Úvod:

Základná myšlienka tohto dokumentu je zozbierať príklady na skúšku z PaS a vysvetliť postup riešenia príkladu. Spoločne.
Pôvodne bol tento dokument zdieľaný pre všetkých, ale po rôznych "nehodách" som sa rozhodol to riešiť takto:
Tento dokument bude READ ONLY, bude obsahovať riešenia príkladov, bude dodržané formátovanie. Budem ho moderovať ja a niekoľko málo ľudí, ak máte o to seriózny záujem, napíšte mi.

Založil som druhý dokument PUBLIC, ktorý bude zdieľaný pre všetkých:
http://docs.google.com/Doc?docid=0Ab6MAr4e2eh2ZGtwdHE5bV8yZHZqcW5mZ2g&hl=sk

Tam dávajte nevyriešené príklady, akonáhle bude nejaký vyriešený tak ho odtiaľ zmažem a pastnem sem.
Všetky ďalšie veci môžete riešiť tam.

Robíme to predsa pre seba! (aby sme úspešne dali skúšku z pas-ka :-))

S pozdravom, Gondy :-)

Posledné úpravy:

18.5. 14:51 |Gondy| priklad 2.1.6 opraveny
17.5. 15:21 |Gondy| riesenie 1.11 by liho
17.5. 12:44 |Gondy| zacal som triedit duplicitne priklady
17.5. 12:01 |Gondy| riesenie 2.2.8 fixed by LihO
16.5. 21:28 |Gondy| riesenia 2.1.12, 2.4.10, 2.2.6 by LihO, edit duplicitnych prikladov
16.5. 20:46 |Gondy| riesenia 2.1.2, 2.1.3, 2.1.7, 2.1.13 a 2.2.4 by LihO
16.5. 19:11 |Gondy| riesenie 2.3.9 by peto31
16.5. 17:35 |Gondy| riesenie 2.2.8, 2.5.1 by LihO
16.5. 17:29 |Gondy| riesenie 1.3, 1.8, by LihO
16.5. 17:15 |Gondy| riesenie 2.2.2, 2.3.2, 2.3.10 by peto31
16.5. 17:07 |Gondy| riesenie 2.1.1 by Martingt89
16.5. 17:05 |Gondy| zasrany google docs, nieco som sem pastol a sa to dosralo, som musel zas vratit reviziu
16.5. 16:53 |Gondy| riesenie 2.1.8 by Jan Greppel
16.5. 16:51 |Gondy| riesenie 2.1.4 by Martingt89

16.5.2010 14:25 DOKUMENT LOCKNUTY, vratena revizia

Duplicitné príklady - prehľad:

1. pravdepodobnosť blokov: 2.1.12 vysvetlený, 2.2.8, 2.3.5, 2.4.2
2. pravdepodobnosť vírusu, krvný test: 2.2.7 vysvetlený, 2.5.9, 2.1.5, 2.3.11, 2.4.6, 2.5.9
3. tabuľka početností, aprox. smer odchýlku, faktor 1/n : 2.5.8 vysvetlený, 2.1.2, 2.3.12, 2.4.9, 2.2.10
4. tabuľka početností, určenie x% kvartilu : riešené 1.11, 2.2.9, 2.4.4, medián ako 50% kvartil - 2.5.11, 2.1.13

1. Príklady mix

Určte kovarianciu náhodných veličín X,Y, keď rozdelenie náhodného vektora (X, Y) je dané pravdepodobnostnou funkciou takto:
Pre hodnotové množiny platí :
H(X) = { 0, 1, 2 }
H(Y) = { 0, 1, 2, 3 } a pravdepodobnosti
f(x, y) = P(X = x, Y = y) sú dané maticou:
0 | 0 | 0,1 | 0,2 |
0 | 0,2 | 0,2 | 0 |
0,2 | 0,1 | 0 | 0 |
Riešenie:

1) Zostrojíme tabuľku:

X\Y	0	1	2	3
0	0	0	0,1	0,2
1	0	0,2	0,2	0
2	0,2	0,1	0	0

2) Vzorec na výpočet kovariancie je $cov(x,y) = E(x.y) - E(x).E(y)$

Výpočet E(x.y): treba vynásobiť X krát Y krát obsah v súradnici (X,Y) pre všetky polia v tabuľke a všetko sčítať.
E(x.y) = 0*0*0 + 0*1*0 + 0*2*0,1 + 0*3*0,2 (prvy riadok)
+ 1*0*0 + 1*1*0,2 + 1*2*0,2 + 1*3*0
+ 2*0*0,2 + 2*1*0,1 + 2*2*0 + 2*3*0 = 0,8

Výpočet E(x): sčítať obsah riadka, vynásobiť X-om, sčítať pre všetky riadky:
E(x) = 0*(0+0+0,1+0,2) + 1*(0+0,2+0,2+0) + 2*(0,2+0,1+0+0) = 1

Výpočet E(y): analogicky, sčítať obsah stĺpca a vynásobiť Y, sčítať všetky riadky:
E(y) = 0*(0+0+0,2) + 1*(0+0,2+0,1) + 2*(0,1+0,2+0) + 3*(0,2+0+0) = 1,5

A už len dosadenie do vzorca: cov(x,y) = 0,8 - 1*1,5 = 0,7.

Naposledy upravil: Gondy, 12.5. 13:22

Nech náhodná veličina X ~ N(2, 9). Určte P(-2 < X < 5).
Riešenie:

1) Funguje tu takýto vzorec: $F(b)-F(a)=P(a\leq x<b)$ lenže ten platí pre normálne normované rozdelenie. Pretože v zadaní je iba normálne rozdelenie, treba upraviť P (-2 < X < 5) takto:
upraviť všetky tri čísla v nerovnici tak, že odčítať od nich prvé číslo v rozdelení N(a,b) a vydeliť odmocninou druhého čísla:

$$P(-2<x<5) \quad \text{->} \quad P(\frac{-2-2}{\sqrt{9}}<\frac{x-2}{\sqrt{9}}<\frac{5-2}{\sqrt{9}}) \quad \text{->} \quad P(-\frac{4}{3}<\frac{x-2}{3}<1)$$

teraz dosadíme do vzorca:

$$F_N(1)-F_N(\frac{-4}{3})=F_N(1)-(1-F_N(\frac{4}{3})$$

Fn danej hodnoty nájdeme v tabuľke normovaného normálneho rozdelenia od Volaufa a spočítame:
P = 0.84134 - (1 - 0.90824) = 0,74958

Naposledy upravil: Gondy, 12.5. 13:56

1.2

Nech X má exponenciálne rozdelenie exp(0,5) a . Nech G je distribučná funkcia veličiny Y = 1/sqrt(X)
a g nech je hustota Y.
Určte G(0.5) a g(2).
Riešenie :

1.3

Nech var(X) = 1, var(Y) = 2, cov(X, Y) = -1.
Nájdite var(2X - Y).
Riešenie :

Teoria:
var(a*x) = a^2 * var(x)
var(x + c) = var(x)
var(x + y) = var(x) + var(y) + 2*cov(x,y)
var(x - y) = var(x) + var(y) – 2*cov(x,y)
cov(a*x, b*y) = a*b*cov(x,y)

