Údajová abstrakcia

- sústredenie sa na operácie nad údajmi, nie na spôsob, ako ich implementovať v počítači
- príklad: čísla sú abstrakcie
 - definovať množinu čísiel
 - definovať, aké operácie nad nimi
- · čísla v počítači
 - špecifikovať, aký interval
 - implementovať operácie

Údajový typ

- čísla, znaky, reťazce atď. sa reprezentujú (t.j. zapisujú) ako reťazce bitov
- údajový typ je metóda, ako interpetovať také bitové reťazce
- údajový typ real nie je množina všetkých reálnych čísiel

Abstraktný údajový typ (abstract data type ADT)

- údajový typ ako abstraktný pojem definovaný pomocou množiny vlastností
- určia sa prípustné operácie nad týmto typom
- ADT sa môže implementovať
 - hardvérovo
 - softvérovo

Špecifikácia ADT prirodzené číslo

structure NATNO

declare $ZERO() \rightarrow natno$

 $ISZERO(natno) \rightarrow boolean$ $SUCC(natno) \rightarrow natno$ $ADD(natno,natno) \rightarrow natno$ $EQ(natno,natno) \rightarrow boolean$

Continued -

Špecifikácia ADT prirodzené číslo

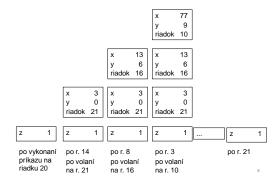
for all $x,y \in natno$ let ISZERO(ZERO) = trueISZERO(SUCC(x)) = falseADD(ZERO,y) = yADD(SUCC(x),y) = SUCC(ADD(x,y))EQ(x,ZERO) = if ISZERO(x) then true else falseEQ(ZERO,SUCC(y)) = falseEQ(SUCC(x),SUCC(y)) = EQ(x,y)end end NATNO

Zásobník (STACK)

príklad: vnorené volania

```
1: void nested2(int x)
                                           int y = 0;
                                     14:
3:
      int y = 9;
                                           printf("hello0= %d, %d\n",
      printf("hello2= %d,%d\n",
4:
                                                  x, y);
                                     16:
                                           nested1(13);
            x, y);
5: }
                                     18: int main(void)
6: void nested1(int x)
                                    19: {
                                            int z = 1:
                                    20:
8:
                                    21:
                                           nested0(3);
      printf("hello1= %d, %d\n",
                                    22:
                                           fflush(stdin);
                                     23:
                                           getchar();
      nested2(77);
                                    24:
                                            return 0;
11:}
                                     25: }
```

stopovanie vnorených volaní funkcií



príklad: rekurzívny algoritmus na určenie dĺžky reťazca

if reťazec je prázdny (nemá žiadne znaky) dĺžka je 0

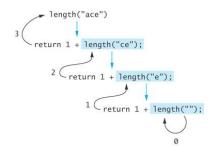
else

dĺžka je 1 plus dĺžka reťazca bez prvého znaku

príklad: rekurzívny algoritmus na určenie dĺžky reťazca

```
/** Recursive method length
    @param str The string
@return The length of the string
*/
public static int length(String str) {
    if (str == null || str.equals(""))
        return 0;
    else
        return 1 + length(str.substring(1));
}
```

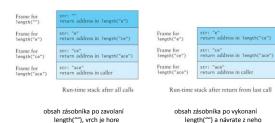
stopovanie rekurzívneho algoritmu



aktivačný rámec

- aby vykonanie volaní funkcií, v špeciálnom prípade rekurzívnych volaní fungovalo, treba si uchovať informácie:
 - argumenty funkcie (skutočné parametre)
 - lokálne premenné (hodnoty)
 - adresa, kam sa má vrátiť vykonávanie programu (návratová adresa pre return)
- vytvorí sa aktivačný rámec a vloží sa do zásobníka (pre každé volanie nový)

aktivačné rámce v zásobníku



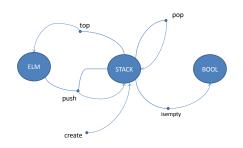
Zásobník

- Pracuje na princípe LIFO(Last In, First Out)
 - Údaje vložené ako posledné budú vyberané ako prve
- Možné implementácie
 - dynamickou pamäťou
 - poľom

