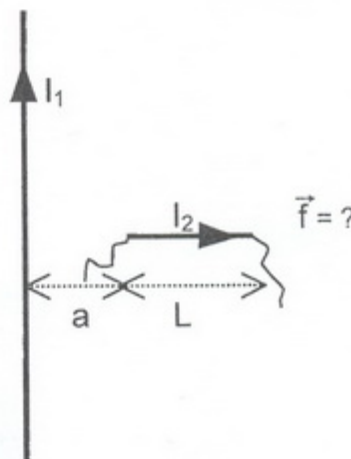


KED PRIDATE PRIKLAD TREBA TO PRIDAT AKO IMAGE SPOLU ZO ZADANIM

mily prvaci ked neviete pouzivat google doc tak to stahnite ako pdf ,
lebo sa mi nechce po vas zase nahadzovat veci THX
read only verzia : <http://dopice.sk/zj>

3 Veľmi dlhým vodorovným vodičom prechádza prúd I_1 . Druhým vodičom umiestneným podľa obr. prechádza prúd I_2 . Určite veľkosť a smer sily, ktorá pôsobí na druhý vodič, ak obidva vodiče ležia v jednej rovine.
(7 bodov)



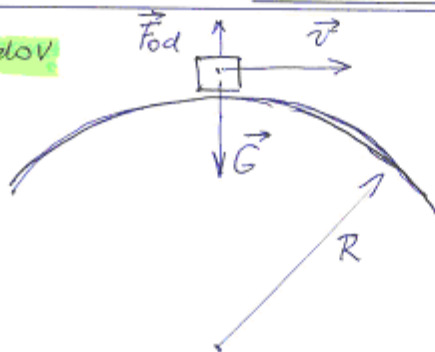
$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \oint I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 = \\
 &= \int I_2 dr \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dr}{r} = \\
 &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)
 \end{aligned}$$

to hore odporucam vyratat aj B_1 , nielen dosadit z hlavy, aby nestrhli body.

1 Automobil hmotnosti m prechádza cez vyvýšeninu cesty (kopček), ktorá má tvar oblúka kružnice polomeru R , rýchlosťou v . Akou silou pôsobí automobil na cestu v okamihu, keď prechádza najvyšším bodom dráhy? Aká je maximálna hodnota rýchlosti v_m , pri ktorej automobil ešte nestratí kontakt s cestou? (známa hodnota g) (7 bodov)

RIEŠENIA PRÍKLADOV

① 7 bodov



$$G = mg \quad \checkmark \quad F_{od} = \frac{mv^2}{R} \quad \checkmark$$

$$F = mg - \frac{mv^2}{R} \quad \checkmark 3$$

$$mg = \frac{mv_m^2}{R}$$

$$v_m = \sqrt{gR} \quad \checkmark 7$$

3 Vypočítajte obehovú rýchlosť a frekvenciu obehov urýchlených deuterónov v cyklotróne, keď sa pohybujú po kruhovej dráhe s polomerom r v homogénnom magnetickom poli, ktorého indukčné čiary sú kolmé na rovinu dráhy častíc a indukcia magnetického poľa je B . Hmotnosť deuterónu je m_d , jeho náboj e .

(8 bodov)

③ 8 bodov

$$m_d \frac{v^2}{r} = evB$$

$$v = \frac{eBr}{m_d} \quad \checkmark 4$$

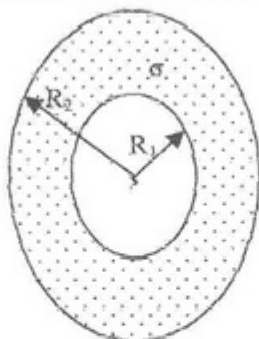
$$F_{od} = m_d \frac{v^2}{r} \quad \checkmark$$

$$F_m = evB \quad \checkmark$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{eBr}{m_d 2\pi r} = \frac{eB}{2\pi m_d} \quad \checkmark 8$$

1. Vypočítajte intenzitu a potenciál elektrického poľa v strede tenkej platne s otvorom, ktorá je rovnomerne nabitá nábojom s plošnou hustotou σ !



