

Dynamika

Sila a pohyb

Čo spôsobuje zmenu rýchlosti telesa ?

Basketbalista



kontakt

Vodný lyžiar



Sprostredkovaný kontakt

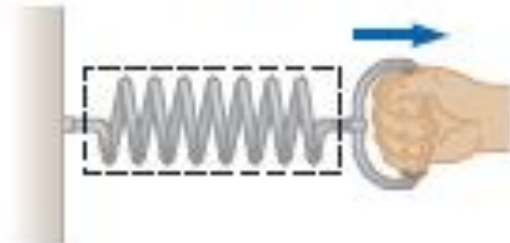


pole

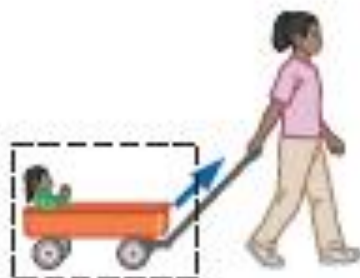
**Interakcia (vzájomné pôsobenie)
s okolitými objektami**

Kvantifikátor – sila [N]

Contact forces



a



b

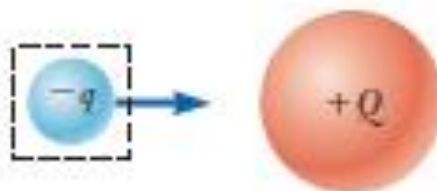


c

Field forces



d



e



f

Newtonove zákon

K udržaniu stálej rýchlosti
nepotrebujeme silu

1. zákon – princíp zotrvačnosti

Teleso, ktoré je v pokoji, alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, zotrúva vo svojom pohybovom stave, pokiaľ nie je prinútené vplyvom nejakých interakčných síl, zmeniť svoj pohybový stav.

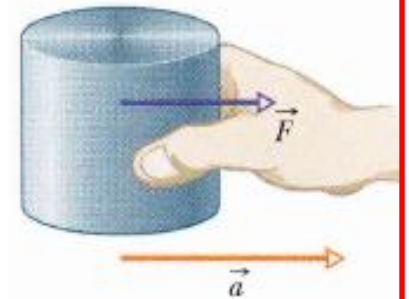


2. zákon – princíp sily

Ak na teleso s hmotnosťou m pôsobí výsledná sila F , potom mu udeľuje zrýchlenie a , pre ktoré platí:

Jednotka sily je Newton

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

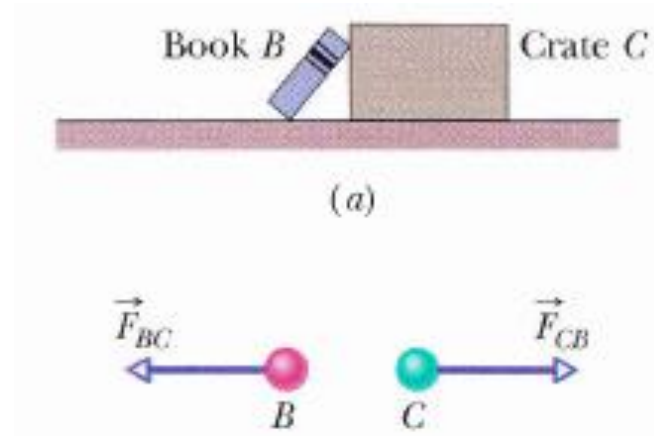


Dokonale hladká podložka

3. zákon – zákon akcie reakcie

Ak jedno teleso pôsobí na druhé teleso určitou silou, potom druhé teleso pôsobí na prvé rovnako veľkou silou, opačne orientovanou

Zákon akcie reakcie



Ak jedno teleso pôsobí na druhé teleso určitou silou, potom druhé teleso pôsobí na prvé rovnako veľkou silou, opačne orientovanou

Sily akcie a reakcie pôsobia vždy na rôzne telesá.
Nesčítavajú sa a preto sa nemôžu vyrušiť !!!

Druhý Newtonov zákon

$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} ma_x = F_x \\ ma_y = F_y \\ ma_z = F_z \end{cases}$$

Zložka zrýchlenia v smere danej súradnicovej osi je určená iba súčtom zložiek všetkých síl pôsobiacich v tomto smere

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

Vektorová výslednica
všetkých síl pôsobiacich na
teleso

Špeciálny prípad

Ak $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ teleso je v rovnováhe

Dôsledok:

Ak niektorá zložka sily je nulová, potom teleso v smere tejto zložky nemení svoju rýchlosť.

Ak napr.

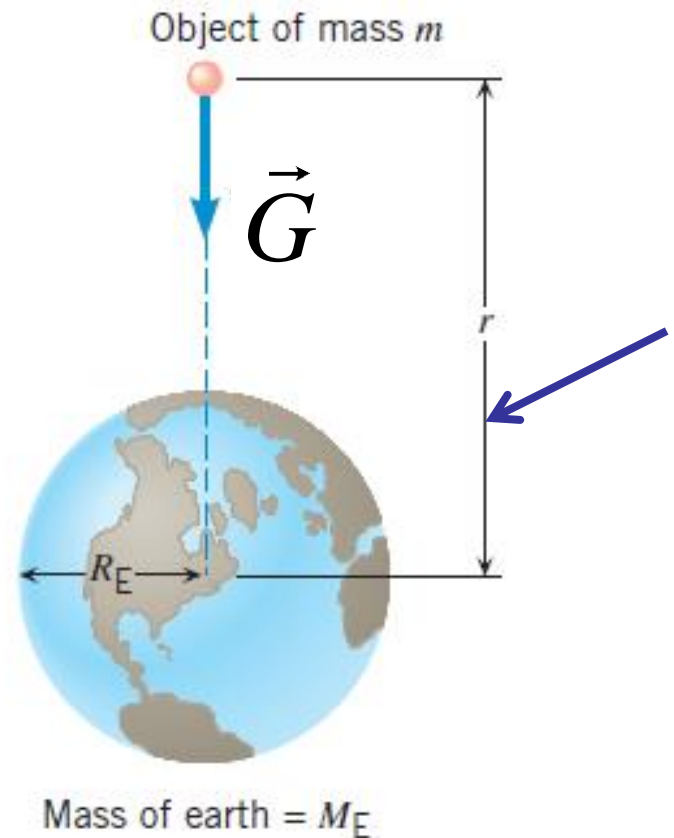
$$ma_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow v_x = \textit{konst}$$

Základné sily

Tiažová sila je sila, ktorá pôsobí na zemskom povrchu na teleso a udeľuje mu zrýchlenie g . Sila je orientovaná do stredu Zeme.:

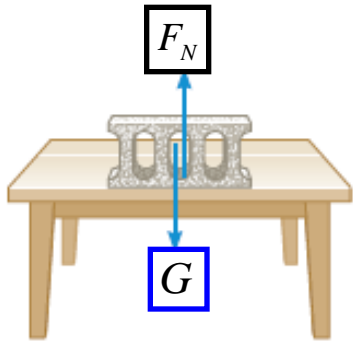
$$\vec{G} = m\vec{g} = -mg$$

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

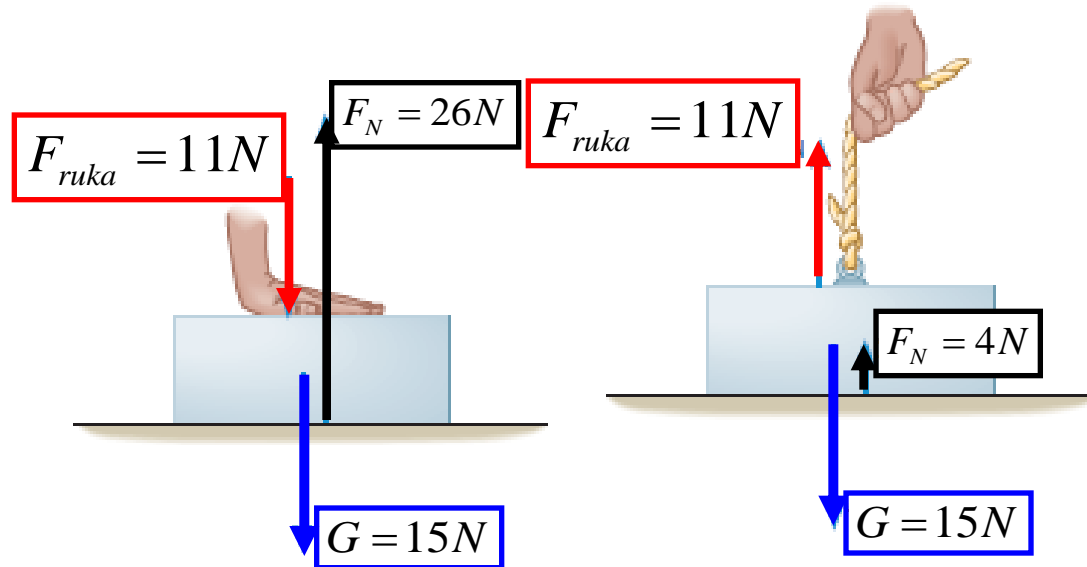


Základné sily

Kolmá tlaková sila je sila (N , F_N), pôsobiaca okolitými objektami, ktoré sú v priamom kontakte s telesom (podložka na teleso). **Sila má smer normály na podložku.**



$$\vec{F}_N + \vec{G} = \vec{0} \Rightarrow F_N = G$$



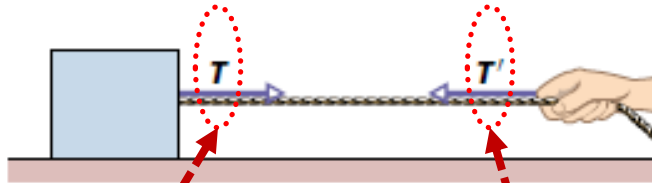
$$\vec{F}_N + \vec{G} + \vec{F}_{ruka} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} F_N - mg - F_{ruka} = 0 \Rightarrow F_N = 26N \\ F_N - mg + F_{ruka} = 0 \Rightarrow F_N = 4N \end{cases}$$

Ťahová sila

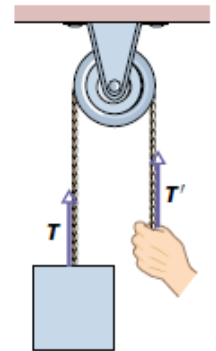
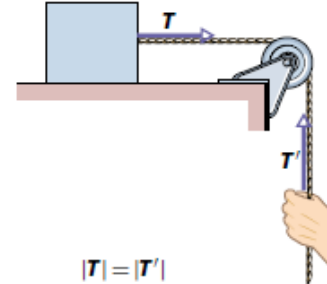
Ťahová sila je sila spôsobená napnutím lanka.
Lanko realizuje spojenie dvoch telies.

