Magnetické vlastnosti niektorých látok si ľudia všimli už v staroveku, čo vieme z rôznych historických dokumentov a prác. V Číne už pred 3000 rokmi používali orientáciu magnetky na navigáciu. Napriek rôznym pokusom dlho nebola známa žiadna súvislosť medzi elektrickými javmi a prejavmi magnetizmu. Ich vzájomný súvis objavil v roku 1820 dánsky fyzik H. Ch. Orsted¹. Zistil, že magnetka umiestnená v okolí vodiča sa vychýli zo svojej rovnovážnej polohy, ak vodičom prechádza prúd. Ďalšie silové pôsobenie medzi vodičmi, ktorými preteká elektrický prúd, pozoroval André Márie Ampére. Vznik elektrického poľa vplyvom zmeny magnetického poľa - toku objavil v roku 1831 Michael Faraday (Faradayov objav zákona elektromagnetickej indukcie). J. C. Maxwell² svojou teóriou elektromagnetizmu pomocou sústavy rovníc aj teoreticky potvrdil elektrické a magnetické javy. Vždy, ak sa mení pole elektrické, vzniká pole magnetické, ak sa mení pole magnetické, vzniká pole elektrické. V tejto časti sa budeme zaoberať stacionárnym magnetickým poľom, t. j. keď môžeme dané javy popisovať oddelene.

15.1 Magnetické pole

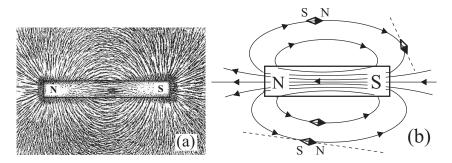
V súčasnosti sa každý z nás už stretol s magnetickým poľom. Magnetické pole si bežne spájame s magnetom. Magnety prejavujú svoj silový účinok hlavne na koncoch (póloch). Každý magnet má dva póly: severný S a južný pól J. Rovnaké póly sa odpudzujú (S a S, J a J) a opačné póly sa priťahujú

 $^{^1{\}rm HANS}$ CHRISTIAN ORSTED (1777 – 1851) bol dánsky fyzik a chemik. Na počesť jeho výskumu v oblasti elektromagnetizmu je po ňom pomenovaná staršia jednotka magnetickej indukcie (Orsted)

²JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) bol škótsky fyzik. Jeho najväčším objavom je všeobecný matematický opis zákonov elektriny a magnetizmu, dnes známy ako Maxwellove rovnice. Známe je aj jeho Maxwell-Boltzmannovo rozdelenie rýchlostí v kinetickej teórii plynov.

 $(J \times S)$.

Magnetické pole vytvárané magnetom si dokážeme znázorniť pomocou železných pilín. Pôsobením magnetických síl sa piliny natáčajú, čím vytvárajú istú sústavu čiar, ktoré voláme magnetické siločiary (indukčné čiary) (obr. 15.1(a)). V miestach, kde sú silové účinky magnetického poľa najväčšie, je najväčšia aj hustota čiar. Namiesto pilín možno použiť malé kompasy (obr. 15.1(b)). Keď malú magnetku budeme postupne umiesťovať na rozličných miestach pilinového obrazca, ustáli sa vždy tak, že jej os má smer dotyčnice k predpokladanej čiare prechádzajúcej týmto miestom. Svojimi severnými pólmi magnetky ukazujú k južnému pólu magnetu. Teda vytvorenie pilinového obrazca možno vysvetliť tak, že každá pilinová častica sa správa ako miniatúrna magnetka. Každé magnetické pole má svoju silu, intenzitu, tvar a smer. Na určenie veľkosti magnetického poľa sa používa magnetická indukcia.



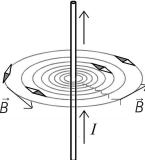
Obrázok 15.1: Magnetické pole tyčového magnetu znázornené želežnými pilinami a magnetickými siločiarami s magnetkami.

Na opis priestorového rozloženia magnetického poľa zavádzame sústavu priestorovo orientovaných kriviek, ktoré sa nazývajú magnetické indukčné čiary. Magnetická indukčná čiara je priestorovo orientovaná krivka, ktorej dotyčnica v danom bode má smer osi veľmi malej magnetky umiestnenej v tomto bode. Mimo magnetu má smer indukčnej čiary od severného k južnému pólu magnetu. Magnetické indukčné čiary sú vždy uzavreté krivky, ktoré sa nikde nepretínajú (obr. 15.1(b)). Preto sa magnetické indukčné čiary permanentného magnetu nenachádzajú len zvonka, ale aj vo vnútri magnetu (od južného k severnému pólu) (obr. 15.1(b)).

Rovnako v magnetickom poli vodiča s prúdom môžeme utvoriť pilinový obrazec. Majme tvrdý kartónový papier, ktorého stredom v kolmom smere na papier prechádza priamy vodič s prúdom rádovo 100 A. Ak na tento pa-

pier nasypeme železné piliny, tak piliny utvoria obrazec pripomínajúci rovinnú sústavu sústredných kružníc so stredmi v mieste prechodu vodiča paprierom. Orientáciu magnetických indukčných čiar v okolí vodiča s prúdom môžeme určiť aj pomocou Ampérovho pravidla pravej ruky: Naznačíme uchopenie vodiča do pravej ruky tak, aby palec ukazoval smer prúdu vo vodiči; potom prsty ukazujú orientáciu magnetických indukčných čiar (obr. 15.2).

