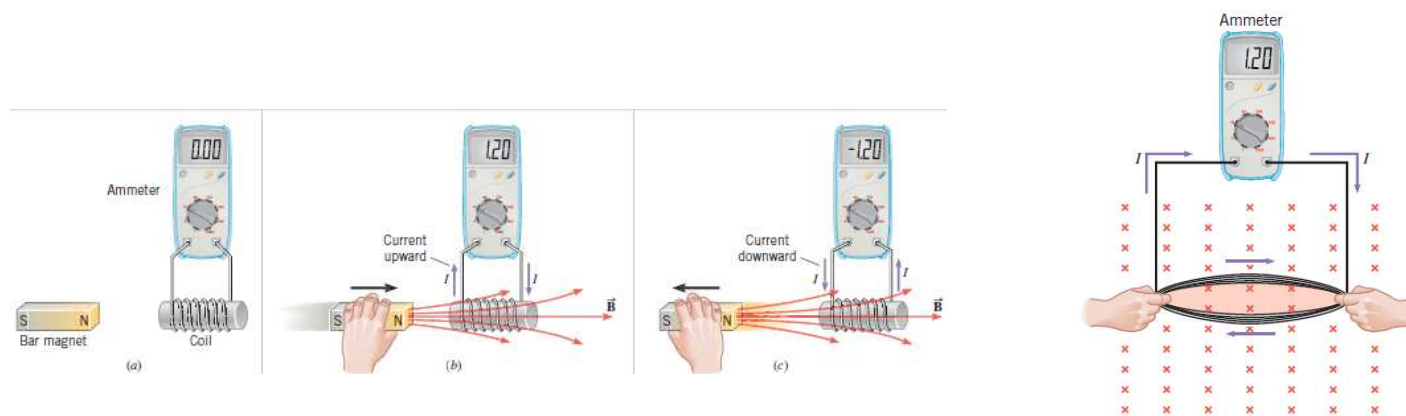


Elektromagnetická indukcia

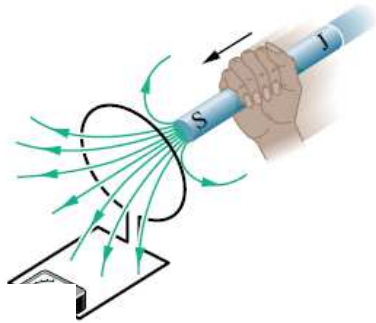
Experimentálnym základom pre objav elektromagnetickej indukcie boli pokusy Michaela Faradaya v roku 1831. Cieľom týchto experimentov bolo **nájsť súvislosti medzi elektrickými a magnetickými javmi.**



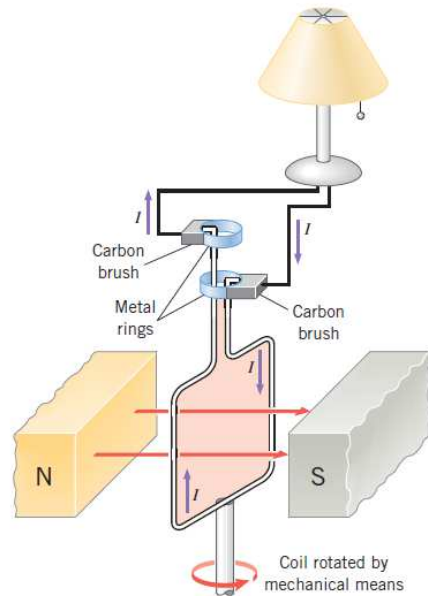
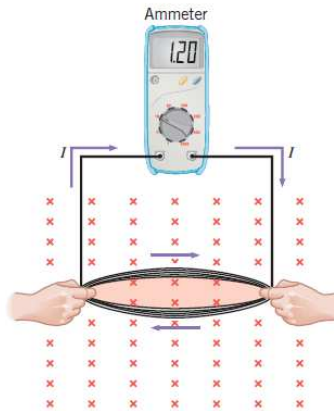
- Vznik prúdu je viazaný na relatívny pohyb medzi slučkou a magnetom
- Rýchlejší pohyb vyvoláva väčší prúd

Príčinou indukcie je **časová** zmena čohosi (počet indukčných čiar ohraničených závitom) , t.j
magnetického indukčného toku

Elektromagnetická indukcia



Faraday si pri týchto pokusoch uvedomil, že elektrický prúd, teda aj elektrické **napätie v cievke** vzniká vtedy, keď sa v cievke mení magnetické pole, presnejšie magnetický tok.



