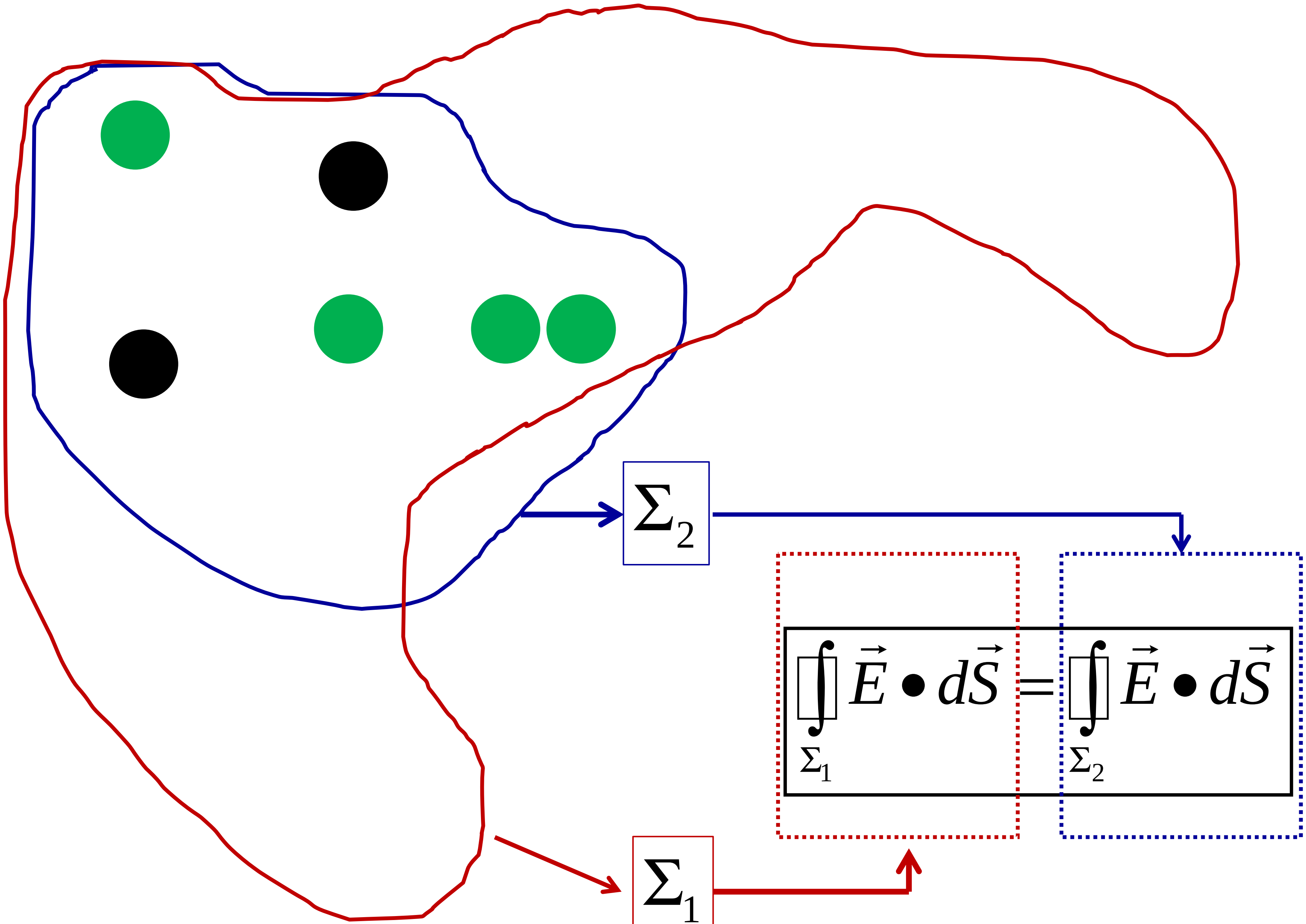
$$\boxed{dN = \vec{E} \bullet d\vec{S}}$$



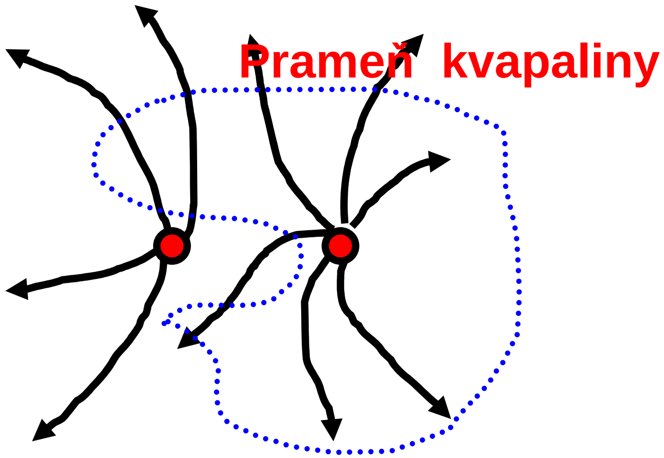


A1
−2Q
+Q

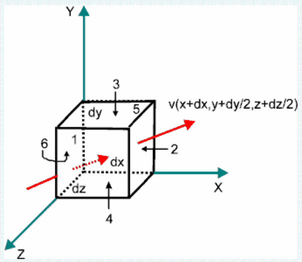

Σ_2
Σ_1
$\oiint_{\Sigma_1} \vec{v} \bullet d\vec{S} = \oiint_{\Sigma_2} \vec{v} \bullet d\vec{S}$


Σ_2
Σ_1
$\oiint_{\Sigma_1} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \oiint_{\Sigma_2} \vec{E} \bullet d\vec{S}$

Prameň kvapaliny



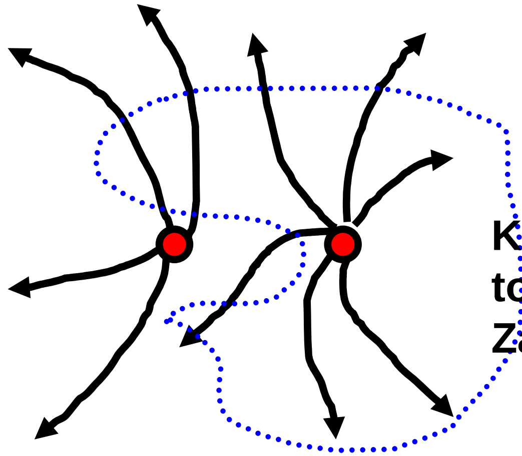
Vizualizácia:
Prúdnice – orientované čiary, ktorých dotyčnica má v každom bode smer rýchlosti prúdenia kvapaliny.



Infinitenzimálny element prispieval k celkovému toku

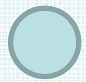
$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_{kva'der} d\vec{S}\cdot\vec{v} \quad = \quad div\vec{v}\, dV}$$

Náboj



Kladný náboj – “prameň“ toku
Záporný náboj – “nor“ toku

Vizualizácia:
Siločiary – orientované čiary, ktorých dotyčnica má v každom bode smer intenzitu elektrického poľa.



Infinitenzimálny element prispieval k celkovému toku:

$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_{\Sigma'} \vec{E}\bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

Tok vektora rýchlosti určuje celkový výtok kvapaliny cez uzavretú plochu a o jeho veľkosti rozhodujú len zdroje a nory kvapaliny nachádzajúce sa pod uzavretou plochou. Tento tok neovplyvňujú zdroje a nory kvapaliny umiestnené mimo uzavretej plochy. Ak by sa totiž kvapalina z externých zdrojov a nôr dostala do uzavretej plochy, na inom mieste by vytiekla a preto neprispieva do výsledného toku.

Tok vektora intenzity je určený nábojom pod uzavretou plochou. Tento tok neovplyvňujú náboje umiestnené mimo uzavretej plochy. Ak by sa totiž siločiara z externých nábojov dostala do uzavretej plochy, na inom mieste by vyšla von

Prvá Maxwellowa rovnica

Integrálna forma

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

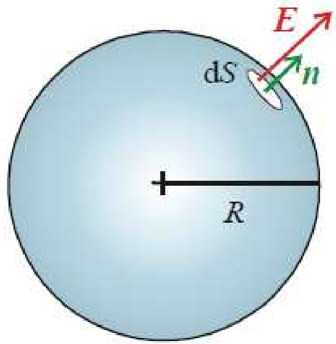
Diferenciálna forma

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

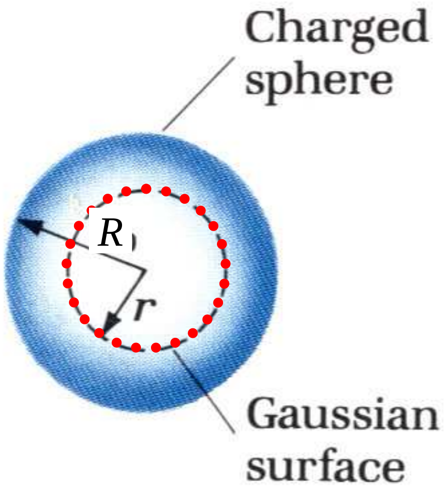
Žriedlami elektrického poľa sú elektrické náboje