Magnetické pole, ktorého indukčné čiary sú rovnobežné priamky, nazývame homogénne magnetické pole. Každé reálne magnetické pole je nehomogénne. Napríklad nehomogénne je magnetické pole tyčového magnetu (obr. 15.1(b)) alebo solenoindu (obr. 15.7). No v konečnej oblasti priestoru možno však vytvoriť magnetické pole, ktoré sa od homogénneho odlišuje iba nepatrne. Za takmer homogénne možno pokladať magnetické pole zeme na povrchu ako aj napríklad magnetické pole v strednej časti valcovej cievky (obr. 15.7(b)).



Obrázok 15.2: Magnetické pole v okolí priameho vodiča.

15.2 Magnetická indukcia

Magnetické pole, podobne ako gravitačné a elektrické, je vektorové pole. Na kvantitatívny opis magnetického poľa v každom jeho bode zavádzame fyzikálnu veličinu nazývanú **magnetická indukcia** a označujeme ju \vec{B} . V každom bode magnetického poľa má vektor \vec{B} smer dotyčnice k indukčnej čiare (obr. 15.1(b), 15.2).

15.2.1 Lorentzova sila

Na pohybujúci sa elektrický náboj v elektromagnetickom poli pôsobia dve sily. Jedna je daná veľkosťou elektrického poľa a druhá zasa smerom po-

hybu náboja na smer magnetického poľa. Veľkosť elektrickej sily sa dá vyjadriť pomocou vzťahu (12.5): $\vec{F_e} = Q \vec{E}$. Z pozorovaní vyplýva, že veľkosť **magnetickej sily** \vec{F}_M na pohybujúci sa elektrický náboj závisí od rýchlosti a veľkosti daného náboja, veľkosti a smeru magnetického poľa podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\vec{F}_M = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right). \tag{15.1}$$

Ako vyplýva z definície vektorového súčinu, magnetická sila je vždy kolmá na vektor rýchlosti \vec{v} a vektor magnetickej indukcie \vec{B} . Pri určovaní smeru sily nesmieme zabudnúť na polaritu náboja! Magnetická sila nemení veľkosť rýchlosti častice, ale iba jej smer. Jednotka magnetickej indukcie sa volá **tesla**³ $(T = N/(C.m.s)^{-1} = N.A^{-1}.s^{-1})$. Staršou jednotkou nepatriacou do sústavy SI je 1 Gauss = $10^{-4} T$.

Ak sa elektrický náboj pohybuje v elektrickom aj magnetickom poli súčasne, potom celková sila pôsobiaca na elektrický náboj je

$$\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \tag{15.2}$$

Výsledná sila pôsobiaca na elektrický náboj pohybujúci sa v elektrickom a magnetickom poli má názov $\mathbf{Lorentzova}^4$ sila.

15.2.2 Pohyb náboja v magnetickom poli

Preberme si teraz tri možné prípady pôsobenia magnetickej sily na pohyb elektrónu v magnetickom poli. Najprv si vyberieme možnosť, keď elektrón vletí do homogénneho magnetického poľa rovnobežne s indukčnými čiarami $(\alpha || \vec{B}, \text{ obr. } 15.3(\text{a}))$. V tomto prípade bude magnetická sila nulová $(\vec{v} \times \vec{B} = v B \sin 0^{\circ} = 0)$ a elektrón sa pohybuje ďalej vo svojom smere, ako keby magnetické pole neexistovalo.

V druhom prípade elektrón vletí do homogénneho magnetického poľa kolmo na indukčné čiary $(\alpha \perp \vec{B}, \text{ obr. } 15.3(\text{b}))$. Magnetická sila má svoju maximálnu hodnotu $F_M = e \, v \, B$ a elektrón sa začne pohybovať po kružnici. Pri pohybe po kružnici pôsobí na elektrón aj odstredivá sila, ktorá má veľkosť magnetickej

 $^{^3}$ Jednotka magnetickej indukcie bola nazvaná na počesť NIKOLA TESLU (1856 – 1943), juhoslovanského elektrotechnika, ktorý žil v Amerike.

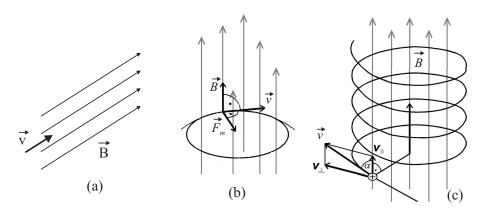
 $^{^4}$ HENDRIK ANTON LORENTZ (1853 – 1928) bol holandský fyzik a nostieľ Nobelovej ceny za fyziku z roku 1902. Nobelovu cenu získal spolu s Pieterom Zeemanom za výskum vplyvu magnetizmu na žiarenie, najmä Zeemanov jav.

sily. Z rovností týchto síl dostaneme polomer kružnice:

$$F_O = F_M \quad \Rightarrow \quad m_e \frac{v^2}{R} = e \, v \, B \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m_e \, v}{e \, B} \, .$$
 (15.3)

Pri tomto pohybe sa veľkosť rýchlosti častice tiež nemení. Zo známeho polomeru kružnice pre periódu obehu elektrónu platí: $T=2\,\pi\,m/(e\,B)$. Všimnite si, že doba obehu častice nezávisí od rýchlosti, ktorou častica vletela do magnetického poľa.

Ak častica nevletí do magnetického poľa kolmo na smer indukčných čiar, ale vektor rýchlosti bude zvierať s vektorom magnetickej indukcie uhol α (obr. 15.3(c)), potom vektor rýchlosti môžeme rozložiť na zložku kolmú na magnetické pole $v_{\perp} = v \sin \alpha$ a zložku rovnobežnú so smerom vektora magnetickej indukcie $v_{\parallel} = v \cos \alpha$. Pohyb častice bude zložitejší a bude sa skladať z dvoch pohybov. Bude to pohyb po kružnici spôsobený zložkou v_{\perp} a priamočiary pohyb rýchlosťou v_{\parallel} v smere vektora \vec{B} . Výsledkom bude pohyb po špirále.



