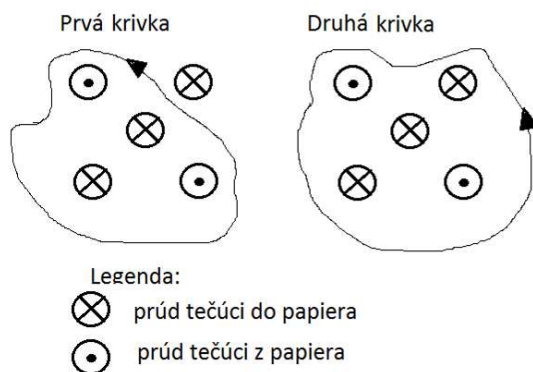


Príklad 4, vzorové riešenie

A, Určte cirkuláciu vektora \vec{B} pozdĺž jednej aj druhej krivky: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$. [2 body]



Pripomienka:

Ampérov zákon: krivkový integrál magnetickej indukcie po ľubovoľnej uzavretej orientovanej krivke l je priamo úmerný celkovému prúdu, ktorý tečie cez ľubovoľný povrch ohraničený touto krivkou:

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I.$$

Elektrickému prúdu, ktorý tečie v smere vztýčeného palca pravej ruky, priradíme znamienko plus, ak ohnuté prsty ukazujú smer integrovania (smer vektora $d\vec{l}$) po krivke l . V opačnom prípade mu priradíme znamienko mínus.

Vzorové riešenie:

Prvá krivka: Celkový prúd, ktorý tečie cez povrch ohraničený prvou krivkou je rovný NULE. To znamená, že podľa Ampérovho zákona je cirkulácia magnetického poľa

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Druhá krivka: Celkový prúd, ktorý tečie cez povrch ohraničený druhou krivkou je rovný

$$\sum I = I + I - I - I - I = -I.$$

To znamená, že podľa Ampérovho zákona je cirkulácia magnetického poľa

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I.$$

Upozornenie!

Z toho, že pozdĺž prvej krivky je $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ **NEVYPLÝVA**, že $\vec{B} = 0$!!!

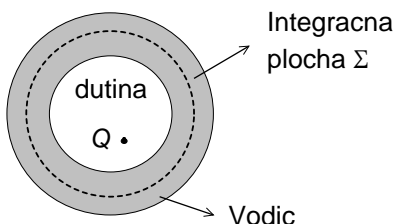
Prečo? Lebo vektor \vec{B} sa mení pozdĺž krivky, to znamená, že ho nemôžeme považovať za konštantu, a teda ho nemôžeme vytiahnuť pred integrál.

Bodovanie:

- 1 bod za odpoveď $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ po prvej krivke
- 1 bod za odpoveď $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$ po druhej krivke

- -0,2 bodu z plného počtu, keď niekto zabudol napísať konštantu μ_0
- -0.5 bodu z plného počtu, keď niekto miesto prúdu I písal číslo 1
- -1 bod z plného počtu, ak niekto miesto výsledku $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ napísal rovno $\vec{B} = 0$
- -1 bod z plného počtu, ak niekto miesto výsledku $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$ napísal niečo typu $B = \frac{\mu_0 I}{L}$.
- za nesprávne znamienko sa body nestrhávali

B, Vo **vodiči** guľového tvaru je dutina, v ktorej je umiestnený náboj Q . Určte tok intenzity elektrického poľa $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ?$ cez plochu guľového tvaru, ktorá prechádza vnútrom vodiča. Svoje tvrdenie zdôvodnite !!!



Odpoveď je, že $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$. Zdôvodnenie uvediem dvomi spôsobmi. Ešte pred tým si však vyjasníme, čo to vlastne znamená vodič. Uvažujme konkrétne vodivý kov. V ňom sa nachádzajú tzv. **voľné elektróny**, ktoré sa môžu **pohybovať** vo vodiči. Tieto elektróny opustili svoje materské elektróny a bez vplyvu vonkajšieho elektromagnetického poľa sú rovnomerne rozložené v medziatómovom priestore vodiča. Keď z atómu odíde elektrón, tak zostane kladne nabitý a hovorí sa mu katión. Tieto katióny vytvárajú v kove pomerne nehybnú mriežku. Keď celkový náboj kovového vodiča je kladný, tak to znamená, že z neho boli odobraté elektróny.