Riesenie:
var(2x - y) = var(2x) + var(y) – 2*cov(2x, y) = 4var(x) + var(y) – 2*2*1*cov(x,y)
var(2x - y) = 4*1 + 2 – 4*(-1) = 4 + 2 + 4 = 10

1.4

Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami
0.75, 0.72, 0.80, 0.77, 0.81, 0.67, 0.88, 0.72, 0.60

Na hladine 0.10 testujte

> hodnotu 1.7 porovnávame s 1.3968, zamietame
> hodnotu 1.7 porovnávame s 1.8595, nezamietame
> hodnotu 1.7 porovnávame s 1.8331, nezamietame
> hodnotu 1.7 porovnávame s 1.3830, zamietame

Riešenie :
t(1-alfa;n-1)=t(0,90;8)=1.3968; //ale akym vzorcom sme z t() dostali 1,3968???
EDIT: t() najdes v tabulkach studentovho rozdelenia, v zbierke na strane 158, riadok s 8 stupnami volnosti; popr ak nemas zbierku tak aj v tych tabulkach co nam poslal Volauf na dokumentovy server a budeme ich mat na skuske
1,7>1,3968 => H_0 zamietame

1.5

Čas čakania na obsluhu modeluje veličina X, X ~ N(15, 9). Čas obsluhy je veličina Y, nezávislá s X, pričom Y ~ N(30, 16) (parametre sú v minútach). Určte pravdepodobnosť toho, že súhrnný čas čakania a obsluhy prekročí 50 minút.
> 0.421
> 0.335
> 0.260
> 0.159
> žiadna z uvedených

Riešenie:
cakanie N(15,9) pripocitame k obsluhe N(30,16) a dostaneme N(45,25)
mame teda urcit P(X>50) = 1 - FN((50 - 45) / 5) = 1 - FN(1) = 1 - 0,84134 = 0,159

1.6

Hustota f náhodnej veličiny X je daná vzťahmi:
> f(x) = x pre x z intervalu [0, 1],
> f(x) = 2 - x pre x z intervalu [1, 2],
> f(x) = 0, inde.
> Určte hodnotu medzikvartilového rozpätia.
> 0.643
> 0.628
> 0.605
> 0.586
> žiadna z uvedených

Riešenie:

1.8

Náhodný výber sa realizoval hodnotami:
5.5, 6.2, 5.9, 5.7, 6.8, 4.9, 5.3, 4.5
Určte hodnotu výberového medzikvartilového rozpätia (bez použitia výb. distr. funkcie).
> 0.80

> 0.85
> 0.90
> 0.95
> žiadna z uvedených

Riešenie:

Usporiadane: 4,5 4,9 (q1) 5,3 5,5 5,7 5,9 (q2) 6,2 6,8
q1 = (4,9 + 5,3)/2 = 5,1
q3 = (5,9 + 6,2)/2 = 6,05
q3 – q1 = 0,95

1.10

Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami:
6.2, 7.0, 6.7, 6.4, 6.5, 5.9, 6.4, 6.8, 6.6
Určte realizáciu 90%-ného intervalového odhadu pre strednú hodnotu.

> (6.26; 6.74)
> (6.28; 6.72)
> (6.30; 6.70)
> (6.32; 6.68)
> žiaden z uvedených

Riešenie:
Xp = arit. priemer = 6,5
S^2 = (suma[Xi^2] - n*(Xp^2)) / (n-1) = 0,86 / 8 = 0,1075
S = 0,3279
(x-a; x+a)
a = S*t(0,95;8) / sqrt(9) = 0,20
(6,30; 6,70)

1.11

Dáta sú dané tabuľkou početností triedných intervalov:
triedy: |15 - 25 | 25 - 35 | 35 - 45 | 45 - 55 | 55 - 65
početn: |__ 15 __|___ 25 __|___ 35 __|___ 15 __|__ 10 __

> Aproximujte hodnotu 80%-ného výberového kvantilu.
> 46.66
> 47.13
> 48.33
> 50.20
> žiadna z uvedených hodnôt

Riešenie:
15 + 25 + 35 = 75 (prve tri intervaly)
75 + 15 = 90 (prve 4)
my hladame 80tku, ktora musi byt v intervale 45-55
pred intervalom 45-55 je vsak len 75 udajov, cize chyba nam este 5
ja to pocitam "svojim" vztahom: (sirka intervalu / pocet udajov v intervale)* pocet udajov, ktore nam chybaju
(10 / 15)*5 = 3,333 -> spodna hranica intervalu, kde hladame je 45, takze uz len

spocitame 45 + 3,333
spravna odpoved: 48,33

1.13

Nech var(U) = 4, var(V) = 2, cov(U, V) = 1.
Nájdite var(U - 2V).
> 2
> 4
> 6
> 8
> iná

Riešenie:
var(U) + 4var(V) - 4cov(U,V) = 8

1.14

Nepodarkovosť výroby je 3%-ná. Uvažujme o počte nepodarkov v sérii 5000 výrobkov. S akou pravdepodobnosťou bude počet nepodarkov v sérii menší ako 160?
Odpoveďou nech je ten interval, ktorý obsahuje hľadanú pravdepodobnosť!
> [0.69; 0.72]
> [0.73; 0.76]
> [0.77; 0.80]
> [0.81; 0.84]
> žiadna z uvedených

Riešenie:
vysvetlenie v 2.1.3
P(k<160) = FN(0,83) = 0,79673

1.17

Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami 2.2, 2.7, 2.3, 2.5, 2.1, 2.6, 2.3
Na hladine 0.05 testujte $H_0: \mu <= 2.2$ **proti** $H_1: \mu > 2.2$

hodnotu 2.24 porovnávame s 2.4469, H_0 nezamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 1.8946, H_0 zamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 1.9432, H_0 zamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 2.3646, H_0 nezamietame
žiaden z uvedených záverov nie je správny

Riešenie:
Zadane: alfa=0,05; n=pocet hodnot=7;
Kedze hodnotu 2,24 mame vypocitanu, staci zistit studentovo rozdelenie z tabuliek
t(1-alfa; n-1)=t(1-0,05; 7-1)=t(0,95;6)=1,9432 //z tabuliek studentovho rozdelenia

porovnavame teda 2,24 >= **1,9432** - uz teraz vieme oznacit spravnu odpoved
x=(x_1...x_16)€ K a to znamena ze **H_0 zamietame**

2. Skúšky

2.1.1

(5 b.)
Nech (X_1,...,X_16) je náhodný výber rozsahu n = 16 z normálneho rozdelenia $N(\mu,9)$, t.j. smerodajná odchýlka sa rovná 3.
Uvažujme o teste $H_0{:}\mu = 5 \,\text{proti}\, H_1{:}\mu = 7$
Nech testovacou štatistikou je výberový priemer. Nájdite kritickú množinu K, tak, aby hladina významnosti testu sa rovnala 0.05.
[5.85; nekonečno)
[6.00; nekonečno)
[6.15; nekonečno)
[6.23; nekonečno)
žiadna z uvedených
Riešenie :

—

Staci trosku poznat vyznam kritickej hodnoty, aneb pokial mame integrovat N rozdelenie aby sme dostali obsah ktory sa rovna 1-vyznamnost.
Kedze N rozdelenie nevieme integoravat musime pouzit tabulky
takze $FN(\frac{k-5}{\sqrt{\frac{9}{16}}}) = 1-0{,}5$ z tabuliek N rozdelenia ziskame 0,95 kvantil = 1,645
$\frac{k-5}{\sqrt{\frac{9}{16}}} = 1{,}645$ a vyjadrime k = 6,23375
poznamka: jedna sa o vyberovy priemer, preto je varianca 9/16 a nie 9.