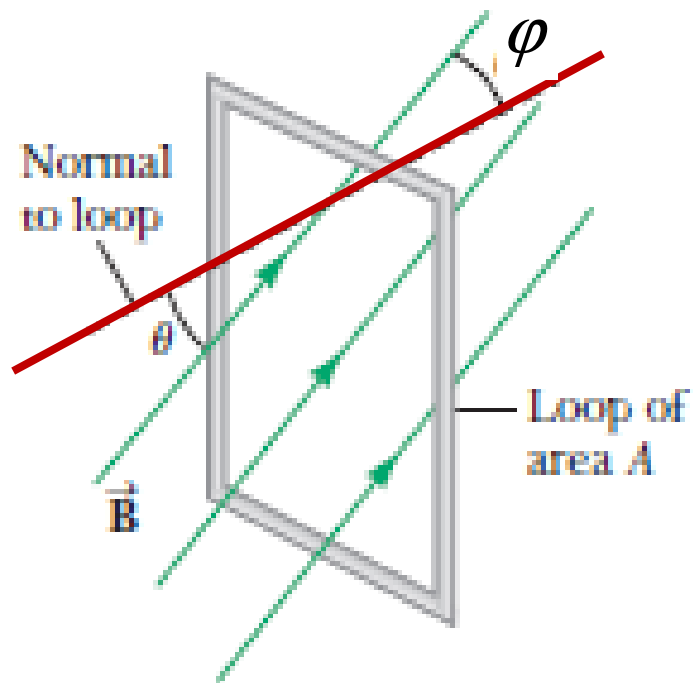
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \varphi dS$$

Magnetický indukčný tok môžeme meniť rôznymi spôsobmi:

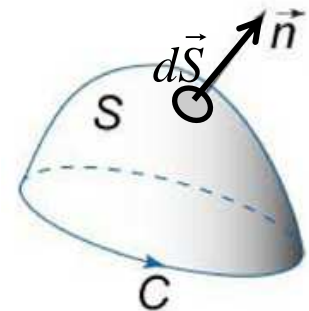
- 1, meniť veľkosť magnetického poľa vo vnútri závitů $B(t)$
- 2, Meniť plochu magnetického indukčného toku
- 3, Meniť uhol medzi vektorom B a dS v ľubovoľných miestach priestoru.

Smer indukovaného elektrického prúdu určuje Lencovo pravidlo.

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \varphi dS$$



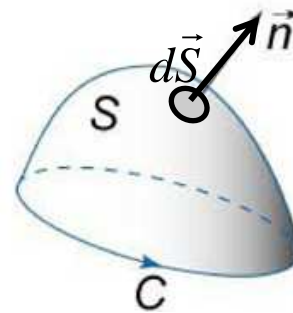
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



$d\vec{S}$ je kolmý na plochu aj jeho smer je
zviazaný s orientáciou krivky podľa
pravidla pravej ruky.

Elektromagnetická indukcia

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



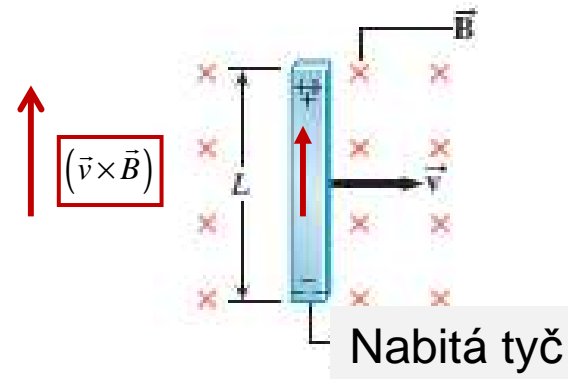
$d\vec{S}$ je kolmý na plochu a jeho smer je zviazaný s orientáciou krivky podľa pravidla pravej ruky.

Elektromagnetická indukcia

Lentzov zákon: Smer indukovaného elektrického prúdu je taký, že magnetické pole indukovaného elektrického prúdu svojimi účinkami pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala.

Lencovo pravidlo je dôsledkom základného prírodného zákona – zákona zachovania energie.

Pohyb kovovej tyče v magnetickom poli s konštantnou rýchlosťou v



Na každý pohybujúci náboj q pôsobí sila:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Preskupením nábojov sa v tyči vytvorí elektrické pole s intenzitou \vec{E} , ktoré pôsobí na náboj q silou :

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

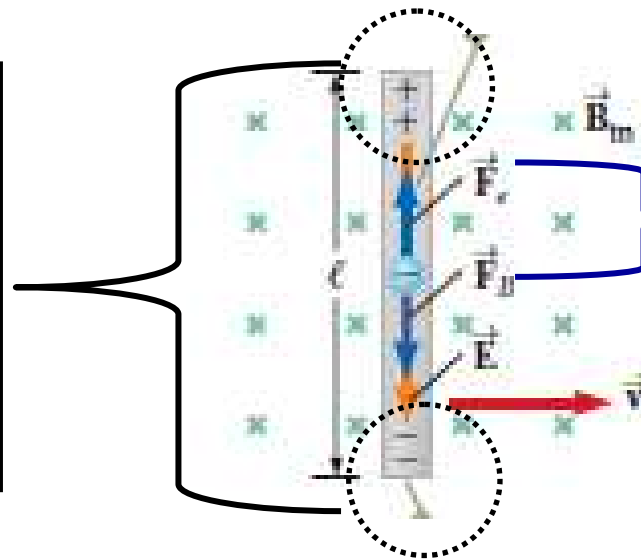
$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ \vec{F} &= q\vec{E} \end{aligned}$$

