

Vyhľadavanie

Vyhľadavanie

Vstupy:

- N prvkov identifikovateľných kľúčom
- kľúč K, ktorý charakterizuje prvok, ktorý chceme nájsť

Výstupy:

- Úspech : prvok sa v zadanej množine našiel
- Neúspech: prvok sa nenašiel

Rozdelenie vyhľadávanií

- vnútorné, vonkajšie
- statické, dynamické
- uporiadaná, neuporiadaná postupnosť
- lineárne, binárne, pomocou rozptylovej funkcie

Jednoduché vyhľadavanie

Vstup: pole prvkov, kľúč

Výstup: pozícia nájdeného prvku v poli (ak sa prvok nenájde, tak sa vráti 0)

```

Procedure SEARCH (POST: pole, K: kľúč, var KDE: integer )
VAR NAJDENY : BOOLEAN;
    I : 1..VELKOST;
BEGIN
    NAJDENY := FALSE;
    I := 1;
    WHILE ((I <= VELKOST) AND (NOT NAJDENY)) DO
        IF K = POST[I].KLUC THEN
            BEGIN
                KDE := I;
                NAJDENY := TRUE;
            END
        ELSE
            I ++;
        END IF
    END WHILE
    IF NOT NAJDENY THEN
        KDE := 0;
    END IF;
END;
```

Jednoduché vyhľadavanie - lineárne

// vracia true akk existuje integer I také,
// že arr[i] == target a 0 <= i < arr.length

```

boolean linearSearch(int[] arr, int target)
{
    int i = 0;
    while (i < arr.length) {
        if (arr[i] == target) {
            return true;
        } // if
        ++i;
    }
    return false;
}
```

Jednoduché vyhľadavanie - lineárne

type IntList is array(1..Max) of Integer;

function Search(List: IntList; Key: Integer)

```

return Integer
begin
    for I in List.Range loop
        if List(I) = Key then
            return I;
        end if;
    end loop;
    return 0;
end Search;
```

popodmienka:

$(List(I) = Key) \vee$
 $((I = 0) \wedge \forall J(1 \leq J \leq Max \mid (List(J) \neq Key)))$

Jednoduché vyhľadávanie – lineárne so zarážkou

type IntList is array(0..Max) of Integer;

```
function Search(List: IntList; Key: Integer)
return Integer
l: Integer := Max;
begin
  List(0) := Key;
  while List(l) ≠ Key loop
    l := l - 1;
  end loop;
  return l;
end Search;
```

invariant cyklu:
 $\forall J(l < J \leq \text{Max} \mid \text{List}(J) \neq \text{Key})$

7

Binárne vyhľadávanie

- Vstupom je usporiadané pole.
- Algoritmus porovná prvok nachádzajúci sa v strede poľa so zadaným kľúčom. Ak sa zhoduje, vráti jeho pozíciu. Ak sa nezhoduje, rozdelí pole na 2 polovice a pokračuje rovnakým hľadaním v tej polovici v ktorej sa prvok nachádza.

- Rekurzívna verzia algoritmu:

```
BinarySearch(A[0..N-1], value, low, high)
{
  if (high < low)
    return not found
  mid = (low + high) / 2
  if (A[mid] > value)
    return BinarySearch(A, value, low, mid-1)
  else if (A[mid] < value)
    return BinarySearch(A, value, mid+1, high)
  else
    return mid
}
```

8

Binárne vyhľadávanie s cyklom

```
function Search(List: IntList; Key: Integer)
return Integer
Low: Integer := List'First;
High: Integer := List'Last;
Mid: Integer;
begin
  loop
    Mid := (Low + High) / 2;
    if Key = A[Mid] then return Mid;
    elsif Key < A[Mid] then High := Mid - 1;
    else Low := Mid + 1;
  end if;
  if Low > High then return 0;
end loop;
end Search;
```

9

Binárne vyhľadávanie

- Nájdí prvok 92

11 14 16 27 31 35 39 39 43 49 56 58 66 72 74 80 85 92 92 97 97 97

10

Usporiadúvanie

Usporiadúvanie

- Postupnosť: $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$
- Položka:

- a_i
- Kľúč k_i položky a_i $k(a_i)$

Usporiadanie: binárna relácia

Úlohou je preusporiadať všetky položky postupnosti tak, aby platilo:

$K1 \leq K2 \leq K3 \leq \dots \leq K_n$

11

12

Usporiadúvanie

- Nech K je nekonečná lineárne usporiadaná množina (ďalej skratka LUM), t.j.
- množina, na ktorej je definovaná relácia $<$ taká, že sú splnené tieto 2 podmienky:
 - zákon trichotómie
 - Pre ľubovoľné dva prvky $K_1, K_2 \in K$ platí práve jedna z relácií: $K_1 < K_2$, $K_1 = K_2$, $K_1 > K_2$.
 - tranzitívny zákon
 - Pre ľubovoľné tri prvky $K_1, K_2, K_3 \in K$ platí: Ak $K_1 < K_2$ a $K_2 < K_3$, tak $K_1 < K_3$.
- Pre ľubovoľné $K_1, K_2 \in K$ budeme písať, že $K_1 \leq K_2$ ak $K_1 < K_2$ alebo $K_1 = K_2$.

13

Usporiadúvanie

- Nech D je nekonečná množina a nech je na nej definovaná funkcia $k: D \rightarrow K$.
- Definícia (problém usporiadúvania).
Nech je daná postupnosť a_1, \dots, a_n , kde $n \in \mathbb{N}$; $a_i \in D$. Potom všeobecný problém usporiadúvania tkvie v určení takej permutácie π čísel $1, \dots, n$, že platí $k(a_{\pi(1)}) \leq k(a_{\pi(2)}) \leq \dots \leq k(a_{\pi(n)})$
- D – množina údajov
- k – funkcia usporiadania, daná zvyčajne explicitne pre každý prvok ako jeho zložka tzv. kľúč.
- Definícia. Permutácia n -prvkovej množiny je ľubovoľné usporiadanie prvkov tejto množiny do postupnosti.

14

Stabilný algoritmus

- Usporiadúvací algoritmus je stabilný, ak vždy zachová originálne poradie elementov s rovnakými kľúčmi
- Ak elementy s rovnakými kľúčmi sú neodlíšiteľné, tak nie je potrebné sa zaoberať stabilitou algoritmu (napr. ak kľúčom je samotný element)
- Zachovať originálne poradie elementov je dôležité napr. pri viacnásobnom usporiadaní – najprv podľa priezviska a potom podľa mena.

15

Stabilný algoritmus

- Každý nestabilný algoritmus sa dá implementovať ako stabilný tým, že sa zapamätá originálne poradie elementov a pri zhodných kľúčoch sa berie do úvahy toto poradie
- Viacnásobné usporiadanie je možné obísť vytvorením jedného kľúča, ktorý je zložený z primárneho, sekundárneho, atď. kľúča usporiadania
 - Takéto úpravy nestabilných algoritmov majú negatívny vplyv na výpočtovú zložitosť.

16

Stabilný algoritmus

- Príklad – dvojice (kľúč, element):
 - (4, 5) (2, 7) (2, 3) (5, 6)
- Dve možné usporiadania:
 - (2, 7) (2, 3) (4, 5) (5, 6) – zachované poradie elementov s kľúčmi 2 – stabilné usporiadanie
 - (2, 3) (2, 7) (4, 5) (5, 6) – zmenené poradie elementov s kľúčmi 2 – nestabilné usporiadanie
- Príklad na viacnásobné usporiadanie – dvojice (kľúč 1, kľúč 2):
 - (4, 5) (2, 7) (2, 3) (4, 6)
- Usporiadanie najprv podľa kľúča 2, potom podľa kľúča 1:
 - (2, 3) (4, 5) (4, 6) (2, 7) – podľa kľúča 2
 - (2, 3) (2, 7) (4, 5) (4, 6) – podľa kľúča 1
- Usporiadanie najprv podľa kľúča 1, potom podľa kľúča 2:
 - (2, 7) (2, 3) (4, 5) (4, 6) – podľa kľúča 1
 - (2, 3) (4, 5) (4, 6) (2, 7) – podľa kľúča 2 – narušené poradie
- Pre zachovanie stability viacnásobného usporiadúvania je potrebné usporadúvať postupne podľa kľúčov so zvyšujúcou sa prioritou.

17

Porovnávací algoritmus

- usporiadúvací algoritmus, ktorý prechádza vstupné kľúče a na základe operácie porovnávania rozhoduje, ktorý z dvoch elementov sa má v usporiadanom poli objaviť ako prvý.
- Operácia porovnávania musí mať tieto vlastnosti:
 - Ak $a \leq b$ a $b \leq c$, tak potom $a \leq c$
 - Pre všetky a a b , buď $a \leq b$ alebo $b \leq a$
- Základným limitom je dolné ohraničenie počtu porovnávania $\Omega(n \log n)$, ktoré je potrebné na usporiadanie postupnosti. Preto aj tie najlepšie algoritmy usporiadúvania založené na porovnávaní, majú priemernú časovú zložitosť $O(n \log n)$ – na rozdiel od neporovnávacích algoritmov, kde sa môže dosiahnuť časová zložitosť aj $O(n)$.