1)

$$V = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma dS}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma 2\pi r dr}{r} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} dr = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (R_2 - R_1)$$

$$E = 0$$

2. Určite indukciu magnetického poľa v strede kruhového oblúku tenkého vodiča nachádzajúceho sa vo vákuu, ak ním prechádza elektrický prúd I .



2)

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \oint \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$d\vec{l} \parallel \vec{r} \rightarrow B = 0$$

$$B = \frac{\mu}{4\pi} \oint \frac{Idl}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \pi R = \frac{\mu I}{4R}$$

1 Dielektrická guľa s polomerom R zhotovená z materiálu s relatívnou permitivitou ϵ_r obsahuje homogénne rozložený kladný náboj s objemovou hustotou ρ . Vypočítajte $E(r)$, kde r je vzdialenosť od stredu gule, pre vnútro gule aj pre vonkajší priestor.
(7 bodov)

$$1. \quad Q = Ze$$

$$\text{Vnútro } r \leq R$$

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} \frac{r^3}{R^3}$$

$$E(r) = \frac{Zer}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\text{Von } r \geq R$$

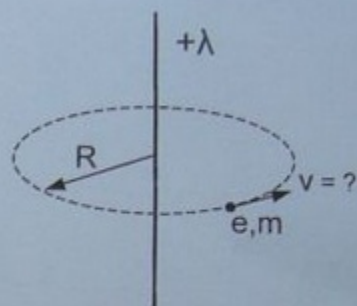
$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

co je to Z? -> teda je to ta hustota v zadani oznacena ako rho

2 V okolí veľmi dlhého priameho kovového drôtu, ktorý nesie kladný elektrický náboj λ pripadajúci na jednotkovú dĺžku, obieha po kruhovej dráhe elektrón. Určite orbitálnu rýchlosť elektrónu, ak polomer kruhovej trajektórie je R .

(8 bodov)



2.

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = E 2\pi R l = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

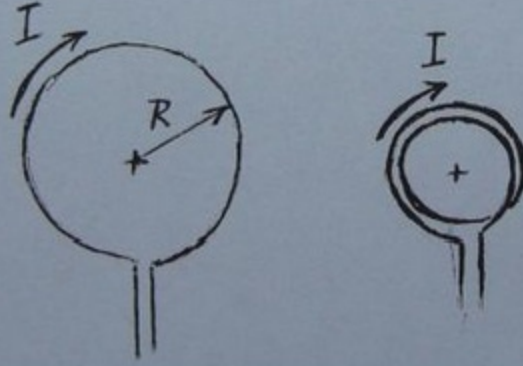
$$F_e = qE = \frac{q\lambda}{2\pi R \epsilon_0}$$

$$F_2 = \frac{mv^2}{R} = F_e$$

$$v = \sqrt{\frac{q\lambda}{2\pi \epsilon_0 m}}$$

3. Na obrázku **a** je znázornený vodič dĺžky L ohnutý do tvaru kruhového závit. Na obrázku **b** je ten istý vodič, tu je však ohnutý prudšie, tak že vytvára dvojité závit s menším polomerom. Ak B_a , B_b sú veľkosti magnetickej indukcie v stredoch závit, aký je pomer B_a / B_b ?

(7 bodov)



3.

