A

2. kontrolná písomka (23. 11. 2004)

1. príklad. Zostrojte neurónovú sieť pre Boolovu funkciu určenú tabuľkou

p	*q*	*r*	*y*
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

2. príklad Zostrojte neurónovú sieť, ktorá simuluje formulu výrokovej logiky
$\varphi = p \Rightarrow (p \wedge q)$

3. príklad. Pomocou metódy sémantických tabiel zistite, či formula je tautológia, kontradikcia, alebo len splniteľná
$\big(p \Rightarrow (q \wedge r)\big) \Rightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

4. príklad. Pomocou rezolučnej metódy zistite, či platí $T \models \alpha$ pre
$T = \{r \Rightarrow q, q \Rightarrow (p \vee \neg r), \neg t \Rightarrow (t \wedge \neg p), t \Rightarrow r\}$, $\alpha = p$

5. príklad.
(**1. časť**) Výrok v prirodzenom jazyku prepíšte do formuly predikátovej logiky, vykonajte operáciu negácie nad formulou, upravte pomocou štandardných zákonov predikátovej logiky, na záver prepíšte výsledok do prirodzeného jazyka

Niekto hovorí po nemecky alebo anglicky

(**2. časť**) Definujme interpretáciu $\mathcal{I}$ nad univerzom prirodzených čísel $U = \{0,1,2,3,...\}$, kde predikáty a funkcie majú túto interpretáciu:

(1) predikát $P(x)$ „x je deliteľné 2“
(2) predikát $Q(x)$ „x je deliteľné 3“
(3) funkcia „nasledovník“ $f(x)=x+1$
(4) funkcia „súčet“ $g(x,y)=x+y$

Pomocou tejto interpretácie preložte do prirodzeného jazyka tieto formuly predikátovej logiky a rozhodnite, či takto získaný výrok je pravdivý:

(α) $\forall x\big[P(x) \Rightarrow \neg P(f(x))\big]$

(β) $\forall x\, \forall y\big[P(x) \wedge P(y) \Rightarrow P(g(x,y))\big]$

(γ) $\forall x\, \forall y\big[Q(x) \wedge Q(y) \Rightarrow P(g(x,y))\big]$

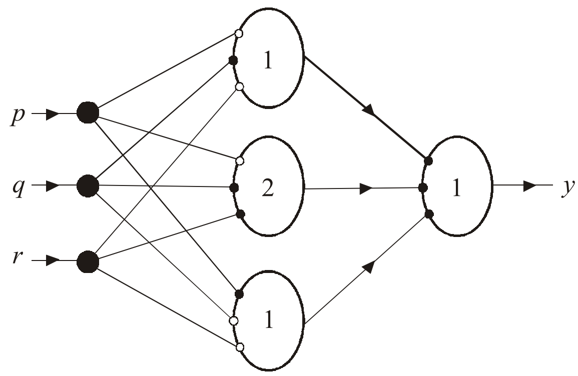
(δ) $\forall x\, \forall y\big[(P(x) \wedge P(y)) \vee (\neg P(x) \wedge \neg P(y)) \Rightarrow P(g(x,y))\big]$

Riešenie

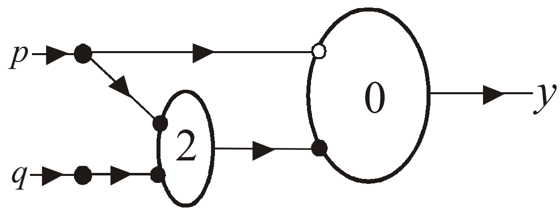
1. príklad. Zostrojte neurónovú sieť pre Boolovu funkciu určenú tabuľkou

p	q	r	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$\varphi_{NDF} = (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