18

Výhody porovnávacích algoritmov

- Použiteľné pre rôzne dátové typy
- Jednoduchá implementácia porovnávania n -tíc v lexikografickej postupnosti
- Reverzná funkcia porovnávania = reverzne usporiadaná postupnosť

19

Najznámejšie algoritmy usporadúvania

- založené na porovnávaní:
 - usporadúvanie výberom,
 - vkladáním,
 - výmenou,
 - zlučováním,
 - quicksort,
 - heapsort, ...
- neporovnávacie algoritmy:
 - radix sort,
 - counting sort,
 - bucket sort, ...

20

Usporiadúvanie vkladáním

- algoritmus, ktorý realizuje usporadúvanie priamym vkladáním.
- vychádza z predpokladu, že do už usporiadanej postupnosti sa na správne miesto vloží ďalší prvok.
- ak sa miesto, na ktoré sa nový prvok vkladá, zisťuje binárnym vyhľadávaním, hovoríme o usporadúvaní binárnym vkladáním

21

Usporiadanie vkladáním

- Príklad:
 - usporiadajte vkladáním pole **6 4 5 2 3 1 7**

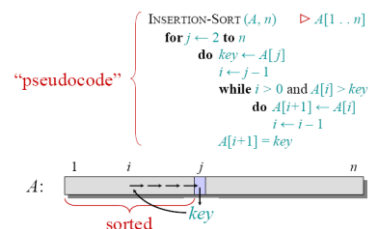
- 1. krok 6 | 4 5 2 3 1 7 → 4 6 | 5 2 3 1 7
- 2. krok 4 6 | 5 2 3 1 7 → 4 5 6 | 2 3 1 7
- 3. krok 4 5 6 | 2 3 1 7 → 2 4 5 6 | 3 1 7
- 4. krok 2 4 5 6 | 3 1 7 → 2 3 4 5 6 | 1 7
- 5. krok 2 3 4 5 6 | 1 7 → 1 2 3 4 5 6 | 7
- 6. krok 1 2 3 4 5 6 | 7 → 1 2 3 4 5 6 7 |
- 7. krok 1 2 3 4 5 6 7 | → 1 2 3 4 5 6 7 |

22

Usporiadanie vkladáním

- Časová zložitosť závisí od vstupného poľa
 - pre takmer usporiadané vstupné pole algoritmus prebehne rýchlo – vtedy sa akoby vymieňali len dva susedné prvky (najpravejší z usporiadanej časti s najľavejším z neusporiadanej časti) a nedochádza tak k posunu ostatných prvkov.

23



24

Usporiadúvanie vkladaním

Procedure InsertionSort(var A: pole)
Var i, j, x : Integer;

```
BEGIN
  for i:= 2 to Dĺžka(A) do begin
    x := A[i];
    a[0] := x;
    j := i - 1;
    while x < A[j] do
      begin
        a[j+1] := a[j];
        j := j - 1;
      end;
    a[j+1] := x;
  end
```

25

Insertion Sort

INSERTION-SORT(A)

```
1. for j = 2 to length[A]
2.   do key ← A[j]
3.     //insert A[j] to sorted sequence A[1..j-1]
4.     i ← j-1
5.     while i > 0 and A[i] > key
6.       do A[i+1] ← A[i] //move A[i] one position right
7.       i ← i-1
8.     A[i+1] ← key
```

26

správnosť algoritmu Insertion Sort

- invariant cyklu
 - na začiatku každej iterácie obsahuje podpole A[1..j-1] pôvodné hodnoty z A[1..j-1] ale v usporiadanom poradí.
- dôkaz:
 - inicializácia : j=2, A[1..j-1]=A[1..1]=A[1], je usporiadané.
 - udržiavanie: každý krok cyklu udržiava platnosť invariantu.
 - ukončenie: j=n+1, takže A[1..j-1]=A[1..n] je usporiadané.

