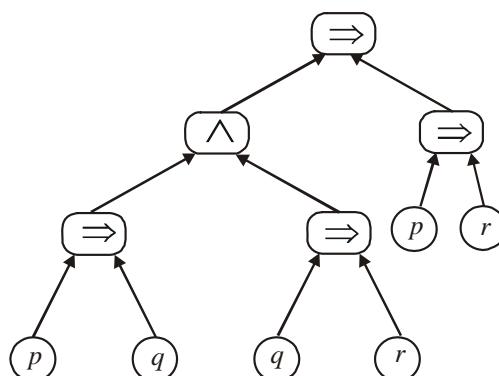


1. kontrolná písomka (18. 10. 2007)

Príklad 1. Zostrojte syntaktický strom formuly, nájdite všetky jej podformuly a zistite, pre ktoré interpretácie je formula pravdivá.

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

Riešenie.



Podformuly:

$$p, q, r, p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, p \Rightarrow r, (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r), ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r).$$

Formula je pravdivá pre každú interpretáciu premenných, t. j. je tautológia.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Príklad 2. Doplníte výsledok v týchto schémach usudzovania.

$$\frac{p \Rightarrow q}{p} \quad \frac{p \Rightarrow q}{q} \quad \frac{p \Rightarrow q}{\neg p} \quad \frac{p \Rightarrow q}{\neg q} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{p} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{q} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{\neg p} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{\neg q}$$

Riešenie.

$$\frac{p \Rightarrow q}{q} \quad \frac{p \Rightarrow q}{\text{nemá}} \quad \frac{p \Rightarrow q}{\text{nemá}} \quad \frac{p \Rightarrow q}{\neg p} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{\text{nemá}} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{\text{nemá}} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{q} \quad \frac{\neg p \Rightarrow q}{p}$$

Príklad 3. Ako je definovaný Peircov symbol \downarrow , ktorý je nazývaný ako NOR, dokážte ekvivalencie

$$\neg p \equiv (p \downarrow p)$$

$$(p \wedge q) \equiv (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$$

$$(p \vee q) \equiv (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$$

Riešenie.

$$(p \downarrow q) \equiv_{def} \neg(p \vee q)$$

$$(p \downarrow p) \equiv \neg(p \vee p) = \neg p$$

$$(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q) \equiv (\neg p) \downarrow (\neg q) \equiv \neg((\neg p) \vee (\neg q)) \equiv p \wedge q$$

$$(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) \equiv \neg(p \vee q) \downarrow \neg(p \vee q) \equiv \neg(\neg(p \vee q) \vee \neg(p \vee q)) \equiv p \vee q$$

Príklad 4. Ako sú definované DNF a KNF a prepíšte do DNF a KNF formulu
 $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

Riešenie.

$\Phi_{DNF} =_{def} (. \wedge . \wedge \dots \wedge .) \vee (. \wedge . \wedge \dots \wedge .) \vee \dots \vee (. \wedge . \wedge \dots \wedge .) \dots$ disjunkcia konjunktívnych klauzúl

$\Phi_{KNF} =_{def} (. \vee . \vee \dots \vee .) \wedge (. \vee . \vee \dots \vee .) \wedge \dots \wedge (. \vee . \vee \dots \vee .) \dots$ konjunkcia disjunktívnych klauzúl

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$\neg((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \vee (p \Rightarrow r)$$

$$\neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee r)$$

$$(\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee r)$$

$$DNF : \boxed{((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg p) \vee (r)}$$

$$((p \vee q) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg r)) \vee (\neg p \vee r)$$

$$KNF : \boxed{((p \vee q \vee \neg p \vee r) \wedge (p \vee \neg r \vee \neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee q \vee \neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg p \vee r))}$$

Príklad 5. Zostrojte Boolove funkcie, ktoré simulujú úlohu

$$(\alpha_1 + \alpha_2) \times \alpha_3 = \beta_1 \beta_2$$

Riešenie.

α_1	α_2	α_3	β_1	β_2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

$$\beta_1 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$$

$$\beta_2 = \bar{\alpha}_1 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 \bar{\alpha}_2 \alpha_3$$