STROM

Strom – definícia

1. Jediný vrchol je strom – tento vrchol je zároveň koreň tohto stromu
2. Nech **V** je vrchol a **S1**,**S2**..**Sn** sú stromy s koreňmi **V1**,**V2**..**Vn**. Nový strom môžeme zostrojiť tak, že vrchol V urobíme **PREDCHODCOM** vrcholov **V1**,**V2**..**Vn**. V tomto novom strome je V koreň a **S1**,**S2**..**Sn** sú jeho podstromy. Vrcholy **V1**,**V2**..**Vn** sú **NASLEDOVNÍCI** vrcholu V

Binárny strom

- Strom, ktorý má najviac dvoch potomkov.
- Potomkovia sa označujú ako ĽAVÝ a PRAVÝ nasledovník
- Jedno s bežných využití binárneho stromu je binárny vyhľadávací strom

Strom – formálna špecifikácia

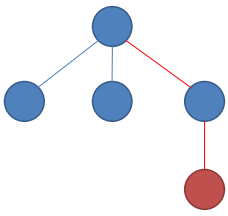
- Operácie:
  - EMPTY : vytvorenie prázdneho stromu
  - EMPTYn : nekonečná rodina operácií.
    - EMPTYi(a, S1,S2..Si) vytvorí nový vrchol V s hodnotou a, ktorý má i nasledovníkov – sú to korene stromov S1..Si
  - KOREŇ : Nájdenie koreňa stromu
  - PREDCHODCA : Nájdenie predchodcu daného vrcholu

Strom – formálna špecifikácia

- LNASLEDOVNIK : Nájdenie najľavejšieho nasledovníka
- PSUSED : Nájdenie vrcholu, ktorý má rovnakého predchodcu ale v usporiadaní stromu je vpravo za daným vrcholom.
- HOD : Získanie Ohodnotenia vrcholu

Strom – základné definície

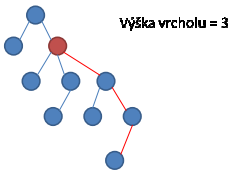
- Hĺbka vrcholu – počet hrán od koreňa stromu k danému vrcholu



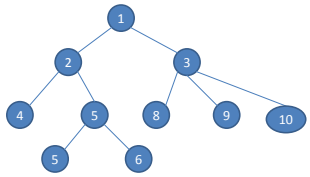
hĺbka = 2

Strom - základné definície

- Výška vrcholu – najdlhšia cesta z vrcholu k ľubovoľnému koncovému vrcholu
- Výška stromu – výška jeho koreňa



Strom – reprezentácia poľom

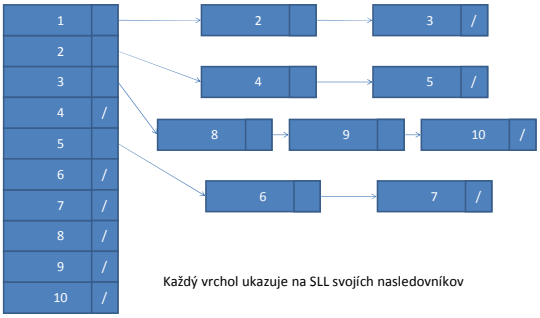


Pole[i]	0	1	1	2	2	5	5	3	3	3
index	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Index pola = hodnota vrcholu

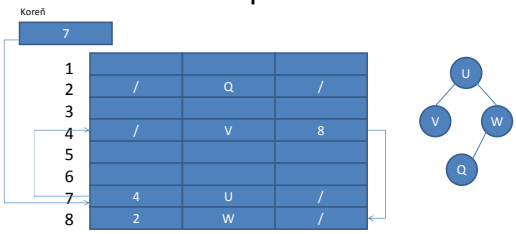
Hodnota prvku poľa = ukazovateľ na rodiča