Aplikácie gausovej vety

Pole homogéne nabitej gule

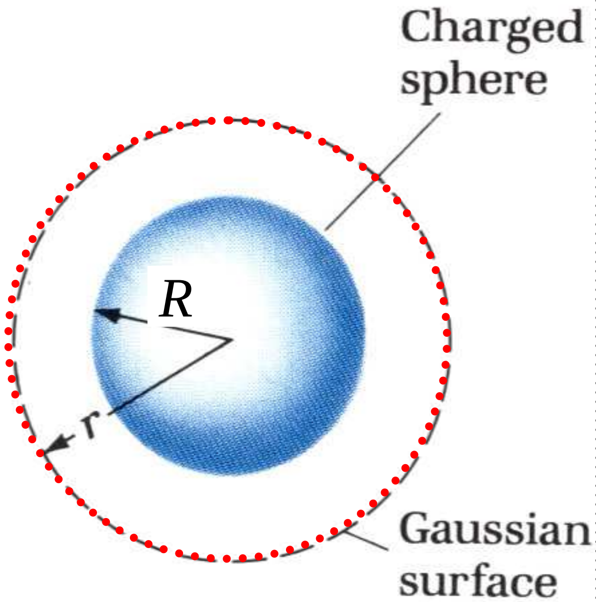


Vo vnútri gule

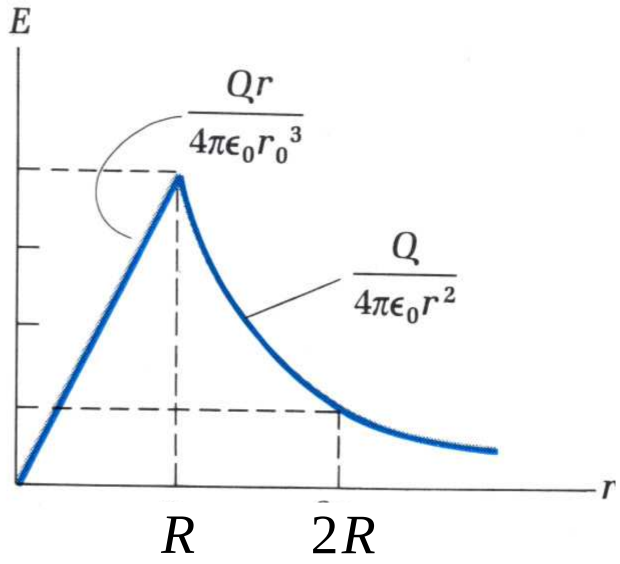


Uzavretá integračná plocha r<R

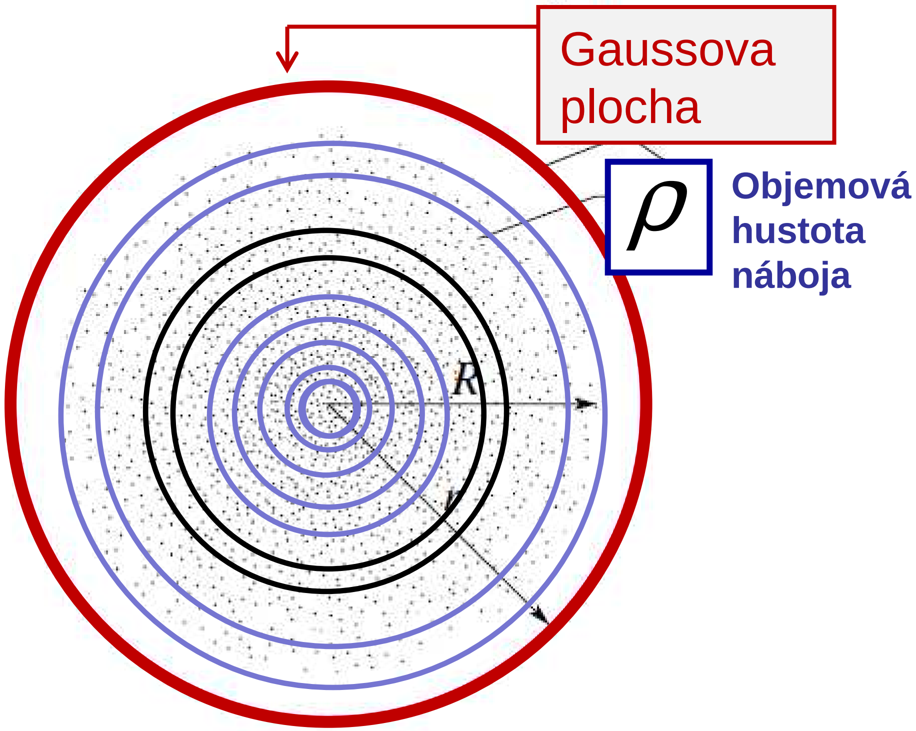
Mimo gule



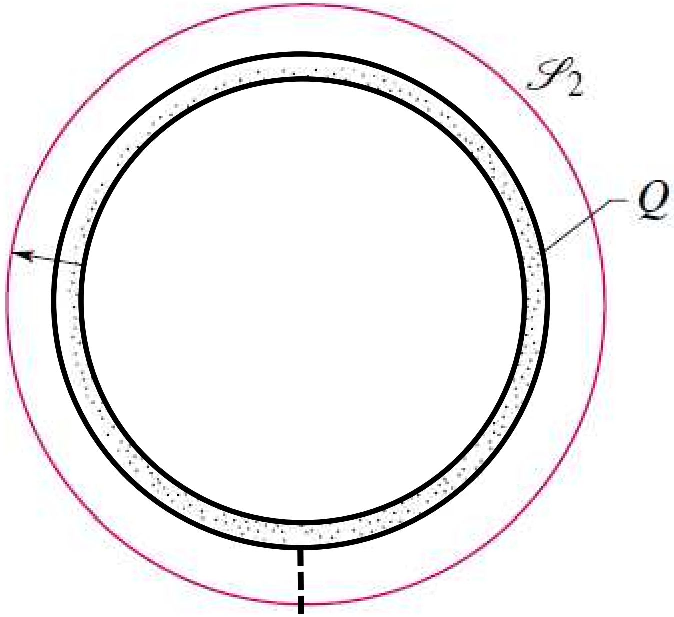
Uzavretá integračná plocha r>R



Guľová symetria

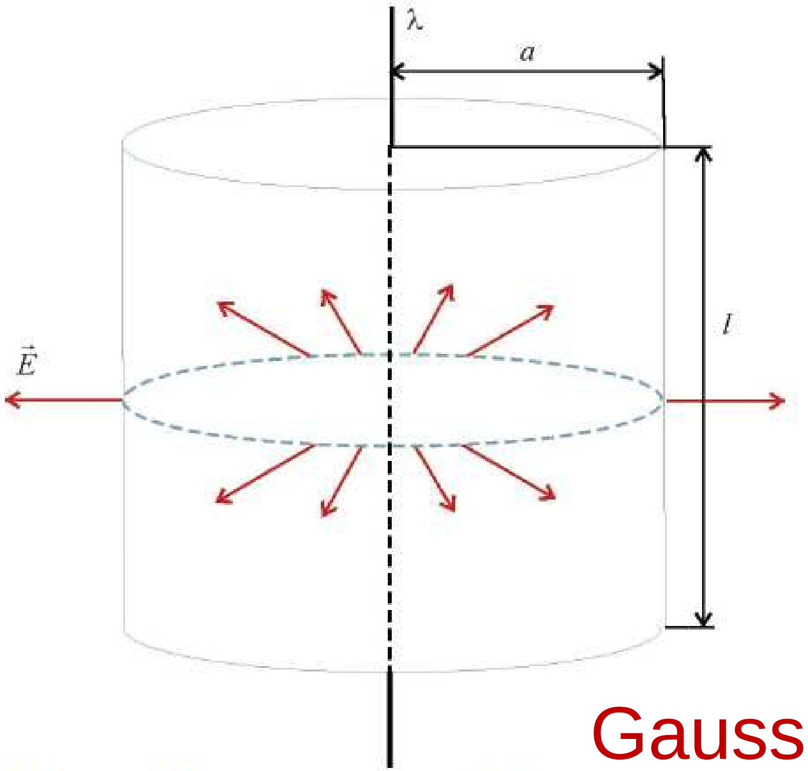


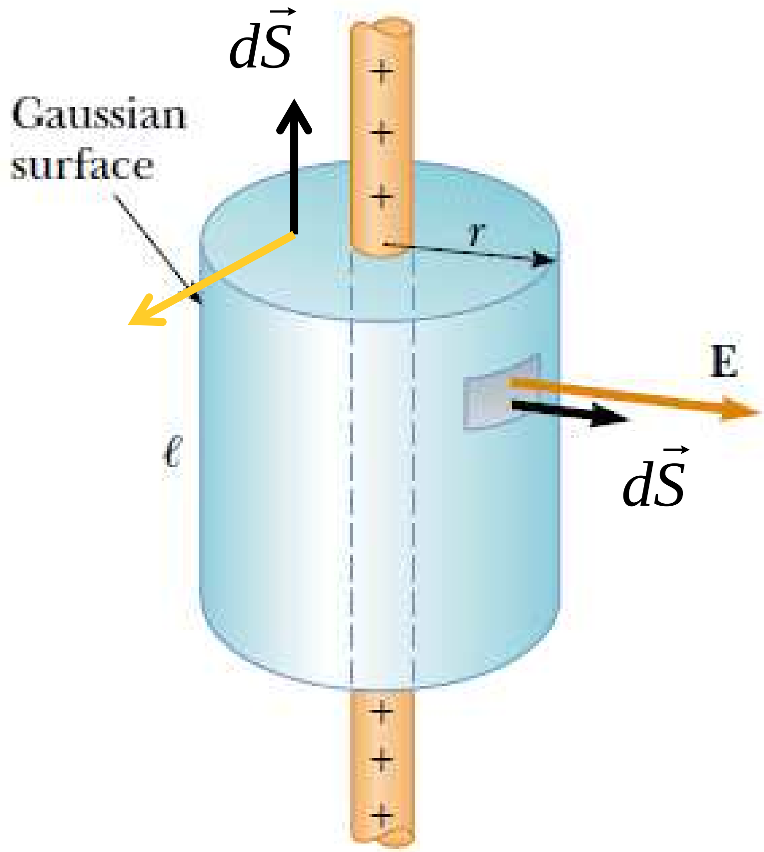
Objemový element



$$\boxed{dq = \rho\, 4\pi r^2 dr} \longrightarrow \boxed{dV = 4\pi r^2 dr}$$

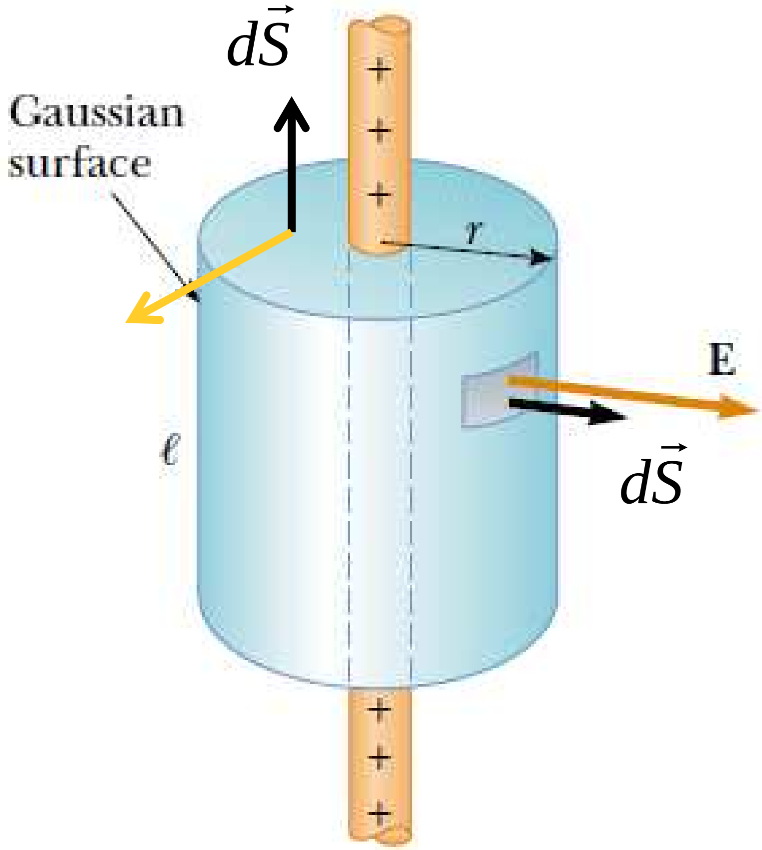
Pole homogénne nabitého vlákna





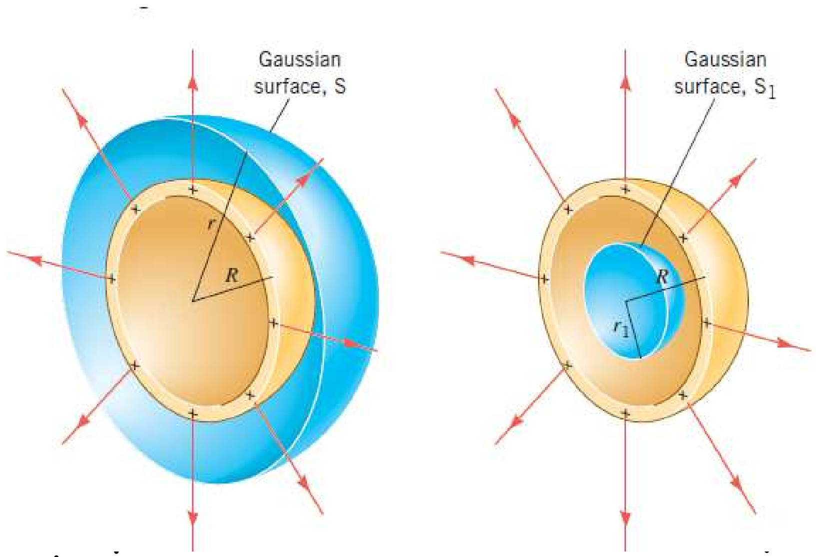
Gaussova plocha je valcová

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \int_{plast} \vec{E} \bullet d\vec{S} + \cancel{\int_{podstava1} \vec{E} \bullet d\vec{S}} + \cancel{\int_{podstava2} \vec{E} \bullet d\vec{S}}$$