Zásobník – formálna špecifikácia

- Druhy: STACK, ELM, BOOL
- Operácie:
 - CREATE() -> STACK //vytvorenie zásobníka
 - PUSH(STACK, ELM) -> STACK //vloženie prvku
 - TOP(STACK) -> ELM //výber prvku
 - POP(STACK) -> STACK //zrušenie prvku
 - ISEMPTY(STACK) -> BOOL //test na prázdnosť

Zásobník



Zásobník – formálna špecifikácia

Pre všetky $S \in \text{stack}$, $i \in \text{elm plat}$ i ISEMPTY(CREATE) = true ISEMPTY(PUSH(S,i)) = false POP(CREATE) = error POP(PUSH(S,i)) = S TOP(CREATE) = error TOP(PUSH(S,i)) = i

Implementácia zásobníka pomocou poľa

```
\begin{aligned} & \text{STACK S} \\ & \text{CREATE(S)} \\ & \text{top(S)} \leftarrow 0 \\ \\ & \text{PUSH(S,x)} \\ & \text{top(S)} \leftarrow \text{top(S)} + 1 \\ & \text{S[top(S)]} \leftarrow x \\ \\ & \text{POP(S)} \\ & \text{if ISEMPTY(S)} \\ & \text{then error"underflow"} \\ & \text{else top(S)} \leftarrow \text{top(S)} - 1 \\ & \text{return S} \end{aligned}
```

príklad: zápis aritmetických výrazov

Infix	Postfix	Prefix
A+B	AB+	+AB
A+B-C	AB+C-	-+ABC
(A+B)*(C-D)	AB+CD-*	*+AB-CD

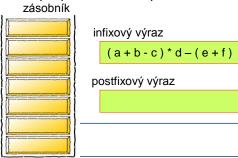
prepis z infixu do postfixu

prezeraj postupne aritmetický výraz zapísaný v infixe zľava doprava

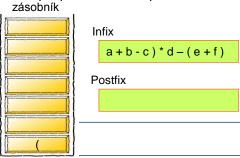
- ak aktuálny znak je operand

 zapíš znak do výstupného postfixového zápisu výrazu
- ak aktuálny znak je ľavá alebo pravá zátvorka
 - ak znak je "("
 - vlož znak do zásobníka
 - ak znak je ")"
 - opakuj výber znaku zo zásobníka a jeho zapísanie do výstupu pokiaľ sa vyberie "(" zo zásobníka.
- ak aktuálny znak je operátor
 - · krok 1: zisti, aký znak je na vrchu zásobníka.
 - krok 2: ak je zásobník prázdny alebo je na vrchu '(' alebo je na vrchu operátor s menšou precedenciou než je aktuálny znak tak vlož znak do zásobníka.
- krok 3: ak je na vrchu zásobníka operátor s väčšou alebo rovnakou precedenciou ako je aktuálny znak tak vyber operátor zo zásobníka a zapíš ho do výstupu.
 Po prezretí všetkých znakov sutpu vyberaj znak zo zásobníka a zapísuj do výstupu pokiaľ nebude zásobník prázdny.