27

analýza algoritmu Insertion Sort

INSERTION-SORT(A)	cena	počet opakovaní
1. for j = 2 to length[A]	c_1	n
2. do key ← A[j]	c_2	$n-1$
3. //insert A[j] to sorted sequence A[1..j-1]	0	$n-1$
4. i ← j-1	c_4	$n-1$
5. while i > 0 and A[i] > key	c_5	$\sum_{j=2}^n t_j$
6. do A[i+1] ← A[i]	c_6	$\sum_{j=2}^n (t_j - 1)$
7. i ← i-1	c_7	$\sum_{j=2}^n (t_j - 1)$
8. A[i+1] ← key	c_8	$n-1$

(t_j udáva, koľkokrát sa vykoná test cyklu while v riadku 5 pre danú hodnotu j)
Celková cena $T(n)$ = suma *cena* × *počet opakovaní* pre každý riadok

$$= c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_5 \sum_{j=2}^n t_j + c_6 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_7 \sum_{j=2}^n (t_j - 1) + c_8(n-1)$$

28

analýza algoritmu Insertion Sort

- cena v najlepšom prípade: prvky sú už usporiadané
 - $t_j=1$, a riadky 6 a 7 sa vykonajú 0 krát
 - $T(n) = c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_8(n-1)$
 $= (c_1 + c_2 + c_4 + c_8)n - (c_2 + c_4 + c_8) = cn + c'$
- cena v najhoršom prípade: prvky sú už usporiadané, ale v opačnom poradí
 - $t_j=j$,
 - SO $\sum_{j=2}^n t_j = \sum_{j=2}^n j = n(n+1)/2 - 1$, a $\sum_{j=2}^n (t_j - 1) = \sum_{j=2}^n (j - 1) = n(n-1)/2$, a
 - $T(n) = c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_5(n(n+1)/2 - 1) + c_6(n(n-1)/2 - 1) + c_7(n(n-1)/2 - 1) + c_8(n-1)$
 $= ((c_5 + c_6 + c_7)/2)n^2 + (c_1 + c_2 + c_4 + c_5/2 - c_6/2 - c_7/2 + c_8)n - (c_2 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7)/2 = an^2 + bn + c$
- cena v priemernom prípade: čísla sú náhodné
 - v priemere, $t_j = j/2$. $T(n)$ bude aj v priemernom prípade stále rádu n^2 , rovnako ako v najhoršom prípade.

29

časová zložitosť algoritmu Insertion Sort

- časová zložitosť:
 - v najlepšom prípade: $T(n) = \Theta(n)$,
 - v najhoršom prípade: $T(n) = \Theta(n^2)$,
 - v priemernom prípade: $T(n) = \Theta(n^2)$
- je to rýchly algoritmus?
 - pre malé n celkom prijateľný
 - pre veľké n vonkoncom nie.

30

Usporiadúvanie výmenou - bublinkové (bubble)

- bubble sort usporadúva prvky priamou výmenou
- je implementačne jednoduchý, ale neefektívny
- pri usporadúvaní porovnáva dva susedné prvky a ak nie sú v správnom poradí, vymenia sa
- procedúra sa opakuje, až kým nie sú potrebné žiadne výmeny

31

Usporiadúvanie výmenou - bublinkové (bubble)

- Príklad:
 - Usporiadajte bublinkovou výmenou pole **5 1 4 2 8**
 - 1. fáza
 - » **5** 1 4 2 8 → **1** 5 4 2 8
 - » **1** 5 **4** 2 8 → **1** 4 **5** 2 8
 - » **1** 4 **5** **2** 8 → **1** 4 **2** **5** 8
 - » **1** 4 2 **5** 8 → **1** 4 2 **5** 8
 - 2. fáza
 - » **1** 4 2 5 8 → **1** 4 2 5 8
 - » **1** 4 **2** 5 8 → **1** 2 **4** 5 8
 - » **1** 2 **4** 5 8 → **1** 2 **4** **5** 8
 - » **1** 2 4 **5** 8 → **1** 2 4 **5** 8

32

Usporiadúvanie výmenou - bublinkové (bubble)

- Príklad:
 - na začiatku sme mali pole **5 1 4 2 8**
 - 3. fáza
 - » **1** 2 4 5 8 → **1** 2 4 5 8
 - » **1** 2 **4** 5 8 → **1** 2 **4** 5 8
 - » **1** 2 **4** **5** 8 → **1** 2 **4** **5** 8
 - » **1** 2 4 **5** 8 → **1** 2 4 **5** 8
 - na konci máme usporiadané pole **1 2 4 5 8**