Po vytvorení rovnováhy intenzita tohto poľa je :

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Pohyb kovovej tyče v magnetickom poli s konštantnou rýchlosťou v

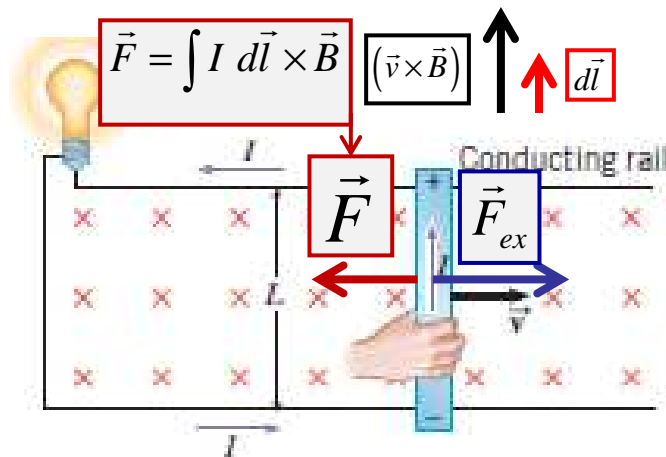
Vplyvom magnetickej sily pôsobiacej na elektróny, sa elektróny koncentrujú na konci tyče a vytvoria elektrické pole



V rovnovážnom stave je elektrická a magnetická sila pôsobiaca na elektróny v rovnováhe

$$q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Pohyb kovovej tyče v magnetickom poli s konštantnou rýchlosťou v

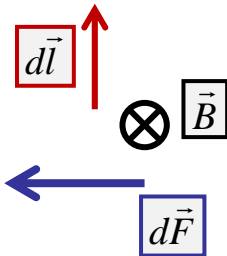


Nabitá tyč

F – sila pôsobiaca na vodič dĺžky L , ktorým tečie prúd I a pohybuje sa v magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} . Sila **F** bráni pohybu vodiča, pretože smeruje na opačnú stranu, ako vonkajšia sila **F_{ext}**

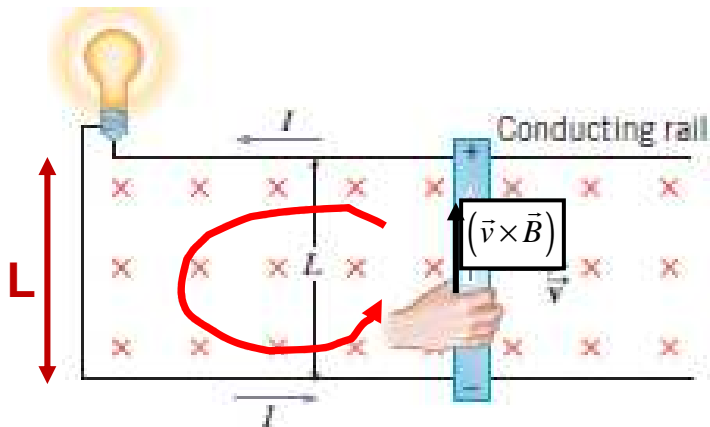
$$\vec{v} = \vec{k} \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{ex} = \vec{0}$$

Po zapojení pohybujúcej sa tyče do obvodu, obvodom začne **prechádzať prúd** a na tyč začne pôsobiť **brzdiaca sila F**, ktorú treba prekonávať, ak sa má zachovať konštantná rýchlosť tyče v .



$$|\vec{F}| = \int I |d\vec{\ell} \times \vec{B}| = ILB$$

Porovnanie indukovaného napätia s indukčným tokom



Indukované napätie je určené prácou indukovaného elektrického poľa (s jednotkovým nábojom)

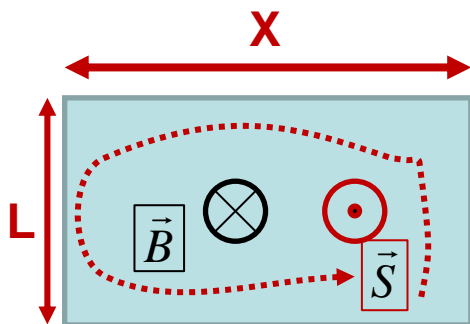
$$U_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vBL$$