2.1.2

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:

25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75
10	16	38	26	10

Aproximujte hodnotu výberovej smerodajnej odchýlky.
Pre výberový rozptyl použite normujúci faktor 1/n.
10.4
11.0
11.8
12.5
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :
riešenie vysvetlené v 2.5.8

xp = 51
var = 12100 / 100 = 121
rozptyl: sigma = sqrt(var) = 11

2.1.3

(5 b.)
Nepodarkovosť výroby je 2%-ná. Uvažujme o počte nepodarkov v sérii 4000 výrobkov. S akou pravdepodobnosťou bude počet nepodarkov v sérii menší ako 85?
Odpoveďou nech je ten interval, ktorý obsahuje hľadanú pravdepodobnosť!
[0.67; 0.72]
[0.73; 0.78]
[0.79; 0.84]
[0.85; 0.89]
žiadna z uvedených
Riešenie :
pouzijeme CLV, ja v takychto prikladoch pouzivam vzorec P(k < 85) = FN((k - Ex) / sigma)

pre binomicke rozdelenie : Ex = n*p var = n*p*(1-p) - tento riadok je zo vzorcov od volaufa, tam na tej dvojstrane si to najdes

sigma = odmocnina z var = sqrt(n*p*(1-p))

P(k < 85) = FN((k - Ex) / sigma) - toto je v podstate vzorec pre normovanie, Ex je stredna hodnota, pri normalovom to byva mi, tu je vsak binomicke

volaufove vzorce dosadis do vzorca pre normovanie:
FN((k - Ex) / sigma) = FN((k - n*p) / (sqrt(n*p*(1-p)))) -- dosadis za k, n a p uz len hodnoty a dostanes FN(0,57) = 0,71566

2.1.4

(5 b.)
Nech X má exponenciálne rozdelenie Exp(0.5) a Y = \sqrt(X) . Nech G je distribučná funkcia veličiny Y
a g nech je hustota Y.
Určte G(0.5) a g(2).
0.10 a 0.15
0.12 a 0.27
0.25 a 0.40
0.30 a 0.27
žiadna z uvedených možností
Riešenie :

Tento priklad je transformacia funkcie. Pocitanie ma viacero krokov.
Ako prve si treba previest sqrt(x)<y do vztahu x< nieco
(neviem presne tie pismenka) P(y<Y) = P(sqrt(X)<Y) = P(x < Y^2)
Druhou castou je zintegrovanie exp funkcie, kedze v prikade niesu zadane hranice musime pocitat [-inf, x]
Treba poznat Exp(a) ktora je definovana pre [-inf, 0] f = 0

[0, inf] f = ae^(-ax)
kedze integral [-inf,0] je 0 nepisem ho sem. Zintegrujem len ae^-ax od 0 po x

$\int_0^x ae^{-ax} = [-e^{-ax}]_0^x = -e^{-ax} + 1$
Do tohto vztahu za x napisem to co sme ziskali hornou upravou cize x = y^2

dostaneme -e^(-ay^2) +1 a to sme ziskali asi distribucnu funkciu a preto G(0,5) a = 0,5 y = 0,5 po dosadeni do vztahu dostaneme -0,88 +1 = 0,12
aby sme dostali funkciu hustoty treba distribucnu funkciu zderivovat
$(-e^{-ay2})' = -e^{-ay2}.-a.2y = 2y.a.e^{-ay2}$ a tym sme dostali g(2) a = 0,5 y = 2 po dosadeni 0,27067
G(0,5) = 0,12
g(2) = 0,27

2.1.5

Príklad vyriešený v 2.2.7

2.1.6

(5 b.)
Hustota f náhodnej veličiny X je daná vzťahmi:
f(x) = x + 0.5 pre x z intervalu [0, 1], f(x) = 0, inde.
Určte hodnotu medzikvartilového rozpätia.
0.410
0.457
0.485
0.500
žiadna z uvedených
Riešenie :
q3: integral (od 0 po A) (x + 0,5) dx = 0,75
a = 0,82287

q1 integral (od 0 po A) (x + 0,5) dx = 0,25
a = 0,366025

mkr = q3 - q1 = 0,4568

2.1.7

(5 b.)
K projektoru máme k dispozícii ešte 2 náhradné žiarivky. Všetky tri žiarivky majú identické parametre a ich životnosť modeluje rozdelenie N(1000, 10000).
Určte pravdepodobnosť toho, že počas 2700 hodín sa nedostaneme do ťažkostí (kvôli žiarivke), t.j. určte pravdepodobnosť P(X_1 + X_2 + X_3 > 2700).
0.96
0.92
0.84
0.80

žiadna z uvedených

Riešenie :

mame 3 ziarivky, zivotnost kazdej modeluje rozdelenie N(1000, 10000)
scitame rozdelenia vsetkych troch - dostaneme N(3000, 30000)
potom v tomto rozdeleni hladame, kedy P(X > 2700) = 1 - FN((2700-3000)/sqrt(30 000)) = FN(1,73) = 0,96
(preverit!)

2.1.8

(5 b.)

Nech var(X) = 1, var(Y) = 2, cov(X, Y) = -1.
Nájdite var(2X - Y).

4
6
8
10
iná

Riešenie :

$$var(2X-Y)=var(2X)+var(Y)-2*cov(2X,Y)=4*var(X)+var(Y)-2*2*cov(X,Y)=4*1+2-2*2*(-1)=10$$

Poznámka: boli tu použité 2 vlastnosti

$$var(X\pm Y)=var(X)+var(Y)\pm 2*cov(X,Y)$$
$$cov(a*X,b*Y)=a*b*cov(X,Y)$$

Naposledy upravil: Jan Greppel 16.5. 15:32

2.1.9

(5 b.)

Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami
0.59, 0.71, 0.87, 0.66, 0.80, 0.76, 0.79, 0.71, 0.74
Na hladine 0.10 testujte

$$H_0: \mu = 0.7 \text{ proti } H_1: \mu \neq 0.7$$

hodnotu 1.34 porovnávame s 1.8595, H_0 nezamietame
hodnotu 1.34 porovnávame s 1.8331, H_0 nezamietame
hodnotu 1.43 porovnávame s 1.3968, H_0 zamietame
hodnotu 1.43 porovnávame s 1.3830, H_0 zamietame
žiaden z uvedených záverov nie je správny

Riešenie :

ak \mu sa nerovna ... tak berieme alfa/2 do vzorca
t(1-alfa/2;n-1);
t(0,95;8)= 1,8595 //vycitane z tabuliek
spravna odpoved je a)

2.1.10

totožný s 2.4.3

2.1.11

(2 b.)