Obrázok 15.3: Pohyb elektrónu po vstupe (a) rovnobežne, (b) kolmo na magnetické pole a (c) šikmo na magnetické pole.

15.2.3 Ampérova sila

Elektrický prúd vo vodiči predstavuje usmernený pohyb elektrických nábojov. Ak máme vodič, ktorým preteká elektrický prúd a nachádza v magnetickom poli, potom podľa vzťahu (15.1) na každý náboj, elektrón, pôsobí magnetická sila. Celková výslednica tejto sily na všetky náboje vo vodiči sa nazýva Ampérova sila. Majme dĺžkový element d \vec{l} vodiča orientovaný v smere elektrického prúdu I (vektora prúdovej hustoty \vec{J} , kap. 14.1, (14.3)). Náboj, ktorý

prejde prierezom vodiča S za čas $\mathrm{d}t$, je $\mathrm{d}Q=I\,\mathrm{d}t$. Na tento náboj pohybujúci sa rýchlosťou $v=\mathrm{d}l/\mathrm{d}t$ v magnetickom poli indukcie B pôsobí elementárna magnetická sila (15.1):

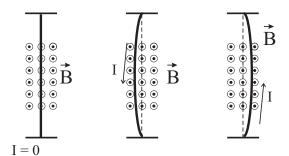
$$d\vec{F}_{M} = dQ(\vec{v} \times \vec{B}) = I dt(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B}) = I(d\vec{l} \times \vec{B}).$$
 (15.4)

Výslednú **Ampérovu silu,** pôsobiacu na vodič s elektrickým prúdom I v magnetickom poli s magnetickou indukciou \vec{B} , dostaneme integráciou elementárnych síl $d\vec{F}$ po celej dĺžke vodiča L:

$$\vec{F} = \int_{L} I\left(d\vec{l} \times \vec{B}\right). \tag{15.5}$$

Výpočet Ampérovej sily je podstatný pri vyhodnocovaní silových účinkov prúdu v magnetickom poli. Majme priamy vodič dĺžky L v homogénnom magnetickom poli s indukciou \vec{B} , ktorým preteká elektrický prúd I. V tomto prípade sa vektorový súčin dá zapísať ako $(d\vec{l}\times\vec{B})=dl\,B\,\sin\,\alpha$, kde α je uhol, ktorý zviera vodič s vektorom magnetickej indukcie. Po ďalšom integrovaní rovnice (15.5) pozdĺž celého vodiča dĺžky L dostaneme výslednú silu pôsobiacu na daný vodič





Obrázok 15.4: Vplyv magnetického poľa na priamy vodič s elektrickým prúdom.

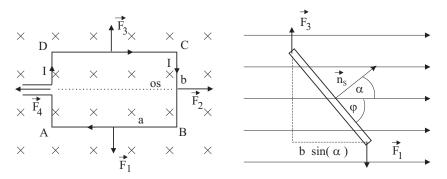
Majme magnetické pole, ktoré vystupuje kolmo z roviny zobrazenej základne (obr. 15.4), čo je reprezentované označením ⊙. Ak vodičom tečie elektrický prúd smerom nadol, vodič sa bude ohýbať doľava. Pokiaľ prúd tečie opačným smerom, vodič sa bude ohýbať na opačnú stranu - smerom doprava, ako je znázornené na obrázku 15.4.

15.2.4 Magnetický moment prúdového závitu

Nakoniec si ešte preberieme vplyv silového pôsobenia magnetického poľa na prúdový závit. Majme pravouhlý obdĺžnikový prúdový závit ABCD s rozmermi a,b, ktorým preteká jednosmerný elektrický prúd I (obr. 15.5). Tento závit nech je umiestnený do homogénneho magnetického poľa s magnetickou indukciou \vec{B} , pričom sa môže voľne otáčať okolo osi o. Ak zabezpečíme, že os otáčania je kolmá na vektor \vec{B} , potom časti závitu AB, CD budú stále kolmé na smer magnetickej indukcie. Druhé časti závitu AD, BC zvierajú vo všeobecnosti s vektorom magnetickej indukcie \vec{B} uhol φ . Keďže nimi preteká prúdu I v opačnom smere, pôsobí teda na ne magnetické pole silami rovnakej veľkosti

$$F_b = F_2 = F_4 = B I b \sin \varphi$$
,

ktoré majú opačný smer pôsobenia a navzájom sa rušia. Analogicky na strany



Obrázok 15.5: Prúdová slučka v magnetickom poli.

AB, CD kolmé k vektoru \vec{B} pôsobia sily rovnakej veľkosti

$$F_a = F_1 = F_3 = B I a$$
,

no sú opačne orientované. Tieto sily teda tvoria dvojicu síl, ktorých moment sily M má veľkosť

$$M = F_a b \sin \alpha = B I a b \sin \alpha = B I S \sin \alpha , \qquad (15.7)$$

kde $S=a\,b$ je plocha závitu. Vo vektorovom vyjadrení sa dá otáčavý moment magnetického poľa na prúdový závit zapísať v tvare

$$\vec{M} = I(\vec{S} \times \vec{B}). \tag{15.8}$$

Pôsobením tohoto otáčavého momentu sa závit s prúdom v danom magnetickom poli snaží natočiť do smeru kde rovina slučky bude kolmá k magnetickým indukčným čiaram (vektor normály plochy je rovnobežný s vektorom magnetickej indukcie, obr. 15.5(b)). V tomto stave je aj magnetická energia závitu minimálna.