Dohoda o orientácii vektora plochy

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \cos(\pi) = -BLx$$

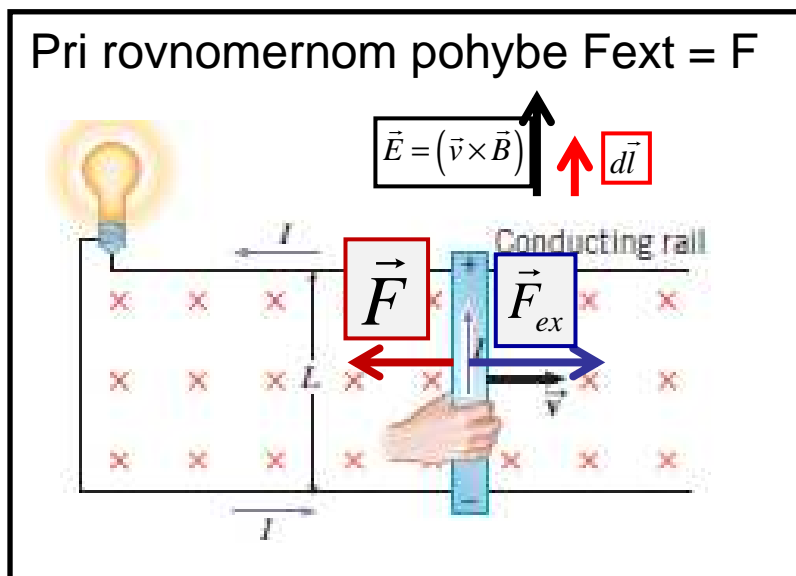
$$\frac{d\phi}{dt} = -BLv$$

$$U_i = -\frac{d\phi}{dt}$$



Indukované napätie (pri pohybe kontúra) vzniká vplyvom magnetickej zložky Lorentzovej sily

Energetická bilancia



Práca indukovaného elektrického poľa

$$W = \int \vec{F}_E \cdot d\vec{l} = \int q [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{l} = qvBL$$

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Práca vonkajšej sily :

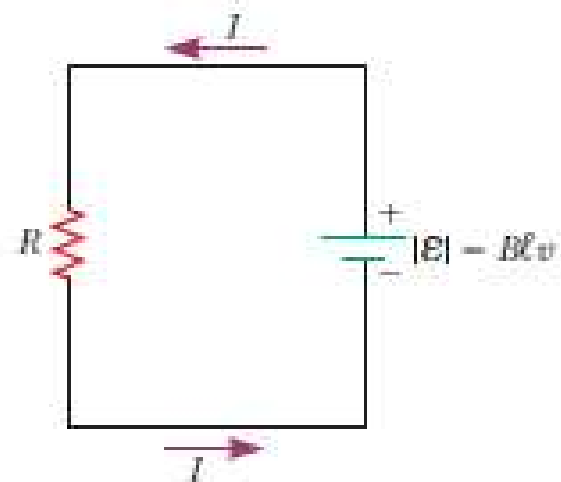
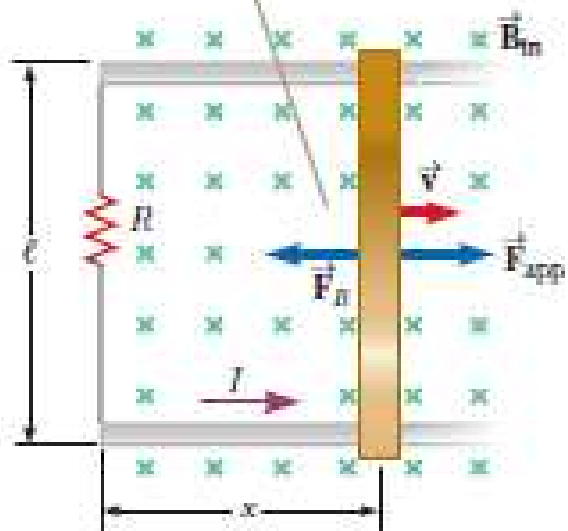
$$W = \int \vec{F}_{Ex} \cdot d\vec{l} = \int I [d\vec{l} \times \vec{B}] \cdot \vec{v} dt = qvBL$$

Tá sila, ktorá prekonávala brzdiacu silu F

Mechanická práca sa mení na elektrický prúd a súčasne na teplo

Energiu potrebnú na svietenie dodáva práca vonkajšej sily.

A counterclockwise current I is induced in the loop. The magnetic force \vec{F}_B on the bar carrying this current opposes the motion.

