

3. kontrolná písomka ML (30. 4. 2009)

Príklad 1.

Nájdite riešenie sylogizmov (ak existuje, uveďte aj nutné podmienky pre existenciu riešenia)

(a) každý vodič je ženatý

niektorí ženatí muži žehlia
?

(b) každý učiteľ nie je z Bratislavy

niektorí učitelia chovajú psov
?

(c) niektorí štrajkujúci sú charakterní

každý kováč nie je charakterný
?

Príklad 2.

Pomocou prirodzenej dedukcie dokážte

(a) $\vdash p \wedge q \Rightarrow p \vee q$

(b) $\{p \Rightarrow q, p \Rightarrow r\} \vdash (p \Rightarrow (q \wedge r))$

Príklad 3.

Pomocou tabuľkovej metódy zistite, či formula Lukasiewiczovej 3-hodnotovej logiky $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ je tautológia

Príklad 4.

Pomocou sémantického tabla zistite, či formula fuzzy logiky je tautológia: $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$

Príklad 5.

Pomocou sémantického tabla zistite, či formula predikátovej logiky

$$\varphi = (\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow ((\forall x)P(x) \Rightarrow (\forall x)Q(x))$$

je tautológia.

Poznámka: Všetky príklady budú hodnotené po 3 bodoch.

Riešenie

Príklad 1.

Nájdite riešenie sylogizmov (ak existuje, uveďte aj nutné podmienky pre existenciu riešenia)

- (a) každý vodič je ženatý
niektorí ženatí muži žehlia
 ?

$$\forall x (vo(x) \Rightarrow žen(x))$$

$$\exists x (žen(x) \wedge žehlí(x))$$

$$vo(a) \Rightarrow žen(a)$$

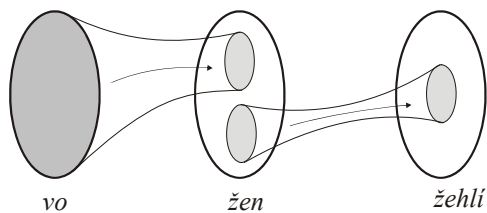
$$žen(b) \wedge žehlí(b)$$

$$žen(a)$$

$$žehlí(a)$$

nie je čo dokazovať

riešenie: neexistuje



- (b) niektorí učitelia chovajú psov
každý učiteľ nie je z Bratislavy
 ?

$$\exists x (uč(x) \wedge chov(x))$$

$$\forall x (uč(x) \Rightarrow \neg Blav(x))$$

$$uč(a) \wedge chov(a)$$

$$uč(a)$$

$$chov(a)$$

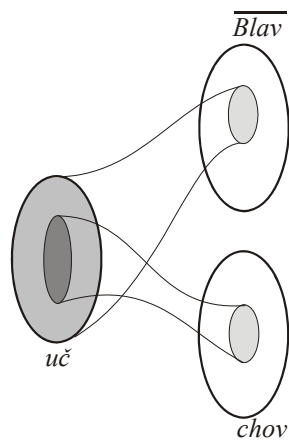
$$uč(a) \Rightarrow \neg Blav(a)$$

$$\neg Blav(a)$$

$$chov(a) \wedge \neg Blav(a)$$

$$\exists x (chov(x) \wedge \neg Blav(x))$$

riešenie: niektorí chovatelia psov nie sú z Bratislavy.

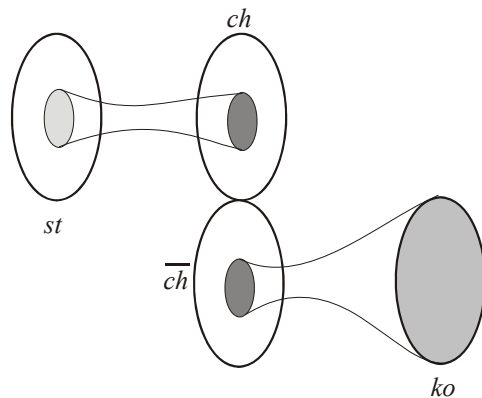


- (c) niektorí štrajkujúci sú charakterní
každý kováč nie je charakterný
 ?

$$\exists x (st(x) \wedge ch(x))$$

$$\forall x (ko(x) \Rightarrow \neg ch(x))$$

$$st(a) \wedge ch(a)$$



$st(a)$
 $ch(a)$
 $ko(a) \Rightarrow \neg ch(a)$
 $\neg ko(a)$
 $st(a) \wedge \neg ko(a)$
 $\exists x(st(x) \wedge \neg ko(x))$

riešenie: niektorí štrajkujúci nie sú kováči

Príklad 2.

