

B

1. kontrolná písomka (20. 10. 2004)

1. príklad. Prepíšte vetu z prirodzeného jazyka do jazyka výrokovej logiky, vykonajte nad formulou negáciu, takto získanú formulu preložte do prirodzeného jazyka.

(a) Ak na výlet pôjde Jana alebo Eva, potom na výlet nepôjde Tomáš. (1 bod)

Riešenie:

p = na výlet pôjde Jana

q = na výlet pôjde Eva

r = na výlet pôjde Tomáš

Výrok sa vyjadří pomocou formule

$$\varphi = ((p \vee q) \Rightarrow \neg r) \equiv (\neg(p \vee q) \vee \neg r)$$

$$\neg\varphi = (p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Jana a Tomáš alebo Eva a Tomáš.

(b) Ak na výlet pôjde Eva, potom na výlet nepôjdu Helena alebo Tomáš. (1 bod)

Riešenie:

p = na výlet pôjde Eva

q = na výlet pôjde Helena

r = na výlet pôjde Tomáš

Výrok sa vyjadří pomocou formule

$$\varphi = (p \Rightarrow \neg(q \vee r)) \equiv (\neg p \vee \neg(q \vee r))$$

$$\neg\varphi = (p \wedge (q \vee r)) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Eva a Helena alebo Eva a Tomáš.

Aleternatívne riešenie:

$$\varphi = (p \Rightarrow (\neg q \vee \neg r)) \equiv (\neg p \vee (\neg q \vee \neg r))$$

$$\neg\varphi = (p \wedge (q \wedge r))$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Eva, Helena a Tomáš.

(c) Jano športoval alebo ak študoval, potom sa učili fyziku. (1 bod)

Riešenie:

p = Jano športoval

q = Jano študoval

r = Jano sa učil fyziku

Výrok sa vyjadří pomocou formule

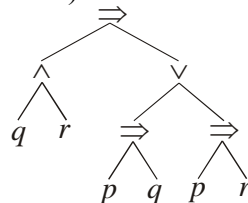
$$\varphi = p \vee (q \Rightarrow r) \equiv p \vee \neg q \vee r$$

$$\neg\phi = \neg p \wedge q \wedge \neg r$$

Verbálna formulácia $\neg\phi$: **Jano nešportoval a študoval a neučil sa fyziku.**

2. príklad. Pre formulu $(q \wedge r) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$

(a) zostrojte syntaktický strom, (1 bod)



(b) zostrojte množinu podformúl (1 bod)

$$\{p, q, r, q \wedge r, p \Rightarrow q, p \Rightarrow r, (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)\}$$

(c) zostrojte tabuľku pravdivostných hodnôt. (1 bod)

$$(q \wedge r) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$$

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	r	$q \wedge r$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$5 \vee 6$	$4 \Rightarrow 7$
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

3. príklad. Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov (3 body)

predpoklad 1: Jano študuje

predpoklad 2: Ak Jano pracuje, potom neštuduje

predpoklad 3: Jano pracuje alebo športuje

záver: Jano športuje

p = Jano študuje

q = Jano pracuje

r = Jano športuje

predpoklad 1: p

predpoklad 1: $q \Rightarrow \neg p$

predpoklad 2: $q \vee r$

záver: r

Máme dokázať $\{p, q \Rightarrow \neg p \wedge q, q \vee r\} \vdash r$

1.	p	1. predpoklad
2.	$q \Rightarrow \neg p$	2. predpoklad
3.	$q \vee r$	3. predpoklad
<hr/>		
4.	$\neg q$	aplikácia modus tollens na 1. a 2.
5.	r	aplikácia 4. na disjunkciu 3.

Alternatívny dôkaz môže byť urobený tak, že pomocou tabuľkovej metódy dokáže, že formula

$$(p \wedge (q \Rightarrow \neg p) \wedge (q \vee r)) \Rightarrow r$$

je tautológia.

1	2	3	4	4	5	6	7
p	q	r	$\neg p$	$q \Rightarrow \neg p$	$q \vee r$	$1 \wedge 4 \wedge 5$	$6 \Rightarrow r$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1

4. príklad. Zostrojte Boolovu funkciu $(\beta_1, \beta_2) = f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ pre operáciu troch bitových číslíc (3 body)

$$(\alpha_1 + \alpha_2) \times \alpha_3 = \beta_1 \beta_2$$

#	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2
1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	0	1	0	0	0
4	0	1	1	0	1
5	1	0	0	0	0
6	1	0	1	0	1
7	1	1	0	0	0
8	1	1	1	1	0

$$\beta_1 = (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3)$$

$$\beta_2 = (\bar{\alpha}_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3) \vee (\alpha_1 \wedge \bar{\alpha}_2 \wedge \alpha_3)$$

5. príklad. Zostrojte NDF a NKF pre formulu (3 body) $(p \Rightarrow q) \vee ((\neg q \Rightarrow \neg p) \wedge r)$

$$\Phi_{NDF} = (\neg p) \vee (q) \vee (q \wedge r) \vee (\neg p \wedge r)$$

$$\Phi_{NKF} = (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$$