Náhodný výber sa realizoval hodnotami:
6.2, 4.5, 5.7, 4.9, 6.8, 5.3
Určte hodnotu výberového medzikvartilového rozpätia (bez použitia výb. distr. funkcie).
1.2
1.3
1.4
1.5
žiadna z uvedených
Riešenie :

Usporiadame si hodnoty
4,5 4,9 5,3 5,7 6,2 6,8
q1=4,9
q3=6,2

q3-q1=1,3

2.1.12

(5 b.)

Systém pozostáva z troch blokov typu I, a troch blokov typu II. Spoľahlivosť bloku je pravdepodobnosť toho, že blok bude fungovať počas doby T.
Nech spoľahlivosť blokov typu I sa rovná 0.5 a spoľahlivosť blokov typu II sa rovná 0.6.
Predpokladajme, že udalosti fungovania jednotlivých blokov počas doby T sú totálne vzájomne nezávislé.
Určte pravdepodobnosť toho, že budú fungovať práve dva bloky typu I a súčasne práve jeden blok typu II.
0.158
0.126
0.108
0.245
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :

Aká je P, že fungujú práve dva I. typu ?
práve dva znamená, že dva fungujú a tretí nefunguje - celkové kombinácie sú FFN, FNF, NFF - počet kombinácii je (3C2) - 3 nad 2
P1 = (3C2)*0,5*0,5*0,5 - násobenie pravdepodobností, že p(funguje)*p(funguje)*p(nefunguje) - pravdepodobnosť že nefunguje je 1 - p(funguje)

Aká je P, že funguje práve jeden II. typu ?
P2 = (3C1)*0,6*0,4*0,4

Aká je P, že P1 a súčasne P2 ? P = P1 * P2 = 0,375 * 0,288 = 0,108

Ak by bolo v príklade, že **aspoň dva** - rátame kde fungujú dva, tretí nefunguje, plus pravdepodobnosť že fungujú všetky tri.

2.1.13

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
triedy: | 10 - 20 | 20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60
početn: |___ 10 ___|___ 30 ___|___ 35 ___|___ 20 ___|___ 5 ___
Aproximujte hodnotu výberového mediánu.
31.50
32.00
32.86
33.50
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :
prve dva intervaly obsahuju 40 vysledkov - do 50 chyba 10
prve tri intervaly obsahuju 75 vysledkov - teda median bude v intervale 30-40
(10/35)*10 = 2,86   (sirka intervalu/ pocet vysledkov v intervale, kde bude median)* tych 10 z prveho riadku
potom uz len vezmeme dolnu hranicu intervalu a pripocitame nasich 2,86, t.j. med = 30 + 2,86 = 32,86

2.2.1

(5 b.)
Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami:
4.8, 4.7, 4.4, 5.0, 3.9, 4.6, 4.2, 4.4, 4.5
Určte realizáciu 95%-ného intervalového odhadu pre strednú hodnotu.
(4.32; 4.68)
(4.28; 4.72)
(4.30; 4.70)
(4.25; 4.75)
žiaden z uvedených
Riešenie :

$\bar{X}$ = 4,5
n = 9 (počet)

S^2 = 1/(n - 1) * suma(i=1;n)[(Xi - $\bar{X}$)^2] = 1/(n - 1) * (suma(i=1;n)[Xi^2] - n*($\bar{X}$^2)) = 1/(9 - 1) * ([4,8^2 + 4,7^2 + ... + 4,5^2] - 9*(4,5^2))=
= 1/8 * (183,11 - 182,25) = 0,1075

S = 0,329

95% odhad => α(alfa)= 5% = 0,05

t(1- α/2; n -1) = t(1 - 0,05/2; 9-1) = t(0,975;8) = (tabulky) 2,306

vysledok = ($\bar{X}$ - S*t/sqrt(n); $\bar{X}$ + S*t/sqrt(n)) = (4,5 - 0,329*2,306/3; 4,5 + 0,329*2,306/3) = (4,25 ; 4,75)

2.2.2

(5 b.)

Nech var(U) = 2, var(V) = 3, cov(U, V) = -2.
Nájdite var(2U - 3V).

37
59
24
15
iná

Riešenie :

var(aX) = a^2 * var(X)
var(X +- Y) = var(X) + var(Y) +- 2cov(X,Y)
cov(aX,bY) = ab * cov(X,Y)

var(2U - 3V) = var(2U) + var(3V) - 2cov(2U,3V) = 4var(U) + 9var(V) - 2*2*3*cov(U,V) = 4*2 + 9*3 - 2*2*3*(-2) = 8 + 27 + 24 = 59

2.2.3

(5 b.)

Počas skúšky spoľahlivosti dochádza k zničeniu výrobku s pravdepodobnosťou p = 0.02.
Nájdite pravdepodobnosť toho, že v sérii 3000 výrobkov bude zničených menejako 64 výrobkov.
Odpoveďou nech je ten interval, ktorý obsahuje hľadanú pravdepodobnosť!

[0.65; 0.70]
[0.71; 0.75]
[0.76; 0.80]
[0.81; 0.85]
žiadna z uvedených možností

Riešenie :

podľa centrálnej limitnej vety(ak to je zle tak ma opravte)

Xi -> i-tý v sérii je nepodarok Xi : 1 --- 0,02
0 --- 0,98

EXi = 0,02

b^2 = var(Xi) = E(Xi^2) - (E(Xi))^2 = 0,02 - (0,02)^2 = 0,02(1 - 0,02) = 0,02*0,98 = 0,0196
b = 0,14

n = 3000
sqrt(n) = 54,77

CLV: (suma(Xi) - m*n)/(b*sqrt(n))

n - počet
m = EXi
b = var(Xi)
suma(Xi) - počet, že bude zničených menej ako 64 výrobkov

P[(S - 0,02*3000)/(0,14*54,77) < (64 - 0,02*3000)/(0,14*54,77)]
Fn[(64 - 60)/7,66811] = Fn(0,52) = (tabuľky) 0,69847

2.2.4

(5 b.)
Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami
3.3, 4.0, 3.6, 3.4, 3.9, 3.4, 3.8
Na hladine 0.05 testujte

hodnotu 2.2 porovnávame s 2.4469, nezamietame
hodnotu 2.2 porovnávame s 2.3646, nezamietame
hodnotu 2.2 porovnávame s 1.9432, zamietame
hodnotu 1.6 porovnávame s 1.8946, nezamietame
žiaden z uvedených záverov nie je správny
Riešenie :
zlé zadanie ! - nie je zadané mí
- ak by bolo Ho: mi = 3,4 proti H1 mi sa nerovna 3,4
  tak by sme brali alfa/2 a vyslo by t = 1,9432
- ak by bolo H1: mi = 3,4
  tak by sme brali alfa a vyslo by t = 2,4469

2.2.5

(5 b.)
Nech X má exponenciálne rozdelenie a . Nech G je distribučná funkcia veličiny Y a g nech je hustota Y.
Určte G(0.5) a g(2).
0.10 a 0.15
0.12 a 0.27
0.25 a 0.40
0.30 a 0.27
žiadna z uvedených možností
Riešenie :

2.2.6

(5 b.)
Hustota f náhodnej veličiny X je daná vzťahmi:
pre x z intervalu [0, 1],
f(x) = 0, inde.
Určte hodnotu medzikvartilového rozpätia.
0.2235
0.2430
0.2500
0.2725
žiadna z uvedených

