S T U

F I I T

Teoretické základy informatiky

Vypočítateľnosť

Mgr. Daniela Chudá, PhD., chuda@fiit.stuba.sk

Turingov stroj (opakovanie)

Definícia:

Nedeterministický Turingov stroj je šestica
$A = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, kde
K je konečná množina stavov,
Σ je vstupná abeceda,
Γ ja pracovná abeceda ($\Sigma \subseteq \Gamma; B \in \Gamma; B - blank$)
δ je prechodová funkcia $\delta : K \times \Gamma \rightarrow 2^{K \times \Gamma \times \{-1,0,1\}}$,
$q_0 \in K$ je počiatočný stav,
$F \subseteq K$ je množina koncových stavov.

Poznámka:

Ak platí: $\#(\delta(q, a)) \leq 1$, hovoríme, že Turingov stroj je Deterministický.

Algoritmizovateľnosť

Teória vypočítateľnosti skúma otázky **algoritmizovateľnosti** na rôznych výpočtových modeloch.

Pojem **vypočítateľného problému** sa používa ako synonymum pre **algoritmizovateľný problém**.

Exaktné vymedzenie samotného pojmu **algoritmus** je však vysoko netriviálne. Kvôli tomu sa v teórii, ktorá sa zaoberá vypočítateľnosťou skúmajú rôznorodé problémy, z ktorých najdôležitejšie sú nasledujúce:

- algoritmus a jeho vlastnosti,
- problémy, ktoré sa dajú algoritmizovať a tie, ktoré sa algoritmizovať nedajú.

Výpočtové modely

Kľúčom k riešeniu otázok algoritmizovateľnosti sú rôzne výpočtové modely, ktoré vznikli preto, aby čo možno najvernejšie reprezentovali pojmy algoritmus a počítač. Ich vlastnosti a vzájomné vzťahy (ekvivalencia) dokážu v značnej miere odpovedať na uvedené otázky.

Budeme zaoberať tromi vzájomne ekvivaletnými výpočtovými modelmi. Sú to nasledujúce modely:

- Turingov stroj,
- Počítadlový stroj,
- stroj RAM.

T-vypočítateľná funkcia

Definícia: **T-vypočítateľná funkcia**

Nech $k \in \mathbb{N}^+$. *Funkcia* $f : \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$ *sa nazýva* T-vypočítateľná funkcia, *ak existuje Turingov stroj* A, *ktorý rozpoznáva jazyk*

$$L = \{\ 1^{x_1}¥1^{x_2}¥\ldots¥1^{x_k}\$1^{f(\overline{x})}\ \}$$

pre všetky $\overline{x} = (x_1, \ldots, x_k) \in \mathbb{N}^k$.

Príklady T-vypočítateľných funkcií:

- lineárne funkcie,
- polynomiálne funkcie,
- exponenciálne funkcie,
- logaritmické funkcie,
- lineárne kombinácie T-vypočítateľných funkcií.

Príklad: T-vypočítateľná funkcia f(a,b)=(a+b)

Zadanie:

Dokážte, že funkcia **f(*a,b*)=(*a+b*)** je T-vypočítateľná.

Vstup:

a ***b***

11¢111$

Výstup:

$\underline{11}$¢$\underline{111}$\$11111

a ***b*** **f(*a,b*)=(*a+b*)**

Neformálne riešenie:

- z ***a*** okopírovať každú 1 za $
- z ***b*** okopírovať každú 1 za $

Príklad: T-vypočítateľná funkcia f(a,b)=(a+b)

Formálne

$$\text{copy } a \begin{cases} \delta(q_0, 1) = (q_1, \underline{1}, R) & \\ \delta(q_1, x) = (q_1, x, R) & x \in \{1, ¢, \$\} \\ \delta(q_1, B) = (q_2, 1, L) & \\ \delta(q_2, x) = (q_2, x, L) & \\ \delta(q_2, \underline{1}) = (q_0, \underline{1}, R) & \end{cases}$$