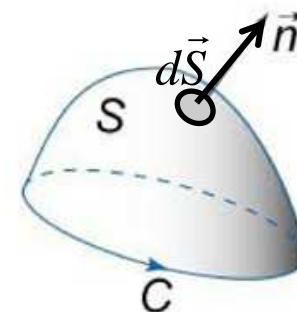


$$\vec{v} \times \vec{B}$$

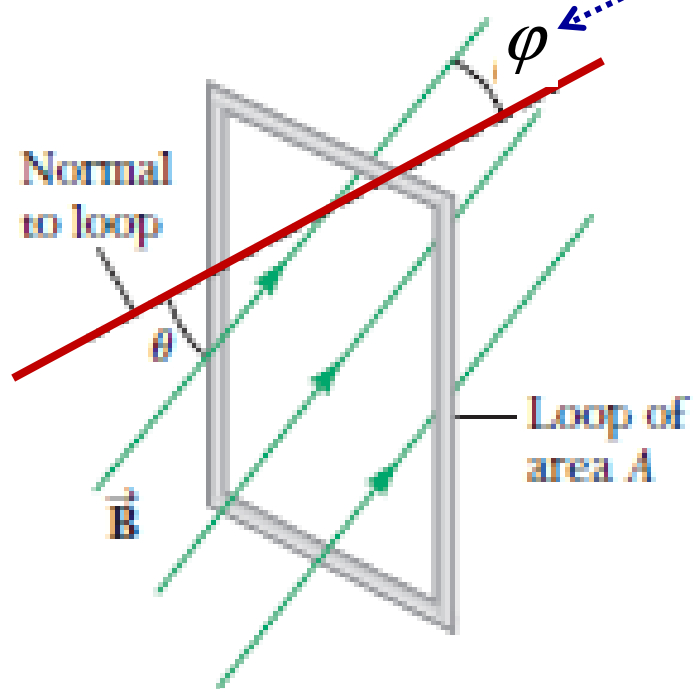
Indukované napätie – práca vykonaná indukovaným poľom s jednotkovým nábojom

$$U_i = \oint \frac{\vec{F}_i}{q} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

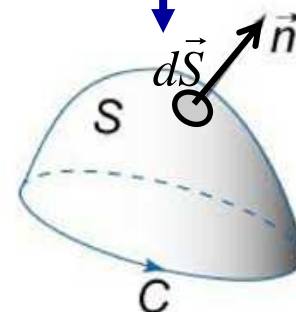
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



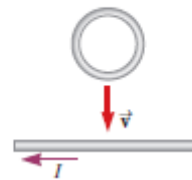
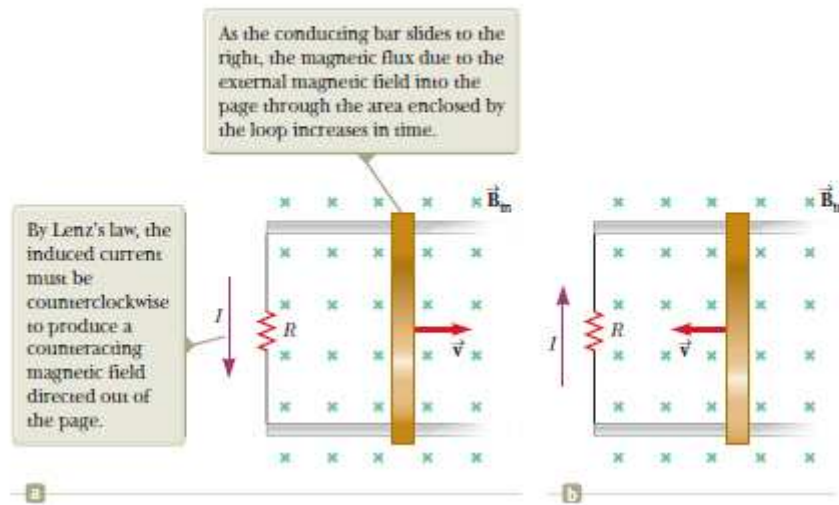
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \varphi dS$$

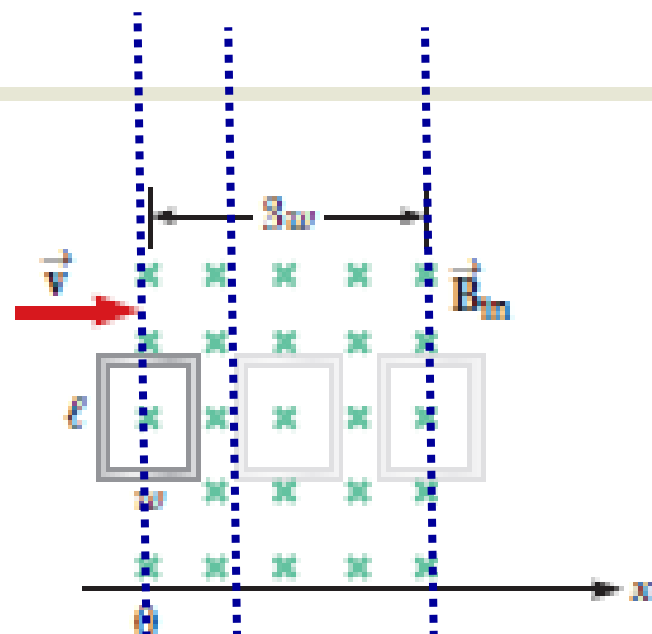


$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

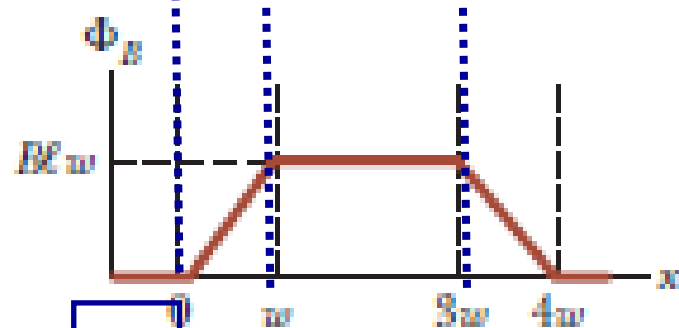


$d\vec{S}$ je kolmý na plochu aj jeho smer je zviazaný s orientáciou krivky podľa pravidla pravej ruky.