Sily, ktorými **lanko pôsobí** na okolité objekty:

T T'



akcia - reakcia



Sily, ktorými **okolité objekty** pôsobia na lanko. Zo zákona akcie reakcie: $F = T$

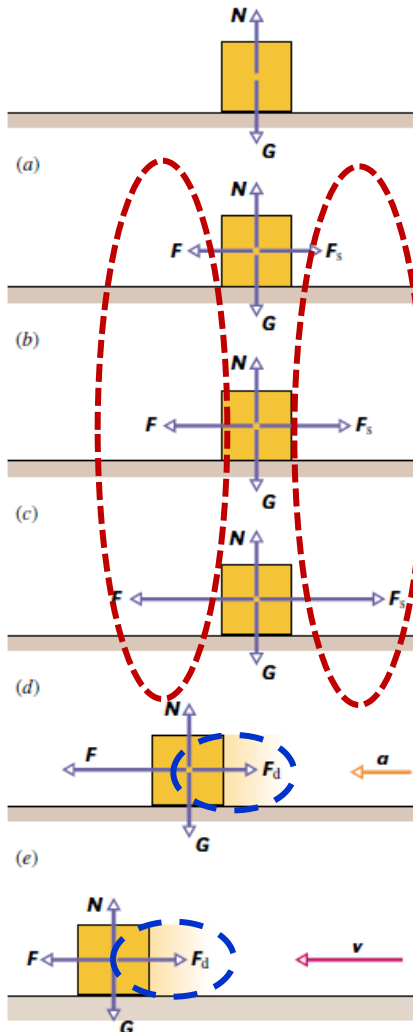


Nehmotné lanko:

$$F' - F = m_{lana} a$$

$$m_{lana} = 0 \Rightarrow F = F' \Rightarrow T = T' = F = F'$$

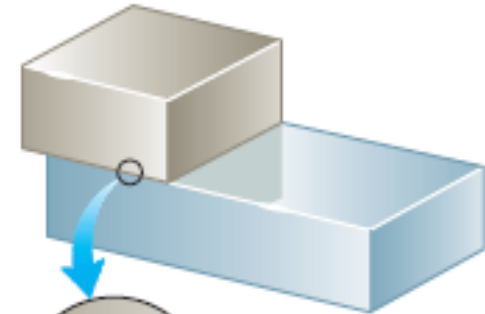
Trecia sila je sila, ktorá vzniká z dôvodu **nedokonalosti hladkosti vztyčných plôch**. Táto sila je vždy orientovaná proti smeru pohybu telesa.



Stav pokoja
Statické trenie.

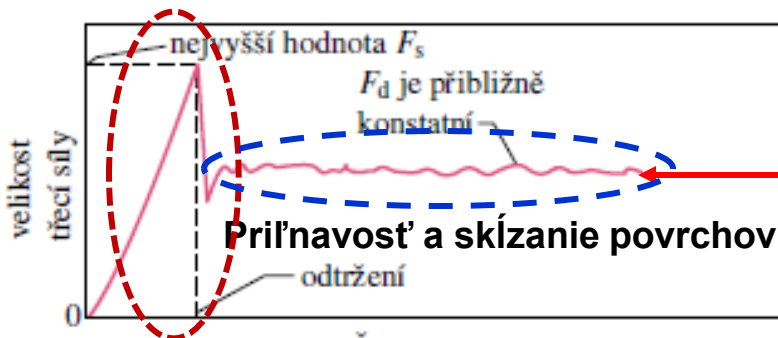
Stav pohybu
Dynamické trenie.

Zvarené v mnohých vztykových bodoch



Dva povrchy sa dotýkajú najvyššími výbežkami

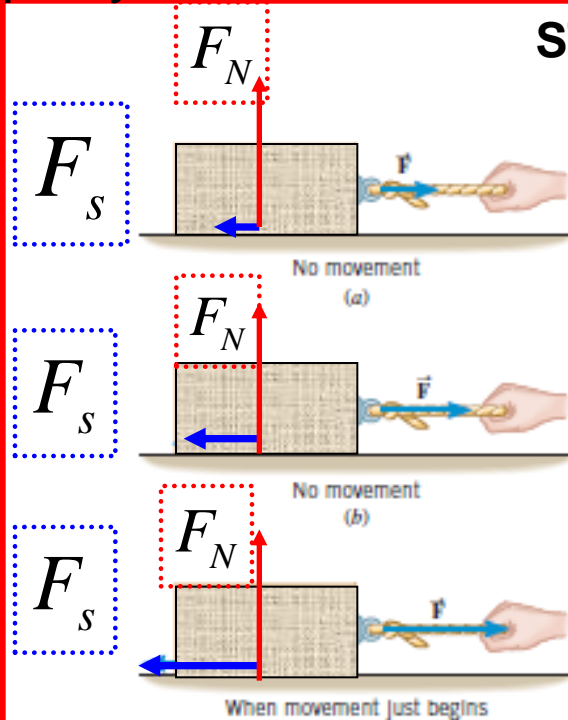
Prilnavosť – vzájomné pôsobenie povrchových atómov



Obvykle má dynamická trecia sila menšiu veľkosť ako maximálna prípustná hodnota statického trenia

Trecia sila je sila, ktorá vzniká z dôvodu nedokonalnej hladkosti vztyčných plôch. Táto sila je vždy orientovaná proti smeru pohybu telesa.

STATICKÁ TRECIA SILA



Kolmá tlaková sila je sila

$$F_{s,\max} = f_s F_N$$

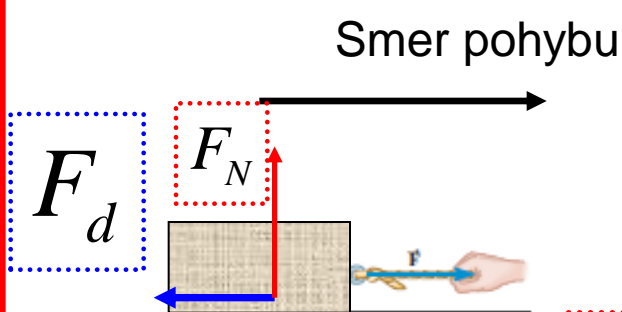
Koeficient statického trenia

1, Ak je teleso v pokoji, má statická trecia sila rovnakú veľkosť ako priemet sily F do smeru podložky a je opačne orientovaná

2, Veľkosť trecej sily dosiahne maximálnu hodnotu danú vzťahom

$$F_{s,\max} = f_s F_N$$

DYNAMICKÁ TRECIA SILA



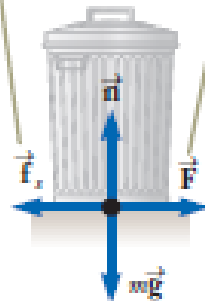
$$F_d = f_d F_N$$

Koeficient dynamického trenia

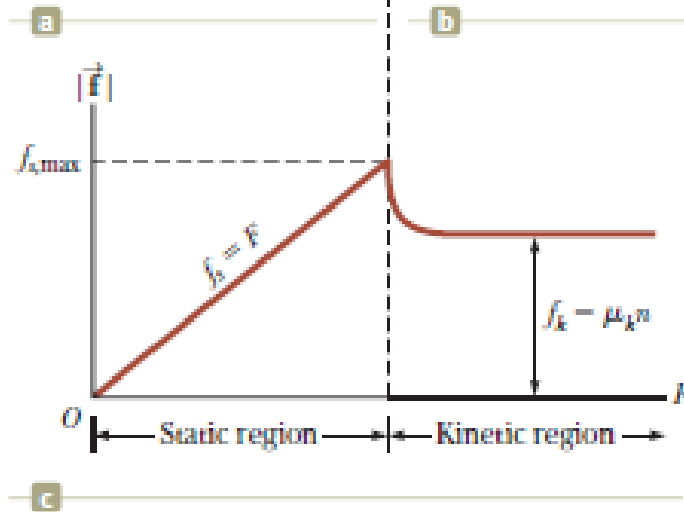
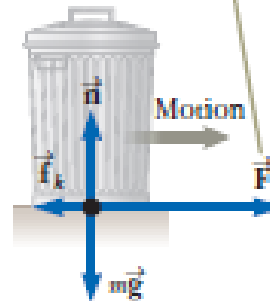
3, V okamihu, keď sa teleso dá do pohybu, trecia sila prakticky klesne skokom na hodnotu:

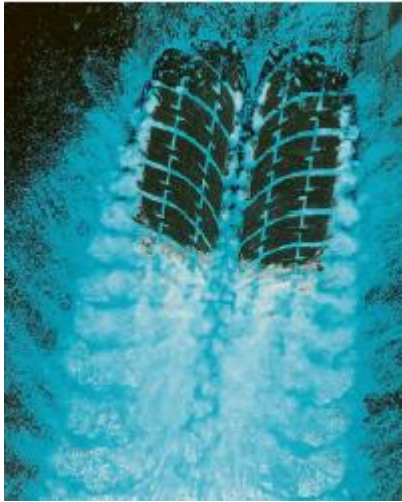
$$F_d = f_d F_N$$

For small applied forces, the magnitude of the force of static friction equals the magnitude of the applied force.



