Pokyny k písomke z fyziky

Deň 4.4.2013 o 17:45

Miestnosť DE-150 (skupiny s cvičeniami v utorok o 16:00 a 18:00)

1, každý príklad treba písať na samostatný papier, pretože písomka sa bude opravovať po príkladoch

2, podpísať každý papier s identifikáciou skupiny

3, NEOPISOVAŤ, pri druhom napomenutí sa odoberie písomka s hodnotením 0 bodov.

Písomka bude zostavená z toho, čo sa preberalo na cvičeniach, čo bolo urobené na prednáške a podobných úloh. Pravdepodobne budú 4 príklady:

Pr. 1 napr. zo zadaného polohového vektora určiť vektory rýchlosti, zrýchlenia a naopak; vedieť vypočítať uhly medzi rôznymi vektormi, analyticky ich sčitovať, odčitovať, vedieť určiť vektorový súčin, …

Pr. 2 Dynamika - správne nakresliť pôsobiace sily, zostaviť pohybovú rovnicu a vyriešiť ju - pre rôzne systémy pohybujúce sa rovnomerným pohybom, rovnomerne zrýchleným pohybom a pod. Vedieť rozlišovať konzervatívne sily od nekonzervatívnych. Napr. sústava telies zviazaných šnúrkou, ktorá sa pohybuje po naklonenej rovine, …

Pr.3 Pohyb po kružnici, dostredivé zrýchlenie, celková pôsobiaca sila, …

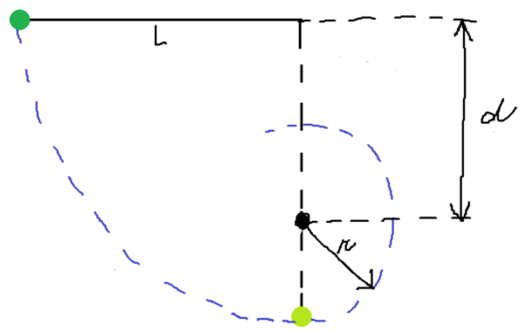
Pr.4 ZZE - správne vedieť rozhodovať, či pre daný systém sú splnené predpoklady na použitie zákonov …

Zadania ďalších príkladov

s.197/17C. Po svahu schádza nákladný automobil s pokazenými brzdami. V okamihu, keď ho vodič navádza na bezpečnostný svah so sklonom 15°, ukazuje tachometer 130 km.h^{-1}. Akú najmenšiu dĺžku L by musel svah mať, aby na ňom automobil dosiahol nulovú okamžitú rýchlosť? Prečo bývajú bezpečnostné svahy obvykle pokryté silnou vrstvou piesku alebo štrku?

s. 198/28U. Z okna vyletela 50 g loptička s počiatočnou rýchlosťou 8,0 m.s^{-1} hore pod elevačným uhlom 30°. Pomocou zákona zachovania energie určte (a) kinetickú energiu loptičky na vrchole jej dráhy, (b) jej rýchlosť v okamžiku, keď je 3 m pod oknom. Závisí táto rýchlosť od (c) hmotnosti loptičky, (d) počiatočného uhla?

s. 198/33U. Dĺžka šnúry kyvadla je L=120 cm. V bode P je umiestnený pevný kolík, ktorého vzdialenosť od bodu závesu kyvadla je d=75,0 cm. Guličku kyvadla zodvihneme tak, aby šnúra bola vodorovná a voľne ju pustíme. Gulička sa pohybuje po trajektórii vyznačenej prerušovanou čiarou. Aká je jej rýchlosť v okamihu, keď dosiahne (a) najnižší bod trajektórie, (b) najvyšší bod po tom čo sa šnúra zachytí o kolík.



s. 198/34U. Kocka s hmotnosťou 2,0 kg je spustená z výšky 40 cm a dopadne na zvislú pružinu s tuhosťou k= 1960 Nm^{-1}. Určte najväčšie stlačenie pružiny.

s. 198/35U. Máme kyvadlo dĺžky L. Gulička, ktorá nesie prakticky celú hmotnosť kyvadla, má rýchlosť $\mathbf{v_0}$ v okamihu, keď šnúra zviera zo zvyslým smerom uhol Θ_0. (a) Odvoďte vzťah pre rýchlosť guličky v najnižšom bode jej trajektórie. Aká je najmenšia možná hodnota v_0, ak ma kyvadlo (b) dosiahnuť polohu, v ktorej je šnúra vodorovná, (c) prejsť najvyšším bodom nad miestom závesu tak, aby sa šnúra nepokrčila?