Riešenie :
vieme, ze f(x)=x pre <0,1>
q1 = integral f(x)dx od 0 po 0,25 = 0,25^2/2 = 0,03125
q3 = integral f(x)dx od 0 po 0,75 = 0,75^2/2 = 0,28125
mkr = q3 - q1 = 0,25

2.2.7

(5 b.)
Laboratórny krvný test s pravdepodobnosťou p = 0.95 indikuje prítomnosť vírusu, ak je naozaj prítomný, ale na druhej strane s pravdepodobnosťou q = 0.01 indikuje prítomnosť vírusu, hoci v skutočnosti prítomný nie je.
Predpokladajme, že 0.5% populácie vírus naozaj má.
Aká je pravdepodobnosť, že osoba má vírus, ak v jej prípade bol test pozitívny?
0.2565
0.2843
0.3231
0.3454
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :

p = 0,95
q = 0,01
a = 0,005 - počet ľudí ktorí majú vírus
b = 0,995 - počet ľudí ktorí nemajú vírus

p*a + q*b = 0,95*0,005 + 0,01*0,995 = 0,0147 //pravdepodobnosť, že test potvrdzuje prítomnosť vírusu
(p*a)/(p*a + q*b) = 0,00475 / 0,0147 = 0,3231 //pravdepodobnosť, že osoba má vírus, keď test bol pozitívny

2.2.8

(5 b.)
Systém pozostáva z troch blokov typu I, a troch blokov typu II. Spoľahlivosť bloku je pravdepodobnosť toho, že blok bude fungovať počas doby T.
Nech spoľahlivosť blokov typu I sa rovná 0.9 a spoľahlivosť blokov typu II sa rovná 0.8.
Predpokladajme, že udalosti fungovania jednotlivých blokov počas doby T sú totálne vzájomne nezávislé.
Určte pravdepodobnosť toho, že budú fungovať všetky bloky typu I a súčasne aspoň dva bloky typu II.
0.682
0.653
0.624
0.612
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :

Aka je P, ze funguju vsetky I. typu ?

P1 = (3C3)*0,9*0,9*0,9

Aka je P, ze funguju aspon 2 II. typu ?
P2 = P22 (funguju dva) + P23 (funguju vsetky)
P2 = (3C2)*0,8*0,8*0,2 + (3C3)*0,8*0,8*0,8

Aka je P, ze P1 a sucasne P2 ? P = P1 * P2 = 0,729 * 0,896 = 0,653

Vysvetlenie :
(3C2) = C(2,3) = "3 nad dvoma" = 3 ... kombinacne cislo
P ze funguju dva druheho typu = funguju prve dva, funguju posledne dva, funguje prvy a treti
to, ktore dva budu fungovat tam vyjadruje to kombinacne cislo
P(22) = 0,8*0,8*0,2 + 0,2*0,8*0,8 + 0,8*0,2*0,8 = (3C2)*0,2*0,8^2
pozn: 0,2 je komplement fungovania, teda pravdepodobnost 0,2 ze jeden blok nefunguje

2.2.9

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
triedy: |20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60 | 60 - 70
početn: |__ 12 __|___ 18 __|___ 36 __|___ 26 __|___ 8 __
Aproximujte hodnotu 75%-ného výberového kvantilu.

53.46
54.26
55.35
56.60
žiadna z uvedených hodnôt
<u>**Riešenie :**</u>
12 + 18 + 36 = 66 (prve tri intervaly)
66 + 26 = 92 (prve 4)
my hladame 75tku, ktora musi byt v 4. intervale 50 - 60
pred 4. intervalom je len 66 udajov, cize do 75 nam chyba este 9
(sirka intervalu / pocet udajov v intervale)* pocet udajov, ktore nam chybaju = (10 / 26)*9 = 3,462
spodna hranica intervalu, kde hladame je 50, takze uz len spocitame 50 + 3,462 = 53,46

2.2.10

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
10 - 20 | 20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60
__ 10 __|__ 30 ___|___ 35 __|___ 20 __|___ 5 __
Aproximujte hodnotu výberovej smerodajnej odchýlky.
Pre výberový rozptyl použite normujúci faktor 1/n.
9.2
9.6
10.3

11.5
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :
riešenie vysvetlené v 2.5.8
x priemer = 33
suma = 10 600
var = 106
smerod. odchylka = sqrt(var) = 10.3

2.2.11

(2 b.)
Náhodný výber sa realizoval hodnotami:
15.6, 14.4, 16.1, 16.7, 13.6, 14.8, 15.2
Určte hodnotu výberového medzikvartilového rozpätia (bez použitia výb. distr. funkcie).

1.7
1.6
1.5
1.4
žiadna z uvedených
Riešenie :
usporiadanie hodnôt:
13,6   14,4   14,8   15,2   15,6   16,1   16,7

13,6   14,4   14,8 | 15,2 | 15,6   16,1   16,7

q1 - určuje sa s prvých 3 hodnôt(pre tento príklad) - stredná hodnota = 14,4
q3 - určuje sa s posledných 3 hodnôt(pre tento príklad) - stredná hodnota = 16,1
mkr = q3 - q1 = 16,1 - 14,4 = 1,7

pôvodné riešenie:
usporiadať hodnoty, pri nepárnom počte hodnôt nájsť prostrednú x=15.2, q1=medián ľavej "polovice" - opäť nepárny počet hodnôt - prostredná hodnotaq1=14.4 a q3=16.1 q3-q1=1.7 (neoverené). Príklady tohto typu riešené na seminári 9, slajdy 10-12

2.2.12

totožný s 2.4.13

2.2.13

zlé zadanie, príklad neriešiteľný

2.3.1

(5 b.)

K projektoru máme k dispozícii ešte 2 náhradné žiarivky. Žiarivka projektora má životnosť, ktorú modeluje náhodná veličina s rozdelením N(500, 1600). Životnosť dvoch náhradných žiariviek modeluje rozdelenie N(400, 2500). Určte pravdepodobnosť toho, že počas 1200 hodín sa nedostaneme do ťažkostí (kvôli žiarivke), t.j. určte pravdepodobnosť

0.93
0.89
0.82
0.78
žiadna z uvedených

Riešenie :

spravis si nove rozdelenie X_1 + X_2 + X_3 = N(1300,6600)
P(X_1 + X_2 + X_3 > 1200) = 1 - P(X_1 + X_2 + X_3 < 1200) =
1-P((1200-1300)/odm(6600)) = 1-(1-0.89065) = 0.890

2.3.2

vyriesene v 2.2.2

2.3.3

(5 b.)
Hustota f náhodnej veličiny X je daná vzťahmi:
f(x) = (x + 1)/2 pre x z intervalu [-1, 1], f(x) = 0, inde.
Určte hodnotu medzikvartilového rozpätia.