When the magnitude of the applied force exceeds the magnitude of the maximum force of static friction, the trash can breaks free and accelerates to the right.





Povrch pneomatík

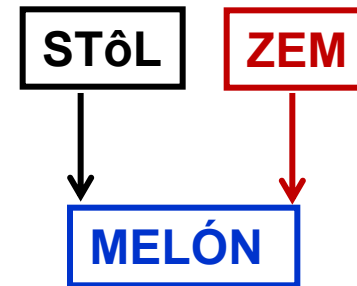
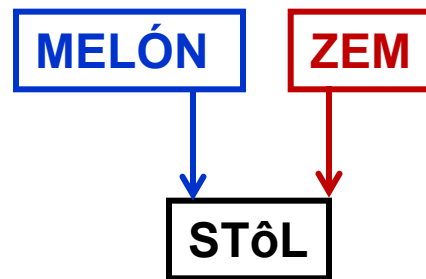
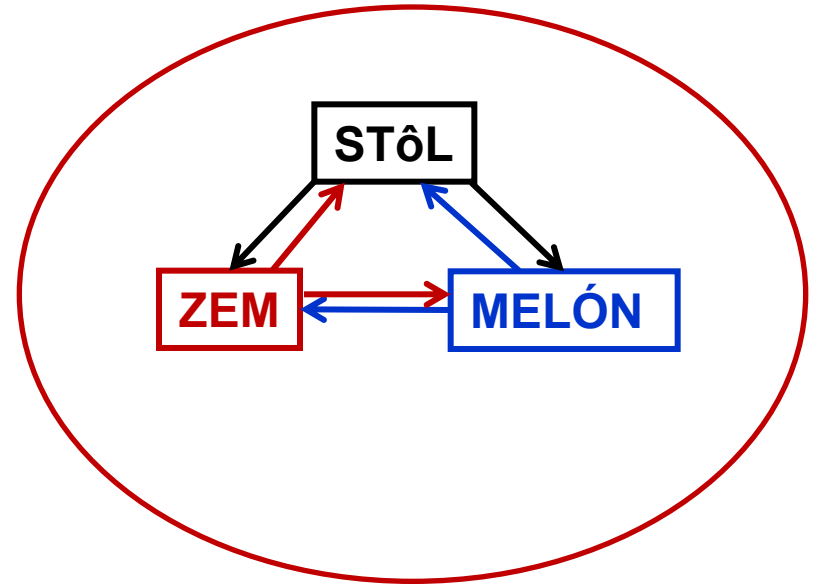
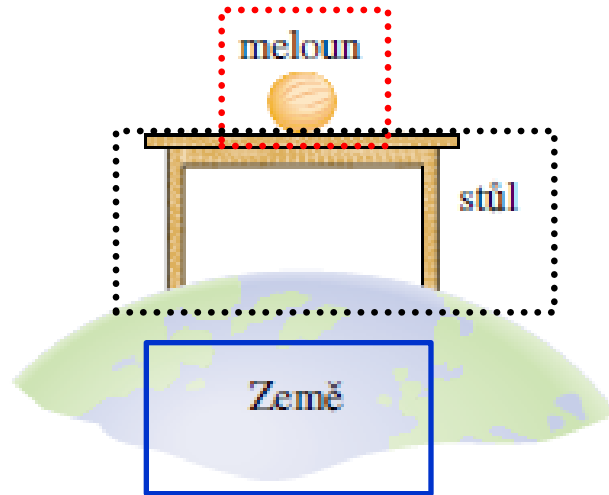
Kanáliky, ktoré odvádzajú vodu z povrchu a tvoria prevenciu proti šmyku

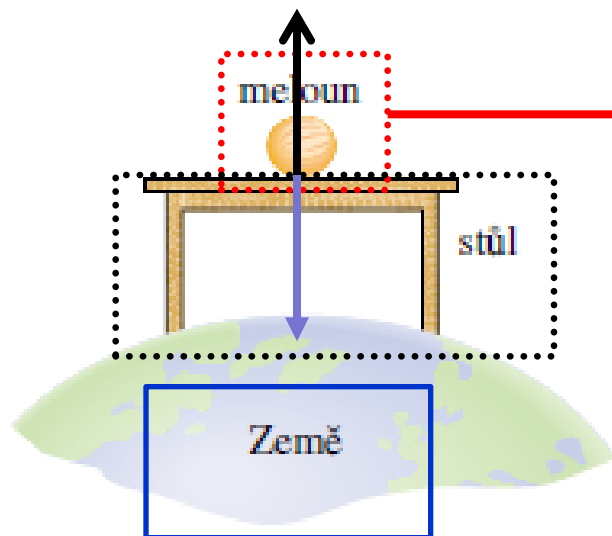
Algoritmus riešenia úloh z dynamiky

- 1, Určiť a zakresliť sily pôsobiace na teleso, ktorého pohybový stav popisujeme
- 2, Rozložiť pôsobiace sily do dvoch navzájom kolmých zložiek. Po rozklade treba zabudnúť na pôvodné sily a pracovať iba s jej zložkami.

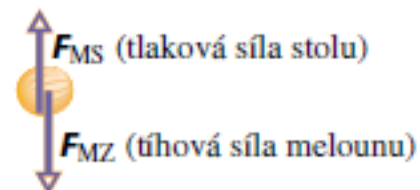
Pozn. Hoci výber smerov rozkladu je ľubovoľný, ukazuje sa výhodné rozkladať sily v smere zrýchlenia telesa a v smere naň kolmom.

Melón na stole

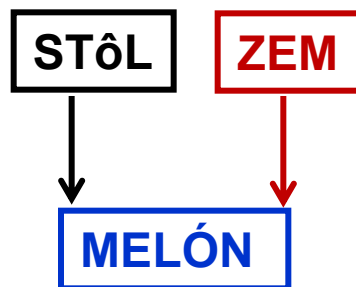




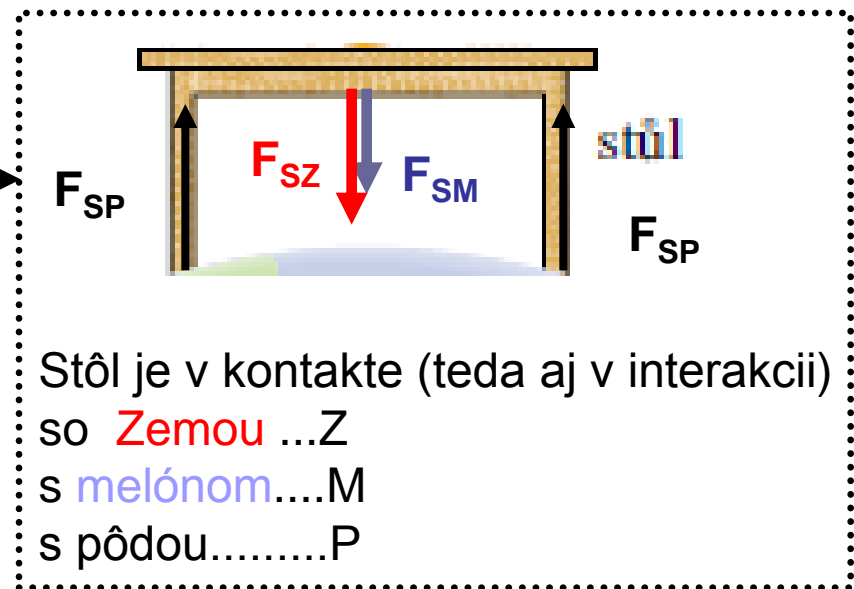
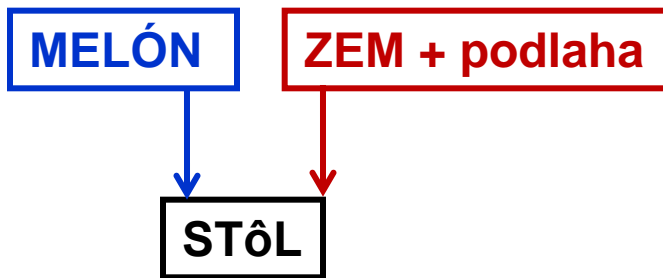
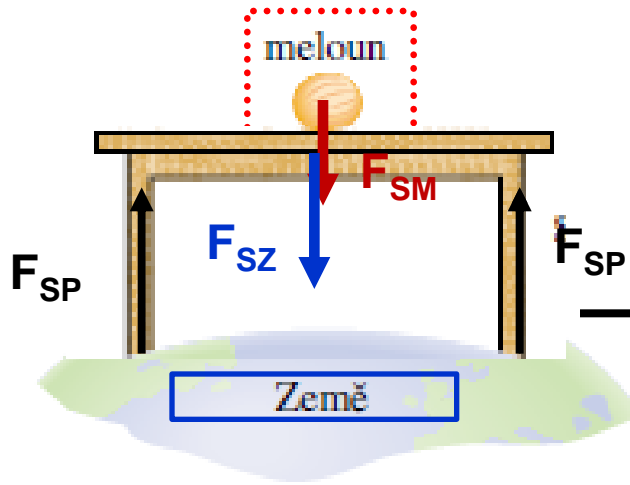
Pri popise pohybového stavu telesa nás zaujímajú **len sily, ktoré na toto teleso pôsobia** a nie sily, ktorými teleso pôsobí na okolie.