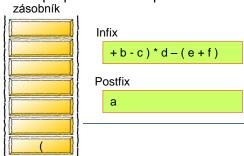
prepis z infixu do postfixu



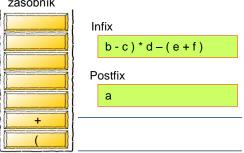
prepis z infixu do postfixu

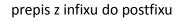


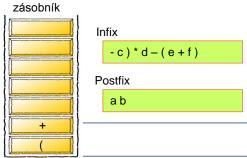
prepis z infixu do postfixu



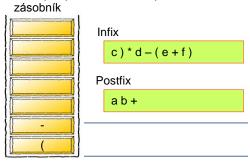
prepis z infixu do postfixu zásobník



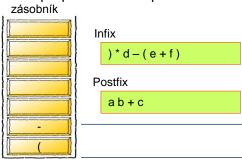




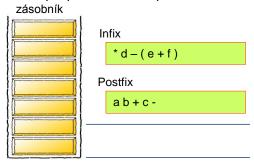
prepis z infixu do postfixu



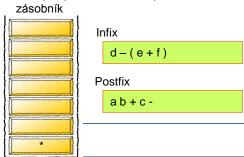
prepis z infixu do postfixu



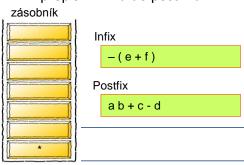
prepis z infixu do postfixu

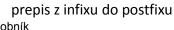


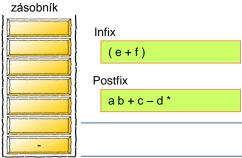
prepis z infixu do postfixu



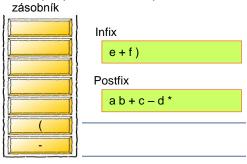
prepis z infixu do postfixu



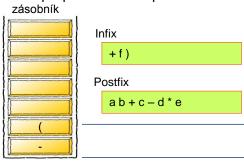




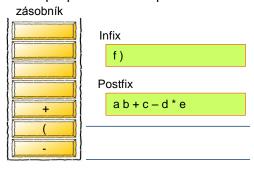
prepis z infixu do postfixu



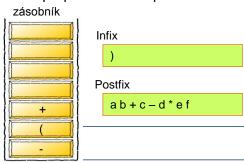
prepis z infixu do postfixu



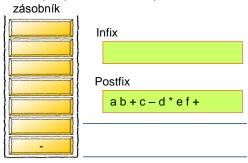
prepis z infixu do postfixu



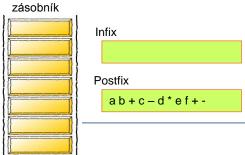
prepis z infixu do postfixu



prepis z infixu do postfixu



prepis z infixu do postfixu



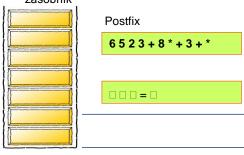
príklad: výpočet hodnoty aritmetického výrazu zapísaného v postfixe

prezeraj postupne aritmetický výraz zapísaný v postfixe na vstupe zľava doprava

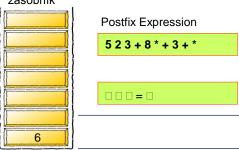
- ak aktuálny znak je číslica
 - vlož ho do zásobníka
- ak aktuálny znak je operátor (+,-,*,/)
 - vyber dve položky zo zásobníka
 - vykonaj operáciu určenú znakom operátora
 - vlož výsledok operácie do zásobníka

Po prezretí všetkých znakov vstupu vyberaj znak zo zásobníka a zapisuj do výstupu pokiaľ nebude zásobník prázdny.

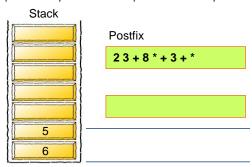
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník

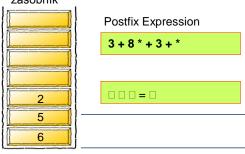


príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník

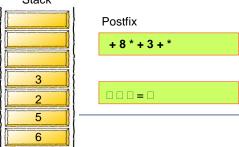


príklad: vyhodnotenie postixového výrazu

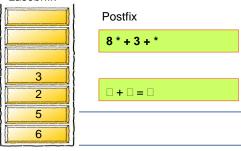




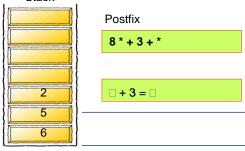
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu Stack



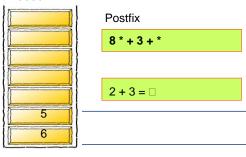
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



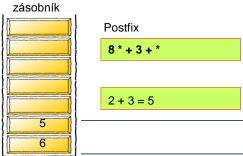
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu Stack

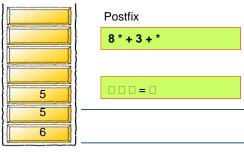


príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



príklad: vyhodnotenie postixového výrazu



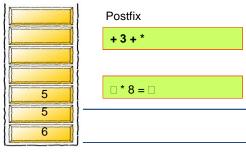




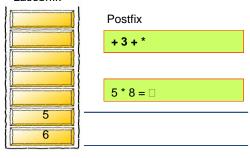
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