Prúdový závit sa v magnetickom poli chová podobne ako dipól v elektrostatickom poli (pozri 12.8 Elektrický dipól), teda mu hovoríme **magnetický dipól**. Analogicky ako elektrický dipól $\vec{p} = Q \vec{d}$ v elektrostatickom poli zavádzame v magnetickom poli veličinu

$$\vec{m} = I \, \vec{S} \tag{15.9}$$

pomenovanú **magnetický moment prúdovej slučky** $(A.m^2)$. Otáčavý moment sily (15.8) sa dá potom vyjadriť vzťahom

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} . \tag{15.10}$$

Pôsobenie magnetického poľa na prúdový závit má široké využitie ako v technickej praxi, tak aj pri vysvetľovaní magnetických vlastností určitých materiálov. Na jeho princípe pracujú napr. meracie prístroje s otočnou cievkou (magnetoelektrické alebo deprézske) a ďalšie elektrotechnické zariadenia (elektromotor, dynamo).

15.3 Biotov-Savartov-Laplaceov zákon

V úvode bolo spomenuté, že jedným z prvých pokusov magnetizmu bolo pozorovanie magnetického poľa v okolí vodiča s prúdom. Výpočet tohoto magnetického poľa umožňuje zákon, ktorý je zovšeobecnením experimentálnych pozorovaní J. B. Biota⁵ a F. Savarta⁶. Element vodiča s dĺžkou $d\vec{l}$, orientovaný v smere prúdu I, budí v mieste P určenom vzhľadom na $d\vec{l}$ polohovým vektrom \vec{r} (obr. 15.6(a)) indukciu magnetického poľa o veľkosti

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \, d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \,. \tag{15.11}$$

 $^{^5 \}rm JEAN\text{-}BAPTISTE$ BIOT (1774 – 1862) bol francúzsky fyzik a astronóm. Skúmal dvojlom a polarizáciu svetla a optickú aktivitu látok (založil sacharometriu), elekromagnetické pole, tepelnú vodivosť a tepelný tok. Formuloval aj teóriu chromatickej polarizácie a vynašiel polarimeter.

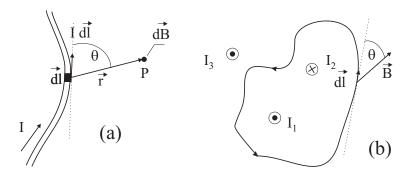
⁶FELIX SAVART (1791 – 1841) pracoval na teórii magnetizmu a elektrického prúdu.

Zo vzťahu je vidieť, že príspevok $d\vec{B}$ od prúdového elementu $I\,d\vec{l}$ je lineárne úmerný prúdu a má smer určený podľa pravidla o vektorovom súčine. V prípade zobrazenom na obrázku 15.6(a), pričom vektory $d\vec{l}$ a \vec{r} ležia v rovine papiera, $d\vec{B}$ smeruje kolmo na papier. Zaviedli sme novú konštantu μ_0 , ktorá sa nazýva **permeabilita vákua**. Má presnú hodnotu a veľkosť tejto konštanty v sústave SI súvisí s definíciou ampéra a určitými racionálnymi dôvodmi. Veľkosť permeability vákua je $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,kg.m.s^{-2}.A^{-2}$. S permitivitou vákua a permeabilitou vákua súvisí rýchlosť svetla vo vákuu, a to vzťahom

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \,\mu_0}} \,. \tag{15.12}$$

Pokiaľ nás zaujíma magnetická indukcia v okolí určitého vodiča, vypočítame ju integráciou vzťahu (15.11) pozdĺž celej prúdočiary

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \, \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \,. \tag{15.13}$$



Obrázok 15.6: Určenie magnetického poľa v okolí vodiča a vodičov, ktorými tečie elektrický prúd.

15.4 Ampérov zákon - zákon celkového prúdu

V elektrostatickom poli môžeme pomocou Gaussovej vety (12.8) vypočítať intenzitu elektrického poľa v prípadoch, ktoré sa vyznačujú vhodnou symetriou (kap. 12.4 Aplikácie Gaussovej vety). Gaussova veta má však aj mnohé ďalšie fyzikálne aplikácie pre pochopenie vlastností elektromagnetického poľa. Dôležité postavenie má Ampérov zákon (tiež nazývaný zákon celkového prúdu) v magnetizme. Ampérov zákon tvrdí: Rotácia vektora magnetickej

indukcie po uzatvorenej dráhe sa rovná celkovému elektrickému prúdu I_{cel} pretekajúcemu plochou, obopnutou integračnou dráhou krát permeabilita vákua

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{cel} . \tag{15.14}$$

Ampérov zákon sa používa na určenie magnetickej indukcie v okolí vodičov, ktorými preteká jednosmerný elektrický prúd. Pri výpočte magnetickej indukcie podobne, ako tomu bolo v elektrostatike, využívame kvôli zjednodušeniu vhodné prvky symetrie.