Melón je v kontakte (teda aj v interakcii)
so **Zemou** ...Z
so **stolom**....S



Pri popise pohybového stavu telesa nás zaujímajú **len sily, ktoré na toto teleso pôsobia** a nie sily, ktorými teleso pôsobí na okolie.

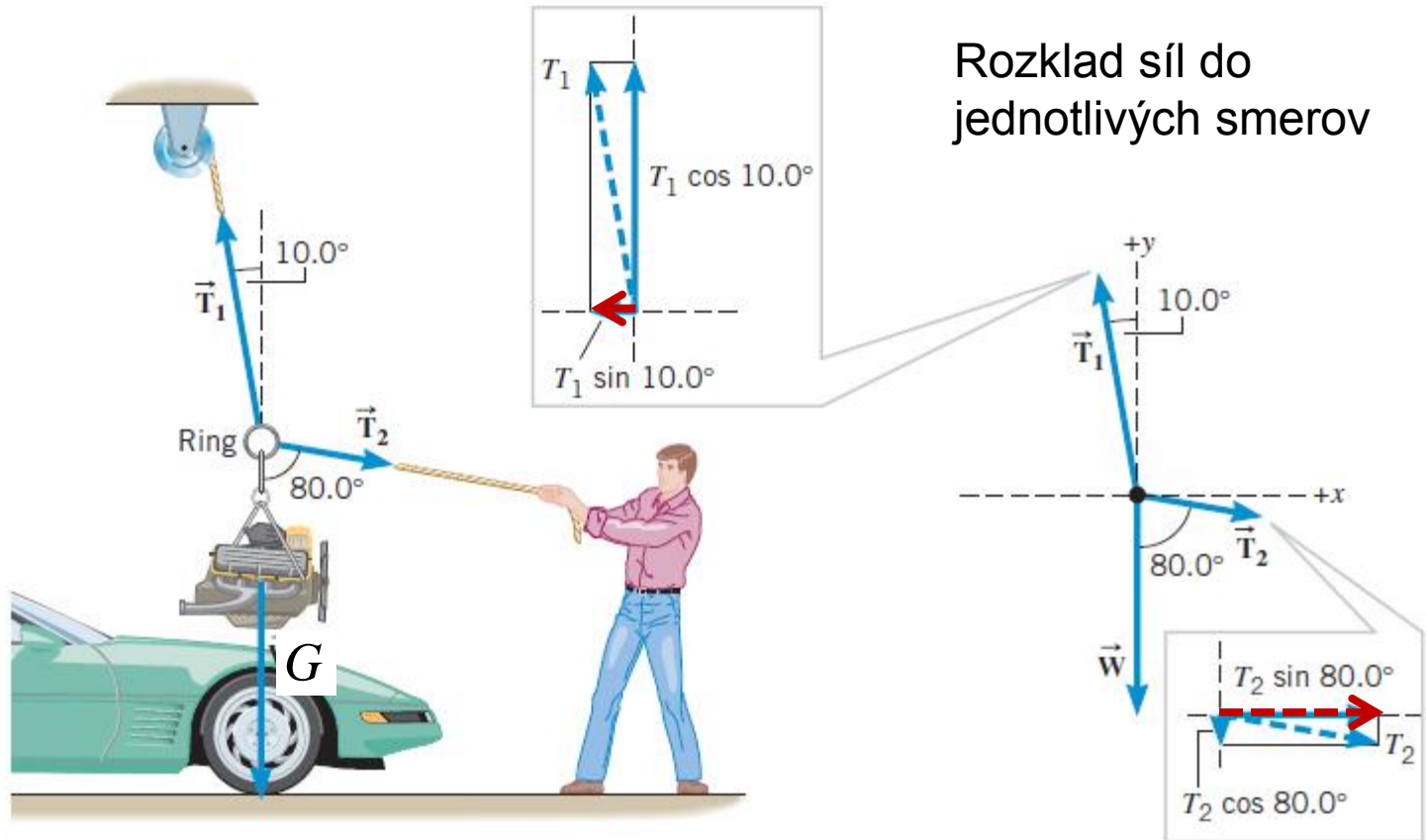


Statika

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{G} = \vec{0}$$

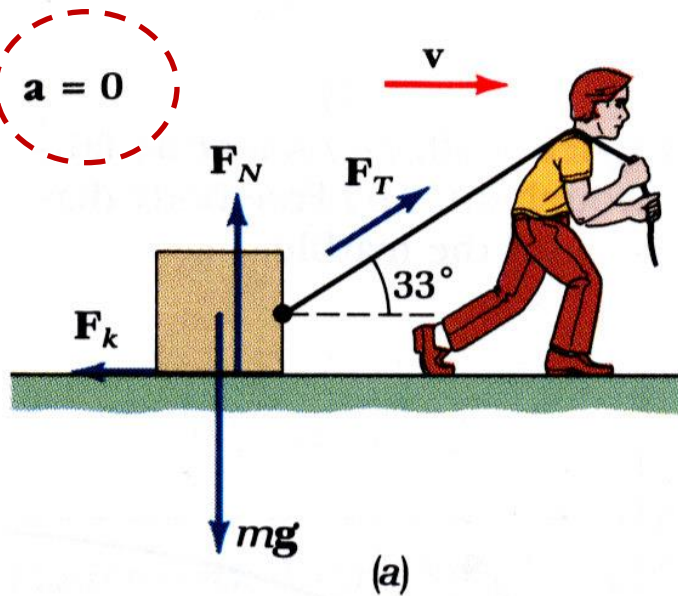
$$\sum_i F_x = -T_1 \sin \varphi_1 + T_2 \sin \varphi_2 = 0$$

$$\sum_i F_y = -T_1 \cos \varphi_1 - T_2 \sin \varphi_2 - G = 0$$



Dynamika

Chlapec ťahá teleso s hmotnosťou m po podložke ktorej dynamický koeficientom trenia je f_d . Uhol medzi podložkou a lanom je $\varphi=33^\circ$. Určte napätie lana v prípade, že **teleso sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v** .



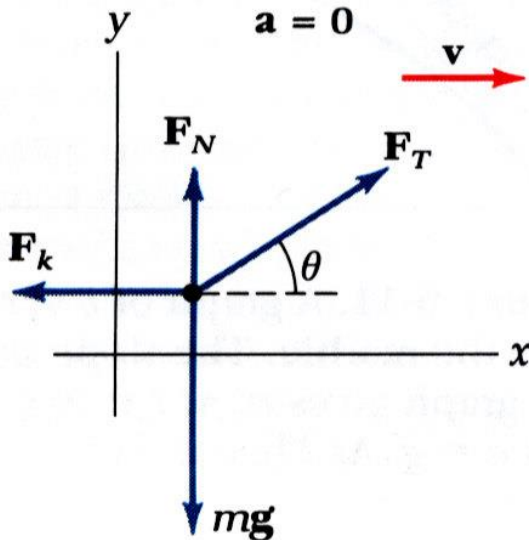
$$\vec{F}_N + \vec{F}_k + \vec{F}_T + \vec{G} = \vec{0}$$

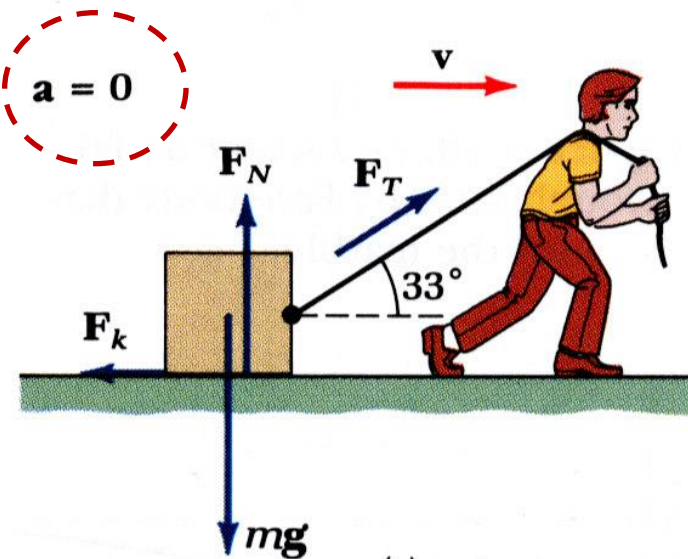
Algebraický rozpis pohybovej rovnice

$$\sum_i F_x = 0 \Rightarrow F_T \cos \varphi - f_d F_N = 0$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_T \sin \varphi + F_N - mg = 0$$

TRECIA SILA ZÁVISÍ OD TLAKOVEJ ZLOŽKY F_N





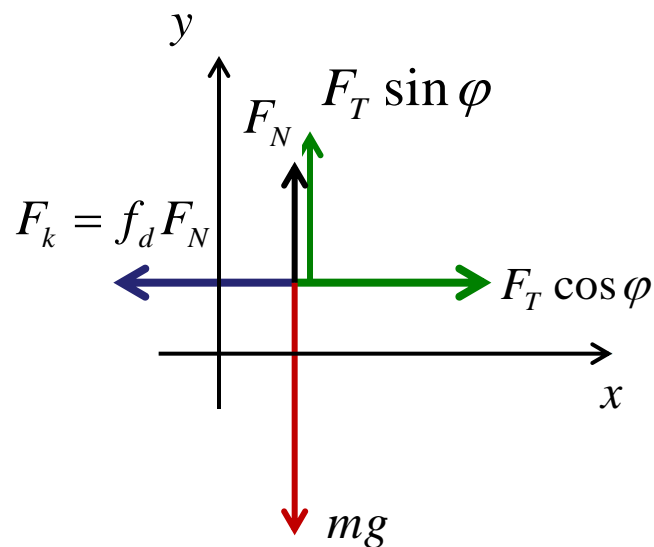
Chlapec ťahá teleso s hmotnosťou m po podložke ktorej dynamický koeficient trenia je f_d . Uhol medzi podložkou a lanom je $\varphi = 33^\circ$. Určte napätie lana v prípade, že **teleso sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v** .