s. 199/43U. Reťaz pridržujeme na dokonale hladkom vodorovnom stole tak, že jedna štvrtina jeho dĺžky visí cez okraj. Reťaz ma dĺžku L a hmotnosť m. Akú veľkú prácu musíme vykonať, aby sme vytiahli celú reťaz späť na stôl?

s. 200/44U. Kocka s hmotnosťou 3,20 kg môže kĺzať po dokonale hladkej naklonenej rovine s uhlom sklonu 30°. Na naklonenej rovine leží pružina s tuhosťou 431 Nm^{-1}, pripevnená k jej spodnému okraju. Kocka je spustená s nulovou počiatočnou rýchlosťou z miesta, ktorého vzdialenosť od voľného konca pružiny meraná pozdĺž naklonenej roviny je d. Kocka narazí na pružinu a prejde ešte 21,0 cm, než sa dostane do bodu obratu (jej rýchlosť v tomto okamihu je nulová). Určte vzdialenosť d. (b) Určte vzdialenosť medzi bodom prvého kontaktu kocky s pružinou a bodom v ktorom je rýchlosť kocky najväčšia.

s. 201/54U. Kocka s hmotnosťou 3,57 kg je ťahaná na lane po vodorovnej podlahe stálou rýchlosťou. Ťažná sila lana má veľkosť 7,68 N a mieri hore pod uhlom 15°vzhľadom k vodorovnej rovine.

Vypočítajte (a) prácu ťažnej sily lana pri posunutí kocky o 4,06 m a (b) koeficient dynamického trenia medzi kockou a podlahou. (c) Aká energia je pri tom rozptýlená trecími silami?

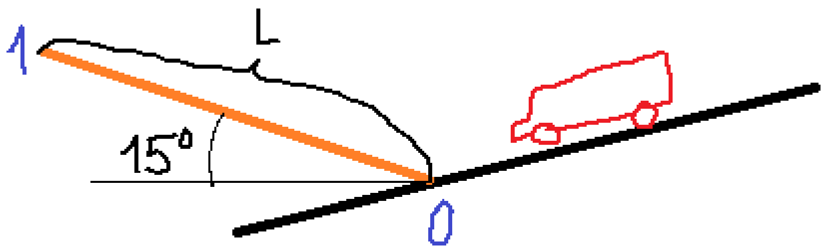
s. 202/72U. Kocku s hmotnosťou 2 kg pritlačíme k voľnému koncu vodorovnej pružiny a stlačíme pružinu o 15 cm. Potom kocku uvoľníme. Kocka bude kĺzať po vodorovnom stole a zastaví sa vo vzdialenosti 75 cm od miesta, kde bola uvoľnená. Tuhosť pružiny je $200 Nm^{-1}$. Určite koeficient trenia medzi kockou a doskou stola.

s. 203/81U. Kocka sa pohybuje po vodorovnom úseku koľajníc rýchlosťou $v_0=6{,}0\ ms^{-1}$, prejde údolím a vylezie na plošinu vyvýšenú nad pôvodnú úroveň o $h=1{,}1$ m. Na hornej plošine je kocka brzdená trecou silou, charakterizovanou koeficientom dynamického trenia $f_d=0{,}6$ a zastaví sa potom čo prejde vzdialenosť d. Určte túto vzdialenosť. (Prvá časť a údolie má nulové dynamické trenie.)

Riešenia príkladov:

Prípadná chyba neospravedlňuje pri písomkách. Študent má nad príkladmi rozmýšľať a keď mu niečo nesedí, má sa poradiť sa so spolužiakmi alebo dohodnúť si konzultáciu.

s.197/17C.