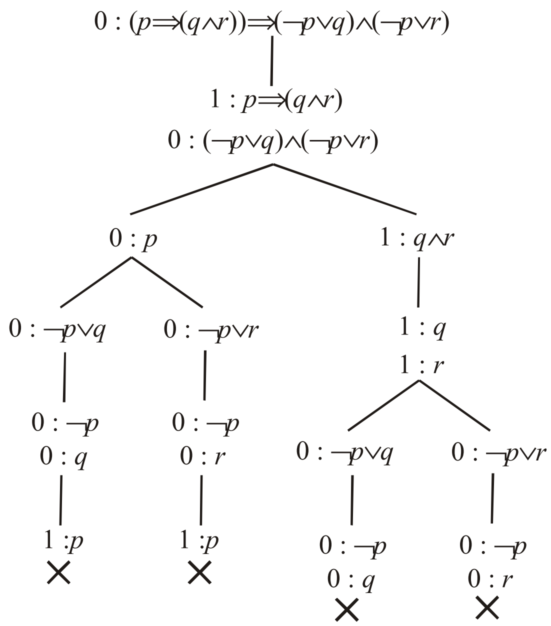


Príklad 2. Zostrojte neurónovú sieť, ktorá simuluje formulu výrokovej logiky $\varphi = p \Rightarrow (p \wedge q)$



3. príklad. Pomocou metódy sémantických tabiel zistite, či formula je tautológia, kontradikcia, alebo len splniteľná

$$\left(p \Rightarrow (q \wedge r)\right) \Rightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$$



4. príklad. Pomocou rezolučnej metódy zistite, či platí $T \models \alpha$ pre

$$T = \{r \Rightarrow q, q \Rightarrow (p \vee \neg r), \neg t \Rightarrow (t \wedge \neg p), t \Rightarrow r\},\ \alpha = p$$

$$T' = \{\neg r \vee q, \neg q \vee p \vee \neg r, t \vee (t \wedge \neg p), \neg t \vee r, \neg p\}$$

$$T' = \{\neg r \vee q, \neg q \vee p \vee \neg r, t, t \vee \neg p, \neg t \vee r, \neg p\}$$

	1	2	3	4	5	6					
	$\neg r\vee q$	$\neg q\vee p\vee\neg r$	t	$t\vee\neg p$	$\neg t\vee r$	$\neg p$	7	8			
r	0	0			1		$q\vee\neg t$	$\neg q\vee p\vee\neg t$	9		
p				0		0		1	$\neg q\vee\neg t$	10	
q							1		0	$\neg t$	11
t			1							1	$\square$

Dokázali sme, že platí $T \models \alpha$.

5. príklad.
(**1. časť**) Výrok v prirodzenom jazyku prepíšte do formuly predikítovej logiky, vykonajte operáciu negácie nad formulou, upravte pomocou štandardných zákonov predikátovej logiky, na záver prepíšte výsledok do prirodzeného jazyka

Niekto hovorí po nemecky alebo anglicky

$\exists x \left(nem(x) \vee ang(x)\right)$

$\forall x \left(\neg nem(x) \wedge \neg ang(x)\right)$

Nikto nehovorí po nemecky a anglicky

(**3. časť**) Definujme interpretáciu $\mathcal{I}$ nad univerzom prirodzených čísel $U = \{0,1,2,3,...\}$, kde predikáty a funkcie majú túto interpretáciu:

(5) predikát $P(x)$ „x je deliteľné 2“
(6) predikát $Q(x)$ „x je deliteľné 3“
(7) funkciu „nasledovník“ $f(x)=x+1$
(8) funkciu „súčet“ $g(x,y)=x+y$

Pomocou tejto interpretácie preložte do prirodzeného jazyka tieto formuly predikátovej logiky a rozhodnite, či takto získaný výrok je pravdivý:

(α) $\forall x\left[P(x) \Rightarrow \neg P(f(x))\right]$

V prirodzenom jazyku: „*každé číslo deliteľné dvoma nemá nasledovníka deliteľného dvoma*“, pravdivý výrok.

(β) $\forall x\, \forall y\left[P(x) \wedge P(y) \Rightarrow P(g(x,y))\right]$

V prirodzenom jazyku: „*každé dve čísla deliteľné dvoma majú súčet deliteľný dvoma*“, pravdivý výrok

(γ) $\forall x\, \forall y\left[Q(x) \wedge Q(y) \Rightarrow P(g(x,y))\right]$

V prirodzenom jazyku: „*každé dve čísla deliteľné troma majú súčet deliteľný dvoma*“, neplatí pre 3 a 6, neplatný výrok.

(δ) $\forall x\, \forall y\left[(P(x) \wedge P(y)) \vee (\neg P(x) \wedge \neg P(y)) \Rightarrow P(g(x,y))\right]$

V prirodzenom jazyku: „*každé dve čísla, ktoré sú buď deliteľné dvoma alebo nie sú deliteľné dvoma, majú súčet deliteľný dvoma*“, pravdivý výrok.