Najjednoduchšou aplikáciou Ampérovho zákona (15.14) je výpočet magnetického poľa v okolí nekonečného vodiča. Ak priamym vodičom preteká elektrický prúd I v smere znázornenom na obrázku 15.2, tak vo svojom okolí vytvára magnetické pole, ktorého indukčné čiary sú sústredné kružnice so stredom v strede vodiča. Nás zaujíma veľkosť magnetického poľa vo vzdialenosti a od vodiča. Uzavretú dráhu okolo vodiča vyberieme tak, aby sa zhodovala s indukčnou čiarou. Má to dve výhody: a) vektor magnetickej indukcie \vec{B} má smer dotyčnice k indukčnej čiare a namiesto skalárneho súčinu vo vzťahu (15.14) použijeme len súčin veľkostí daných vektorov $B \, dl$ a po b) na indukčnej čiare je veľkosť magnetickej indukcie konštantná, čiže ju potom môžeme vybrať pred integrál. Integrál po uzavretj dráhe, kružnici s polomerom a, je $2 \, \pi \, a$. Vybranou uzavretou dráhou sme vybrali len jeden vodič, ktorým pretekal prúd I. Všetko, čo sme si povedali, môžeme zapísať takto

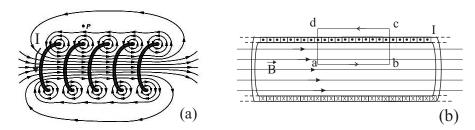
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B \oint dl = B 2 \pi a = \mu_0 I_{cel} = \mu_0 I.$$

Z predošlého výpočtu vyplýva, že magnetické pole v okolí nekonečne dlhého priameho vodiča s průdom I vo vzdialenosti a sa dá určiť podľa vzťahu

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi a} \,. \tag{15.15}$$

Teraz si preštudujeme ďalšiu situáciu, v ktorej zasa možno použiť Ampérov zákon (15.14). Budeme sa zaoberať magnetickým poľom vytvoreným prúdom v dlhej jednovrstvej valcovej cievke s hustým vinutím závitov - solenoide (obr. 15.7). Magnetické pole v okolí každého závitu má podobný priebeh s poľom priameho vodiča (obr. 15.2). Výsledné magnetické pole solenoidu je vytvorené superpozíciou polí vytvorených jednotlivými závitmi solenoidu. V bodoch mimo solenoidu, napr. v bode P na obrázku 15.7(a), je výsledné magnetické pole vytvárané najbližšími časťami závitov solenoidu (\vec{B} mieri

doľava, ako je ukázané v tesnej blízkosti bodu P, prúd tečie smerom k nám - označenie bodkou) a vzdialenejšími časťami závitov (\vec{B} mieri doprava, prúd tečie smerom od nás - označenie krížikom). Oba príspevky sú orientované proti sebe a v prípade ideálneho solenoidu sa vyrušia a magnetické pole mimo solenoidu je potom nulové.



Obrázok 15.7: (a) Indukčné čiary magnetického poľa znázornené v reze pozdĺž osi solenoidu. (b) Magnetické pole vo vnútri solenoidu s uzavretou Ampérovou krivkou.

Jednoducho sa pole analyzuje iba na osi solenoidu, kde je pole homogénne a indukcia má smer pozdĺž osi. Priebeh indukčných čiar je zobrazený v reze solenoidu na obrázku 15.7(b). Nami vybranú integračnú dráhu (obr. 15.7(b), a-b-c-d-a) rozdelíme na integrály po jednotlivých úsekoch krivky. Nech dĺžka úsekov ab a cd je h. Integrál (15.14) po vybranej integračnej krivke sa dá rozpísať takto

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}.$$

Na integračnej ceste ab má vektor magnetickej indukcie totožný smer s vektorom elementu dĺžky krivky. Keďže magnetické pole vo vnútri selenoidu je konštantné a má hodnotu B, môžeme prvý integrál na danej oblasti vyjadriť ako Bh, kde h je dĺžka integračnej cesty ab. Na integračnej ceste bc a da je magnetické pole vo vnútri solenoidu kolmé na dané integračné krivky, takže skalárny súčin $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ je potom nulový. Nakoniec na integračnej ceste cd je magnetické pole nulové (zanedbateľné oproti poľu vo vnútri solenoidu), takže aj potom je integrál rovný nule. Zvolená krivka pretína N závitov s prúdom I, čiže celkový prúd uzavretý krivkou je $I_{cel} = NI$. Spojením predošlých informácií a úprav dostaneme vzťah pre magnetické pole vnútri nekonečne dlhého solenoidu

$$B = \mu_0 \frac{NI}{h} = \mu_0 \, n \, I \,, \tag{15.16}$$

kde n = N/h je počet závitov na jednotku dĺžky solenoidu. Na okrajoch konečného solenoidu magnetické pole nie je homogénne, zoslabuje sa a indukčné čiary sa rozbiehajú.

15.5 Sila medzi dvomi rovnobežnými vodičmi, definícia ampéra

Majme dva rovnobežné vodiče, ktorými pretekajú elektrické prúdy I_1 a I_2 a kolmá vzdialenosť vodičov nech je d. Budeme predpokladať, že vodiče majú zanedbateľný prierez a sú vo vákuu. Vodiče s prúdom vytvárajú vo svojom okolí magnetické pole, vďaka ktorému pôsobia na seba silou. Z toho, čo sme si dosiaľ uviedli o magnetickom poli, vieme túto silu medzi vodičmi jednoducho vysvetliť - ide o Ampérovu silu (15.6). Na jeden z vodičov sa môžeme pozerať ako na vodič, ktorý vytvára magnetické pole a na druhý ako na vodič, nachádzajúci sa v magnetickom poli. Samozrejme platí to tiež naopak. Sila medzi vodičmi bude príťažlivá alebo odpudivá, a to podľa orientácie elektrických prúdov. **Dva rovnobežné vodiče, ktorými preteká elektrický prúd rovnakým smerom sa priťahujú, zatiaľ čo vodiče s prúdmi v opačnom smere sa odpuzujú.**

Vodič 1 vytvára magnetické pole a magnetická indukcia v každom mieste vodiča 2 podľa (15.15) má veľkosť: $B_1 = \mu_0 I_1/(2\pi d)$. Magnetická indukcia od magnetického poľa vodiča 1 je v každom mieste vodiča 2 na tento vodič kolmá. Vodičom 2 preteká elektrický prúd I_2 a podľa (15.6) výsledná sila pôsobiaca na úsek vodiča dĺžky l sa rovná

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2 \pi d} l . {15.17}$$

Táto sila pôsobiaca medzi dvomi priamymi vodičmi zanedbateľného prierezu vo vákuu je základom pre definíciu jednotky elektrického prúdu v sústave SI. 1 ampér je elektrický prúd, ktorý ak preteká v dvoch paralelných vodičoch zanedbateľného kruhového prierezu a umiestnených vo vákuu vo vzdialenosti 1m, vyvolá medzi vodičmi silu $2 \times 10^{-7} N$ na 1 meter dĺžky.