Pohybové rovnice

$$\sum_i F_x = 0 \Rightarrow F_T \cos \varphi - f_d F_N = 0$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_T \sin \varphi + F_N - mg = 0$$

TRECIA SILA ZÁVISÍ OD TLAKOVEJ ZLOŽKY F_N

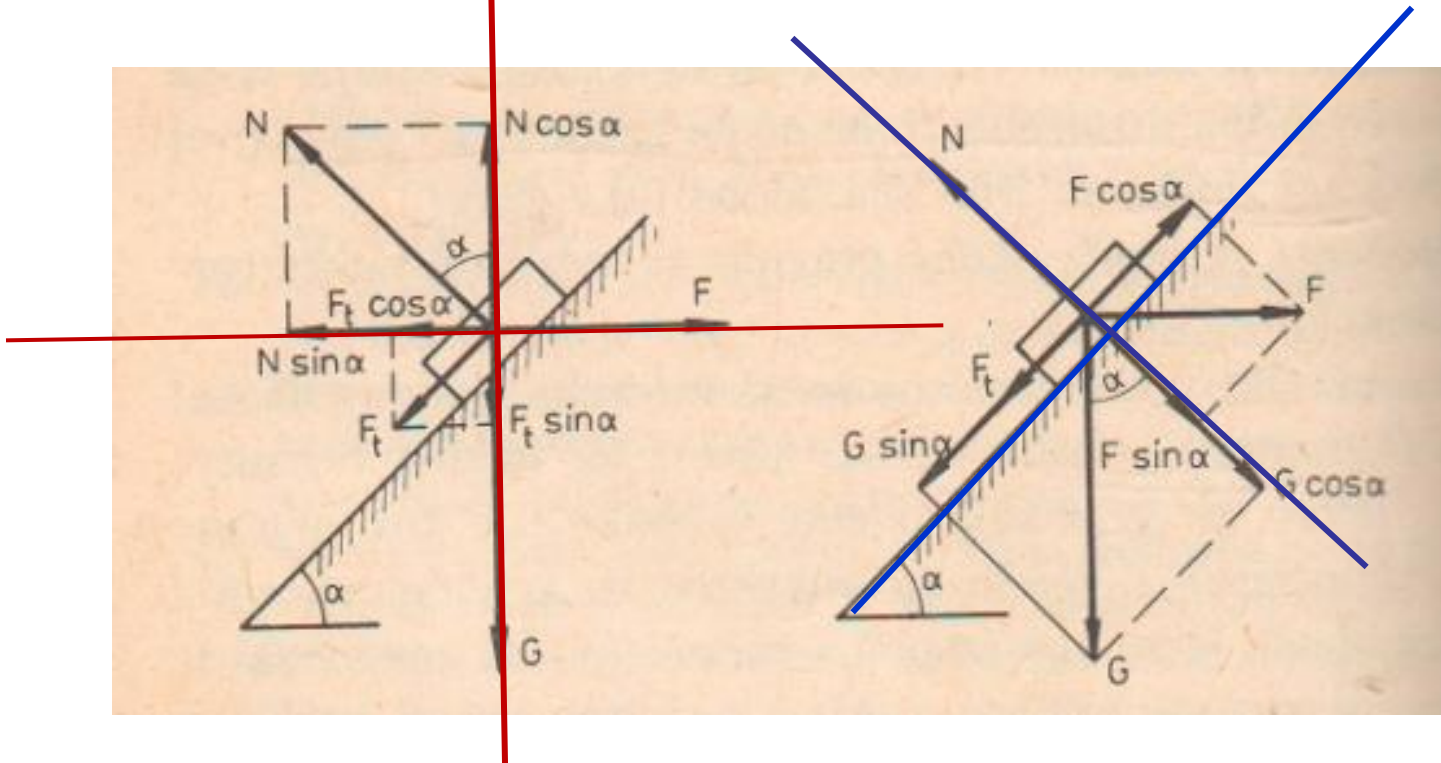


Rôzne rozklady

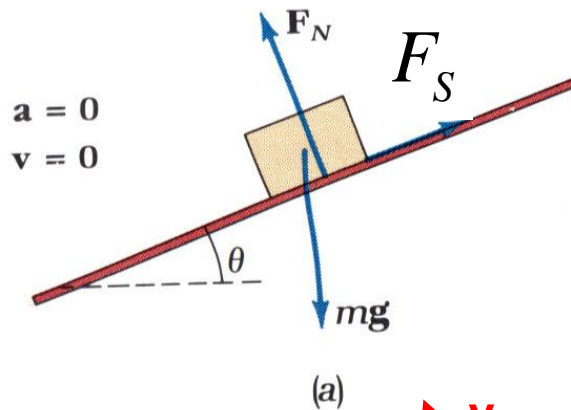
$$N \cos \alpha - F_t \sin \alpha - G = 0 \quad N - G \cos \alpha - F \sin \alpha = 0$$

$$F - F_t \cos \alpha - N \sin \alpha = 0 \quad F_t + G \sin \alpha - F \cos \alpha = 0$$

Teleso sa pohybuje rovnomerným pohybom nahor



Teleso stojí na naklonenej rovine.
Nájdite kritický uhol θ , aby sa teleso
začalo pohybovať. Koeficient statického
trenia je f_s



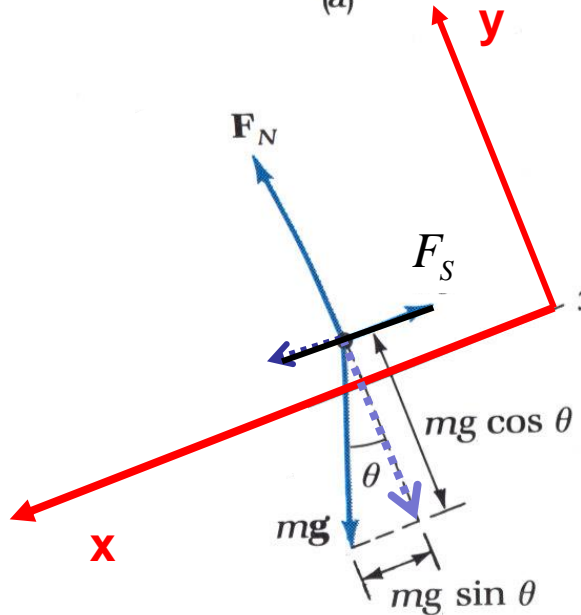
$$\sum_i F_x = 0 \Rightarrow -F_s + mg \sin \varphi = 0$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg \cos \varphi = 0$$

$$F_s \in \langle 0, F_{s,\max} \rangle$$

Určte dráhu, ktorú prejde teleso za
čas t , ak tesne po prekonaní
kritického uhla θ_{krit} .

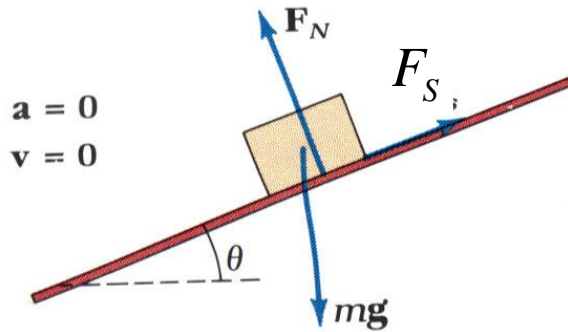
Teleso sa pohybuje so zrýchlením a v smere osi x



$$\sum_i F_x = ma \Rightarrow -F_d + mg \sin \varphi = ma$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg \cos \varphi = 0$$

Teleso stojí na naklonenej rovine.
Nájdite kritický uhol θ , aby sa teleso začalo pohybovať. Koeficient statického trenia je f_s

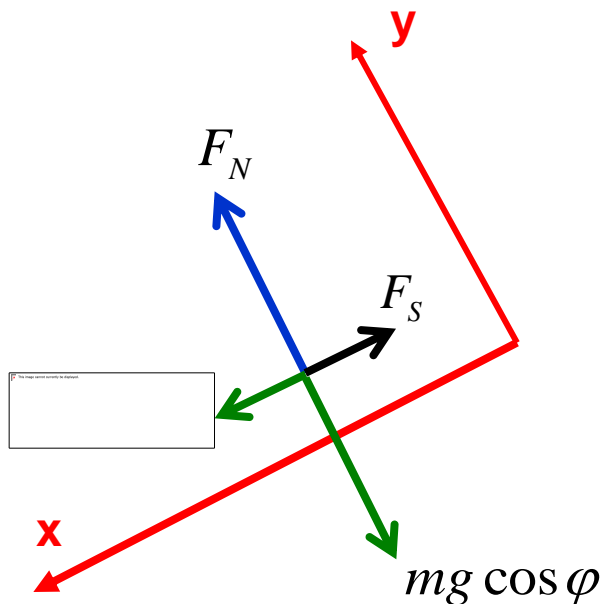


$$\sum_i F_x = 0 \Rightarrow -F_s + mg \sin \varphi = 0$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg \cos \varphi = 0$$

$$F_s \in \langle 0, F_{s,\max} \rangle$$

Určte dráhu, ktorú prejde teleso za čas t , ak uhol $\theta = \theta_{\text{krit}}$.

