PRÍKLAD Č. 1. (Dynamika – Newtonove zákony)

Opravoval: Miroslav Šedivý

Na teleso s hmotnosťou m pôsobí sila F (obr.), ktorá zviera s vodorovným povrchom uhol α. Koeficient dynamického trenia medzi podložkou a telesom je f_d.

A, Nakreslite všetky sily, ktoré pôsobia na teleso.

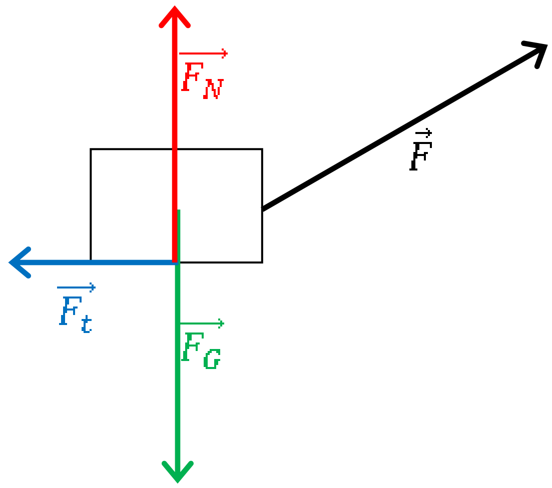
B, Určte veľkosť tlakovej sily F_N, ktorou pôsobí podložka na teleso.

C, Určte zrýchlenie telesa.

Celkový možný počet získaných bodov: A+B+C=2b+2b+2b=**6b**

Riešenie

A



Pôsobiace sily (vrátane alternatívneho označenia):

$\vec{F}$ naša pôsobiaca sila

$\vec{F_G}$, ($\vec{F_g}$) tiažová (resp. gravitačná) sila

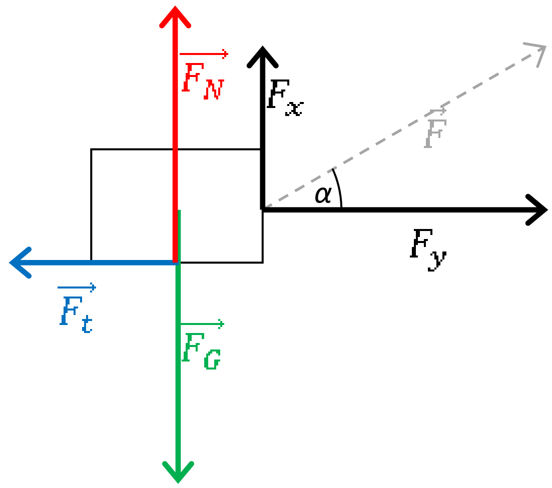
$\vec{F_N} = \vec{N}$ normálová sila

$\vec{F_t} = \vec{F_D}$ dynamická sila trenia

Každá sila 0,5 b

Akákoľvek iná sila je naviac a nemá tam čo hľadať.

B



Silu $\vec{F}$ nahradíme jej zložkami F_x, F_y pôsobiacimi v smere osí x,y.

Zrýchlenie telesa v smere zvislej osi y je nulové, preto súčet veľkostí síl (so správnym znamienkom) pôsobiacich v zvislom smere je rovný 0

$F_N + F_x - F_G = 0$ (0,5 b)

$F_N = F_G - F_x$

$F_G = mg$ (0,5 b)

$F_x = F \sin \alpha$ (0,5 b)

$F_N = mg - F \sin \alpha$ (0,5 b)

C $\overrightarrow{F_{výsledná}} = m\,\vec{a}$, (0,5 b)

keďže oba vektory pôsobia v smere osi x, môžeme písať

$F_{výsledná} = m\,a$

$F_{výsledná} = F_x - F_t$

$F_x = F \cos \alpha$ (0,5 b)

$F_t = f_D F_N = f_D(mg - F \sin \alpha)$ (0,5 b)

$F_{výsledná} = F \cos \alpha - f_D(mg - F \sin \alpha)$

$m\,a = F \cos \alpha - f_D(mg - F \sin \alpha)$

$a = \frac{F \cos \alpha - f_D(mg - F \sin \alpha)}{m}$ (0,5 b)

$$a = \frac{F \cos \alpha + f_D F \sin \alpha}{m} - f_D g$$

Príklad č. 2. (Zákon zachovania energie)

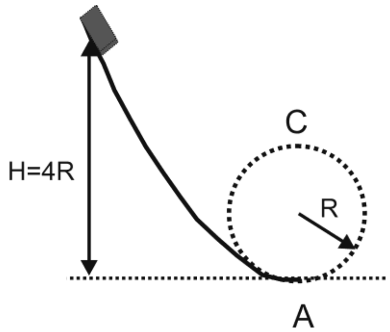
Opravoval: Pavol Blahušiak

Zadanie: Teleso s hmotnosťou m sa začne bez trenia šmýkať zo šmýkľavky z výšky H=4R, na ktorú naväzuje dráha v tvare kružnice s polomerom R. (obrázok bol v zadaní)

Celkový možný počet získaných bodov: A+B+C=2b+2b+2b=**6b**

Riešenie

a) Určte rýchlosť telesa v bode A – najnižší bod kružnice.