platí zákon zachovania energie: súčet kinetickej a potenciálnej energie na spodku svahu (poloha 0) je rovný súčtu kinetickej a potenciálnej energii na konci svahu (poloha 1):

$$E_{p0} + E_{k0} = E_{p1} + E_{k1}$$

$$0 + \frac{1}{2} m v^2 = m g h + 0$$

lebo $v_1 = 0$

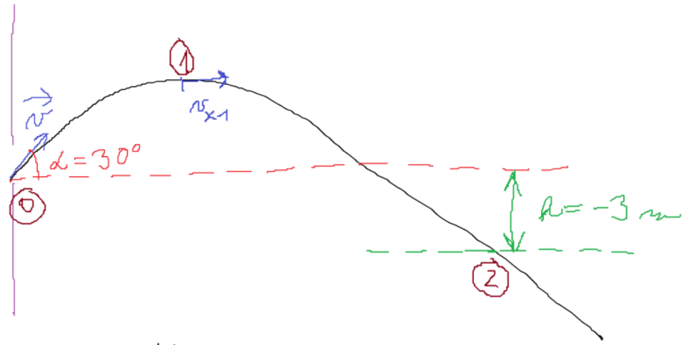
$$\frac{1}{2} v^2 = g h$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{L}$$

$$L = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{v^2}{2g\sin\alpha} = \frac{36{,}1^2}{2 \cdot 9{,}81 \sin 15^\circ} = \underline{\underline{255\,m}}$$

s. 198/28U. Z okna vyletela 50 g loptička s počiatočnou rýchlosťou 8,0 m.s^{-1} hore pod elevačným uhlom 30°. Pomocou zákona zachovania energie určte (a) kinetickú energiu loptičky na vrchole jej dráhy, (b) jej rýchlosť v okamžiku, keď je 3 m pod oknom. Závisí táto rýchlosť od (c) hmotnosti loptičky, (d) počiatočného uhla?



a) rýchlosť v smere x je počas pohybu stála

$$\frac{v_x}{v} = \cos\alpha$$

$$v_x = v\cos\alpha$$

v najvyššom bode $v_{y1} = 0$, preto

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(v_{x1}^2 + v_{y1}^2\right) = \frac{1}{2}mv_x^2$$

$$E_{k1} = \frac{mv^2\cos^2\alpha}{2} = \frac{0{,}05 \cdot 8^2 \cdot \cos^2 30°}{2} = \underline{\underline{1{,}2\ \mathrm{J}}}$$

b) $$E_{k0} + E_{p0} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + 0 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2 + \cancel{m}g\underbrace{h}_{-3\,\mathrm{m}}$$

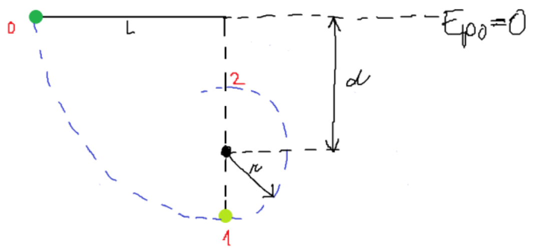
$$v^2 = v_2^2 + 2gh$$

$$v_2 = \sqrt{v^2 - 2gh}$$

$$v_2 = \sqrt{8^2 - 2 \cdot 10 \cdot (-3)} = \sqrt{64 + 60} = \underline{\underline{11\ \mathrm{m\,s^{-1}}}}$$

c), d) nezávisí

s. 198/33U. Dĺžka šnúry kyvadla je L=120 cm. V bode P je umiestnený pevný kolík, ktorého vzdialenosť od bodu závesu kyvadla je d=75,0 cm. Guličku kyvadla zodvihneme tak, aby šnúra bola vodorovná a voľne ju pustíme. Gulička sa pohybuje po trajektórii vyznačenej prerušovanou čiarou. Aká je jej rýchlosť v okamihu, keď dosiahne (a) najnižší bod trajektórie, (b) najvyšší bod po tom čo sa šnúra zachytí o kolík.



a) $E_{k0}+E_{p0}=E_{k1}+E_{p1}$

$v_{k0}=0 \Rightarrow E_{k0}=0$

$$0+0=\frac{1}{2}mv_1^2+mg(-L)$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2=\cancel{m}gL$$

$$v_1=\sqrt{2gL}=\sqrt{2.10.1,2}=\sqrt{24}=\underline{\underline{4,9\,m\,s^{-1}}}$$

b) $E_{k0}+E_{p0}=E_{k2}+E_{p2}$

$$0+0=\frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2+\cancel{m}g(-h_2)$$