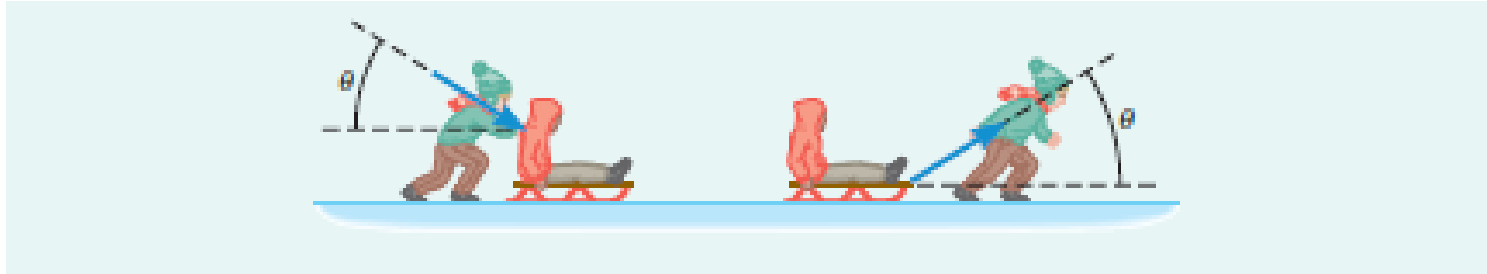


Teleso sa pohybuje so zrýchlením a v smere osi x

$$\sum_i F_x = ma \Rightarrow -F_d + mg \sin \varphi = ma$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg \cos \varphi = 0$$

Sánky sa pohybujú konštantnou rýchlosťou. V ktorom prípade je potrebné pôsobiť väčšou silou



Force components for the left case:

Horizontal component: $F \cos \varphi$

Vertical component: $F \sin \varphi$

Equation of motion:

$$F \cos \varphi - f_d [mg + F \sin \varphi] = ma = 0$$

Force components for the right case:

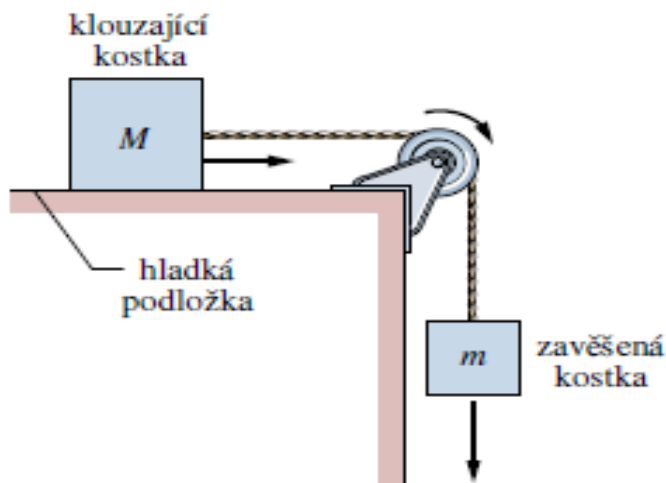
Horizontal component: $F \cos \varphi$

Vertical component: $F \sin \varphi$

Equation of motion:

$$F \cos \varphi - f_d [mg - F \sin \varphi] = ma = 0$$

Príklad

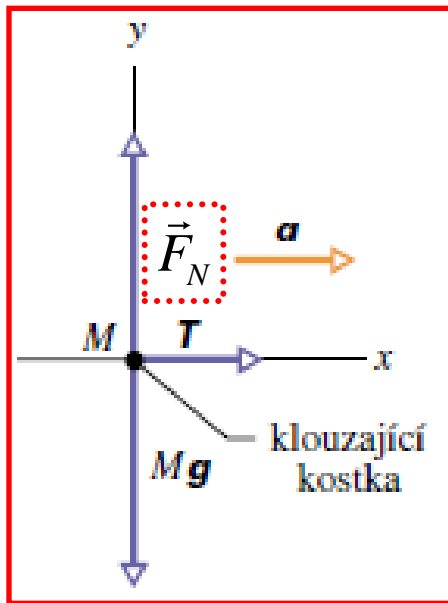


Na obrázku sú zobrazené dve kocky s rôznymi hmotnosťami, ktoré sa pohybujú zrýchleným pohybom. Predpokladajte, že hmotnosť kladky je zanedbateľná.

- 1, Určte zrýchlenie sústavy.
- 2, Určte silu, ktorá napína lano.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

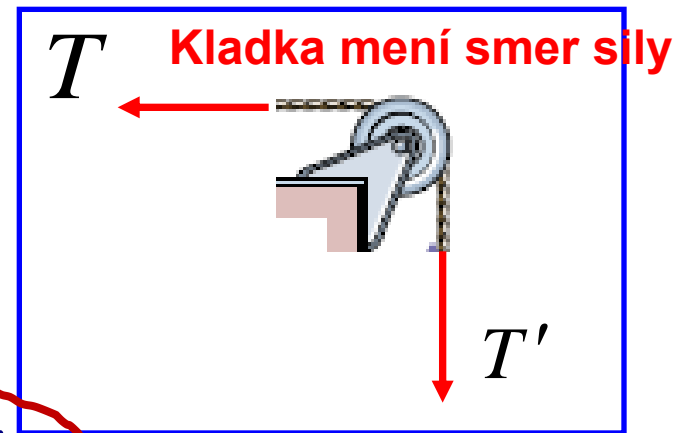
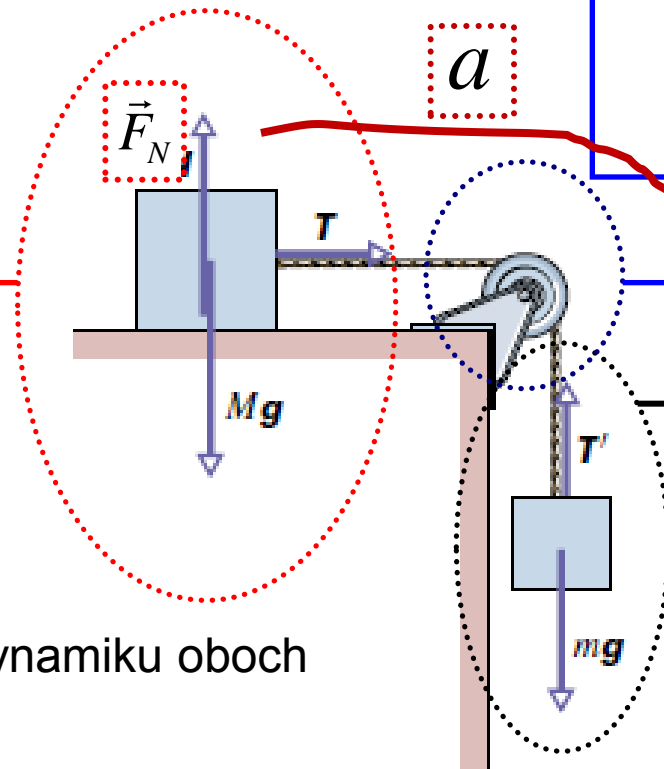
Príklad



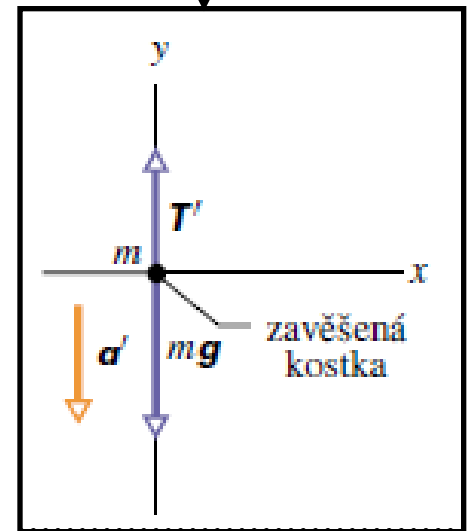
$$\vec{F} = M\vec{a} \begin{cases} T = Ma \\ F_N - Mg = 0 \end{cases}$$

ALGORITMUS. (Popíšeme dynamiku oboch telies).

- 1, Zakreslíme všetky sily pôsobiace na jednotlivé objekty.
- 2, Uvedomíme si, že **zrýchlenie je rovnaké**
- 3, Napíšeme pohybovú rovnicu pre **dva navzájom kolmé smery** v **algebraickom tvare**. Jeden zo smerov zvolíme v smere pohybu telesa. **POZOR NA SPRÁVNE ZNAMENKA !!!**