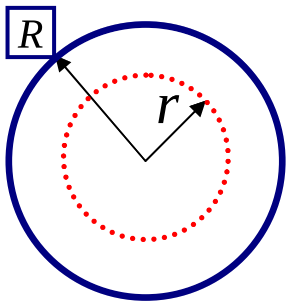


$d\vec{S}$
Gaussian
surface
r
E
$d\vec{S}$
ℓ
+
+
+
+
+
+

Pole homogéne povrchovo nabitej gule

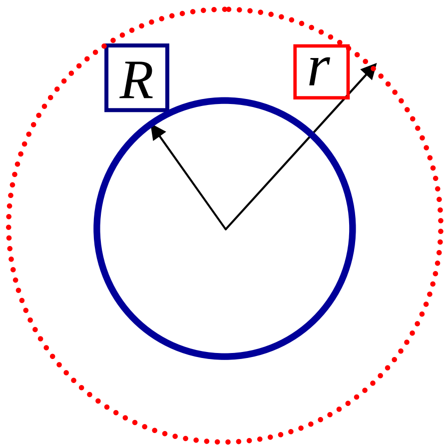


Vo vnútri gule

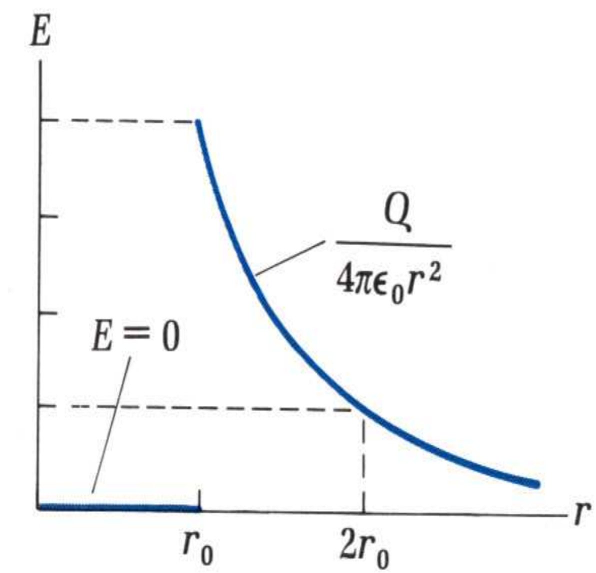


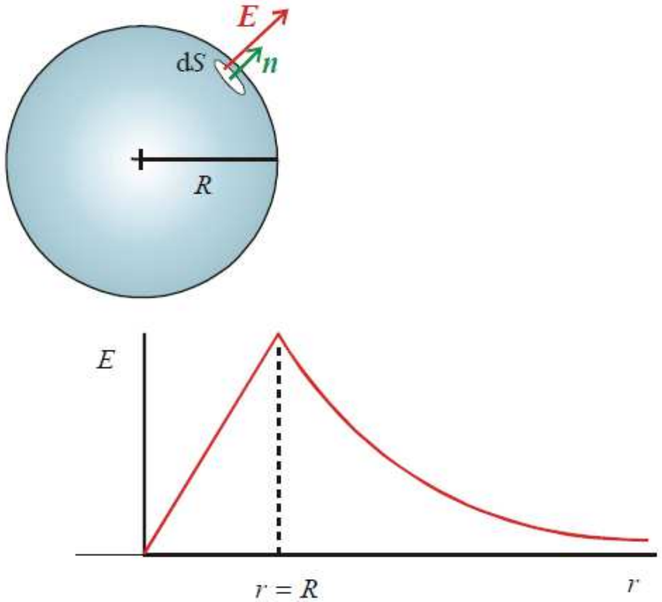
Uzavretá integračná plocha
r<R

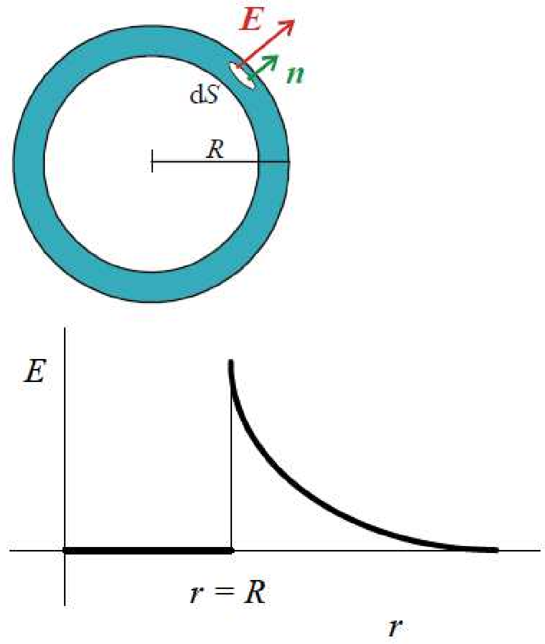
Mimo gule



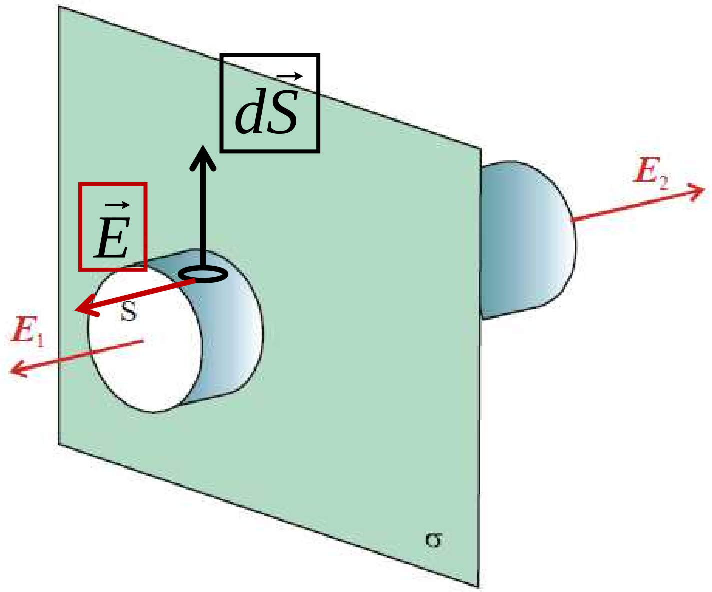