$$L=h_2+2r$$

$$d=h_2+r \Rightarrow r=d-h_2$$

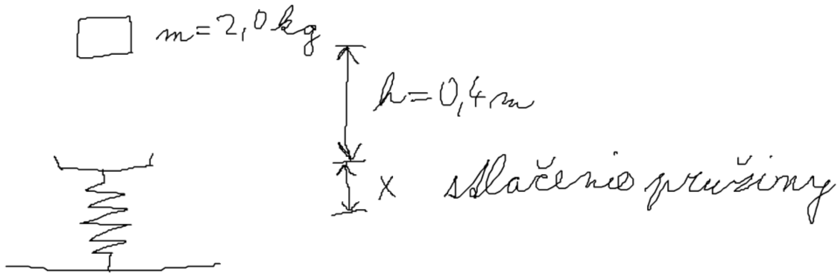
$$L=h_2+2(d-h_2)=2d-h_2$$

$$0=\frac{1}{2}v_2^2-gh_2$$

$$v_2^2=2gh_2$$

$$v_2=\sqrt{2g(2d-L)}=\sqrt{2.10.(2.0,75-1,2)}=\underline{\underline{2,4\,m\,s^{-1}}}$$

s. 198/34U. Kocka s hmotnosťou 2,0 kg je spustená z výšky 40 cm a dopadne na zvislú pružinu s tuhosťou k= 1960 Nm^{-1}. Určte najväčšie stlačenie pružiny.



$$E_{pol,0} + E_{pr,0} = E_{pol,1} + E_{pr,1}$$

$E_{pr,0} = 0$ pružina je uvoľnená

$E_{pol,1} = 0$ zvolíme $\Rightarrow h_0 = h + x$

$$mgh_0 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{2mg(h+x)}{k} = x^2$$

$$\frac{2mgh}{k} + \frac{2mg}{k} x = x^2$$

$$0 = x^2 - \frac{2mg}{k} x - \frac{2mgh}{k}$$

$$0 = x^2 - \frac{2.2.10}{1960} x - \frac{2.2.10.0,4}{1960}$$

$$0 = x^2 - 0,0204x - 0,00816$$

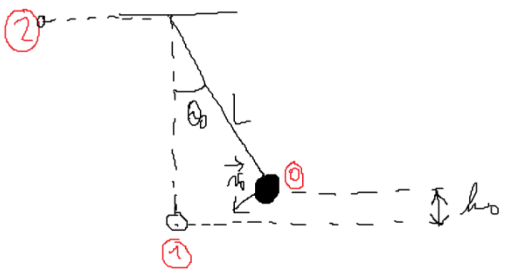
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{+0,0204 \pm \sqrt{0,0204^2 - 4.0,00816}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{0,0204 \pm 0,1818}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{0,20\ m}} \\ -0,16\ m \end{cases}$$

pružina by sa natiahla

s. 198/35U. Máme kyvadlo dĺžky L. Gulička, ktorá nesie prakticky celú hmotnosť kyvadla, má rýchlosť **v_0** v okamihu, keď šnúra zviera zo zvislým smerom uhol Θ_0. (a) Odvoďte vzťah pre rýchlosť guličky v najnižšom bode jej trajektórie. Aká je najmenšia možná hodnota v_0, ak ma kyvadlo (b) dosiahnuť polohu, v ktorej je šnúra vodorovná, (c) prejsť najvyšším bodom nad miestom závesu tak, aby sa šnúra nepokrčila?



$$\frac{L-h_0}{L}=\cos\Theta_0$$

$$L-h_0=L\cos\Theta_0$$

$$L(1-\cos\Theta_0)=h_0$$

a) zvolíme $E_{p1}=0$

$$E_{p0}+E_{k0}=E_{p1}+E_{k1}$$

$$\cancel{m}gh_0+\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2=0+\frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2$$

$$2gh_0+v_0^2=v_1^2$$

$$v_1=\sqrt{v_0^2+2gL(1-\cos\Theta_0)}$$

b) $E_{p0}+E_{k0}=E_{p2}+E_{k2}$

$$\cancel{m}gh_0+\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2=\cancel{m}gL+0$$

gulička práve dosiahla bod 2, preto $v_2=0$

$$gL(1-\cos\Theta_0)+\frac{v_0^2}{2}=gL$$

$$\cancel{gL}-gL\cos\Theta_0+\frac{v_0^2}{2}=\cancel{gL}$$

$$-gL\cos\Theta_0+\frac{v_0^2}{2}=0$$

$$v_0=\sqrt{2gL\cos\Theta_0}$$

c)