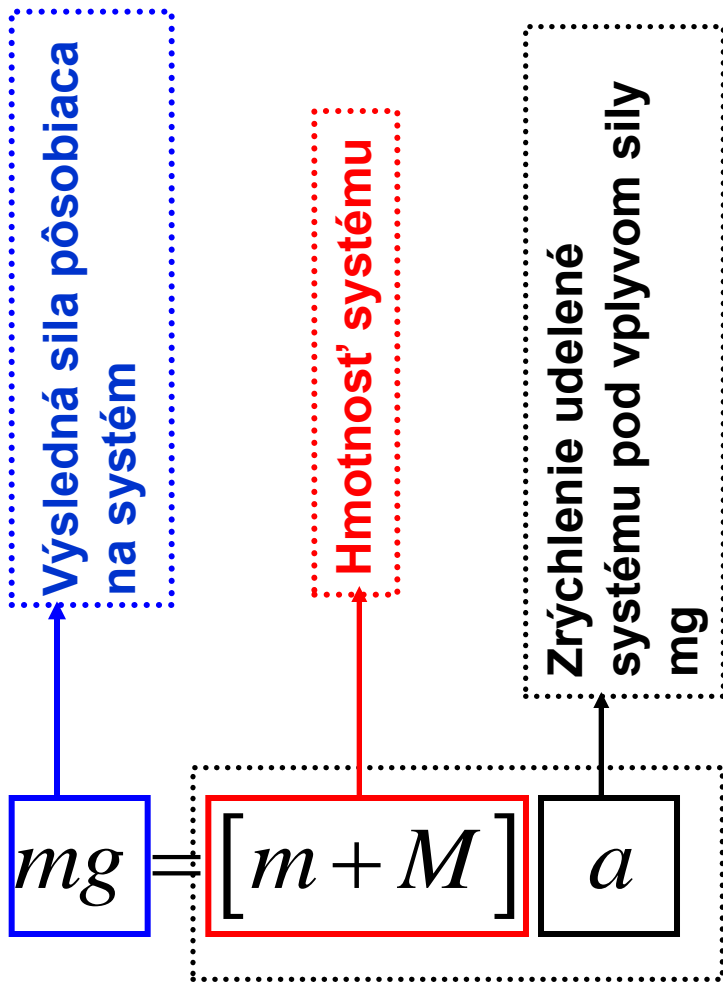


$$|\vec{T}'| = |\vec{T}|$$

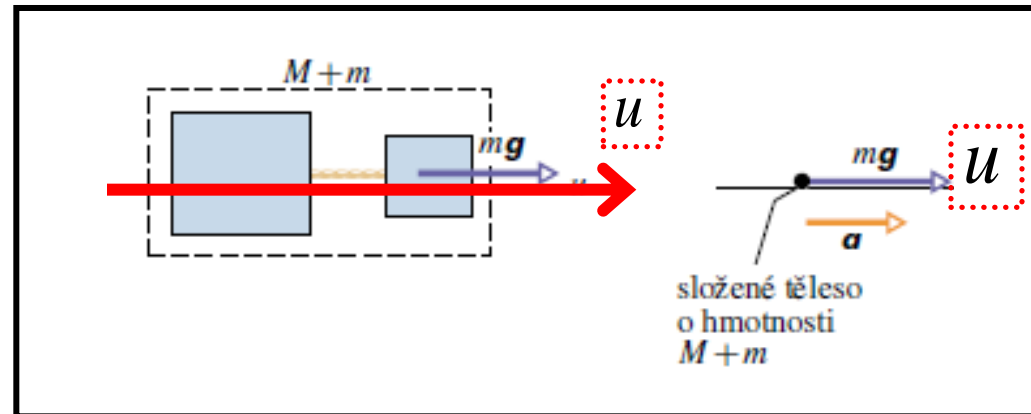
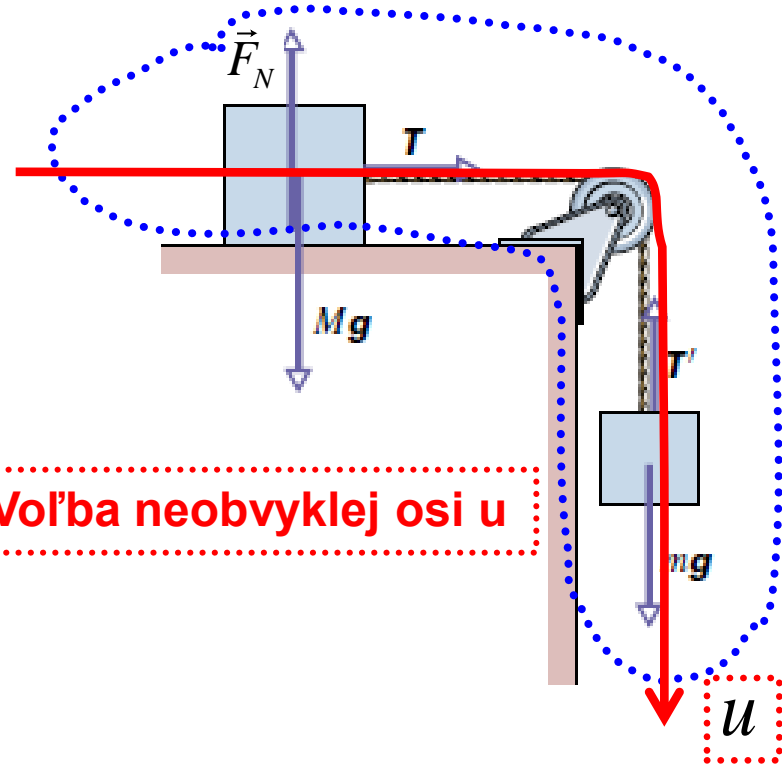


$$T' - mg = -ma$$

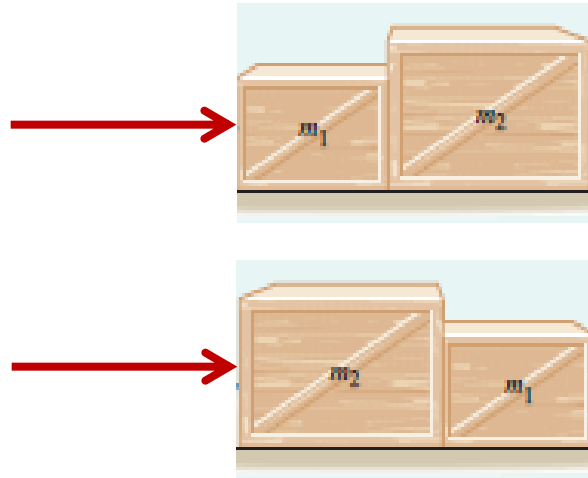
Alternatívny prístup



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$



Dve krabice majú hmotnosti M_1 a M_2 a M_2 je väčšia než M_1 . Trenie zanedbajte. Krabice sú tlačené bez trenie po vodorovnej ploche, pôsobením sily F . Porovnajte veľkosť sily, ktorou pôsobí ľavé teleso na pravé v dvoch rôznych prípadoch.?



Rovnomerný pohyb po kružnici

Základné charakteristiky: $|\vec{v}| = v = \text{konš}$

Periód T – čas, za ktorý hmotný bod obehne kružnicu, t.j. čas po ktorom sa celý pohyb opakuje:

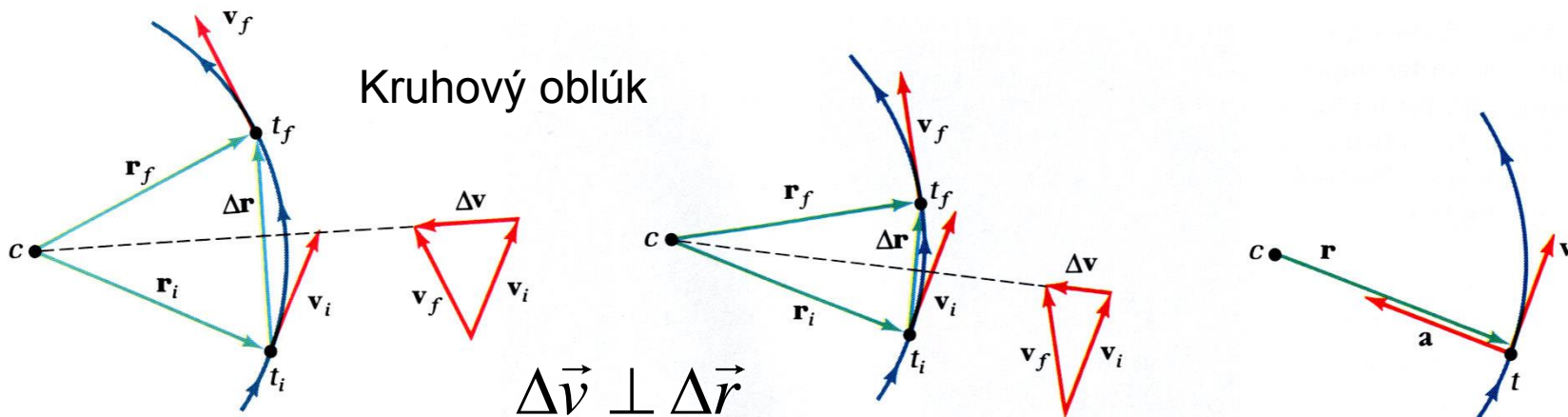
Uhlová rýchlosť ω – uhol, ktorý opíše sprievodič za jednotku času

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \frac{2\pi}{T} r = \omega r$$

Hmotný bod sa pohybuje zrýchleným pohybom, vektor zrýchlenia smeruje do stredu kružnice.