15.6 Látky v magnetickom poli

Dosiaľ sme uvažovali o magnetických javoch, ktoré sa odohrávali vo vzduchu alebo vo vákuu. Tým sme si väčšinu skúmaných javov zjednodušili. Vákuum a aj vzduch sú prostredia, na ktoré nevplýva magnetické pole. Pri pokusoch s predmetmi z rozličných materiálov v blízkosti magnetu zistíme, že niektoré sa k magnetu pomerne silne priťahujú (oceľ, nikel a iné), kým iné na priblíženie magnetu viditeľne nereagujú (meď, hliník, sklo a iné). Sily, ktoré pôsobia na predmety druhej skupiny, sú veľmi malé a možno ich zistiť iba veľmi citlivými prístrojmi.

Látky, ktoré výrazne reagujú na priblíženie magnetu, nazývame **feromagnetické** (z latinského ferrum - železo). Ostatné látky nazývame **neferomagnetické**. O žiadnej látke nemožno povedať, že je nemagnetická. Veľmi rozdielne magnetické vlastnosti látok sú podmienené nerovnakými magnetickými vlastnosťami atómov, ich rozmiestením v látke a charakterom ich vzájomného pôsobenia (interakciou).

Elementárnymi nositeľmi magnetických vlastností v látkach sú atómy. Z magnetického hľadiska sú atómy zložité elektrodynamické systémy, ktorých vlastnosti možno dostatočne presne opísať iba metódami kvantovej teórie. Na pochopenie základných vlastností, ktoré chceme študovať, nám nateraz postačia predstavy Nielsa Bohra o planetárnom modeli atómu.

Magnetický moment elektrónu

Atóm je vo všeobecnosti elektricky neutrálny, pretože jeho celkový náboj je nulový, teda nevykazuje ani elektrický dipólový moment. O tejto skutočnosti sme hovorili v kapitole o dielektrických vlastnostiach materiálov. Iná situácia je v atóme z hľadiska jeho magnetického poľa. Elektricky neutrálny atóm vytvára vo svojom okolí magnetické pole a toto pole má dipólový charakter. Elektróny obiehajúce okolo jadra predstavujú slučkové prúdy a pohybujúci sa elektrón na jednej elektrónovej dráhe s polomerom r vytvára elektrický prúd so strednou hodnotou

$$\bar{I} = \frac{e}{T} = \frac{e \, v}{2 \, \pi \, r} \,, \tag{15.18}$$

kde $T=2\pi r/v$ je perióda obehu elektrónu okolo jadra po kruhovej dráhe s polomerom r. V prípade vodíkového atómu s elektrónom na základnej hladine je tento prúd približne $1\,mA$. S takýmto kruhovým prúdom sa spája

magnetický dipól, ktorý má orbitálový magnetický moment veľkosti

$$m = \bar{I} S = \bar{I} \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r = \mu_B n ,$$
 (15.19)

kde S je plocha vymedzená dráhou elektrónu, n je prvé kvantové číslo a $\mu_B = 9,27 \times 10^{-24}~A.m^2$ je **Bohrov magnetón**, ktorý reprezentuje magnetické pole elektrónu. Kvantovo mechanický model priniesol korekciu orbitálneho magnetického momentu a riešením Schrödingerovej rovnice vychádza: $m = \sqrt{l(l+1)}\mu_B$, kde l je vedľajšie (orbitálne) kvantové číslo.

Na druhej strane, s pohybom elektrónu po kruhovej dráhe je spojený tiež jeho moment hybnosti (**mechanický orbitálový moment**) L s veľkosťou: $L = m_e r v = \hbar n$, kde m_e je hmotnosť elektrónu a \hbar je kvantum momentu hybnosti elektrónu. Magnetický moment možno potom vyjadriť pomocou jeho momentu hybnosti v tvare

$$m = \gamma L \,, \tag{15.20}$$

kde $\gamma = e/2 m_e$ je pomer magnetického a mechanického momentu nazývaný magnetomechanický pomer, niekedy menej výstižne nazývaný **gyromagnetický pomer**. Vektory magnetického \vec{m} a mechanického momentu \vec{L} sú navzájom opačné a smerujú kolmo na rovinu elektrónovej dráhy (obr. 15.8).

Elektrón má okrem orbitálového magnetického momentu ešte vlastný **spinový magnetický moment** (z angl. spin - otáčať sa). Výsledný magnetický moment atómu je potom daný vektorovým súčtom orbitálových a spinových magnetických momentov jeho elektrónov. Jadro atómu prispieva k celkovému magnetickému momentu atómu veľmi málo.