Uzavretá integračná plocha
r>R

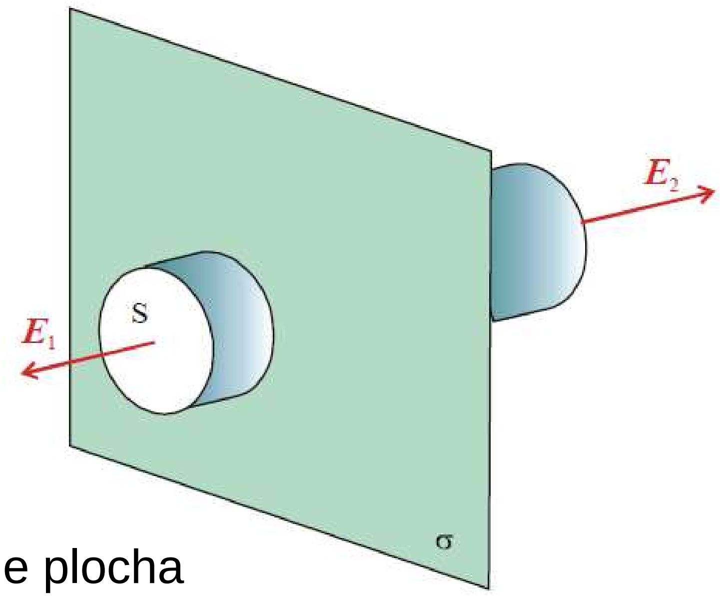



E
n
dS
R
E
r = R
r


E
n
dS
R
E
r = R
r

Pole homogénne nabitej dosky

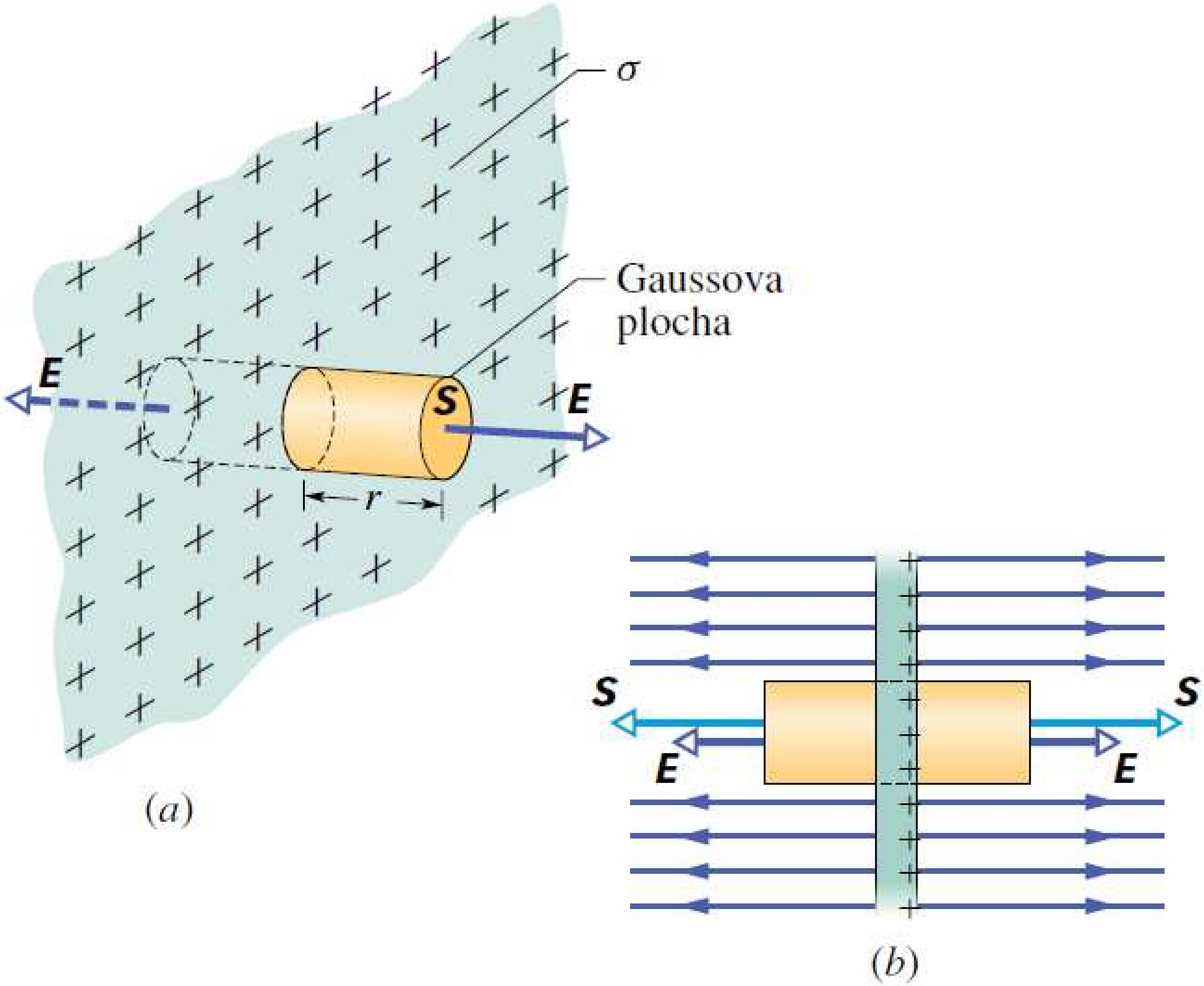




S je plocha prierezu valca

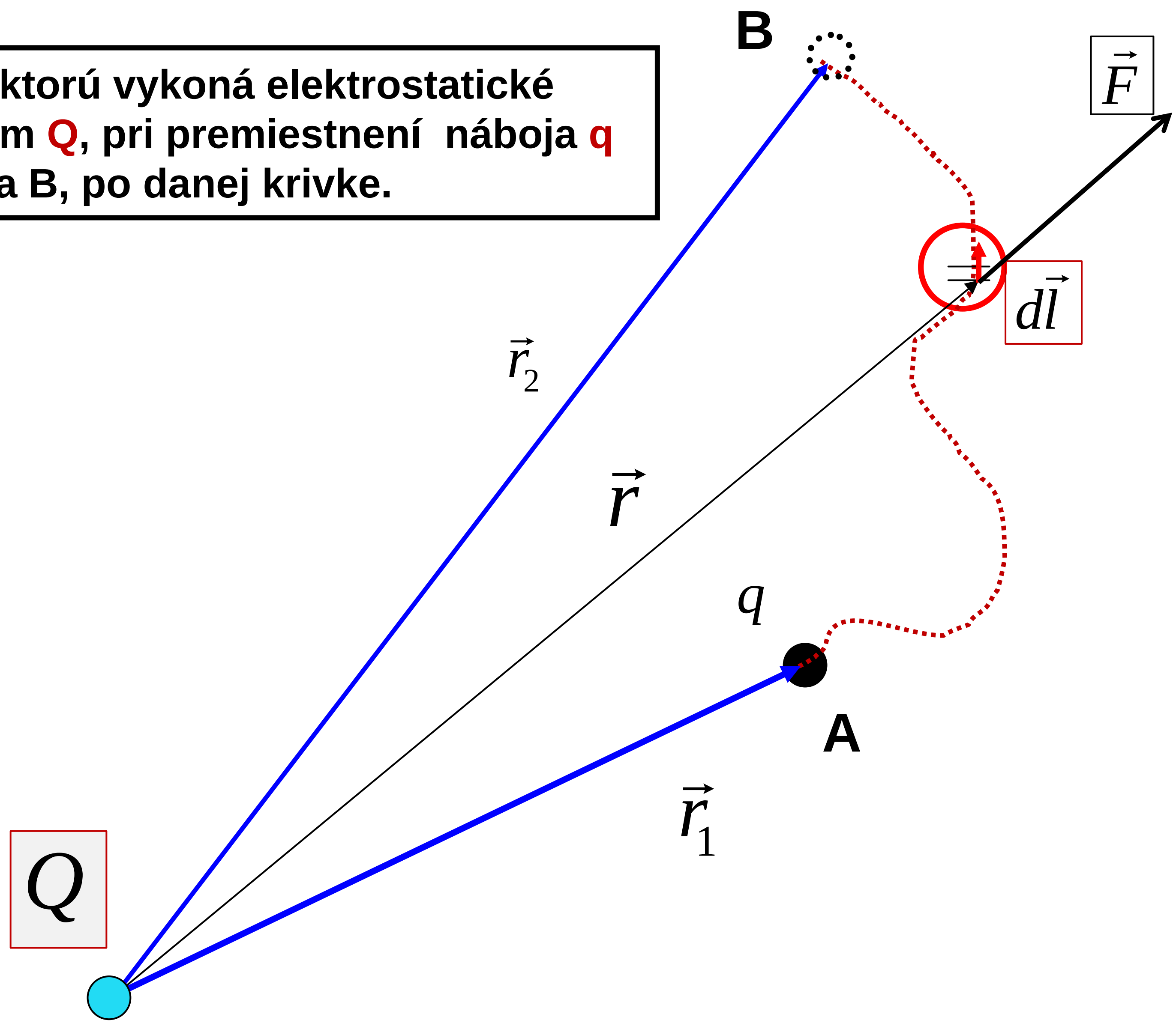
Tok intenzity cez plášť je nulový, pretože intenzita **E** zviera s plošným elementom **dS** uhol 90 stupňov a preto príspevok k skalárnemu súčinu je nulový