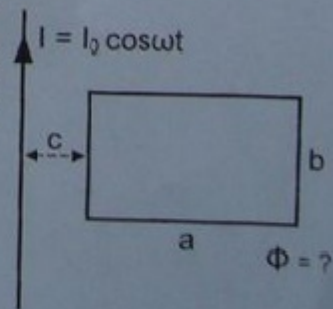
$$B_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{NI2\pi r}{r^2} = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{\mu_0 I}{2R_a}$$

$$B_b = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{\mu_0 2I}{2R_b} = \frac{\mu_0 2I}{2 \left(\frac{2\pi R_a}{2\pi R_b} \right)} = \frac{\mu_0 2I}{R_a} = 4B_a$$

rt2011

// toto bolo na skuskach uz dost vela krat

4. Vo vzdialenosti c od veľmi dlhého priameho vodiča, ktorým prechádza striedavý prúd I , sa nachádza obdĺžnikový závit, ktorého strany majú dĺžky a a b . (a) Určite magnetický indukčný tok Φ prechádzajúci cez plochu závit. (b) Vyjadrite časovú závislosť indukovaného napätia v obdĺžnikovej slučke. (8 bodov)



4.

$$\Phi = \int_c^{c+a} B b dx = \int_c^{c+a} \frac{\mu I}{2\pi x} b dx = \frac{\mu b I}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c} = \frac{\mu b}{2\pi} \ln \left(\frac{c+a}{c} \right) I_0 \cos(\omega t)$$

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu b}{2\pi} \ln \left(\frac{c+a}{c} \right) I_0 \sin \omega t$$

c

4. Dlhý koaxiálny kábel pozostáva z dvoch súosých valcov s polomermi a , b . Nech vnútorným vodičom preteká elektrický prúd I a vonkajším vodičom tečie spätný prúd rovnakej veľkosti, ale opačného smeru. a - Vypočítajte energiu magnetického poľa medzi vodičmi v koaxiáli na dĺžke ℓ ; b - Vypočítajte koeficient samoindukcie koaxiálu pre dĺžku ℓ . (8 bodov)

4) Indukcia v medzere:

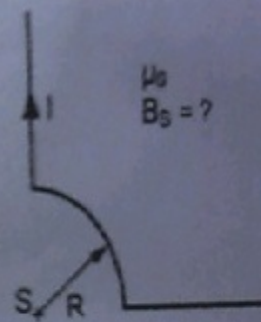
$$\oint \vec{B} d\vec{r} = \mu I \rightarrow B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$e_m = \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu_r} = \frac{1}{2} \frac{\mu I^2}{2\pi r}$$

$$E_m = \int e_m dV = \int \frac{1}{2} \frac{\mu I^2}{(2\pi r)^2} 2\pi r l dr = \int_a^b \frac{\mu I^2 l}{4\pi r} dr = \frac{\mu I^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow L_1 = \frac{2E_m}{I^2} = \frac{2\mu I^2 l \ln \frac{b}{a}}{4\pi I^2} = \frac{\mu l \ln \frac{b}{a}}{2\pi}$$

3 Určite indukciu magnetického poľa v strede kruhového oblúku tenkého vodiča nachádzajúceho sa vo vákuu, ak ním prechádza elektrický prúd I .
(7 bodov)

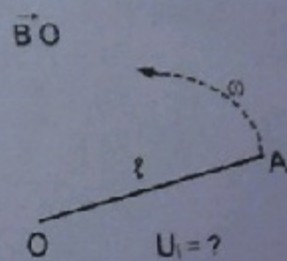


3) V priamych úsekoch $r \parallel I \Rightarrow B=0$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$B = \int_0^{\frac{\pi R}{2}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{8R} \quad d\vec{l} \text{ kolme } \vec{R}$$

4 Vodorovná tyč sa otáča okolo zvislej osi, ktorá prechádza jej koncovým bodom O. Celková dĺžka tyče je l a uhlová rýchlosť otáčania tyče je ω . Vypočítajte rozdiel elektrických potenciálov medzi koncami tyče, ak vertikálna zložka zemského magnetického poľa je B .
(8 bodov)



4)

$$U_i = \int \vec{E} d\vec{r} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) dr = \int v B dx = \int \omega x B dx = \frac{\omega B l^2}{2}$$

- 2 Vypočítajte absolútnu kapacitu kvapky ortuti s polomerom R nachádzajúcu sa vo vzduchu. Ak dve také isté kvapky sa spoja do jednej väčšej guľovitej kvapky, aká bude jej kapacita?
(7 bodov)

kapacita gule $V = \int_R^{\infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{\infty} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ $\rightarrow (2)$