Pomocou prirodzenej dedukcie zistite, či

(a) formula $\varphi = p \wedge q \Rightarrow p \vee q$ je tautológia?

1	$p \wedge q$	akt. pomocného predpokladu
2	p	eliminácia konjunkcie na 1
3	q	eliminácia konjunkcie na 1
4	$p \vee q$	introdukcia disjunkcie na 2
5	$p \wedge q \Rightarrow p \vee q$	deaktivácia pomocného predpokladu

(b) $\{p \Rightarrow q, p \Rightarrow r\} \vdash (p \Rightarrow (q \wedge r))$

1	$p \Rightarrow q$	1. predpoklad
2	$p \Rightarrow r$	2. predpoklad
3	p	akt. pomocného predpokladu
4	q	aplikácia m.p. na 1 a 3
5	r	aplikácia m.p. na 2 a 3
6	$q \wedge r$	introdukcia konjunkcie na 4 a 5
7	$p \Rightarrow q \wedge r$	deaktivácia pomocného predpokladu

Príklad 3.

Pomocou tabuľkovej metódy zistite, či formula je tautológia Lukasiewiczovej 3-hodnotovej logiky.

$(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow (\neg \psi \Rightarrow \neg \varphi)$

φ	ψ	$\varphi \Rightarrow \psi$	$\neg \psi$	$\neg \varphi$	$\neg \psi \Rightarrow \neg \varphi$	$(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow (\neg \psi \Rightarrow \neg \varphi)$
0	0	1	1	1	1	1
0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
$\frac{1}{2}$	1	1	0	$\frac{1}{2}$	1	1

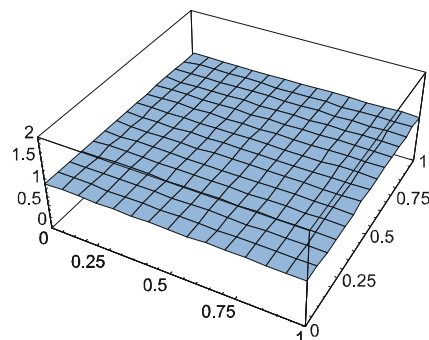
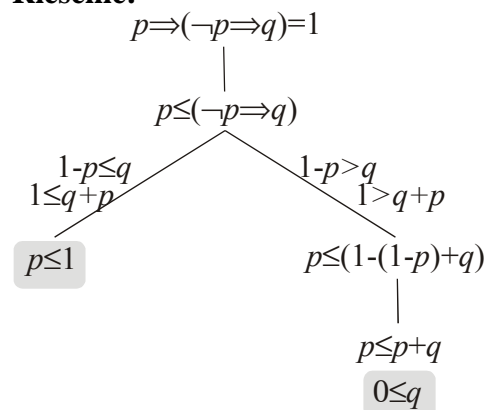
1	0	0	1	0	0	1
1	1/2	1/2	1/2	0	1/2	1
1	1	1	0	0	1	1

Formula je tautológia.

Príklad 4.

Zistite či formula fuzzy logiky je tautológia: $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$

Riešenie:



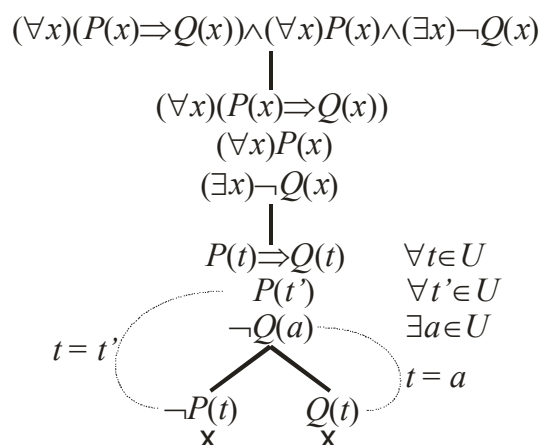
Príklad 5

$$\varphi = (\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow ((\forall x)P(x) \Rightarrow (\forall x)Q(x))$$

Riešenie: Negácia formuly φ má tvar

$$\neg \varphi = (\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)P(x) \wedge (\exists x)\neg Q(x)$$

sémantické tablo k tejto formule má tvar



Sémantické tablo je uzavreté, preto formula φ je tautológia.