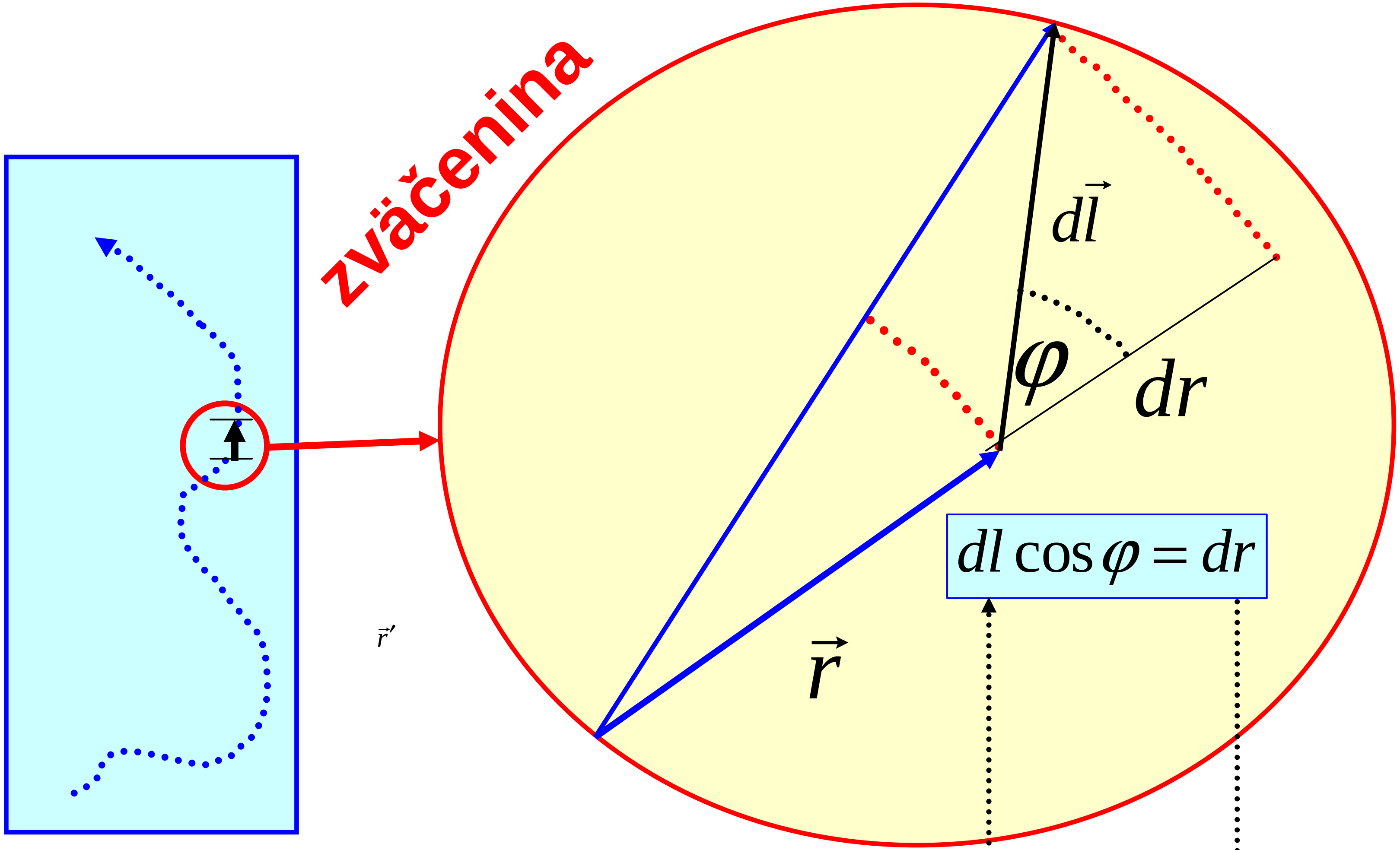
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$


σ
Gaussova
plocha
E
S
E
r
(a)
S
S
E
E
(b)

PRÁCA ELEKTROSTATICKÉHO POĽA

Vypočítajme prácu, ktorú vykoná elektrostatické pole budené nábojom Q, pri premiestnení náboja q z miesta A do miesta B, po danej krivke.





$$W = \int_\Gamma \vec{F} \bullet d\vec{l} = \int_\Gamma \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,q}{r^3}\vec{r} \bullet d\vec{l} = \int_\Gamma \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,q}{r^3} r\, \boxed{dl\cos\varphi} = \frac{Q\,q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{1}{r^2}\boxed{dr} = \frac{Q\,q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right]$$

Práca vykonaná elektrostatickými silami nezávísí od tvaru trajektórie ale iba od počiatočnej a konečnej polohy. Pole je

konzervatívne.

Napätie

$$\boxed{U_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \frac{\vec{F}}{q} \bullet d\vec{l} = -\int_a^b \vec{E} \bullet d\vec{l}}$$

Elektrické napätie medzi dvomi bodmi elektrostatického poľa sa rovná práci na prenesenie jednotkového kladného elektrického náboja medzi týmito bodmi elektrického poľa.

Elektrostatické pole je konzervatívne

Pre akúkoľvek uzavretú krivku v elektrostatickom poli platí:

$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{F} \bullet d\vec{l} = 0}$$

$$W(r) = -\int_{r_{ref}}^{r} \vec{F} \bullet d\vec{l}$$

Potenciálna energia

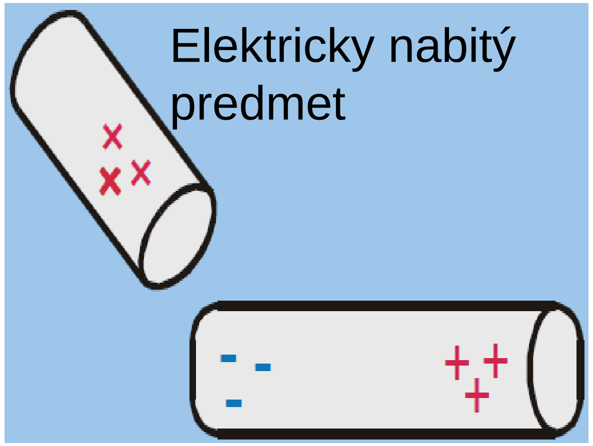
$$W(r) = -\int_{\infty}^{r} \vec{F} \bullet d\vec{l}$$

$$W_p = -\int_{\infty}^{r} \vec{F} \bullet d\vec{l} = -\frac{Q\,q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\text{"}\infty\text{"}} - \frac{1}{r}\right] = \frac{Q\,q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

Referenčný bod

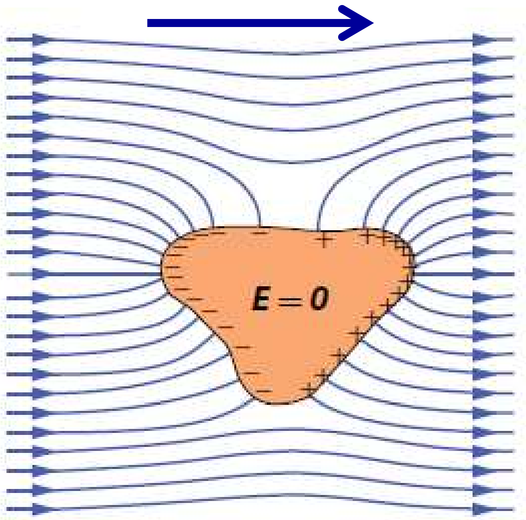
r_1 r_2

Vodič v elektrostatickom poli



Elektrostatická indukcia - zmena v rozložení elektrických nábojov vo vodiči vonkajším účinkom.