Strom – reprezentácia pomocou ZVP



Každý vrchol ukazuje na SLL svojích nasledovníkov

Strom – reprezentácia



Každý prvok obsahuje ukazovateľ na ľavého nasledovníka a pravého suseda

Binárny strom

- Pozostáva z vrcholov.
- Jediný vrchol je binárny strom a súčasne koreň.
- Ak *u* je vrchol a T1 a T_2 sú stromy s koreňmi v_1 a v_2, tak usporiadaná trojica (T_1, *u*, T_2) je binárny strom, ak v_1 je ľavý potomok koreňa *u* a v_2 je jeho pravý potomok.
- List - vrchol bez potomkov.
- Úplný binárny strom - binárny strom, v ktorom každý nelistový vrchol má práve dvoch potomkov.

Binárny strom

Operácie nad binárnym stromom:

- CREATE: vytvorenie prázdneho binárneho stromu
- MAKE: vytvorenie binárneho stromu z dvoch už existujúcich binárnych stromov a hodnoty
- LCHILD: vrátenie ľavého podstromu
- DATA: vrátenie hodnoty koreňa v danom binárnom strome
- RCHILD: vrátenie pravého podstromu
- ISEMPTY: test na prázdnosť

Binárny strom – formálna špecifikácia

CREATE() → btree
MAKE(item,btree,item) → btree
LCHILD(btree) → btree
DATA(btree) → item
RCHILD(btree) → btree
ISEMPTY(btree) → boolean

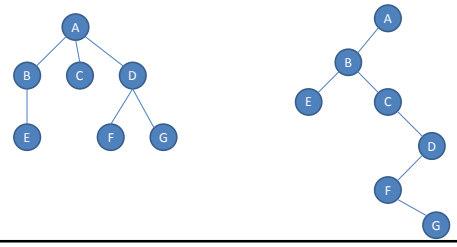
Binárny strom – formálna špecifikácia

Pre všetky p,r ∈ btree, i ∈ item platí:

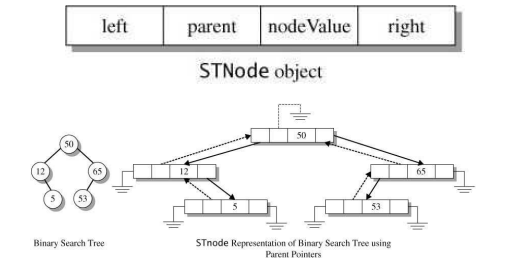
- ISEMPTY(CREATE) = true
- ISEMPTY(MAKE(p,i,r)) = false
- LCHILD(MAKE(p,i,r)) = p
- LCHILD(CREATE) = error
- DATA(MAKE(p,i,r) = i
- DATA(CREATE) = error
- RCHILD(MAKE(p,i,r)) = r
- RCHILD(CREATE) = error

Reprezentácia stromu pomocou binárneho stromu

- LCHILD = ľavý nasledovník daného vrcholu
- RCHILD = pravý sused daného vrcholu



Binárny strom – implementácia



Ford, W., Topp, W.: *Data Structures with Java.* Pearson Prentice Hall, 2004. ISBN 0130477249, 9780130477248.

Prehľadávanie binárnych stromov

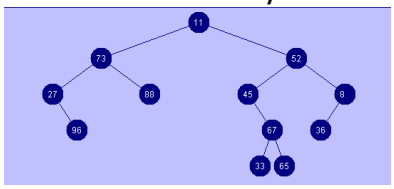
Tri základné algoritmy:

- ***preorder*** - poradie prehľadávania:
  koreň - ľavý podstrom - pravý podstrom
- ***inorder*** - poradie prahľadávania:
  ľavý podstrom - koreň - pravý podstrom
- ***postorder*** - poradie prahľadávania:
  ľavý podstrom - pravý podstrom - koreň.