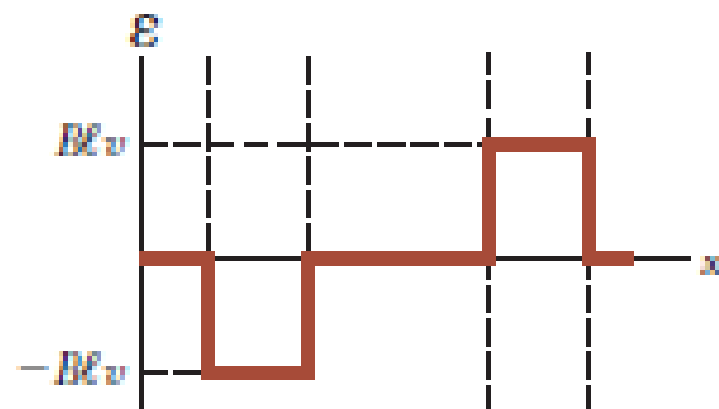
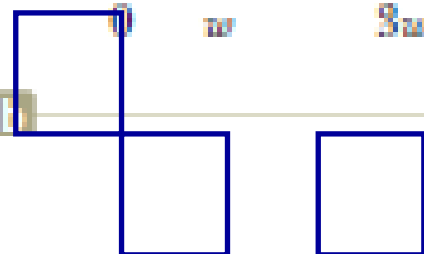




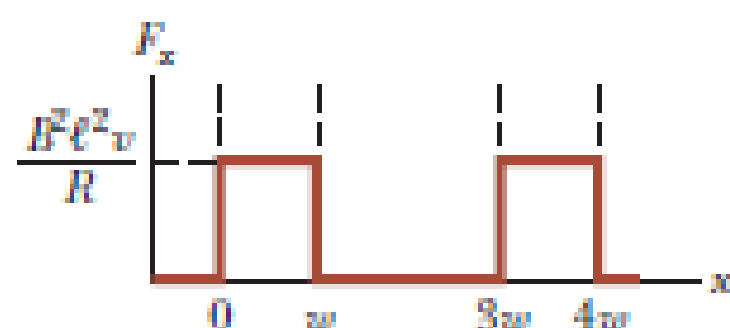
a



b



c



d

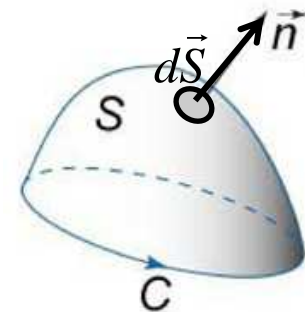
Časovo meniace sa
magnetické pole a jeho vplyv
na indukované napätie

Elektromagnetická indukcia

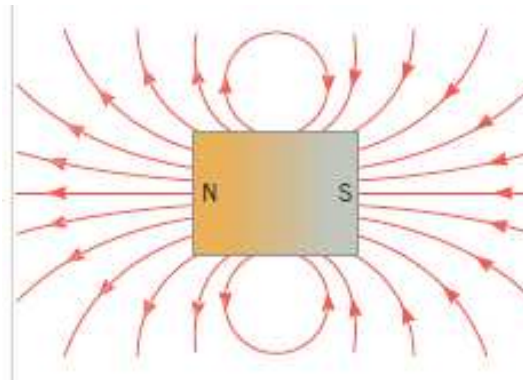
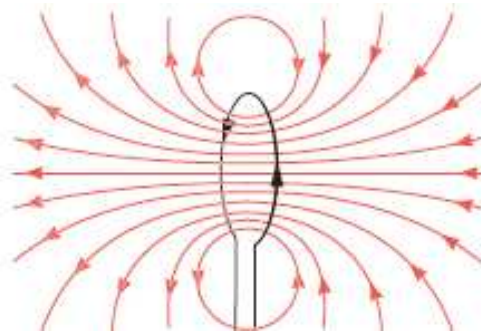
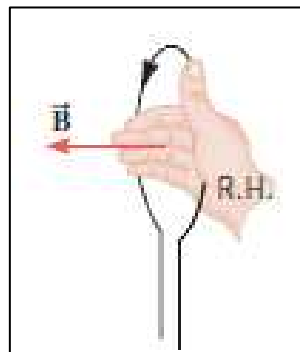
Lentzov zákon: Smer indukovaného elektrického prúdu je taký, že magnetické pole indukovaného elektrického prúdu svojimi účinkami pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala.