0.715
0.732
0.750
0.782
žiadna z uvedených

Riešenie :

2.3.4

príklad zhodný s 2.2.9

2.3.5

(5 b.)
Systém pozostáva z troch blokov typu I, a troch blokov typu II. Spoľahlivosť bloku je pravdepodobnosť toho, že blok bude fungovať počas doby T.
Nech spoľahlivosť blokov typu I sa rovná 0.6 a spoľahlivosť blokov typu II sa rovná 0.7.
Predpokladajme, že udalosti fungovania jednotlivých blokov počas doby T sú totálne vzájomne nezávislé.
Určte pravdepodobnosť toho, že bude fungovať práve jeden blok typu I a súčasne práve dva bloky typu II.

0.317
0.278

0.225
0.127
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :
riešenie vysvetlené v 2.1.12

2.3.6

(5 b.)
Nech je náhodný výber rozsahu n = 16 z normálneho rozdelenia , t.j. smerodajná odchýlka sa rovná 3. Uvažujme o teste
Nech testovacou štatistikou je výberový priemer. Nájdite kritickú množinu K, tak, aby hladina významnosti testu sa rovnala 0.05.

[5.85;)
[6.00;)
[6.15;)
[6.23;)
žiadna z uvedených
Riešenie :
Ak H_0 platí tak x_i ~ N(5,9)
x_v ~ N(5,9/16) //x_v je vyberovy priemer, znaceny ako x s ciarou nad x

P(x_v < k || x_v ~ N(5,9/16))= 0,95 // operator || znamena u Volaufa "a sucasne"
P((x_v - 5)/ sqrt(9/16) < (k-5)/sqrt(9/16)) =0,95

(k-5)/sqrt(9/16)=x_0,95 = 1,645 //nasli sme podla tabuliek kvantilov, hladali 0,95 kvantil
k=1,645 . sqrt(9/16) + 5
k=6,23375 =6,23

Ak mi=5 tak P(x_v > 6,23)=0,05 a preto odpoved je interval [6,23; nekonecno)

2.3.7

(5 b.)
Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami
2.2, 2.7, 2.3, 2.5, 2.1, 2.6, 2.3
Na hladine 0.05 testujte
hodnotu 2.24 porovnávame s 2.4469, nezamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 1.8946, zamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 1.9432, zamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 2.3646, nezamietame
žiaden z uvedených záverov nie je správny
Riešenie :
spocitame hodnoty, vidime, ze je ich 7
potom len podla studentovho rozdelenia t(1-alfa;n-1) = t(0,95;6) = 1,9432

2.3.8

(5 b.)

Nech X má rovnomerné rozdelenie R(1, 4) a . Nech G je distribučná funkcia veličiny Y
a g nech je hustota Y.
Určte G(4) a g(4).

0.333 a 0.083
0.435 a 0.126
0.333 a 0.167
0.435 a 0.167
žiadna z uvedených možností
Riešenie :

2.3.9

(5 b.)

Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami:
6.2, 7.0, 6.7, 6.4, 6.5, 5.9, 6.4, 6.8, 6.6
Určte realizáciu 90%-ného intervalového odhadu pre strednú hodnotu.
(6.26; 6.74)
(6.28; 6.72)
(6.30; 6.70)
(6.32; 6.68)
žiaden z uvedených
Riešenie :

$\overline{X}$ = 6,5
n = 9 (počet)

$$S^2 = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n} (X_i^2 - n * (\overline{X}^2)) =$$
$$\frac{1}{9-1} * ((6{,}2^2 + 7{,}0^2 + ... + 6{,}6^2) - 9 * 6{,}5^2) = \frac{1}{8} * (381{,}11 - 380{,}25) = 0{,}1075$$

S = 0,328

90% odhad => α(alfa)= 10% = 0,1

t(1- α/2; n -1) = t(1 - 0,1/2; 9-1) = t(0,95;8) = (tabulky) 1,8595

vysledok = $(\overline{X} - \frac{S*t}{\sqrt{n}}; \overline{X} + \frac{S*t}{\sqrt{n}})$= (6,5 - 0,328*1,8595/3; 4,5 + 0,328*1,8595/3) = (6,3 ; 6,7)

2.3.10

(2 b.)

Náhodný výber sa realizoval hodnotami:
5.5, 6.2, 5.9, 5.7, 6.8, 4.9, 5.3, 4.5
Určte hodnotu výberového medzikvartilového rozpätia (bez použitia výb. distr. funkcie).
0.80
0.85
0.90
0.95
žiadna z uvedených
Riešenie :
usporiadanie hodnôt:
4,5 4,9 5,3 5,5 5,7 5,9 6,2 6,8

4,5 4,9 5,3 5,5 | 5,7 5,9 6,2 6,8

q1 - určuje sa s prvých 4 hodnôt(pre tento príklad) - stredná hodnota = (4,9 + 5,3)/2 = 5,1
q3 - určuje sa s posledných 4 hodnôt(pre tento príklad) - stredná hodnota = (5,9 + 6,2)/2 = 6,05
mkr = q3 - q1 = 6,05 - 5,1 = 0,95

2.3.11

(5 b.)
Laboratórny krvný test s pravdepodobnosťou p = 0.98 indikuje prítomnosť vírusu, ak je naozaj prítomný, ale na druhej strane s pravdepodobnosťou q = 0.005 indikuje prítomnosť vírusu, hoci v skutočnosti prítomný nie je. Predpokladajme, že 0.5% populácie vírus naozaj má. Aká je pravdepodobnosť, že osoba má vírus, ak v jej prípade bol test pozitívny?
0.4665
0.4530
0.4275
0.4184
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :
p = 0,4962 (overiť, ale malo by to byť dobre), postup v 2.2.7

2.3.12

zhodný s 2.1.2

2.3.13

(5 b.)
Počas skúšky spoľahlivosti dochádza k zničeniu výrobku s pravdepodobnosťou p = 0.04.
Nájdite pravdepodobnosť toho, že v sérii 4500 výrobkov bude zničených menej ako 190 výrobkov.
Odpoveďou nech je ten interval, ktorý obsahuje hľadanú pravdepodobnosť!
[0.70; 0.74]
[0.75; 0.78]
[0.79; 0.83]

[0.84; 0.88]
žiadna z uvedených
Riešenie :
pouzijeme CLV, ja v takychto prikladoch pouzivam vzorec P(k < 190) = FN((190 - Ex) / sigma)
pre binomicke rozdelenie : Ex = n*p sigma = sqrt(n*p*(1-p))
P(x<190) = FN((190 - 4500*0,04) / odmocnina z (4500*0,04*0,96)) = FN(0,76) = 0,776
podrobnejšie vysvetlenie viď 2.1.3

2.4.1

totožné s 2.2.2

2.4.2

(5 b.)
Systém pozostáva z troch blokov typu I, a troch blokov typu II. Spoľahlivosť bloku je pravdepodobnosť toho, že blok bude fungovať počas doby T.
Nech spoľahlivosť blokov typu I sa rovná 0.7 a spoľahlivosť blokov typu II sa rovná 0.8.
Predpokladajme, že udalosti fungovania jednotlivých blokov počas doby T sú totálne vzájomne nezávislé.
Určte pravdepodobnosť toho, že budú fungovať aspoň dva bloky typu I a súčasne aspoň jeden blok typu II
0.7777
0.8050
0.8235
0.8444
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :
riešenie vysvetlené v 2.1.12

2.4.3

(5 b.)
Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami:
6.8, 6.4, 5.9, 6.2, 6.5, 6.4, 6.6, 7.0, 6.7
Určte realizáciu 95%-ného intervalového odhadu pre strednú hodnotu,
ak smerodajná odchýlka sa rovná 0.35.