$$E_{p0}+E_{k0}=E_{p3}+E_{k3}$$

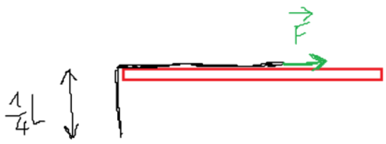
$v_3=0$ – práve gulička došla hore

$$\cancel{m}gL(1-\cos\Theta_0)+\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2=\cancel{m}g(L+L)+0$$

$$gL(1-\cos\Theta_0)-2gL=-\frac{1}{2}v_0^2$$

$$v_0=\sqrt{2gL-gL+gL\cos\Theta_0}=\sqrt{gL(1+\cos\Theta_0)}$$

s. 199/43U. Reťaz pridržujeme na dokonale hladkom vodorovnom stole tak, že jedna štvrtina jeho dĺžky visí cez okraj. Reťaz ma dĺžku L a hmotnosť m. Akú veľkú prácu musíme vykonať, aby sme vytiahli celú reťaz späť na stôl?



trenie neuvažujeme

$$W = \int_{\frac{3}{4}L}^{L} F\,dx$$ posúvame od $\frac{3}{4}L$ po L vtedy bude reťaz vytiahnutá

pôsobiaca sila F sa mení, lebo sa mení dĺžka prevísajúcej časti reťaze

$$F = F_G = mg = \frac{m}{L}(L-x)\,g = mg - \frac{mx}{L}g$$

$$W = \int_{\frac{3}{4}L}^{L} \left(mg - \frac{mx}{L}g\right) dx = \int_{\frac{3}{4}L}^{L} mg\left(1-\frac{x}{L}\right)dx =$$

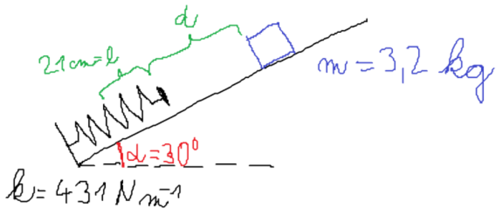
$$= mg\int_{\frac{3}{4}L}^{L} \left(1-\frac{x}{L}\right)dx = mg\left[x - \frac{x^2}{2L}\right]_{\frac{3}{4}L}^{L} =$$

$$= mg\left[L - \frac{L^2}{2L} - \left(\frac{3}{4}L - \frac{\left(\frac{3}{4}L\right)^2}{2L}\right)\right] =$$

$$= mg\left(L - \frac{L}{2} - \frac{3}{4}L + \frac{9}{32}L\right) = mg\left(-\frac{1}{4}L + \frac{9}{32}L\right) =$$

$$= \frac{1}{32}mgL$$

s. 200/44U. Kocka s hmotnosťou 3,20 kg môže kĺzať po dokonale hladkej naklonenej rovine s uhlom sklonu 30°. Na naklonenej rovine leží pružina s tuhosťou 431 Nm^{-1}, pripevnená k jej spodnému okraju. Kocka je spustená s nulovou počiatočnou rýchlosťou z miesta, ktorého vzdialenosť od voľného konca pružiny meraná pozdĺž naklonenej roviny je d. Kocka narazí na pružinu a prejde ešte 21,0 cm, než sa dostane do bodu obratu (jej rýchlosť v tomto okamihu je nulová). Určte vzdialenosť d. (b) Určte vzdialenosť medzi bodom prvého kontaktu kocky s pružinou a bodom v ktorom je rýchlosť kocky najväčšia.



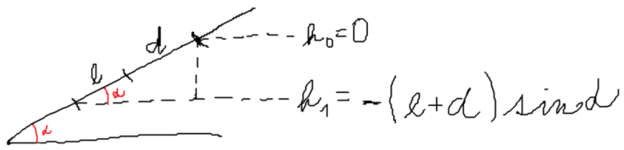
$$E_{k0}+E_{pot,0}+E_{pr,0}=E_{k1}+E_{pot,1}+E_{pr,1}$$