Prvý spôsob:

Integračná plocha Σ sa nachádza vnútri vodiča. Uvažujme ustálený stav, v ktorom je rozloženie náboja statické. **Intenzita elektrického poľa vo vodiči je nulová pri statickom rozložení náboja.**

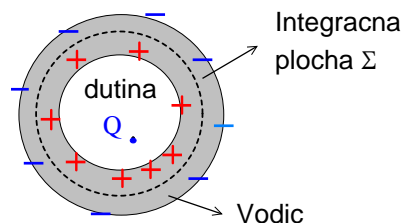
Prečo ???

Uvedomme si, že intenzita elektrického poľa zodpovedá elektrickej sile. To znamená, že v prípade *nenulovej* intenzity \vec{E} pôsobí na elektrón s nábojom q sila $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$. Elektróny vo vodivom kove sa môžu voľne pohybovať. Sila pôsobiaca na elektrón vo vodiči by vyvolala zrýchlený pohyb tohoto elektrónu v smere pôsobiacej sily \vec{F} . To je ale v spore so statickým rozložením náboja.

Zhrnutie: $\vec{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$.

Druhý spôsob:

Predpokladajme, že náboj Q v dutine má zápornú hodnotu. Elektróny v kovovom vodiči sú odpudzované týmto záporným nábojom Q v dutine. Inak povedané, záporný náboj Q pôsobí na elektróny vo vodiči odpudivou Coulombovou silou, ktorá spôsobí, že sa tieto elektróny presunú na vonkajší povrch gule. Koľko elektrónov sa tam presunie? Presne toľko elektrónov, koľko má dokopy náboj Q . (Matematickejšie sformulované: keď elektrón má náboj q , tak na povrch gule sa premiestni N elektrónov podľa rovnice $Q = N \cdot q$.) Na vnútornom okraji gule zostanú kladné náboje, čo v kove znamená nedostatok záporného náboja. Veľkosť kladného náboja na vnútornom okraji sa rovná veľkosti záporného náboja, ktorý odišiel na vonkajší okraj vodiča.



Ďalej použijeme Gaussov zákon: $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0}$, kde Q_{tot} je celkový náboj nachádzajúci sa vnútri gule, ktorej povrch tvorí integračnú plochu Σ . Úlohou je teda určiť celkový náboj Q_{tot} . Na základe predchádzajúcej úvahy platí, že $Q_{tot} = 0$, keďže Q_{tot} je súčtom náboja v dutine a náboja na vnútornom okraji v kove. Keď náboj v dutine je záporný, tak na vnútornom okraji kovu sa nahromadí kladný náboj rovnakej veľkosti akú má náboj v dutine a ich súčet bude nulový. *Výsledok:* $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$.

Pre úplnosť ešte doplníme zdôvodnenie, prečo náboj na vnútornom okraji gule má veľkosť Q . Je to preto, že intenzita elektrického poľa vo vodiči je nulová pri statickom rozložení náboja. To znamená, že po ľubovoľnej integračnej ploche nachádzajúcej sa vnútri vodiča musí byť výsledok $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$. Na vnútornom okraji vodiča sa preto musí nahromadiť práve náboj, ktorý v súčte vynuluje náboj Q v dutine.

Bodovanie:

- 2 body dostali riešenia, ktoré uviedli, že $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ lebo vo vodiči je $E = 0$.
- 2 body dostali tiež riešenia, ktoré uviedli, že podľa Gaussovho zákona $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$, lebo na vnútornej stene sa nahromadí náboj rovnakej veľkosti ako Q v dutine ale opačného znamienka.
- -0,5 bodu za nejasnú formuláciu
- 1.5 bodu dostali riešenia, ktoré uviedli, že vo vodiči je $E = 0$, ale neuviedli výsledok pre integrál $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S}$
- 1 bod dostali riešenia, ktoré uviedli $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$, ale zdôvodnenie bolo chybné alebo nebolo vôbec
- 0 bodov dostali riešenia, ktoré uviedli výsledok $\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ alebo niečo podobné.

Opravovala: Katarína Skúpa