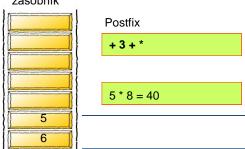
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník

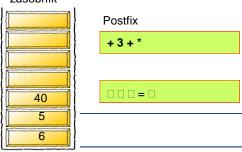


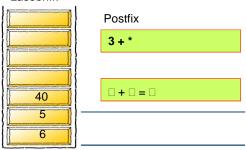
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



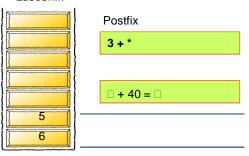
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



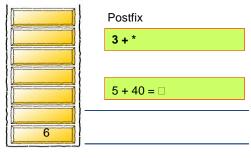




príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



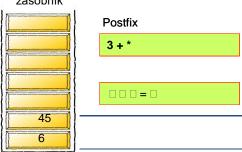
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník

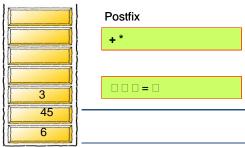


príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



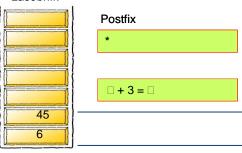
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



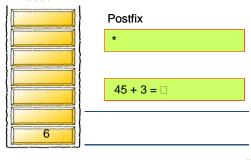




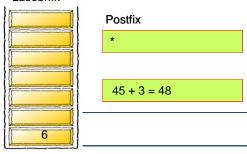
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



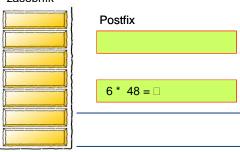
príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



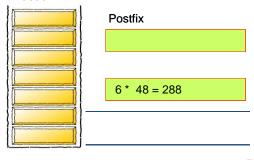




príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník



príklad: vyhodnotenie postixového výrazu zásobník

	Postfix
	000=0
288	

Implementácia zásobníka pomocou poľa (dokončenie)

TOP(S)
if ISEMPTY(S)
then error"underflow"
else return S[top(S)]

ISEMPTY(S)
return top(S) = 0

jednosmerne zreťazený zoznam (Singly Linked List SLL)

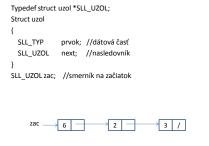
jednosmerne zreťazený zoznam (Singly Linked List SLL)

- Najjednoduchšia reprezentácia lineárneho spájaného zoznamu
- Každý prvok obsahuje údajovú časť a ukazovateľ na ďalší prvok
- Ukazovateľ na ďalší prvok posledného prvku ukazuje na NULL

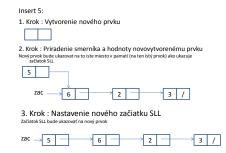
jednosmerne zreťazený zoznam

- · Základné operácie:
 - CREATE: vytvorenie prázdneho SLL
 - ISEMPTY: test na prázdnosť
 - INSERT: vloženie prvku
 - DELETE: vymazanie prvku
 - FIND: nájdenie prvku
- Ďalšie operácie:
 - DELETE_ALL, NUM_ELEMENTS, ...

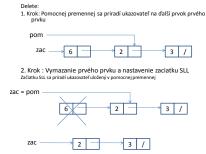
SLL - Reprezentácia



SLL insert



SLL delete



jednosmerne zreťazený zoznam (Singly Linked List SLL)

prerušenie

Implementácia zásobníka pomocou SLL

```
typedef SLL_VZOL STACK;
typedef SLL_TVP ST_TVP;
typedef int BOOL;

STACK ZRSObnik;

STACK CREATE() {
    SLL_create( zasobnik );
    }

BOOL ISEMPTY( STACK zasobnik )
    {
        return SLL_isempty( zasobnik );
    }
```