Prehľadávanie binárnych stromov

```
PREORDER(T) if T <> nil then
    OUTPUT(DATA(T))
    PREORDER(LCHILD(T))
    PREORDER(RCHILD(T))

INORDER(T) if T <> nil then
    INORDER(LCHILD(T))
    OUTPUT(DATA(T))
    INORDER(RCHILD(T))

POSTORDER(T) if T <> nil then
    POSTORDER (LCHILD(T))
    POSTORDER (RCHILD(T))
    OUTPUT(DATA(T))
```

Prehľadávanie binárnych stromov



Preorder: 11,73,27,96,88,52,45,67,33,65,8,36
Inroder: 27,96,73,88,11,45,33,67,65,52,36,8
Postorder: 96,27,88,73,33,65,67,45,36,8,52,11

Binárne vyhľadávacie stromy (BVS)

- BVS je binárny strom.
- BVS môže byť prázdny.
- Ak BVS nie je prázdny, tak spĺňa nasledujúce podmienky:
  - každý prvok má kľúč a všetky kľúče sú rôzne,
  - všetky kľúče v ľavom podstrome sú menšie ako kľúč v koreni stromu
  - všetky kľúče v pravom podstrome sú väčšie ako kľúč v koreni stromu,
  - ľavý aj pravý podstrom sú tiež BVS.

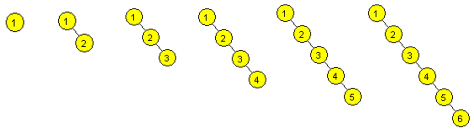
BVS – insert (implementácia)

```
TREE-INSERT(T,n)
   Y ← nil; X ← ROOT(T)
   while X <> nil
        do      Y←X
        if DATA(n) < DATA(X)
                then X ← LCHILD(X) else X ← RCHILD(X)
   PARENT(n) ← Y
   If Y = nil
        then ROOT(T) ← n
   else if DATA(n) < DATA(Y)
        then LCHILD(Y) ← n else RCHILD(Y) ← n
```

BVS – insert (zložitosť)

- Musíme nájsť miesto, kde môžeme prvok vložiť – časová zložitosť závisí od hĺbky stromu
  - Najhorší prípad O(n)
    - Na vstupe je zoradená postupnosť – vytvárame nevyvážený strom –> rýchle zväčšovanie hĺbky stromu

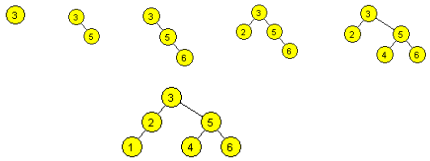
    1,3,4,5,6



BVS – insert (zložitosť)

- Priemerný prípad O(log n)
  - Na vstupe náhodná postupnosť – vytvárame väčšinou „dobre“ vyvážený strom –> pomalé zväčšovanie hĺbky stromu

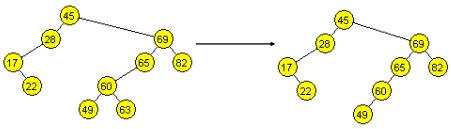
    3,5,6,2,4,1



BVS - DELETE

- Rozloženie algoritmu na tri prípady
  - uzol na odstránenie nemá žiadny podstrom
    - jednoduché odstránenie uzla

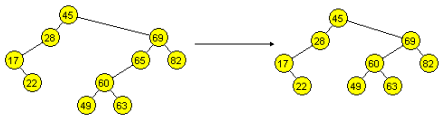
Odstránenie uzla 63



BVS - DELETE

– uzol na odstránenie má jeden podstrom
  - odstránenie uzla, prepojenie koreňa jeho podstromu s jeho rodičom

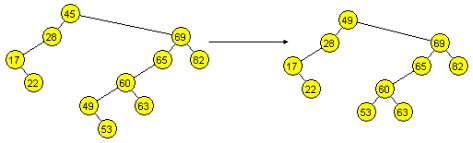
Odstránenie uzla 65



BVS - DELETE

– uzol na odstránenie má dva podstromy
  - nájsť za neho náhradu, skopírovať kľúč z náhr. uzla, odstrániť náhr. uzol, prepojiť koreň podstromu náhr. s rodičom náhrady
  - náhradou je jeho nasledovník, t.j. najmenší (najľavejší) prvok z jeho pravého podstromu –> nasledovník má pravý alebo žiadny podstrom (náhradou môže byť aj jeho predchodca, t.j. najväčší prvok z jeho ľavého podstromu)