(6.27; 6.73)
(6.31; 6.69)
(6.25; 6.75)
(6.30; 6.70)
žiaden z uvedených
Riešenie :

2.4.4

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
triedy: |10 - 20 | 20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60
početn: |___ 10 ___|____ 30 ___|____ 35 ___|____ 20 ___|____ 5 ___
Aproximujte hodnotu 90%-ného výberového kvantilu.

46.0
46.5
47.0
47.5
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :
Zistujem, kde sa 0,9 kvantil asi moze nachadzat.
(spocitavam pocetnosti) 10+30+35=75; 10+30+35+20=95; 90 lezi medzi 75 a 95 tj v intervale <40-50
Z toho si zostavime pomery x/10=0,15/0,20 ; x=0,15/0,20 * 10 = 7,5 - vypocitali sme polohu kvantilu v intervale <40,50 takze 40+7,5 je 47,5

dobre riesenie je aj v 2.2.9

2.4.5

totožný 2.1.9

2.4.6

(5 b.)
Laboratórny krvný test s pravdepodobnosťou p = 0.99 indikuje prítomnosť vírusu, ak je naozaj prítomný, ale na druhej strane s pravdepodobnosťou q = 0.001 indikuje prítomnosť vírusu, hoci v skutočnosti prítomný nie je. Predpokladajme, že jedno percento populácie vírus naozaj má. Aká je pravdepodobnosť, že osoba má vírus, ak v jej prípade bol test pozitívny?
0.8076
0.8554
0.8875
0.9091
žiadnej z predchádzajúcich možností
Riešenie :

postup riešenia, v 2.2.7, výsledok: 0,9091

2.4.7

(5 b.)
Nech X má rovnomerné rozdelenie R(-2, 2) a Y=X^2. Nech G je distribučná funkcia veličiny Y
a g nech je hustota Y.
Určte G(3) a g(2).

0.866 a 0.177
0.750 a 0.250
0.667 a 0.435
0.750 a 0.435
žiadna z uvedených možností
Riešenie :

to je najhnusnejsi typ prikladu, aky mozes na skuske dostat, lebo tam treba vediet predpis rozdelenia + vediet to zintrgrovat aj zderivovat

X ~ R(-2, 2) -> to znamena, ze mas predpis f(x) = 1/4 pre x z intervalu (-2, 2)
robis integral od - nekonecno po x z f(x)dx ... teraz mas ale predpis len na (-2,2)
takze robis integral od -2 po x z f(x)dx = (x/4) + 1/2
teraz mas transformaciu Y = X^2 ... pytas sa comu sa rovna P(X^2 < Y) = P (-odmocnina z Y < X < odmocnina z Y) = F(odm z Y) - F(- odm z Y)
tu zatvorku vezmes ako substituciu, za X das odmocninu z Y, dostanes predpis distr. funkcie G
G(y) = ((odmocnina z y)/4)+ 1/2 - (-(odmocnina z y)/4)+ 1/2) = (odmocnina z y)/2 ... dosadis 3ku, vyjde ti G(3)= 0,866
tento predpis G(y) ked zderivujes, dostanes funkciu hustoty g
g = G'(y) = 1 / (4 * odmocnina z y) ... dosadis 2ku, vyjde ti g(2) = 0,177

2.4.8

Prikad nie je zadany korektne, chybaju ake su \mu, prikald je neriesitelny

2.4.9

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
15 - 25 | 25 - 35 | 35 - 45 | 45 - 55 | 55 - 65
__ 10 __|___ 25 __|___ 30 __|___ 25 __|__ 10 __
Aproximujte hodnotu výberovej smerodajnej odchýlky.
Pre výberový rozptyl použite normujúci faktor 1/n.
11.4
10.7
10.2
9.6
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :
príklad vysvetlený v 2.5.8
x priemerne = 40
suma = 13 000
var = 130
smerod. odchylka = sqrt(var) = 11,4

2.4.10

(5 b.)

Počas skúšky spoľahlivosti dochádza k zničeniu výrobku s pravdepodobnosťou p = 0.02.
Nájdite pravdepodobnosť toho, že v sérii 3000 výrobkov bude zničených menej ako 64 výrobkov.
Odpoveďou nech je ten interval, ktorý obsahuje hľadanú pravdepodobnosť!
[0.65; 0.70]
[0.71; 0.75]
[0.76; 0.80]
[0.81; 0.85]
žiadna z uvedených možností
Riešenie :
pouzijeme CLV, ja v takychto prikladoch pouzivam vzorec P(k < 64) = FN((k - Ex) / sigma)
pre binomicke rozdelenie : Ex = n*p sigma = sqrt(n*p*(1-p))
dosadime a ziskame, ze P = FN(0,52) = 0,69847

2.4.11

(5 b.)
Hustota f náhodnej veličiny X je daná vzťahmi:
pre x z intervalu [0, 1],
f(x) = 0, inde.
Určte hodnotu medzikvartilového rozpätia.

0.2235
0.2430
0.2500
0.2725
žiadna z uvedených
Riešenie :
V priklade chyba definicia f pre interva; [0,1] prikad je neriesitelny

2.4.12

(2 b.)
Náhodný výber sa realizoval hodnotami:
5.7, 4.5, 6.2, 6.8, 4.9, 3.7, 5.3
Určte hodnotu výberového medzikvartilového rozpätia (bez použitia výb. distr. funkcie).

1.25
1.45
1.70
1.95
žiadna z uvedených
Riešenie :
usporiadať: 3,7 4,5 4,9 5,3 5,7 6,2 6,8 dolny kvartil = 4,5 horny = 6,2 VMR = horny - dolny = 6,2 - 4,5 = 1,7 (neskontrolovane)

2.4.13

(5 b.)

Nech životnosť spotrebiča má rozdelenie N(200, 400), (rozmery parametrov sú v hodinách). Ak sa spotrebič pokazí, máme k dispozícii jeden náhradný, ktorého životnosť má rozdelenie N(150, 225).
Aká je pravdepodobnosť toho, že sa počas 300 hodín nedostaneme do ťažkostí? (t.j. budeme mať k dispozícii funkčný spotrebič - pôvodný, alebo záložný).

0.685
0.725
0.850
0.977
žiadna z uvedených

Riešenie :

Možné Riesenie: Vytvorit jedno rozdelenie N(200, 400)+N(150, 225) = N(350, 625), 1 - P(300 < X) = 1 - FN((300-350)/sqrt(625)) = 1 - FN(-2) = 1-(1-FN(2)) = FN(2) = 0.97725 (neskontrolovane)

2.5.1

riesenie 2.2.8

2.5.2

(5 b.)

Nech X má hustotu danú vzťahom f(x) = 2.x, pre x z intervalu [0, 1], resp. f(x) = 0, inde.
Nech Y = \sqrt(X) . Nech G je distribučná funkcia veličiny Y a g nech je hustota Y.
Určte G(0.5) a g(0.5).