33

Bublinkové usporadúvanie

```

Procedure BubbleSort(var A: pole)
Var i, j, t : integer;
Begin
  for i := Dĺžka(A) downto 1 do
    for j := 1 to Dĺžka(A)-1 do
      if A[j] > A[j+1] then
        begin
          t := A[j];
          A[j] := A[j+1];
          A[j+1] := t;
        end;
      end;
    end;
  end;
end;

```

34

Bublinkové usporadúvanie

```

void bubbleSort (Array A) {
  n = dĺžka(A);
  boolean isSorted = false;
  while(!isSorted) {
    isSorted = true;
    for(i = 0; i < n; i++) {
      if(A[i] > A[i+1]) {
        int T = A[i];
        A[i] = A[i+1];
        A[i+1] = T;
        isSorted = false;
      }
    }
  }
}

```

35

časová zložitosť bublinkového usporadúvania

- 1 prechod = presun najväčšieho prvku na koniec
- i-tý prechod: n-i+1 operácií
- čas:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = (n-1)n/2 = O(n^2)$$
- ktorý prípad je najlepší?
- ktorý prípad je najhorší?

36

Usporiadúvanie výberom

- algoritmus realizuje usporiadúvanie priamym výberom
- vychádza z predpokladu, že najmenší prvok môžeme zaradiť priamo na začiatok vstupného poľa, najmenší prvok zo zvyšku poľa zase na jeho začiatok atď.
- podľa toho, či usporadúva prvky vzostupne/zostupne, sa môže označovať ako MinSort/MaxSort

37

Usporiadúvanie výberom

- Príklad:
– usporiadajte výberom pole **6 4 5 2 3 1 7**

• 1. krok	6 4 5 2 3 1 7 → 1 6 4 5 2 3 7
• 2. krok	1 6 4 5 2 3 7 → 1 2 6 4 5 3 7
• 3. krok	1 2 6 4 5 3 7 → 1 2 3 6 4 5 7
• 4. krok	1 2 3 6 4 5 7 → 1 2 3 4 6 5 7
• 5. krok	1 2 3 4 6 5 7 → 1 2 3 4 5 6 7
• 6. krok	1 2 3 4 5 6 7 → 1 2 3 4 5 6 7
• 7. krok	1 2 3 4 5 6 7 → 1 2 3 4 5 6 7

- Miera usporiadanosti vstupného poľa nemá vplyv na časovú zložitosť – vždy sa vykoná maximálny počet krokov.

38

Usporiadúvanie výberom

```

procedure SelectionSort(var A: pole)
var i, j, t : integer;
begin
  for i:= 1 to Dĺžka(A) - 1 do
    for j:= Dĺžka(A) downto i+1 do
      if A[i] > A[j] then
        begin
          T := A[i];
          A[i] := A[j];
          A[j] := T;
        end;
    end;
  end;
end;

```

39

Donald Shell

1.3.1924–

1959 PhD Uni of Cincinnati

Shell, D.L. (1959). "A high-speed sorting procedure".
Communications of the ACM 2 (7):
30–32.



40

Shellovo usporiadúvanie

- algoritmus, ktorý realizuje usporiadúvanie priamym vkladáním so zmenšováním prírastku
- je to vlastne zlepšenie usporiadúvania vkladáním a bublinkového
- táto metóda je jedna z najrýchlejších pre usporiadanie menších postupností (menej ako 1000 prvkov)

41

Shellovo usporiadúvanie

- Príklad, prírastky $n = n/2$, atď (pôvodný návrh Shella):
– Usporiadajte pole **6 4 5 2 8 3 1 7** pomocou algoritmu shell sort, $n = 8/2 = 4$

• 1. krok, krokovanie 4, vyznačené čísla sa usporiadajú vkladáním	» 6 4 5 2 8 3 1 7 → 6 4 5 2 8 3 1 7
	» 6 4 5 2 8 3 1 7 → 6 3 5 2 8 4 1 7
	» 6 3 5 2 8 4 1 7 → 6 3 1 2 8 4 5 7
	» 6 3 1 2 8 4 5 7 → 6 3 1 2 8 4 5 7
• 2. krok, krokovanie 2	» 6 3 1 2 8 4 5 7 → 1 3 5 2 6 4 8 7
	» 1 3 5 2 6 4 8 7 → 1 2 5 3 6 4 8 7
• 3. krok, krokovanie 1	» 1 2 5 3 6 4 8 7 → 1 2 3 4 5 6 7 8