Záporné elektrické náboje sa môžu voľne pohybovať.
Pod účinkom sily sa budú premiestňovať bližšie k tomu koncu, kde sa v blízkosti nachádza kladný elektrický náboj, tento koniec sa preto bude javiť ako záporný. Na druhej strane vodiča bude deficit záporných elektrických nábojov a kladné elektrické náboje nebudú mať vo svojom okolí dosť záporných nábojov na svoju kompenzáciu. Navonok sa to prejaví prítomnosťou kladného elektrického náboja na opačnom konci vodiča



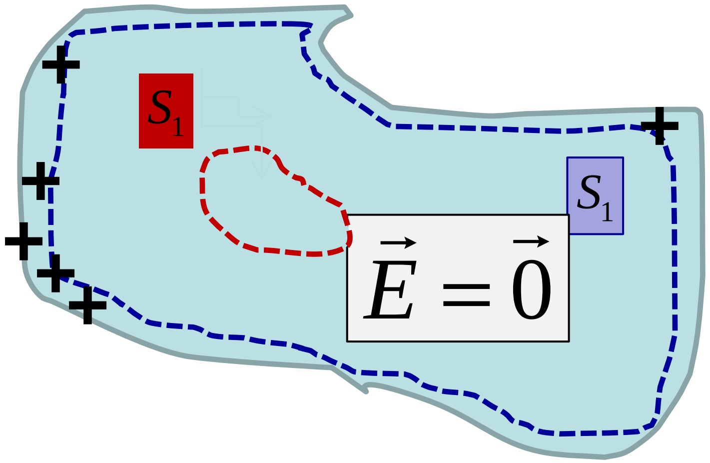
Na povrchu vodiča sa indukujú náboje, tak aby **sa vykompenzovalo vonkajšie pole** (elektrostatická indukcia)

Pôvodné pole sa deformuje tak, že siločiary vstupujú a vystupujú kolmo na plochu vodiča.

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_{in} + \vec{E}_{ex} = \vec{0}}$$

Nabitý izolovaný vodič

Ak privedieme elektrický náboj na izolovaný vodič, elektrické náboje sa vplyvom vzájomnej repulzie rozmiestnia tak, aby boli od seba čo najviac vzdialené, a elektrický náboj bude sústredený na povrchu vodiča. Ľahko si toto tvrdenie dokážeme pomocou Gaussovho zákona.



Tok cez ľubovoľnú uzavretú plochu vo vodiči je nulový $\Rightarrow$ celkový náboj vo vnútri je nulový $\Rightarrow$ keď nie je **náboj** vo vnútri vodiča, musí byť **na povrchu**

Náboj vo vodiči sa umiestňuje na jeho povrchu, <u>nemusí</u> rovnomerne

$$\boxed{\vec{E} = \vec{0}}$$

$$\Downarrow$$

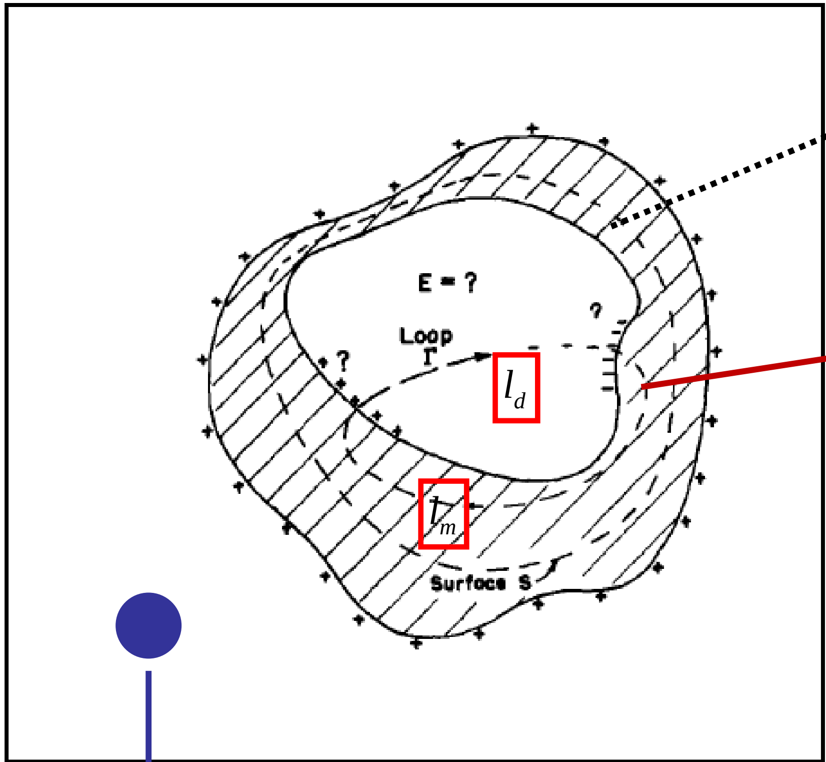
Tok cez ľubovoľnú uzavretú plochu vo vnútri vodiča.

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = 0}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{Q = 0}$$

Vodič s dutinou v elektrostatickom poli



Zdroj vonkajšieho poľa, napr. náboj

Gaussova veta aplikovaná na túto krivku:

$$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = 0$$

V vnútri vodiča je intenzita nulová

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{l} = \cancel{\int_{l_m} \vec{E} \bullet d\vec{l}} + \int_{l_d} \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$$

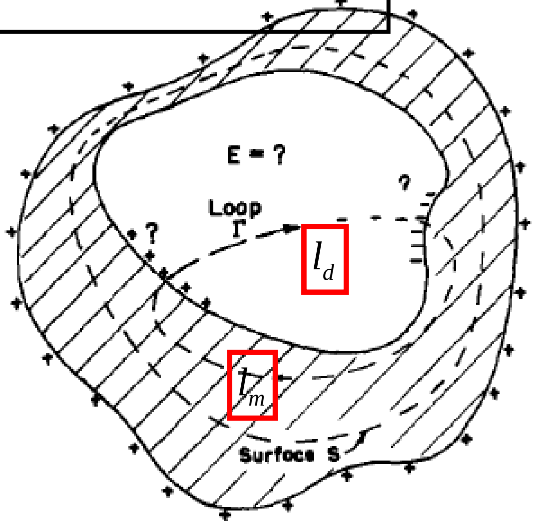
$$\int_{l_d} \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$$

$$\vec{E} = \vec{0}$$

V dutine je vždy nulové pole – dutina je od vonkajšieho priestoru elektricky odtienená

Vodič s dutinou

$$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = 0 \Rightarrow Q = 0$$



$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{l} = \cancel{\int_{l_m} \vec{E} \bullet d\vec{l}} + \int_{l_d} \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{\int_{l_d} \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0}$$

V dutine je vždy nulové pole – dutina je od vonkajšieho priestoru elektricky odtienená

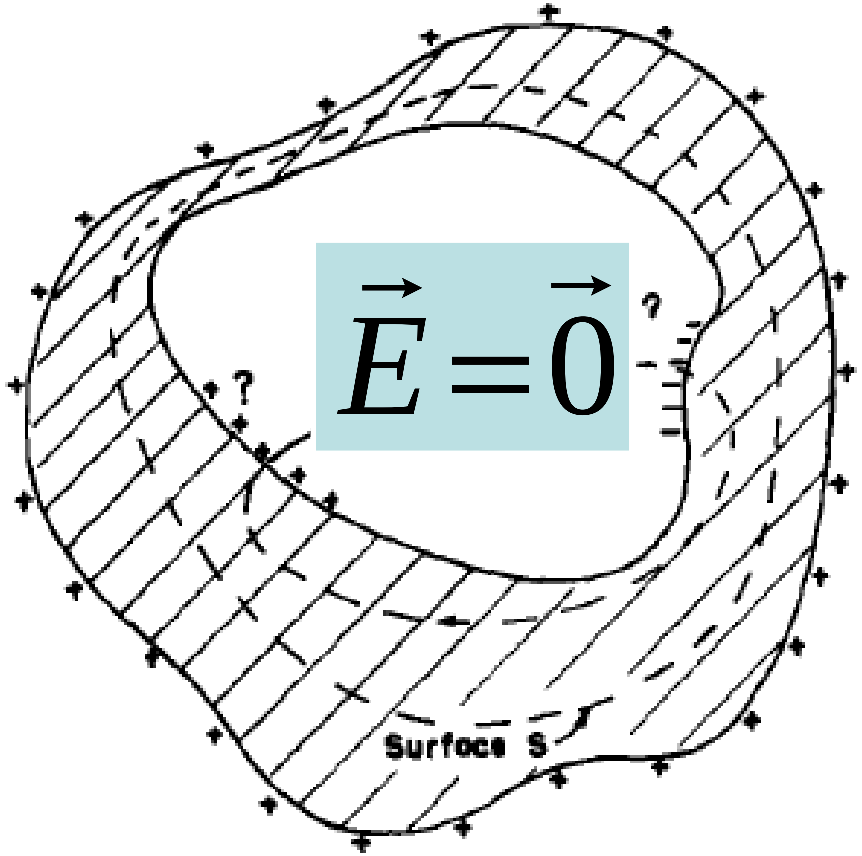
Faradayova klietka

Obr. 25.20 Do karosérie auta udeřila mohutná elektrická jiskra a pak přeskočila přes izolující levou přední pneumatiku do země (všimněme si záblesku v tomto místě), aniž zranila osobu uvnitř auta.