Implementácia zásobníka pomocou SLL

```
STACK POP( STACK zasobnik )

{
    if( ISEMPTY( zasobnik))
        return ERROR;
    else
        return SLL_delete( zasobnik );
}

ST_TYP TOP( STACK zasobnik )
    {
    if( ISEMPTY( zasobnik))
        return ERROR;
    else
    return zasobnik->prvok;
}

STACK PUSH( STACK zasobnik, ST_TYP hodnota )
    {
    return SLL_insert( zasobnik, hodnota );
}
```

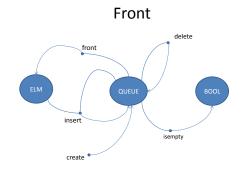
FRONT (QUEUE)

FRONT

- Pracuje na princípe FIFO(First In, First Out)
 - Údaje vložené ako prvé budú vyberané ako prvé
- Možné implementácie
 - dynamickou pamäťou
 - poľom (vektorom)

Front - formálna špecifikácia

- Druhy: QUEUE, ELM, BOOL
- Operácie:
 - CREATE() -> QUEUE //vytvorenie frontu
 - INSERT(QUEUE, ELM) -> QUEUE //vloženie prvku
 - FRONT(QUEUE) -> ELM //výber prvku
 - − DELETE(QUEUE) -> QUEUE //zrušenie prvku
 - ISEMPTY(QUEUE) -> BOOL //test na prázdnosť



Front – formálna špecifikácia

pre všetky Q \in queue, i \in elm platí ISEMPTY(CREATE) = true ISEMPTY(INSERT(Q,i)) = false DELETE(CREATE) = error DELETE(INSERT(Q,i)) = if ISEMPTY(Q) then CREATE else INSERT(DELETE(Q),i) FRONT(CREATE) = error FRONT(INSERT(Q,i)) = if ISEMPTY(Q) then i else FRONT(Q)

Front

 Front je zoznam prvkov, v ktorom je možné pristupovať iba k prvému a poslednému prvku. Nový prvok sa vkladá na koniec. Pri výbere sa vyberá zo začiatku.



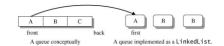
Front - operácie

insert(item) – vloženie prvku na koniec, na obrázku označené push pop() – výber prvku zo začiatku front() – vráti hodnotu prvého prvku



Front – implementácia v jave

 Front sa môže byť implementovať pomocou existujúcej triedy LinkedList



Front – implementácia v jave

```
public class LinkedQueue<T> implements Queue<T>
{
   private LinkedList<T> qlist = null;
   public LinkedQueue ()
   {
      qlist = new LinkedList<T>();
   }
   . . .
```

Front – implementácia v jave metóda pop()

Implementácia frontu pomocou SLL

```
typedef struct uzol *SLL_UZOL;
struct uzol
{

SLL_TYP prvok; //prvok typu SLL_TYP
SLL_UZOL n; //nasledovník
}
typedef struct hlavicka
{

SLL_UZOL zac, kon; // smerníky začiatku a konca
} F_HLAV;

F_HLAV h; // smerník na front

F_HLAV CREATE(F_HLAV h)
{
h.zac = h.kon = NULL;
return h;
}
```

Implementácia frontu pomocou SLL

```
bool ISEMPTY(F_HLAV h)
{
    return (h.zac == NULL );
}

SLL_TYP FRONT(F_HLAV h)
{
    if( ISEMPTY(h)
        printf("CHYBA !");
    else
        return h.zac->prvok;
}
```

Implementácia frontu pomocou SLL

```
F_HLAV INSERT(F_HLAV h, SLL_TYP hodnota)
{

SLL_UZOL pom;
pom = (SLL_UZOL) malloc( sizeof(uzol));
pom>prvok = hodnota;
pom>>n = NULL;
if( ISEMPTY(h)) { h.kon = h.zac = pom; }
else // Pridaj na koniec
{
    h.kon->n = pom;
    h.kon = pom;
}
return h;
}
```

Implementácia frontu pomocou SLL

```
F_HLAV DELETE(F_HLAV h) {

SLL_UZOL pom;

if(ISEMTY(h)) printf("CHYB A!");

else
{

pom = h.zac->n;

free(h.zac);

h.zac = pom;
}

return h;
}
```

