Úlohy k 1.kapitole

1. Určte platnosť nasledovných tvrdení.

   $a)\frac{1}{x^2} \sim 0$ $\qquad b)0 \sim \frac{1}{x^2}$ $\qquad c)e^{1/x} = \theta(2)$.

2. Rozhodnite, či medzi funkciami platí vzťah $f = \mathcal{O}, o, \theta, \Omega, \omega(g)$:

   $f = x \ln x$,

   $g = x^{1+\varepsilon}, \varepsilon > 0$.

3. Zoraďte funkcie podľa asymptotického rastu.

   a) $e^{\ln x}$, $x^2 + 10$, $3^{0.1x}$.

   b) $2^{\sqrt{n}}, e^{\ln n^3}, n^{3.01}, n^{n^2}$.

   c) $n^3 \ln n, (\ln \ln n)^3, n^{0,5}2^n, (n+4)^{12}$.

4. Vyjadrite asymptotické chovanie funkcie (prostredníctvom ekvivalencie $\sim$ alebo vyjadrením cez symboly $\mathcal{O}, o, \Theta, \Omega$ s čo najjednoduchšou funkciou):

   a) $(4x^{17} - 7x^3 + 100)^3$, $\qquad$ b) $\sqrt{\dfrac{125x^3 - x}{x - \ln x}}$.

5. Nech $f(n), g(n) : R^+ \to R^+$. Dokažte, že platia nasledovné tvrdenia:

   - $f(n) = \theta(g(n)) \Leftrightarrow f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ a zároveň $f(n) = \Omega(g(n)))$.
   - $f(n) = \theta(g(n))$ a $g(n) = \theta(h(n)) \Rightarrow f(n) = \theta(h(n))$.
   - $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ a $g(n) = \mathcal{O}(h(n)) \Rightarrow f(n) = \mathcal{O}(h(n))$.
   - $f(n) = \Omega(g(n))$ a $g(n) = \Omega(h(n)) \Rightarrow f(n) = \Omega(h(n))$.
   - $f(n) = o(g(n))$ a $g(n) = o(h(n)) \Rightarrow f(n) = o(h(n))$.
   - $f(n) = \omega(g(n))$ a $g(n) = \omega(h(n)) \Rightarrow f(n) = \omega(h(n))$.
   - $f(n) = \theta(f(n))$.
   - $f(n) = \mathcal{O}(f(n))$.
   - $f(n) = \Omega(f(n))$.
   - $f(n) = \theta(g(n)) \Leftrightarrow g(n) = \theta(f(n))$.
   - $f(n) = \mathcal{O}(g(n)) \Leftrightarrow g(n) = \Omega(f(n))$.
   - $f(n) = o(g(n)) \Leftrightarrow g(n) = \omega(f(n))$.