Tento jav sa využíva na elektrické tienenie citlivých zariadení (niektoré meracie prístroje, vstupné diely rozhlasových a televíznych prijímačov a pod.), ale aj na ochranu pred elektrickým výbojom

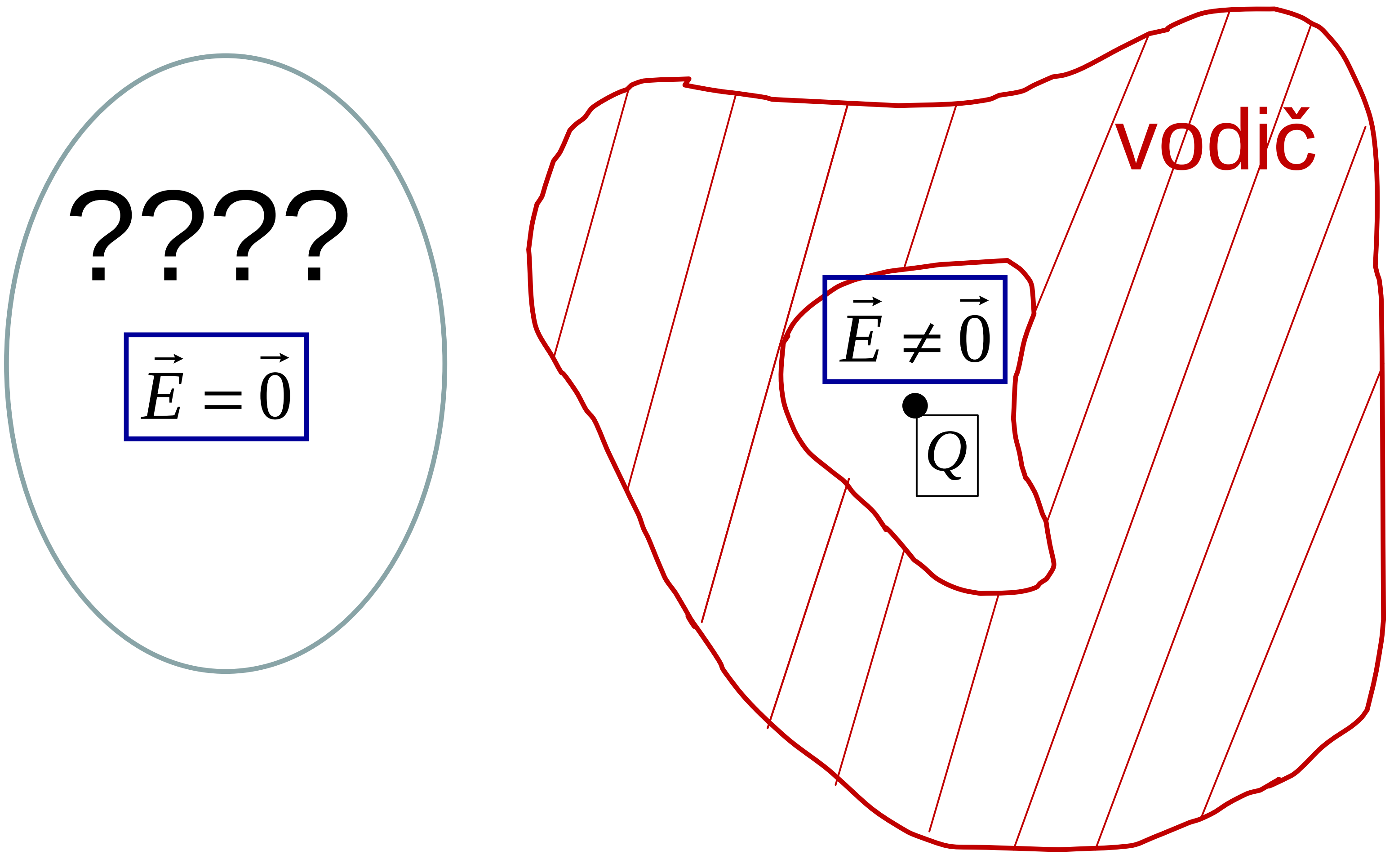
Faradayova klietka

$$\boxed{\vec{E} \neq 0}$$



$$\vec{E} = \vec{0}$$

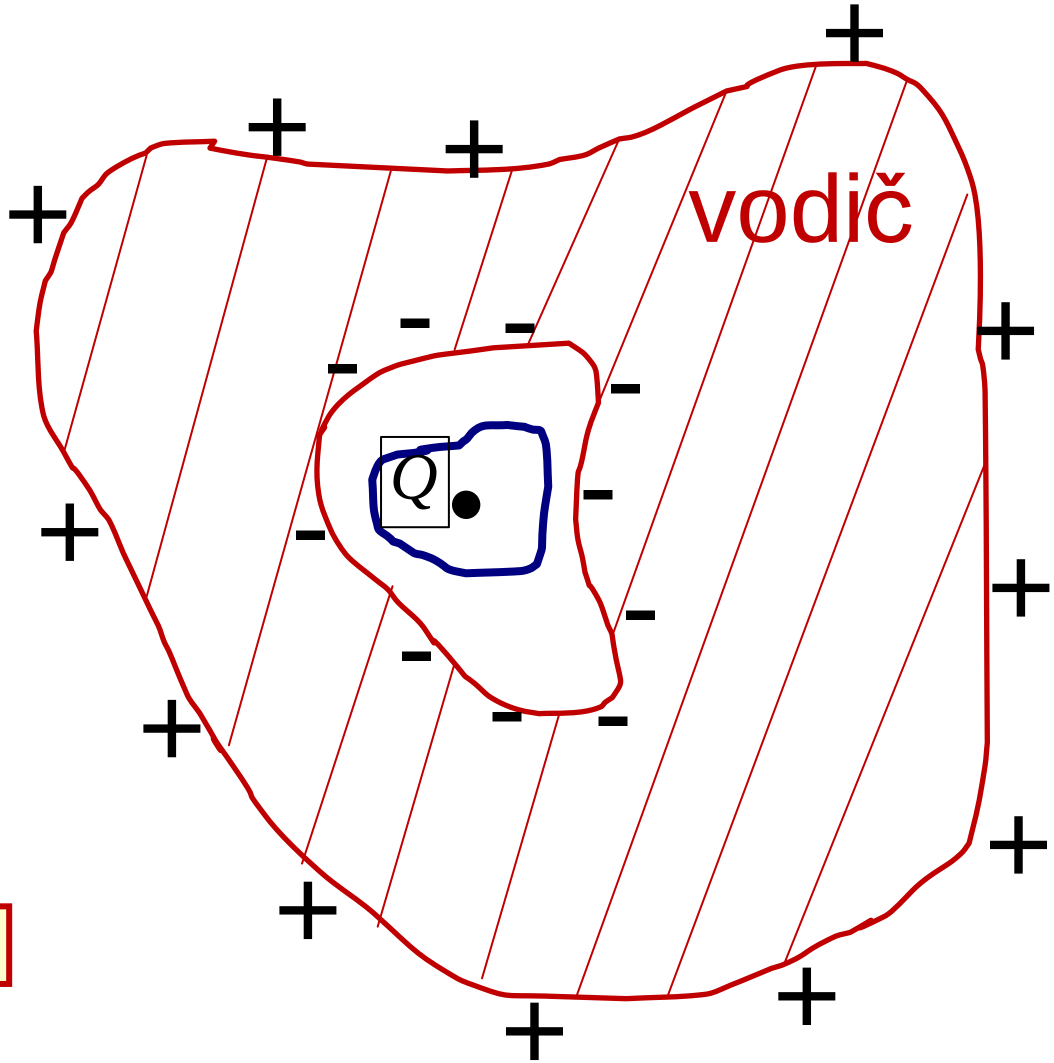
Ak vo vnútri dutiny vodiča je umiestnený náboj Q, bude elektrické pole mimo vodiča ?
Je tienenie obojstranné ???