Implementácia frontu pomocou poľa

```
QUEUE Q  \begin{aligned} &\text{CREATE(Q)} \\ &\text{tail(Q)} \leftarrow 1 \\ &\text{head(Q)} \leftarrow 1 \end{aligned} \\ &\text{INSERT(Q,x)} \\ &\text{Q[tail(Q)]} \leftarrow x \\ &\text{if tail(Q)} = \text{length(Q)} \\ &\text{then tail(Q)} \leftarrow 1 \\ &\text{else tail(Q)} \leftarrow \text{tail(Q)} + 1 \end{aligned}
```

Implementácia frontu pomocou poľa

```
\begin{split} & \text{DELETE}(Q, x) \\ & x \leftarrow Q[\text{head}(Q)] \\ & \text{if head}(Q) = \text{length}(Q) \\ & \text{then head}(Q) \leftarrow 1 \\ & \text{else head}(Q) \leftarrow \text{head}(Q) + 1 \\ & \text{return } x \\ & \text{FRONT}(Q) \\ & \text{return } Q[\text{head}(Q)] \\ & \text{ISEMPTY}(Q) \\ & \text{return head}(Q) = \text{tail}(Q) \end{split}
```

Ohraničený front

- Front, ktorý pozostáva najviac z daného počtu elementov. Nový prvok sa môže vložiť, len keď front nie je plný.
- poznámka: toto je zmena špecifikácie!
- Funkcia bool full() určuje, či je front plný
- Implementácia je možná napríklad pomocou poľa (vektora)

BQueue príklad

```
Output:
1 15
java.lang.IndexOutOfBoundsException: BQueue push(): queue full
```

BQueue implementácia

```
Queue contains
                        В
   A, B, C
               qfront
                                 qback
Remove A and B
                                              Nie je miesto pre E.
                                 C
from the Queue
                                              Potrebujeme využiť
                                              prázdne miesta
                            qfront qback s indexom 0 a 1
Add D and Update qback
                                  C
                                       D
                                qfront
```

BQueue príklad

```
BQueue<Integer> q = new BQueue<Integer>(15);
int i;

// naplnenie frontu
for (i=1; !q.full(); i++)
    q.push(i);

System.out.println(q.peek() + " " + q.size());

try
{
    q.push(40); // exception
}
catch (IndexOutOfBoundsException iobe)
{    System.out.println(iobe); }
```

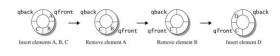
BQueue implementácia

```
public class BQueue<T> implements Queue<T>
{
   private T[] queueArray;
   private int qfront, qback;
   private int qcapacity, qcount;

public BQueue(int size)
   {
      qcapacity = size;
      queueArray = (T[]) new Object[qcapacity];
      qfront = 0;
      qback = 0;
      qcount = 0;
}
```

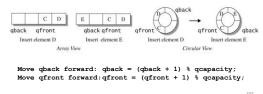
BQueue implementácia

- Jedným s riešení ako sa vyhnúť problému s ohraničením je vytvorenie kruhového vektora.
- Prvky sa vkladajú v smere hodinových ručičiek



BQueue implementácia

 Vytvorenie kruhového vektora vyžaduje pravidelné aktualizovanie začiatočnej a koncovej pozície frontu pri každej zmene (vložení, výbere prvku).



BQueue implementácia metóda full()

```
public boolean full()
{
   return qcount == qcapacity;
}
```

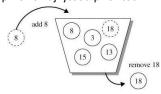
BQueue implementácia metóda push(item)

BQueue implementácia metóda pop()

```
public T pop()
{
    if (count == 0)
        throw new NoSuchElementException(
            "BQueue pop(): empty queue");
    T queueFront = queueArray[qfront];
    qfront = (qfront+1) % qcapacity;
    qcount--;
    return queueFront;
```

Prioritný front

 Prioritný front je zoznam prvkov, ktorým je pridelená priorita – je ich možné porovnávať.
 Prvky je možné vkladať v akomkoľvek poradí s rôznou prioritou avšak pri výbere sa vyberá vždy prvok s najvyššou prioritou.



jednosmerne zreťazený zoznam (Singly Linked List SLL)

pokračovanie

jednosmerne zreťazený zoznam

- · Základné operácie:
 - CREATE: vytvorenie prázdneho SLL
 - ISEMPTY: test na prázdnosť
 - INSERT: vloženie prvku
 - DELETE: vymazanie prvku
 - FIND: nájdenie prvku
- Ďalšie operácie:
 - DELETE_ALL, NUM_ELEMENTS, ...