42

Shellovo usporadúvanie

```

procedure ShellSort(var f: pole)
var i, j, h, v, N: integer;
begin
  N := Dĺžka(f);
  h := 1;
  repeat // priprav prírastky podľa Knutha
    h := (3 * h) + 1;
  until h > N;

  repeat
    h := (h div 3);
    for i := (h + 1) to N do begin
      v := f[i];
      j := i;
      while ( (j > h) and ( f[j-h] > v ) ) do begin
        f[j] := f[j - h];
        dec(j, h);
      end;
      f[j] := v;
    end;
  until h = 1;
end

```

43

Shellovo usporadúvanie

- používa postupnosť prírastkov h_1, h_2, \dots, h_t
- môže byť ľubovoľná postupnosť, len musí byť $h_1 = 1$ a $h_1 < h_2 < \dots < h_t$
- rôzne voľby postupnosti prírastkov vedú k rôzne efektívnym verziám algoritmu.

44

Shellovo usporadúvanie

urči postupnosť prírastkov h_1, h_2, \dots, h_t

urob t prechodov cez postupnosť prvkov

prechod 1: h_1 – usporiadaná postupnosť, t.j.

pre $\forall i \ a[i] \leq a[i + h_1]$

prechod 2: h_{t-1} – usporiadaná postupnosť, t.j.

pre $\forall i \ a[i] \leq a[i + h_{t-1}]$

...

prechod t: h_t – usporiadaná postupnosť, t.j.

pre $\forall i \ a[i] \leq a[i + h_t]$

- v každom prechode dosiahni h_k – usporiadanie pomocou usporadúvania vkladaním

45

Shellovo usporadúvanie

- po každom prechode pri nejakom prírastku h_k , pre všetky i máme $a[i] \leq a[i + h_k]$ t.j. všetky prvky umiestnené od seba o h_k miest sú usporiadané.
- posledný prechod sa robí s prírastkom $h_1 = 1$
 \Rightarrow pre $\forall i \ a[i] \leq a[i + 1]$
 \Rightarrow postupnosť $a[]$ je usporiadaná.

46

Shellovo usporadúvanie: prírastky

- Shell: $\lfloor n/2 \rfloor, \lfloor n/2^2 \rfloor, \lfloor n/2^3 \rfloor, \dots, 1$ alebo (ešte horšie) postupnosť prírastkov mocniny 2: $O(n^2)$
- Knuth: 1, 4, 13, 40, 121, 364, 1093, 3280, 9841, ... t.j. $h_1 = 1, h_{i+1} = 3 * h_i + 1$
- Knuth: blízko $O(n \log^2 n)$ a $O(n^{1.25})$
- Hibbard: 1, 3, 7, ..., 2^{k-1} : $O(n^{3/2})$
- Sedgewick: 1, 8, 23, 77, 281, 1073, 4193, 16577, ..., ($4^{i+1} + 3 \cdot 2^i + 1$) pre $i > 0$, má byť lepšia než Knuth
- Pratt: $\log^2 n$ prírastkov $2^{\lceil 3^i \rceil} < \lfloor n/2 \rfloor$

47

Shellovo usporadúvanie

- najlepší prípad: postupnosť je už usporiadaná – bude treba menej porovnaní
- najhorší prípad (pre postupnosť prírastkov podľa Pratt): $O(n \log^2 n)$
- priemerný prípad (pre postupnosť prírastkov podľa Pratt): $\Theta(n \log^2 n)$

48

jedna varianta inšpirovaná Shellovým usporadúvaním: Shaker-sort*

h -utrasenie postupnosti $a[1], \dots, a[n]$:

porovnávanie a prípadná výmena týchto dvojíc prvkov v uvedenom poradí:

$(1; 1 + h), (2; 2 + h), \dots, (N - h - 1; N - 1), (N - h; N),$

$(N - h - 1; N - 1), (N - h - 2; N - 2), \dots, (2; 2 + h); (1; 1 + h)$

všimnime si, že medzi prvkami každej dvojice je rovnaká vzdialenosť h .

usporadúvanie utrasením:

určí postupnosť prírastkov h_1, h_2, \dots, h_t

urob t prechodov cez postupnosť prvkov

prechod 1: h_1 – utrasenie

prechod 2: h_2 – utrasenie

...

prechod t : h_t – utrasenie.

usporiadaj vkladáním // alebo opakuj 1-utrasenie dovtedy, kým nie je postupnosť
usporiadaná

*Incerpi, J. and R. Sedgewick, Practical Variations on Shellsort, Inform. Process. Lett. 26 (1987), 37–43.

49