Integračná plocha S_1

$$\oint_{S_1} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \neq 0$$

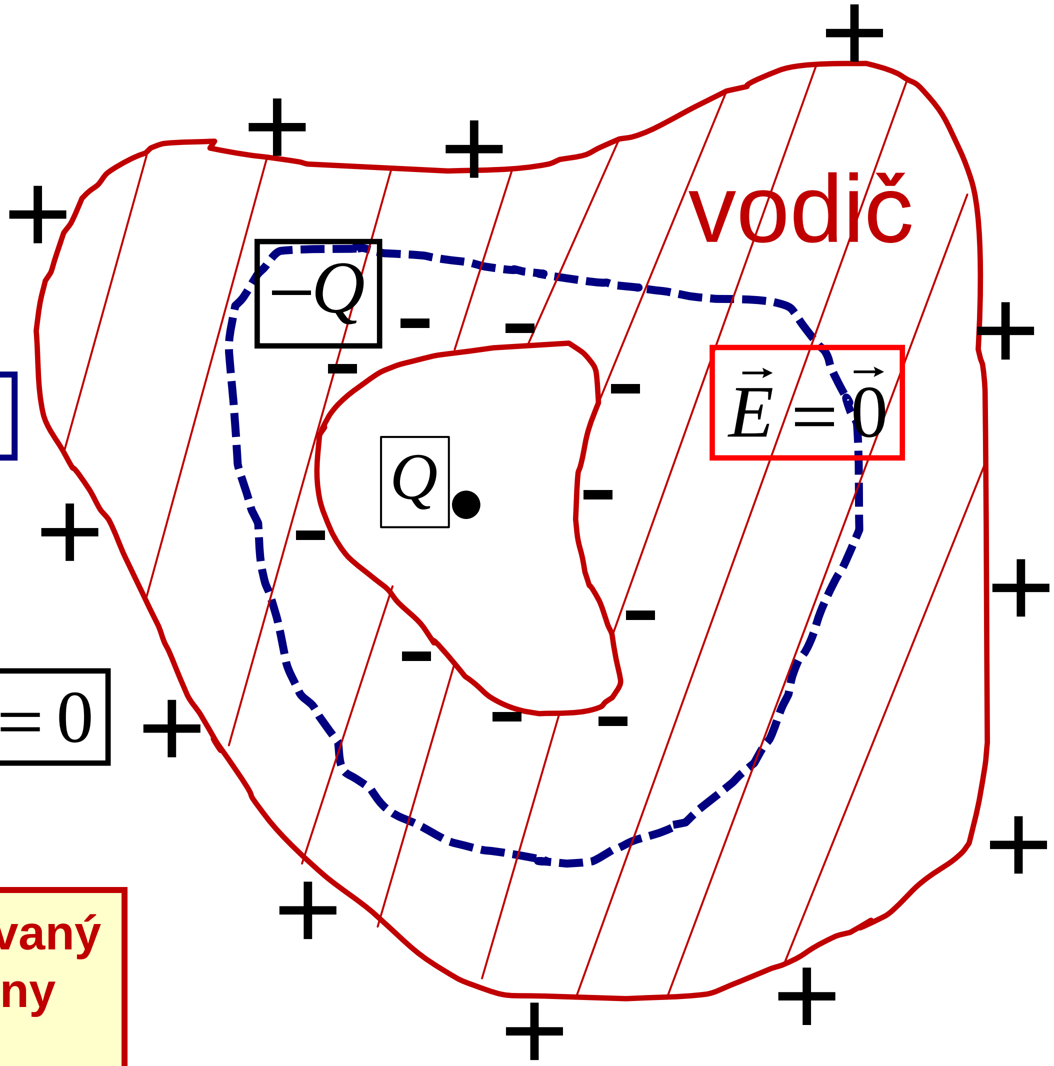
Vo vnútri dutiny je pole



Integračná plocha S2

$$\int_{S_2} \vec{E} \bullet d\vec{S} = 0$$

$E = 0$

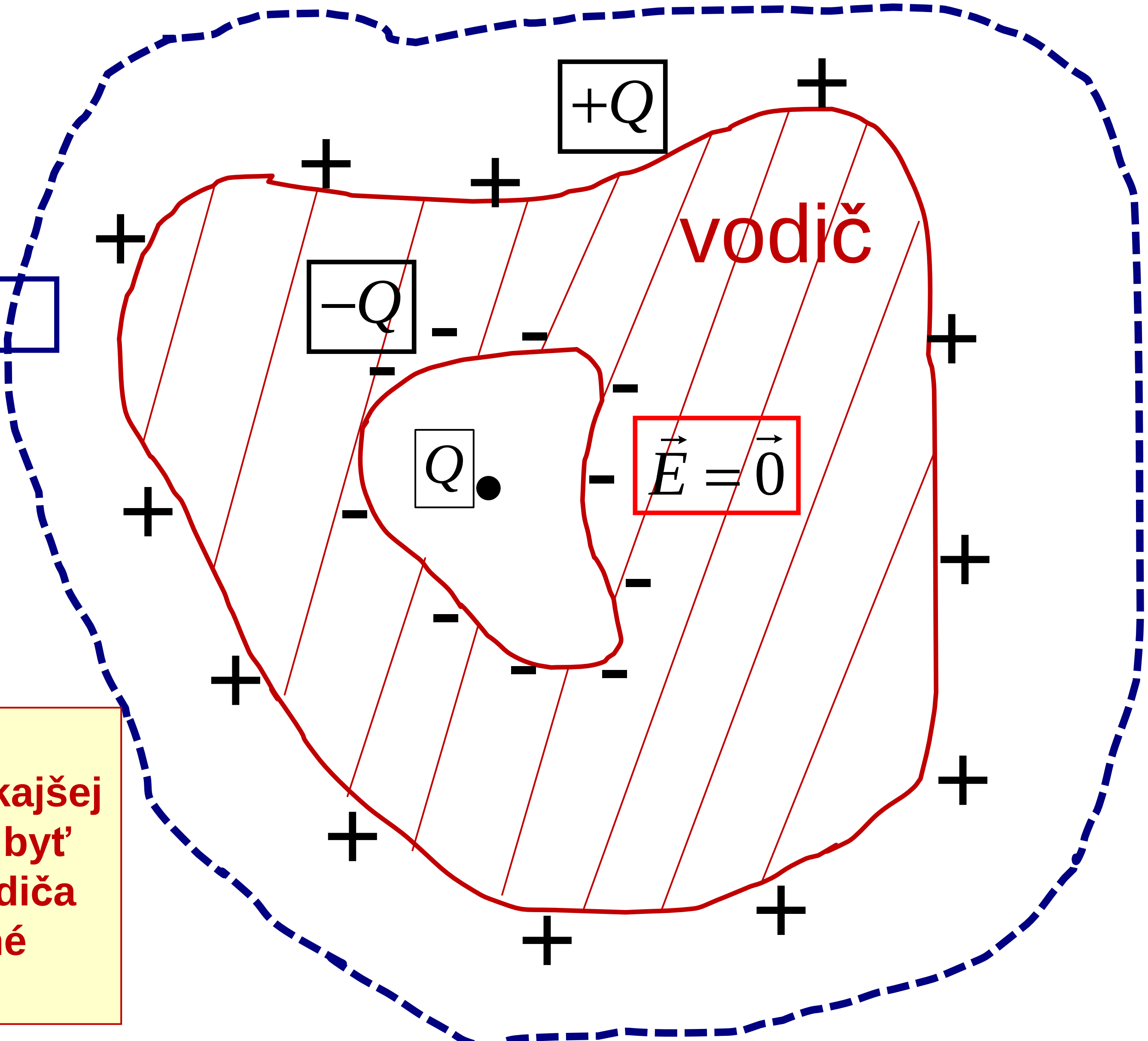


Celkový náboj naindukovaný z vnútornej strany dutiny musí byť rovný -Q

Integračná plocha S3

$$\oint_{S_2} \vec{E} \bullet d\vec{S} \neq \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Celkový náboj naindukovaný z vonkajšej strany dutiny musí byť rovný Q. V okolí vodiča existuje netienené elektrické pole



Tienenie <u>nie je</u> obojstranné: Ak sa v dutine nachádza náboj, potom v okolí nenabitého vodiča existuje elektrostatické pole.

Zhrnutie – zatiaľ poznáme tieto rovnice pre elektrostatické pole

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Gaussov zákon

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Žriedlami elektrického poľa sú elektrické náboje

$$\oint_\Gamma \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0$$

Konzervatívnosť elektrostatického poľa

Prvá Maxwellowa rovnica

Integrálna forma

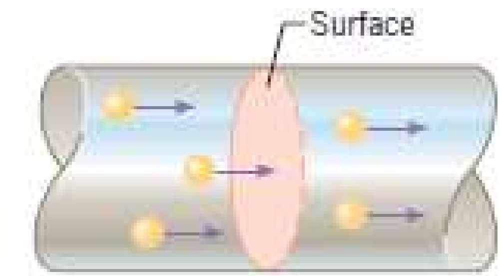
$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Diferenciálna forma

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

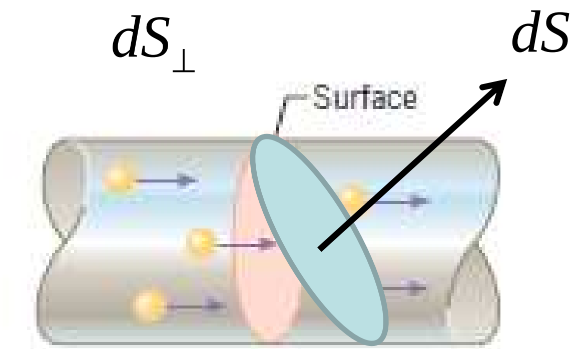
Žriedlami elektrického poľa sú elektrické náboje

Prúd a prúdová hustota

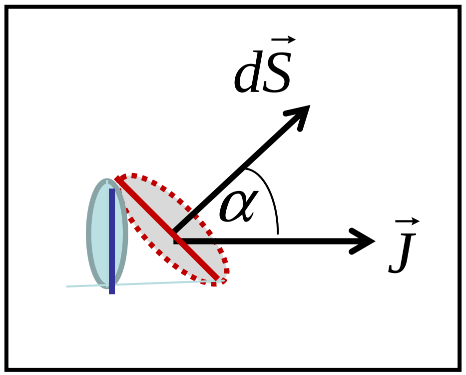


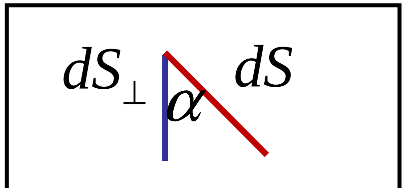
Elektrický prúd je celkové množstvo elektrického náboja, ktoré pretečie prierezom vodiča za jednotku času.

$$I = \frac{dq}{dt}$$



Prúdová hustota j je daná prúdom , ktorý pretečie plochou postavenou kolmo na jeho smer. **Smer vektora hustoty elektrického prúdu sa historicky definoval v smere pohybu kladného náboja.**





$$dS_\perp = dS \cos\alpha$$

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}$$

$$I = \int \vec{j} \bullet d\vec{S}$$