

1. a) [1,5b] Zostrojte Boolovu funkciu  $f(x, y, z) = x + y \cdot z$  v NDF tvare (úpravami, nerobte tabuľku!).  
 b) [1,5b] Zostrojte tabuľku funkčných hodnôt Boolovej funkcie  $g(x, y, z) = x + \bar{y}$  a vyjadrite ju v NKF tvare.  
 c) [0,5b] Koľko existuje súčtových klauzúl premenných  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ ?
2. a) [1b] Akú podmienku musí spĺňať obyčajný súvislý graf, aby sa dal nakresliť jedným ťahom?  
 b) [1b] Definujte pojmy "cesta" a "hamiltonovská kružnica". (Stručne! "Sled" nemusíte definovať.)  
 c) [2b] Existuje obyčajný súvislý graf s ôsmimi vrcholmi, ktorých stupne sú 3, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1? Ak áno, nakreslite ho, ak neexistuje, zdôvodnite prečo.
3. [2b] Pomocou Gaussovej eliminačnej metódy nájdite riešenie sústavy  $a + 2b + 4d = 6$   
 $a + b + c + d = 5$ .
4. [2,5b] Pomocou Cramerovho pravidla vypočítajte prvú zložku  $x$  riešenia sústavy, ktorej rozšírená matica je

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 3 & 1 & 10 \\ 2 & 0 & 8 & 1 & 16 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$$

5. a) [0,5b] Akú podmienku musí spĺňať matica  $A$  typu  $n \times n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ), aby k nej existovala inverzná matica?  
 b) [2,5b] Určte všetky hodnoty reálneho čísla  $p$ , pre ktoré je matica  $A$  regulárna:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & p+1 \\ 1 & 1 & 1 \\ p-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Určte hodnotu matice  $A$  pre  $p = 1$  a pre  $p = 0$ .

Prémie: [1b] Koľko existuje všetkých podgrafov grafu  $K_4$ ?

[1b] Nech  $G$  je obyčajný graf s  $n$  vrcholmi. Ak je  $G$  autokomplementárny, tak  $4/n$  alebo  $4/n - 1$ . Dokážte!