$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$ $\rightarrow (4)$

pre 2-kroptkovú guľu

$\frac{4}{3}\pi R_2^3 = 2 \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3$ $\textcircled{1}$

$R_2^3 = 2R_1^3$

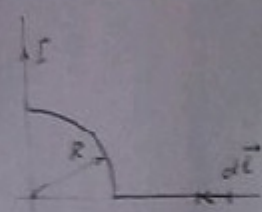
$R_2 = \sqrt[3]{2} R = 2^{\frac{1}{3}} R$ $\textcircled{1}$

$C_2 = 4\pi\epsilon_0 2^{\frac{1}{3}} R$ $\rightarrow (3)$

$\underline{Id\vec{l} \times \vec{r}} \textcircled{4}$

Určite indukciu magnetického poľa v strede kruhového oblúku tenkého vodiča nachádzajúceho sa vo vákuu, ak ním prechádza elektrický prúd I .

②



na smere
mimo osi,
stále len veľkosť

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

priamo úhlý $d\vec{l} \perp \vec{r}$ \rightarrow
indukcia = \oint

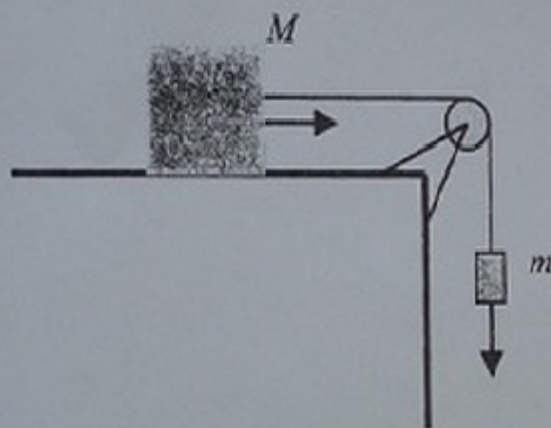
oblúk $d\vec{l} \perp \vec{r}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2}$$

$$B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

$\rightarrow 7$

1 Teleso s hmotnosťou M na hladkom vodorovnom povrchu je spojené so závažím hmotnosti m prostredníctvom tenkého lanka. Určite: a) zrýchlenie, s ktorým sa teleso pohybuje po povrchu (trenie s povrchom neuvažujte), b) ťahovú silu T v lanku, ktorou závažie pôsobí na teleso! (zadaná hodnoty M, m, g) (7 bodov)



$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & T = Ma \quad \checkmark \quad \text{teleso} \\
 & G - T = ma \quad \checkmark \quad \text{závažie} \\
 & mg = ma + T \\
 & mg = ma + Ma \\
 & a = \frac{mg}{m+M} \quad \checkmark 5 \\
 & T = M \frac{mg}{m+M} \quad \checkmark 7
 \end{aligned}$$

max. 7b

2 V atóme vodíka obieha elektrón s hmotnosťou m a elektrickým nábojom $-e$ rovnomerne po kružnici okolo jadra atómu, ktoré je tvorené jedným protónom s elektrickým nábojom $+e$. Polomer kruhovej dráhy je r . Vypočítajte: a) orbitálnu rýchlosť elektrónu, b) celkovú energiu sústavy nábojov (súčet kinetickej a potenciálnej energie) ako závislosť od polomeru atómu! (zadané hodnoty e, m, r, ϵ_0) (8 bodov)