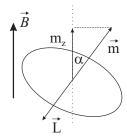
Atóm vo vonkajšom magnetickom poli

Teraz sa vráťme k atómu ako celku. Magnetické vlastnosti atómu možno charakterizovať prúdovými slučkami jednotlivých elektrónov, keďže vplyv jadra atómu možno zanedbať. Ak vložíme takúto prúdovú slučku s magnetickým momentom $\vec{m} = I \, \vec{S} \, (15.9)$ do vonkajšieho magnetického poľa s indukciou \vec{B} , bude jeho magnetická potenciálna energia

$$E_p = \vec{m} \cdot \vec{B} = m B \cos \alpha , \qquad (15.21)$$

kde α je uhol, ktorý zvierajú vektory \vec{m} a \vec{B} (obr. 15.8). Slučka bude mať snahu natočiť sa do smeru vonkajšieho poľa a zaujať tak polohu s najmenšou energiou.

Podobná situácia nastáva pri vložení atómu do vonkajšieho magnetického poľa, pretože elektróny majú orbitálne magnetické momenty (15.19). Na rozdiel od makroskopickej slučky nemôže nadobúdať priemet m_z magnetického momentu elektrónu do smeru magnetického poľa ľubovoľnú veľkosť. Podľa kvantovej fyziky je veľkosť m_z kvantovaná vzťahom $m_z = m_l \, \mu_B$, kde $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l$ je magnetické kvantové číslo. Keďže uhol α môže nadobúdať len diskrétne hodnoty potom aj potenciálna energia (15.21) má tiež diskrétne hodnoty.



Obrázok 15.8: Prúdová slučka v magnetickom poli.

Ak to teraz zhrnieme: atóm v magnetickom poli sa dostáva do kvantového stavu, v ktorom zaujímajú magnetické momenty elektrónov polohy s najmenšou magnetickou potenciálnou energiou (15.21). Ale v súlade s Pauliho vylučovacím princípom sa energetické hladiny elektrónov v atóme rozštiepia na viac hladín (Zeemanov jav). Pôsobením vonkajšieho magnetického poľa vzniká magnetická polarizácia atómu, molekuly, a teda aj vloženej látky v danom poli.

15.7 Magnetická polarizácia

Okrem vektora magnetickej indukcie \vec{B} je pre magnetické pole definovaný aj druhý vektor - **vektor intenzity magnetického poľa** \vec{H} . Vektor \vec{H} sa používa pri opise magnetických javov predovšetkým v látkových prostrediach, hlavne vo feromagnetikách. Vo vákuu je definovaný vzťahom

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \,,$$
 (15.22)

kde μ_0 je permeabilita vákua. Jednotkou [H] v sústave SI je (A/m).

Teraz sa vráťme k fenomenologickému štúdiu správania sa látky v magnetickom poli a urobme kvantitatívny popis procesov. Majme magnetické pole

vo vákuu s indukciou $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$. Ak umiestnime látky do tohto poľa, nastane jej magnetická polarizácia. Výsledkom tohto javu je vznik indukovaného magnetického poľa s indukciou \vec{B}_i , ktoré v teórii magnetizmu označujeme pomocou **vektora magnetickej polarizácie** \vec{J} . Indukované magnetické pole sa superponuje s vonkajším magnetickým poľom a výsledné magnetické pole má indukciu

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i = \vec{B}_0 + \vec{J} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}. \tag{15.23}$$

Vektory $\vec{B_0}$ a \vec{J} nemajú vo všeobecnosti rovnaký smer. Existuje však veľká skupina látok, ktoré označujeme ako magneticky mäkké látky (patria sem diamagnetiká a paramagnetiká), pri ktorých platí lineárna závislosť

$$\vec{J} = \chi_m \, \vec{B}_0 = \chi_m \, \mu_0 \, \vec{H} \,\,, \tag{15.24}$$

kde konštanta χ_m sa volá **magnetická susceptibilita**. Teraz môžeme predošlý vzťah (15.23) písať v tvare

$$\vec{B} = (1 + \chi_m) \vec{B}_0 = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} , \qquad (15.25)$$

kde

$$\mu_r = 1 + \chi_m \tag{15.26}$$

je relatívna permeabilita a $\mu = \mu_0 \mu_r$ permeabilita látky.

Pre výpočet hodnôt magnetického poľa v neohraničených magneticky mäkkých látkach používame rovnaké vzťahy ako pre vákuum vynásobené relatívnou permeabilitou danej látky μ_r . Formálne teda vo vzťahu použijeme namiesto permeability vákua μ_0 permeabilitu látky μ .

15.8 Mikroskopická teória magnetických látok

Diamagnetizmus

Diamagnetické látky sa skladajú z atómov, resp. molekúl, ktoré majú celkom vykompenzované orbitálne a spinové magnetické momenty elektrónov. Preto je celkový magneticky moment atómu, resp. molekuly nulový. Pri vložení takejto látky do vonkajšieho magnetického poľa budú na jednotlivé orbity elektrónov (na elektrónové prúdové slučky) pôsobiť momenty síl, ktoré spôsobujú ich precesný pohyb ako pri rotujúcom zotrvačníku (Larmorova precesia). Pri tomto pohybe vzniká v každom atóme dodatkový magnetický moment, ktorý

je orientovaný proti smeru magnetického poľa. Výsledné pole v diamagnetickej látke má teda menšiu indukciu ako primárne pole vo vákuu. Preto je $\chi_m < 0$ a $\mu_r < 1$. Diamagnetizmus možno pozorovať pri inertných plynoch (hélium, neón, argón), iónoch tvoriacich mriežku niektorých kovov (voda, zlato, ortuť, bizmut, ...) a ďalších. Napr. pre bizmut je $\chi_m = -1,7\,10^{-4}$ a $\mu_r = 0,99983$ a pre vodu je $\chi_m = -9,0\,10^{-6}$ a $\mu_r = 0,999991$. Látky v supravodivom stave sa správajú ako ideálne diamagnetiká, t. j. úplne vytlačujú magnetické pole, teda $B = 0\,T$.