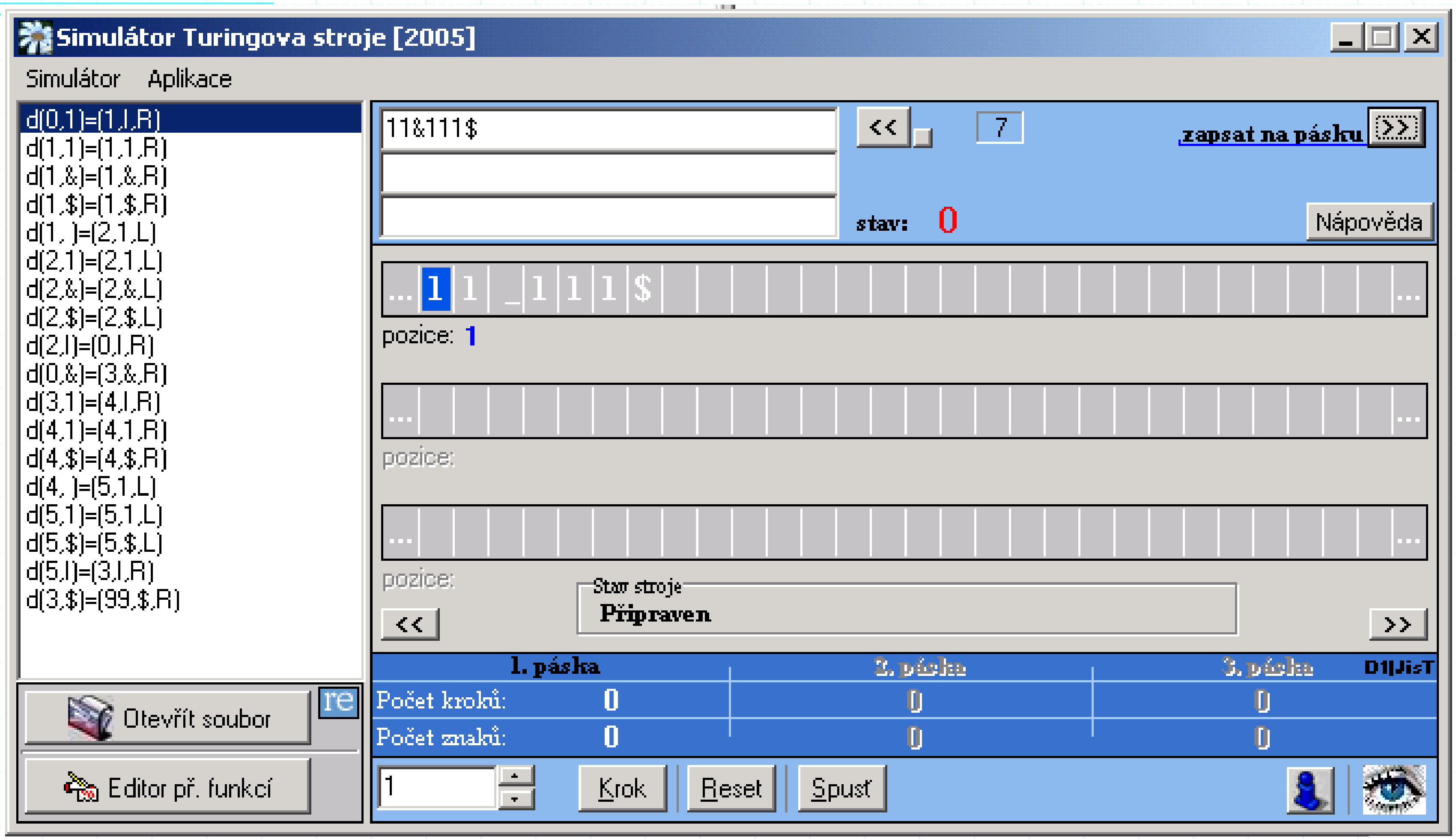
musím prejsť do q_3 a nie q_0, lebo by spracoval nekonečný cyklus - nekonečné množstvo úsekov 11...1¢11...1¢11...1¢

$$\delta(q_0, ¢) = (q_3, ¢, R)$$

$$\text{copy } b \begin{cases} \delta(q_3, 1) = (q_4, \underline{1}, R) & \\ \delta(q_4, y) = (q_4, y, R) & y \in \{1, \$\} \\ \delta(q_4, B) = (q_5, 1, L) & \\ \delta(q_5, y) = (q_5, y, L) & \\ \delta(q_5, \underline{1}) = (q_3, \underline{1}, R) & \end{cases}$$

$$\delta(q_3, \$) = (q_6, \$, R) \qquad F \in \{q_6\}$$

Simulácia T-vypočítateľnej funkcie **f(a,b)=(a+b)** na simulátore TS



Ďakujem za pozornosť.

chuda@fiit.stuba.sk