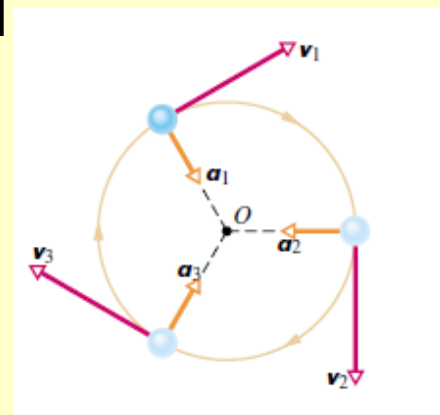


Rovnomerný pohyb po kružnici

$$\boxed{\vec{r}} \longrightarrow \boxed{\vec{v}} \longrightarrow \boxed{\vec{a}} \longrightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

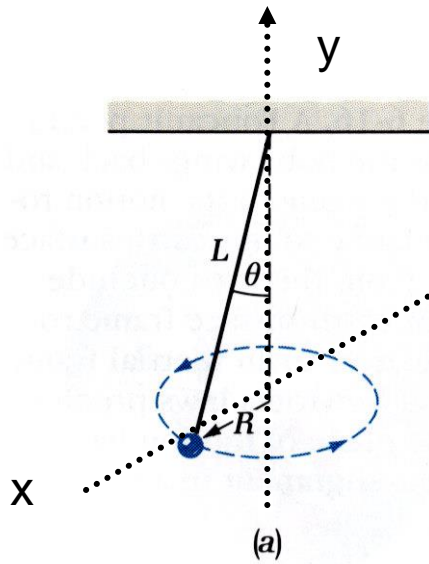
$$\begin{aligned} x &= r \cos \omega t \\ y &= r \sin \omega t \end{aligned} \Rightarrow \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}$$



Teleso pohybujúce sa rovnomerným pohybom po kružnici (s konštantnou veľkosťou rýchlosti) má zrýchlenie: $a = v^2 / r$ a pôsobí na neho **výsledná** sila $F = mv^2 / r$, ktorá smeruje do stredu kružnice

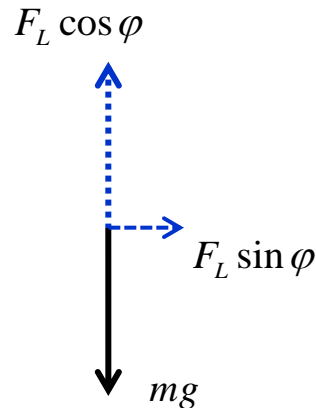
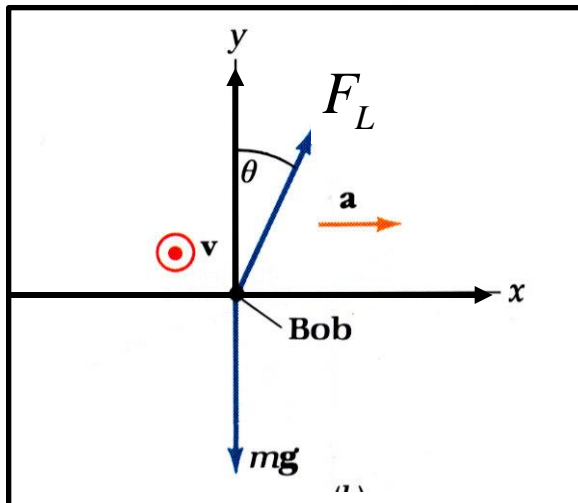
Určte periódu konického kyvadla, ktorého guľička má hmotnosť m a je zavesená na vlákne s dĺžkou L . Vlákno zvierá so zvislým smerom uhol φ



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum F_x = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_L \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_L \cos \varphi - mg = 0$$



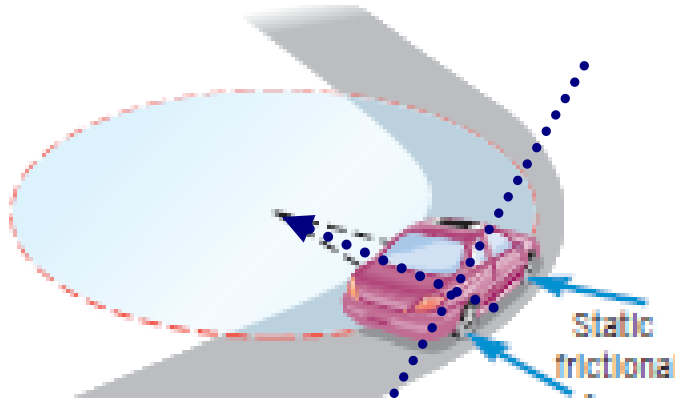
$$R = L \sin \varphi$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi L \sin \varphi}{T}$$

Description	Symbol	Value	Comment
Radius of turn	r	51 m	
Coefficient of static friction	μ_s	0.95	Dry conditions
Coefficient of static friction	μ_s	0.10	Icy conditions
<i>Unknown Variable</i>			
Speed of car	v	?	

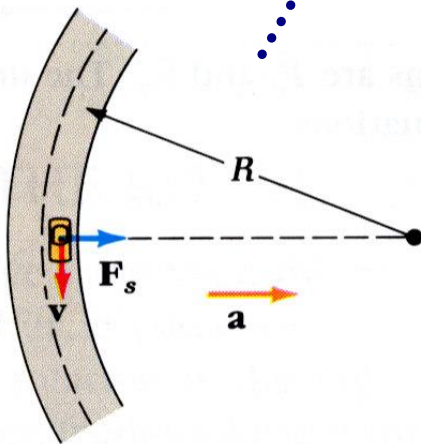
Automobil s hmotnosťou m sa pohybuje rýchlosťou v po plochej kruhovej ceste s polomerom R . Určte najväčšiu rýchlosť automobilu, aby nedošlo k šmyku.

Maximálna rýchlosť

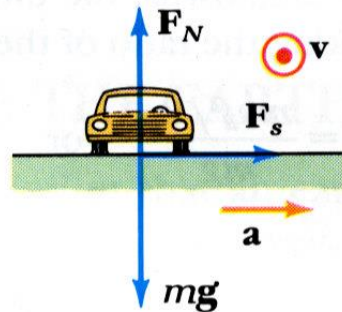


$$\sum F_x = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow f_s F_N = m \frac{v^2}{R}$$

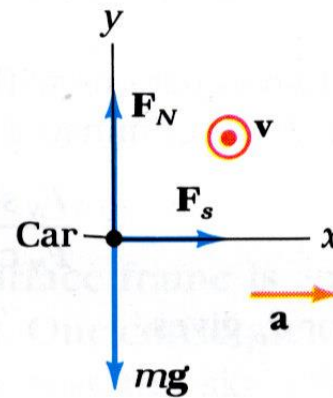
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow F_N - mg = 0$$



(a)

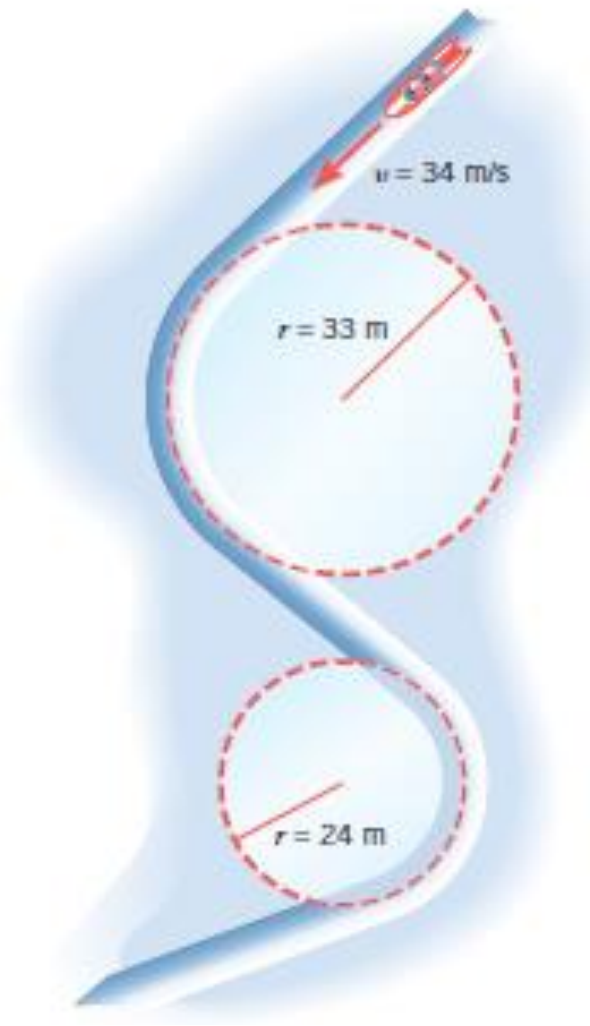


(b)

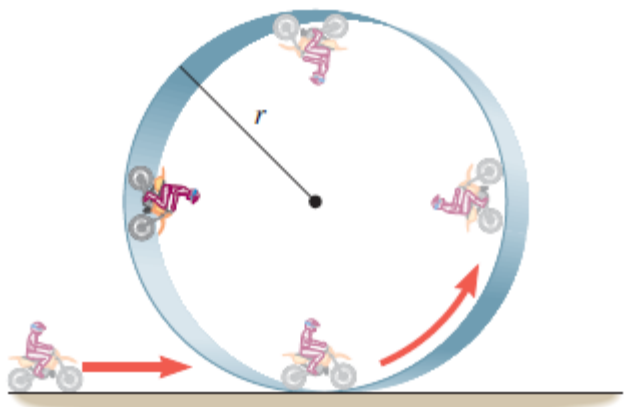


(c)

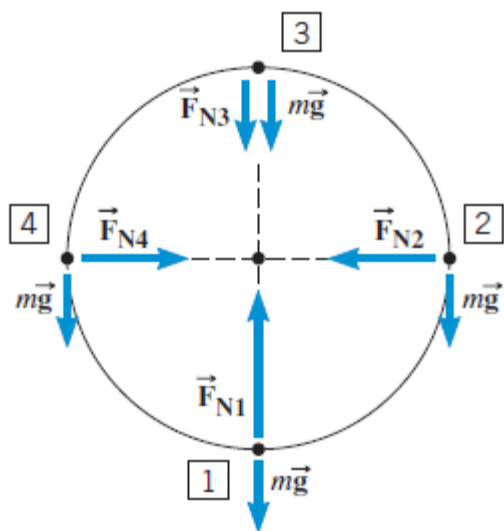
Sila pôsobiaca v smere x je trecia sila



$$a = \frac{v^2}{r}$$



(a)



$$(1) \quad \underbrace{F_{N1} - mg}_{= F_{c1}} = \frac{mv_1^2}{r}$$

$$(2) \quad \underbrace{F_{N2}}_{= F_{c2}} = \frac{mv_2^2}{r}$$

$$(3) \quad \underbrace{F_{N3} + mg}_{= F_{c3}} = \frac{mv_3^2}{r}$$

$$(4) \quad \underbrace{F_{N4}}_{= F_{c4}} = \frac{mv_4^2}{r}$$