Odstránenie uzla 45 – nahradenie 49



BVS – delete (implementácia)

```
btree TREE-DELETE(T,n)
    if LCHILD(n) = nil or RCHILD(n) = nil
            then Y ← n
            else Y ← TREE-SUCCESSOR(n)
    if LCHILD(Y) <> nil
            then X ← LCHILD(Y)
            else X ← RCHILD(Y)
    if X <> nil
            then PARENT(X) ← PARENT(Y)
    if PARENT(Y) = nil
            then ROOT(T) ← X
            else if Y = LCHILD(PARENT(Y))
                    then LCHILD(PARENT(Y)) ← X
                    else  RCHILD(PARENT(Y)) ←X
    if Y <> n
            then DATA(n) ← DATA(Y)
return Y
```

BVS - Nájdenie nasledovníka

```
btree TREE-SUCCESSOR(T)
   if RCHILD(T) <> nil
         then return TREE-MINIMUM(RCHILD(T))
   S ← PARENT(T)
   while S <> nil and T = RCHILD(S)
   do
         T←S
         S ← PARENT(T)
   return S
```

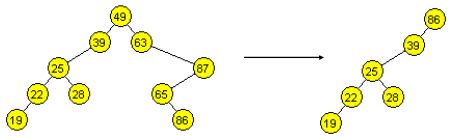
BVS - Nájdenie minima, resp. maxima

```
btree TREE-MINIMUM(T)
   while LCHILD(T) <> nil
         do
                  T ← LCHILD(T)
   return T

btree TREE-MAXIMUM(T)
   while RCHILD(T) <> nil
   do
                  T ← RCHILD(T)
   return T
```

BVS – delete (zložitosť)

- Musíme nájsť uzol, ktorý chceme odstrániť a uzol, ktorý sa stane náhradou – časová zložitosť závisí od hĺbky stromu
- Odstraňovanie uzlov spôsobuje nevyváženosť stromu, pretože vždy vyberáme ako náhradu nasledovníka –> pravý podstrom sa redukuje, ľavý ostáva
  – preto najhorší prípad má zložitosť O(n), ináč v priemere je to O(log n)

Po odstránení uzlov 49,63,65,87,65

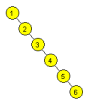


BVS – search (implementácia)

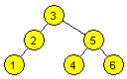
```
Rekurzívna verzia:
    btree TREE-SEARCH(T,k)
    if T=nil or k=DATA(T)
            then return x
    if k<DATA(T)
            then return TREE-SEARCH(LCHILD(T),k)
            else return TREE-SEARCH(RCHILD(T),k)

Iteratívna verzia:
    btree ITERATIVE-TREE-SEARCH(T,k)
    while T <> nil and k<>DATA(T)
            do
                    if k<DATA(T)
                            then T ← LCHILD(T)
                            else T ←RCHILD(T)
    return T
```

BVS – search (zložitosť)

- Závisí od hĺbky, resp. úplnosti stromu
  - najhoršia zložitosť je O(n)
    - nájdenie uzla 6



  - priemerná a zároveň najlepšia zložitosť je O(log n)
    - nájdenie uzla



BVS – výpis obsahu

- Inorder – usporiadaný výpis obsahu BVS
- Časová zložitosť pre preorder, inorder, postorder je O(n)

BVS – zložitosť

- Operácie search, delete, insert majú najhoršiu časovú zložitosť O(n)
- Na získanie najlepšej zložitosti O(log n) musíme zabezpečiť, že strom po týchto operáciach zostane úplny (dokonale vyvážený) –> použitie samo vyvažovacích stromov ako sú AVL stromy alebo červeno-čierne stromy, ktoré automaticky menia svoje rozloženie tak, aby po týchto operáciách bol rozdiel hĺbok ľavého a pravého podstromu nanajvýš 1