pružnosti

potenciálna

kinetická

$$0+mgh_0+0=0+mgh_1+\frac{1}{2}kl^2$$



$$0=mg[-(l+d)\sin\alpha]+\frac{1}{2}kl^2$$

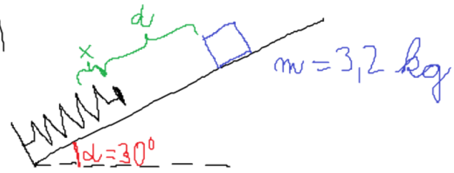
$$mgl\sin\alpha+mgd\sin\alpha=\frac{1}{2}kl^2$$

$$l\sin\alpha+d\sin\alpha=\frac{kl^2}{2mg}$$

$$d\sin\alpha=\frac{kl^2}{2mg}-l\sin\alpha$$

$$\underline{\underline{d=\frac{kl^2}{2mg\sin\alpha}-l}}$$

b)



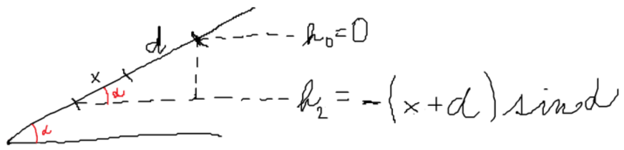
$k = 431\ N\,m^{-1}$

v polohe x je najväčšia rýchlosť v_2

$$E_{k0} + E_{pot,0} + E_{pr,0} = E_{k2} + E_{pot,2} + E_{pr,2}$$

kinetická
potenciálna
pružnosti

$$0 + mgh_0 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}kx^2$$



$$0 = \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m}v_2^2 + \overset{2}{\cancel{m}}\,g\left[-(x+d)\sin\alpha\right] + \cancel{\frac{1}{2}}k\,x^2 \quad \frac{1}{m}$$

$$0 = v_2^2 - 2gx\sin\alpha - 2gd\sin\alpha + \frac{k}{m}x^2$$

$$v_2^2 = 2gd\sin\alpha + 2g\sin\alpha \cdot x - \frac{k}{m}x^2$$

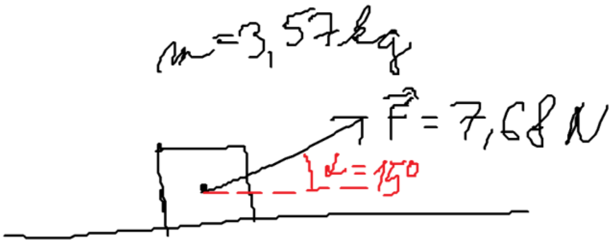
hľadáme maximum pre v_2, resp. v_2^2
zderivujeme v_2^2 podľa x, kde je derivácia rovná 0,
je maximálna v_2

$$\frac{d}{dx}v_2^2 = \cancel{2}g\sin\alpha - \cancel{2}\frac{k}{m}x = 0$$

$$g\sin\alpha = \frac{k}{m}x$$

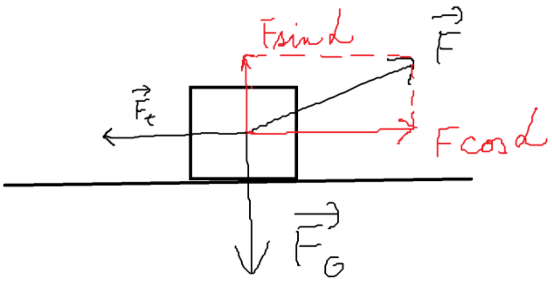
$$\underline{\underline{x = \frac{m}{k}g\sin\alpha}}$$

s. 201/54U. Kocka s hmotnosťou 3,57 kg je ťahaná na lane po vodorovnej podlahe stálou rýchlosťou. Ťažná sila lana má veľkosť 7,68 N a mieri hore pod uhlom 15°vzhľadom k vodorovnej rovine. Vypočítajte (a) prácu ťažnej sily lana pri posunutí kocky o 4,06 m a (b) koeficient dynamického trenia medzi kockou a podlahou. (c) Aká energia je pri tom rozptýlená trecími silami?