$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$, 1b

$E_{p1} = mg4R$, $E_{k1} = 0$, $E_{p2} = 0$, $E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2$, potom:

$mg4R = \frac{1}{2}mv_A^2$, 0,5 b

$\boldsymbol{v_A = \sqrt{8gR}}$, 0,5 b

b) Určte rýchlosť telesa v bode C – najvyšší bod kružnice.

$E_{p2} + E_{k2} = E_{p3} + E_{k3}$, 1 b

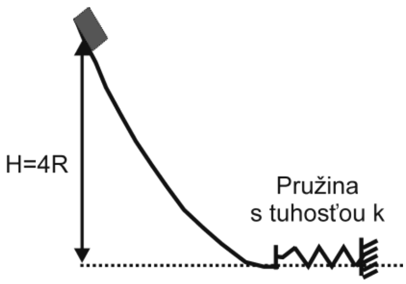
$E_{p2} = 0$, $E_{k2} = \frac{1}{2}mv_A^2$, $E_{p3} = mg2R$, $E_{k3} = \frac{1}{2}mv_C^2$, potom:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mg2R + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$m8gR = mg4R + mv_C^2$, 0,5 b

$\boldsymbol{v_C = \sqrt{4gR}}$, 0,5 b

c) Kružnicový úsek sme nahradili hladkým rovinným povrchom, na ktorom bola umiestnená pružina s tuhosťou k. Teleso sme opäť spustili z rovnakej výšky H=4R. Určte maximálne stlačenie pružiny v okamihu, keď sa teleso na vodorovnej podložke zastavilo. Trecie sily zanedbajme.



$E_{p1} = E_{pružnosti}$, 1 b

$E_{p1} = mg4R$, $E_{pružnosti} = \frac{1}{2}kx^2$, potom:

$mg4R = \frac{1}{2}kx^2$, 0,5 b

$x = \sqrt{\frac{8mgR}{k}}$, 0,5 b

PRÍKLAD Č. 3. (Kinematika)

Opravoval: Robert Astaloš

Teleso sa pohybuje v rovine xy podľa rovnice:

$x = \alpha t$

$y = \beta t^2$

A,Určte vektor rýchlosti $\vec{v}$ a zrýchlenia $\vec{a}$ v ľubovoľných časoch .

B, Určte čas t_0, v ktorom uhol medzi vektorom rýchlosti a zrýchlenia bol pravý t.j. rovnal sa 90^0.

Pozn: $\cos(90^0)=0$.

Riešenie

A, Vektory rýchlosti a zrýchlenia určíme derivovaním vektoru polohy $\vec{r} = (x, y) = (\alpha t, \beta t^2)$ podľa času:

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (\alpha, 2\beta t)$,

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (0, 2\beta)$. 2 b (0,5 b za každú správnu zložku vektora)

B, Budeme vychádzať zo vzťahu pre skalárny súčin vektorov:

$$\vec{v}.\vec{a} = |\vec{v}||\vec{a}|\cos\varphi$$

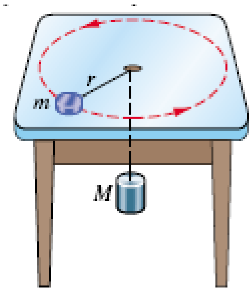
$$(\alpha, 2\beta t_0).(0, 2\beta) = |\vec{v}||\vec{a}|\cos 90^0$$

$4\beta^2 t_0 = |\vec{v}||\vec{a}|.0$ 1 b

$4\beta^2 t_0 = 0$

$t_0 = 0$ 1 b

PRÍKLAD Č. 4. (Rovnomerný pohyb po kružnici)
Opravoval: Martin Bulko



A, Určte rýchlosť, ktorou sa musí pohybovať teliesko s hmotnosťou m rovnomerným pohybom po kružnici s polomerom r (obr.), aby závažie M bolo v pokoji. Všetky trecie sily môžete zanedbať.

$$F_o = F_g$$

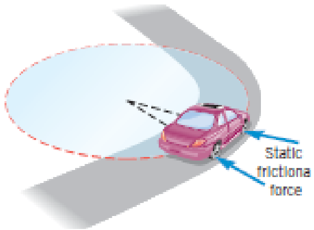
$$m\frac{v^2}{r} = M.g$$ (1b)

$$v = \sqrt{\frac{M.g.r}{m}}$$ (1b)

Hodnotenie často sa vyskytujúcich riešení:

Ak niekto vychádzal zo vzorca $m\frac{v^2}{r} = m.g$ alebo $\frac{1}{2}m\frac{v^2}{r} = M.g$ celý príklad bol hodnotený 0,75 b.	Ak niekto vychádzal zo vzorca $m\frac{v^2}{r} = m.g + M.g$ alebo $m\frac{v^2}{r} = M.g.h$ celý príklad bol hodnotený 0,5 b.

B, Automobil s hmotnosťou m sa pohybuje rýchlosťou v po plochej kruhovej ceste s polomerom R. Určte najmenšiu hodnotu koeficientu statického trenia medzi pneumatikou a vozovkou, ak nemá dôjsť k šmyku.



$$F_o = F_t$$

$$m\frac{v^2}{R} = f_s.F_N = f_s.m.g$$ (1b)

$$f_s = \frac{v^2}{g.R}$$ (1b)

Ak nikde nebolo napísané, čomu sa rovná tlaková sila FN, príklad bol hodnotený 1,25 b.