② planckárny model

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad \checkmark$$

$$E = K + U =$$

$$\text{me. 8b} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} =$$

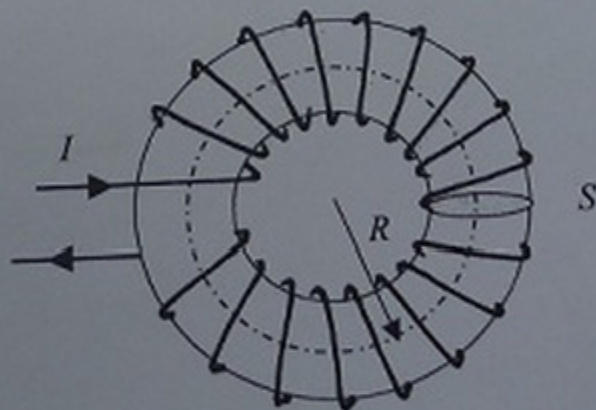
$$= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} =$$

$$E = - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad \checkmark$$

$$m v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$v = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m r} \right)^{1/2} \quad \checkmark$$

- 3 Toroid so stredným polomerom R a kruhovým prierezom jadra (plocha prierezu S) má po svojom obvode N závitov. Materiál tvoriaci jadro toroidu má relatívnu permeabilitu μ_r . Vinutím toroidu tečie prúd I . Vypočítajte: a) magnetickú indukciu v jadre toroidu, b) indukčný tok v priereze jadra, c) vlastnú indukčnosť toroidu, d) celkovú energiu magnetického poľa v jadre toroidu, e) objemovú hustotu energie magnetického poľa! (zadané hodnoty R, S, N, I, μ_r, μ_0) (10 bodov)



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I$$

$$B \cdot 2\pi R = \mu NI$$

$$B = \frac{\mu_r \mu_0 NI}{2\pi R} \quad 3/$$

$$\Phi = \frac{\mu NI S}{2\pi R} \quad 1/$$

max. 10b

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$U_i = -N \left(\frac{\mu N S}{2\pi R} \right) \frac{dI}{dt}$$

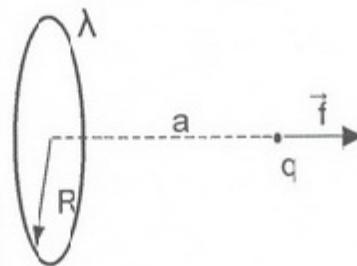
$$L = \frac{\mu N^2 S}{2\pi R} \quad 2/$$

$$E_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu N^2 S}{2\pi R} \right) I^2 \quad 2/$$

$$e_m = \frac{E_m}{2\pi R S} = \frac{\mu N^2 I^2}{2(2\pi R)^2} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} BH \quad 2/$$

1) Tenký kruhový prstenec s polomerom R je rovnomerne nabitý tak, že kladný elektrický náboj pripadajúci na jednotkovú dĺžku prstenca je λ . Vypočítajte veľkosť sily pôsobiacej na bodový kladný náboj q nachádzajúci sa na osi prstenca vo vzdialenosti a od jeho stredu.

(7 bodov)



1)

$$f = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQq}{r^2} \cos\alpha = \int \frac{\lambda dx q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{a}{r} = \frac{\lambda q a 2\pi R}{4\pi\epsilon_0 (a^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\lambda q a R}{2\epsilon_0 (a^2 + R^2)^{3/2}}$$

29. 6. 2010

- 3 Vypočítajte obehovú rýchlosť a frekvenciu obahov uťahlancích d...
 2 Aká časť energie elektrostatického poľa rozprestierajúceho sa v okolí nabitej vodivej gule s polomerom R a elektrickým nábojom Q je v priestore ohraničenom ekvipotenciálnou plochou s polomerom $2R$? (známa hodnota ϵ_0)

(10 bodov)

(8 bodov)

② 10 bodov

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \downarrow$$

$$e_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0 r^2)^2} \quad \downarrow 3$$

$$E_e = \int_R^\infty e_e dV = \int_R^\infty \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 Q^2}{(4\pi\epsilon_0 r^2)^2} 4\pi r^2 dr =$$

$$= \int_R^\infty \frac{Q^2}{24\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \quad \downarrow 6$$

$$E_{e,2R} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{2R} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \right] = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

3

$$E_{e,2R} = \frac{1}{2} E_e \quad \downarrow 10$$

výpočet $E_{e,2R}$ bez $E_e \rightarrow 7$