0.250 a 1.000
0.125 a 0.250
0.125 a 0.500
0.063 a 0.500
žiadna z uvedených možností

Riešenie :

podla vztahu P(y<Y) = P(sqrt(X)<Y) = P(X<Y^2) //alebo nieco podobne, vysledok by mal byt vsak spravny
f(x) = 2x = F(x) = x^2, do toho dosadime z predchadzajuceho vztahu:
G(y) = y^4 = 0,5^4 = 0,0625 g(y) = G'(y) = 4y^3 = 4.0,5^3 = 0,5
(neskontrolovane)

2.5.3

(5 b.)

Nech var(U) = 2, var(V) = 3, cov(U, V) = -2.
Nájdite var(2U - 3V).

37
59
24
15
iná
Riešenie :
var(2U - 3V) = var(2U) + var(3V) - 2cov(2U, 3V) = 4var(U)+9var(V)-2.2.3 cov(U,V) = 4.2+9.3-12.(-2) = 59 (neskontrolovane)

2.5.4

(5 b.)
Nech (X_1,...,X_9) je náhodný výber rozsahu n = 9 z normálneho rozdelenia N(\mu, 9), t.j. smerodajná odchýlka sa rovná 3. Uvažujme o teste
H_0: \mu = 12 \ \ \mbox{proti} \ \ H_1: \mu = 14
Nech testovacou štatistikou je výberový priemer a nech kritickou množinou K je interval [13.65; \infty).
Určte hladinu významnosti testu.
0.05
0.07
0.10
0.12
žiadna z uvedených
Riešenie :
Testovacou statistikou je vyberovy priemer preto N(12, 9/9). Zistíme aká časť integrovanej casti je po 13,65 a vysledkom bude zostavajuca cast.
FN((13,65-12)/1) = FN(1,65) = 0,95053, zostavauja cast = 1 - 0,95 = 0,05 (neskontrolovane)

2.5.5

(5 b.)
Hustota f náhodnej veličiny X je daná vzťahmi:
f(x) = x/4 pre x z intervalu [0, 2],
f(x) = 1/2 pre x z intervalu [2, 3],
f(x) = 0, inde.
Určte hodnotu medzikvartilového rozpätia.

0.923
1.086
1.125
1.250
žiadna z uvedených
Riešenie :
Integral = I
dolny kvartil = I(x/4)od 0 po x = 0,25 ; [(x^2)/8]od 0 po x = 0,25 ; x = sqrt(2)

horny kvartil = I(x/4)od 0 po 2 + I(1/2) od 2 po x = 0,75 ; 0,5 + [x/2]od 2 po x = 0,75 ; x/2 - 1 = 0,75; x = 2,5
MQR = 2,5 - sqrt(2) = 1,08578 (neskontrolovane)

2.5.6

(5 b.)
Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami:
4.7, 5.0, 4.6, 4.4, 4.5, 4.2, 3.9, 4.4, 4.8
Určte realizáciu 90 %-ného intervalového odhadu pre strednú hodnotu, ak smerodajná odchýlka sa rovná 0.35.

(4.35; 4.65)
(4.31; 4.69)
(4.29; 4.71)
(4.38; 4.78)
žiaden z uvedených
Riešenie :
s=0.35; a=1-(0.1/2) (polovica odchylky na obe strany)=0.95 ; n je pocet cisel=9; interval bude , t() podla tabulky, 4,29-4,71
Nechcem ti do toho kecat, ale ak poznas smerodajnu odchylku nema sa pouzit (X-σ.u[a])/sqrt(n) ; (X + σ.u[a])/sqrt(n) ??? potom je to (4.31; 4.69) a studentove rozdelenie ak S pocitas?

2.5.7

(5 b.)
Počas skúšky spoľahlivosti dochádza k zničeniu výrobku s pravdepodobnosťou p = 0.03.
Nájdite pravdepodobnosť toho, že v sérii 4000 výrobkov bude zničených menej ako 125 výrobkov.
Odpoveďou nech je ten interval, ktorý obsahuje hľadanú pravdepodobnosť!

[0.60; 0.63]
[0.64; 0.68]
[0.69; 0.74]
[0.75; 0.79]
žiadna z uvedených
Riešenie :
Riešenie pomocou CLM: FN((125 - 4000*0,03)/(sqrt(4000)*sqrt(0,03*0,97))) = FN(0,46344) = 0.67724 (neskontrolovane)

2.5.8

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
10 - 20 | 20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60
__ 15 __|___ 20 __|___ 30 __|___ 20 __|___ 15 _
Aproximujte hodnotu výberovej smerodajnej odchýlky.

Pre výberový rozptyl použite normujúci faktor 1/n.

12.65
12.12
11.75
11.28
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :
Najprv si spravíme tabuľku reprezentantov: r = priemer rozsahu = (prve + druhe) /2

reprezentant	15	25	35	45	55
početnosť	15	20	30	20	15

Vypočítame x priemerné, xp = (15*15 + 25*20 + 35*30 + 45*20 + 55*15) / (súčet početností tj. 100) = 35

variancia $var = \frac{\sum (p*(r-\overline{x})^2)}{n}$ kde p=početnosť, r=reprezentant, n=súčet početností

t.j. suma = 15*(15-35)^2 + 20*(25-35)^2 + 30*(35-35)^2+ 20*(45-35)^2+15*(55-35)^2 = 16000
var = 16000/100 = 160
smerod. odchylka = sqrt(var) = sqrt(160) = 12,65

2.5.9

príklad zhodný 2.2.7

2.5.10

(5 b.)
Náhodný výber z normálneho rozdelenia sa realizoval hodnotami
2.2, 2.7, 2.3, 2.5, 2.1, 2.6, 2.3
Na hladine 0.05 testujte $H_0: \mu \leq 2.2 \text{ proti } H_1: \mu > 2.2$

hodnotu 2.24 porovnávame s 2.4469, H_0 nezamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 1.8946, H_0 zamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 1.9432, H_0 zamietame
hodnotu 2.24 porovnávame s 2.3646, H_0 nezamietame
žiaden z uvedených záverov nie je správny

Riešenie :
Riešenie: T = (xp - \mu)/S *sqrt(7); xp je priemerna hodnota, pre S je pouziti normujuci faktor 1/(n-1) = (2,3857 - 2,2)/0,2193 .2,6458 = 2,2405
Porovnavajuca charakteristika je studentovo rozdelenie s n-1 stupnami volnosti na hladine 0,05 = z tabuliek = 1.9432 (neskontrolovane)

2.5.11

(4 b.)
Dáta sú dané tabuľkou početností triednych intervalov:
triedy: |20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60 | 60 - 70
početn: |__ 12 __|___ 18 __|___ 36 __|___ 26 __|___ 8 __
Aproximujte hodnotu výberového mediánu.

44.5
45.6
46.5
47.0
žiadna z uvedených hodnôt
Riešenie :

Riešenie vude z intervalu 40 - 50 pretoze 12 + 18 <50 a 12+18 + 36 50, 50-40 = 10/36 a do 50 potrebujeme z tohto intervalu 20, preto 10/36*20 = 5,5555
preto 40+5,555 = 45,6 (neskontrolovane)

2.5.12

totozny priklad 2.4.12

2.5.13

totozny priklad 2.4.13