SLL implementácia

```
SLL UZOL SLL create ( SLL UZOL zac)
int SLL isempty (SLL UZOL smernik)
     return ( smernik= = NULL );
SLL_UZOL SLL_insert( SLL_UZOL smernik, SLL_TYP hodnota )
     SLL_UZOL pom;
pom = (SLL_UZOL) malloc( sizeof(uzol));
      pom->prvok = hodnota;
pom->n = smernik;
```

SLL implementácia

```
SLL_UZOL SLL_delete( SLL_UZOL smernik )
      if(! SLL_isempty ( smernik ) )
{\tt SLL\_UZOL\;SLL\_find(\;SLL\_UZOL\;smernik,\;SLL\_TYP\;hodnota\;)}
     void SLL_all_elements( SLL_UZOL smernik)
     for(; !SLL_isempty(smernik); smernik = smernik->n)
printf(" %d \n", smernik->prvok);
```

Iné druhy spájaného zoznamu

- · Obojsmerne spájaný zoznam
 - Každý prvok obsahuje ukazovateľ na ďalší prvok a aj na predchádzajúci prvok



- Cyklicky spájaný zoznam
 - Posledný prvok zoznamu ukazuje na prvý prvok



Zreťazená voľná pamäť aka dynamická pamäť

Zreťazená voľná pamäť

- · Predstavuje základný abstraktný typ, ktorý sa využíva pri implementácií ostatných abstraktných údajových typov
- Prvok obsahuje príznak, či je voľný a potom v závislosti od toho, či je voľný obsahuje buď informáciu o ďalšom voľnom (ak je voľný), alebo dátovú časť (ak nie je voľný)
- ZVP obsahuje okrem poľa prvkov ešte aj informáciu o prvom voľnom prvku

ZVP – Formálna špecifikácia

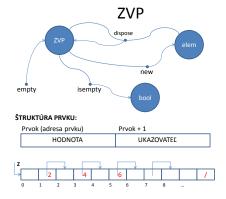
- CREATE() -> zvp
- NEW(zvp) -> item

//a.k.a. malloc

- DISPOSE(zvp, item) -> zvp
- //a.k. free
- ISEMPTY(zvp) -> bool

Pre všetky $Z \in ZVP$, $i \in item plati$

- ISEMPTY(DISPOSE(Z , i)) = true
- DISPOSE(CREATE , i) = ERROR
- -DISPOSE(Z,NEW(Z)) = Z
- -NEW(DISPOSE(Z, i)) = i



ZVP – príklad implementácie

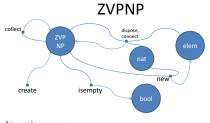
WAZEV RIG.

Function LIMPT(PART XP RIG) //represente zep, vykoná sa szúlastoká ordazenie wolných prokov
Lik (Rig.)

SEGNE

ZVP nerovnakých prvkov

- Druhy: ZVPNP, ELM, NAT, BOOL
- Operácie:
 - CREATE() -> ZVPNP
 - NEW(ZVPNP, NAT) -> ELM //a.k.a. malloc
 - DISPOSE(ZVPNP, NAT, ELEM) ->ZVPNP //a.k. free
 - CONNECT(ZVPNP, NAT, ELM) -> ZVPNP (spojenie 2 prvkov)
 - COLLECT(ZVPNP) -> ZVPNP (spojenie do súvislej oblasti)
 - ISEMPTY (ZVPNP) -> BOOL



ŠTRUKTÚRA PRVKU:

Prvok	Prvok + 1	Prvok + Dlžka - 1
DĹŽKA	HODNOTA	UKAZOVATEĽ

príklad pridelenia zreťazenej voľnej pamäte pre 3 zásobníky

STACK z1, z2, z3;
...
PUSH(z1, 3);
...
PUSH(z3, 4);
...
PUSH(z2, 2);
...
PUSH(z1, 1);
...
PUSH(z3, 5);