a) $W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{r} = F \cdot r \cdot \cos\alpha = 7{,}68 \cdot 4{,}06 \cdot \cos 15\,° = 30{,}1\ \mathrm{J}$

b)



$$F_t = f_d \cdot F_N$$

$$F_N = F_G - F \sin\alpha$$

$$F_t = f_d \cdot (F_G - F \cdot \sin\alpha)$$

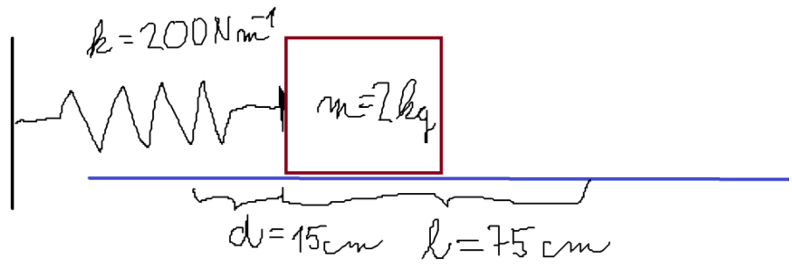
Kocka sa pohybuje rovnomerným pohybom vo vodorovnom smere, preto výslednica síl vo vodorovnom smere je rovná 0. Teda sily pôsobiace smerom doľava a doprava sa rovnajú.

$$F_t = F \cos\alpha$$

$$f_d = \frac{F \cdot \cos\alpha}{F_G - F \cdot \sin\alpha} = \frac{F \cdot \cos\alpha}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{g} - F \cdot \sin\alpha} = \frac{7{,}68 \cdot \cos 15°}{3{,}57 \cdot 9{,}81 - 7{,}68 \cdot \sin 15°} = 0{,}225$$

c) $W = F_t \cdot r = F \cdot \cos\alpha \cdot r = 7{,}68 \cdot \cos 15° \cdot 4{,}06 = 30{,}1\ \mathrm{J}$

s. 202/72U. Kocku s hmotnosťou 2 kg pritlačíme k voľnému koncu vodorovnej pružiny a stlačíme pružinu o 15 cm. Potom kocku uvoľníme. Kocka bude kĺzať po vodorovnom stole a zastaví sa vo vzdialenosti 75 cm od miesta, kde bola uvoľnená. Tuhosť pružiny je 200Nm^{-1}. Určite koeficient trenia medzi kockou a doskou stola.



Pri stlačení pružiny má sústava kocka, pružina a stôl energiu pružnosti (kinetická aj potenciálna energia sú nulové). Táto energia sa premení na prácu trecej sily.

$$E_{pr,0} = W$$

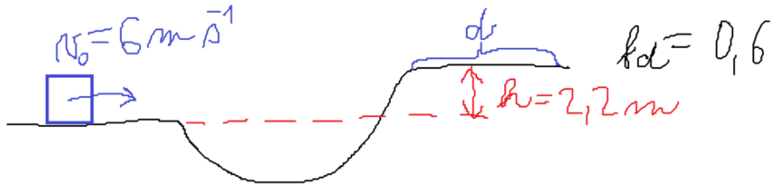
$$W = F_t \cdot s = f_d \cdot F_N \cdot s = f_d \cdot F_N \cdot (d + l)$$

$$E_{pr,0} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = f_d \cdot F_N \cdot (d + l)$$

$$f_d = \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2}{F_N \cdot (d + l)} = \frac{k \cdot d^2}{2 \cdot m \cdot g \cdot (d + l)} = \frac{200 \cdot 0.15^2}{2 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cdot (0{,}15 + 0{,}75)} = 0{,}127$$

s. 203/81U. Kocka sa pohybuje po vodorovnom úseku koľajníc rýchlosťou v_0=6,0 ms^{-1}, prejde údolím a vylezie na plošinu vyvýšenú nad pôvodnú úroveň o h=1,1 m. Na hornej plošine je kocka brzdená trecou silou, charakterizovanou koeficientom dynamického trenia f_d=0,6 a zastaví sa potom čo prejde vzdialenosť d. Určte túto vzdialenosť. (Prvá časť a údolie má nulové dynamické trenie.)



$$E_{K0} = E_{P1} + W$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h + F_t \cdot d$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h + f_d \cdot m \cdot g \cdot d$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 = g \cdot h + f_d \cdot g \cdot d$$

$$f_d \cdot g \cdot d = \frac{1}{2} v_0^2 - g \cdot h$$

$$d = \frac{\frac{1}{2} v_0^2 - g \cdot h}{g \cdot f_d}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2} \cdot 6^2 - 9{,}81 \cdot 1{,}1}{9{,}81 \cdot 0{,}6} = 1{,}54 \text{ m}$$