Paramagnetizmus

Paramagnetické látky sa skladajú z atómov, iónov alebo molekúl, ktoré majú nenulový permanentný magnetický moment. Takých látok je veľa, rovnako ako tých, ktoré moment nemajú, a sú teda diamagnetické. Jedným z dôvodov môže byť nepárny počet elektrónov v atóme, takže je v ňom nespárený, teda nevykompenzovaný orbitálny alebo spinový moment, a tak je prvok paramagnetický. Vplyvom tohto nekompenzovaného momentu sa atóm, resp. molekula v magnetickom poli správajú ako magnetický dipól. Toto však nemusí byť pravidlom, pretože napr. niektoré dvojatómové molekuly zložené z atómov s párnym počtom elektrónov sú napriek tomu paramagnetické, ako napr. kvapalný kyslík. Relatívna permeabilita paramagnetík je o niečo väčšia ako jedna. Paramagnetické sú platina, hliník, titán, urán a iné.

Atómy alebo molekuly paramagnetickej látky konajú neustály tepelný pohyb, ktorého energia je rádu kT. V dôsledku tohto pohybu v priestore neexistuje žiaden význačný smer a výsledná magnetizácia je nulová. Ak takúto látku vložíme do vonkajšieho magnetického poľa s indukciou B, pôsobí toto pole usporiadajúcim účinkom na jednotlivé magnetické momenty atómov, čoho výsledkom je zosilnenie magnetického poľa. Magnetická potenciálna energia atómu je rádu mB (15.21). Vo vonkajších poliach, ktoré spĺňajú podmienku $mB \ll kT$, je magnetická polarizácia látky \vec{J} lineárnou funkciou \vec{B} (15.24).

Magnetizáciu paramagnetických látok prvýkrát spočítal r. 1905 P. Langevin. Jeho postup označujeme ako klasický, lebo pripúšťa možnosť ľubovoľnej orientácie magnetických momentov atómov v priestore (Maxwell-Boltzmannova štatistika). V modernej fyzike je priestorové usporiadanie magnetických momentov obmedzené podmienkou priemetu magnetického momentu do smeru poľa. Ukázal, že výsledná magnetická polarizácia danej látky sa dá zapísať

ako

$$J = n \, m \, L(\alpha) \,, \tag{15.27}$$

kde funkcia $L(\alpha)=\coth\alpha-\frac{1}{\alpha}$ sa nazývá Langevinova funkcia, pričom $\alpha=\frac{m\,B}{k\,T}.$

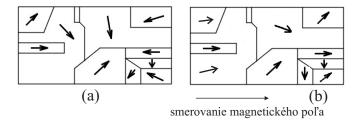
V slabých magnetických poliach je $m\,B\ll k\,T$, čiže $\alpha\ll 1$ a Langevinovu funkciu môžeme aproximovať ako $L(\alpha)=\alpha/3$. Tento fakt zapríčiňuje, že pri bežných poliach je magnetizácia priamoúmerná intenzite magnetického poľa a nepriamoúmerná teplote.

Feromagnetické materiály

Feromagnetické látky sa skladajú z paramagnetických atómov podobne ako paramagnetické látky. Napriek tomu sa magnetické nasýtenie dosiahne už v magnetickom poli bežného elektromagnetu. Feromagnetickými materiálmi sú napr. železo, kobalt, nikel, kadmium a ich zliatiny. Relatívna permeabilita feromagnetika dosahuje vysoké hodnoty $\mu_r = 10^3 - 10^6$, pričom magnetický moment jedného atómu feromagnetika sa výrazne nelíši od magnetického momentu paramagnetika. Feromagnetizmus nie je vlastnosťou jedného atómu, ale je dôsledkom interakcie elektrónov určitého súboru atómov. Vo feromagnetických látkach pôsobí medzi najbližšími susednými atómami osobitný druh síl (výmenné sily), ktoré spôsobujú paralelné usporiadanie magnetických momentov týchto atómov. Smer, v ktorom sa magnetické momenty atómov usporiadajú, nie je rovnaký pre celú vzorku feromagnetickej látky. Atómy, ktorých magnetické momenty sú usporiadané rovnakým smerom, tvoria magnetickú doménu. Magnetické domény sú teda magneticky nasýtené oblasti feromagnetickej látky. Ich objem je $10^{-6} mm^3$ až $10^{-1} mm^3$ (obr. 15.9(a)), pričom sú oddelené vrstvou asi $30\,nm$ (100 medziatómových vzdialeností) nazvanou Blochova stena. Jednotlivé domény sú však orientované chaoticky a navonok sa preto neprejavujú.

Pre feromagnetické látky sú dôležité dva parametre: tvar hysteréznej slučky a Curieho teplota. Ak zohrievame feromagnetikum, tak po presiahnutí určitej hraničnej - Curieho teploty sa stáva paramagnetikom. Tepelný pohyb atómov, molekúl je taký veľký, že spôsobí rozpad magnetických domén, čo sa prejaví aj na hodnote relatívnej permitivity materiálu, ktorá bude blízka jednej. Pri chladnutí roztavených feromagnetík pod Curieho teplotu sa vytvárajú Weissove

oblasti spontánnej magnetizácie - magnetické domény (nasýtenie domén nastáva spontánne, t. j. bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa).



Obrázok 15.9: Znázornenie magnetických domén a ich natočenie vo vonkajšom magnetickom poli.

Okrem feromagnetických materiálov poznáme aj antiferomagnetiká a ferimagnetiká. Spiny paramagnetických elektrónov v susediacich atómoch týchto materiálov sú zorientované antiparalelne. V látke sú tak vytvorené vlastne dve podmriežky s opačne orientovanými spinmi rovnakej a rôznej veľkosti.