Lencovo pravidlo je dôsledkom základného prírodného zákona – zákona zachovania energie.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



Magnetické pole v okolí slučky a magnetu



slučka vytvára magnetické pole podobné
mag.poľu tyčového magnetu. Smer
magnetickej indukcie možno určiť
pravidlom pravej ruky

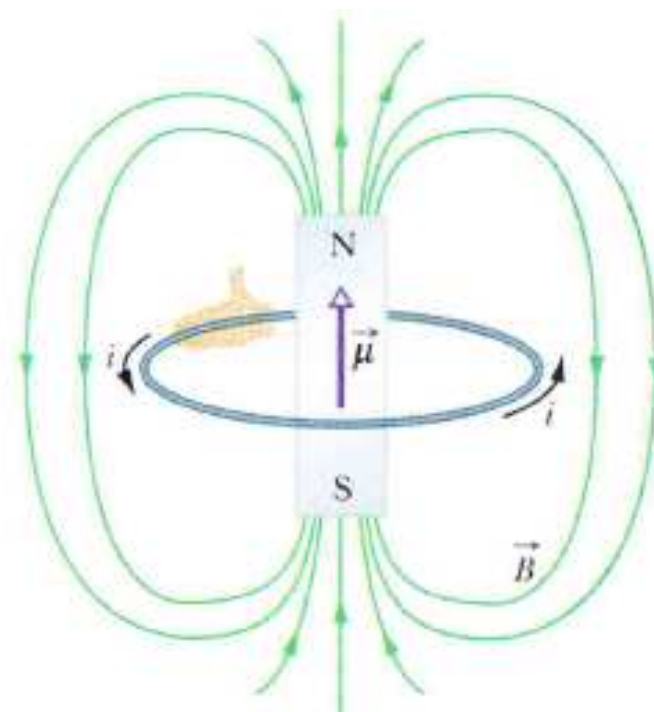
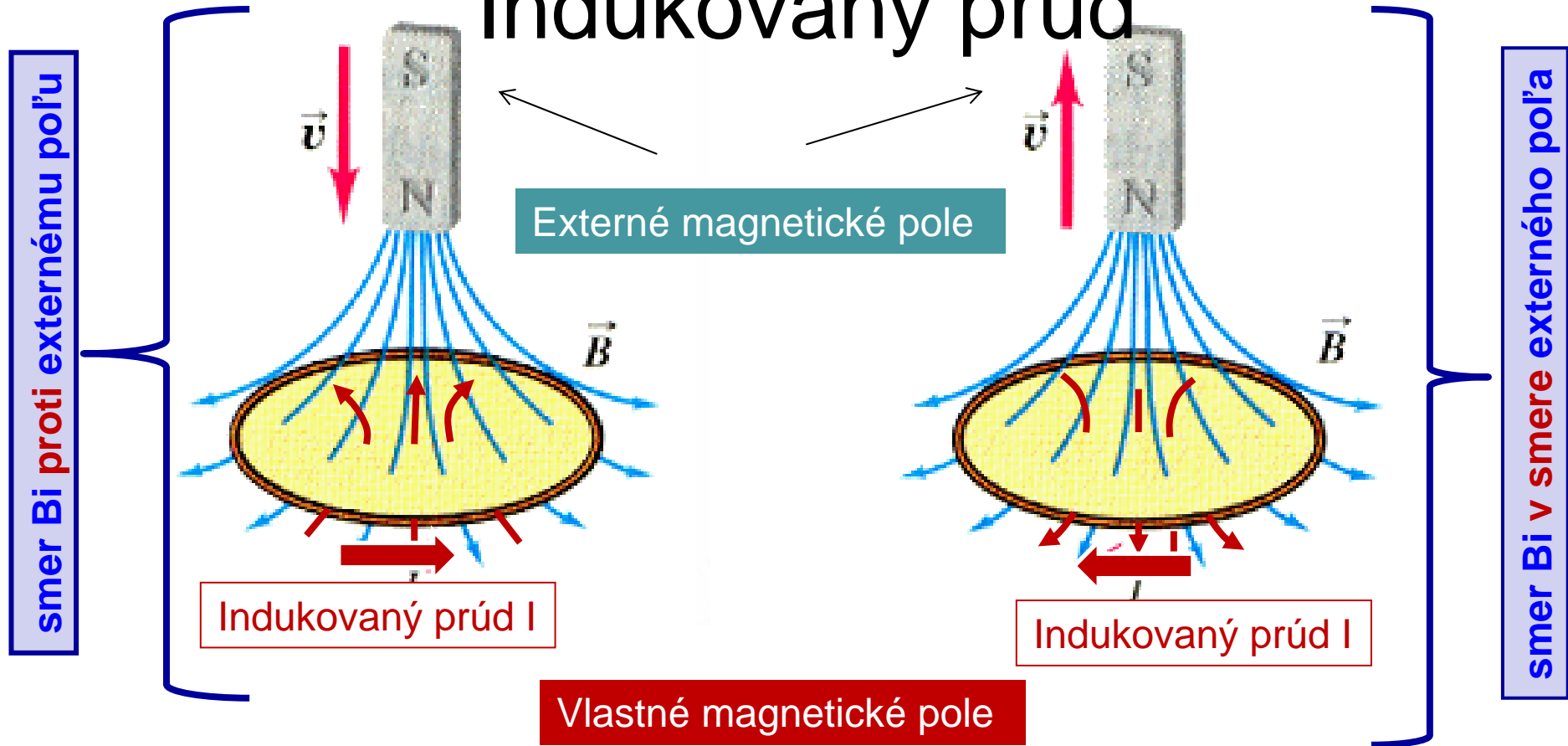
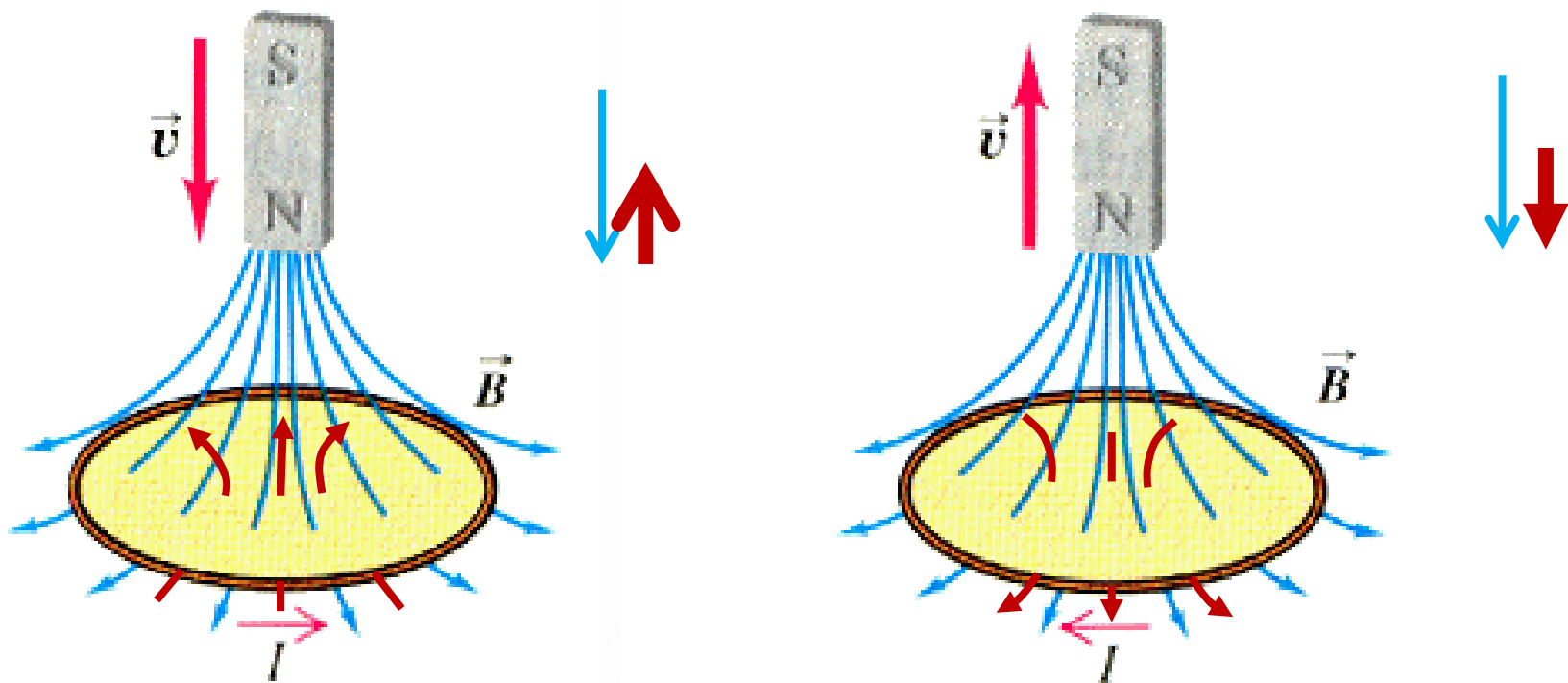


FIG. 29-22 A current loop produces a magnetic field like that of a bar magnet and thus has associated north and south poles. The magnetic dipole moment $\vec{\mu}$ of the loop, its direction given by a curled-straight right-hand rule, points from the south pole to the north pole, in the direction of the field \vec{B} within the loop.

Indukovaný prúd



Vo vodivej obruči tečie indukovaný prúd. Ten prúd vytvára vlastné magnetické pole. Magnetické pole vytvorené indukovaným prúdom je nakreslené **červeno**. **Pri postupnom zosilňovaní externého poľa má smer proti externému poľu. Pri zoslabovaní externého poľa má indukované pole rovnaký smer ako externé pole.**

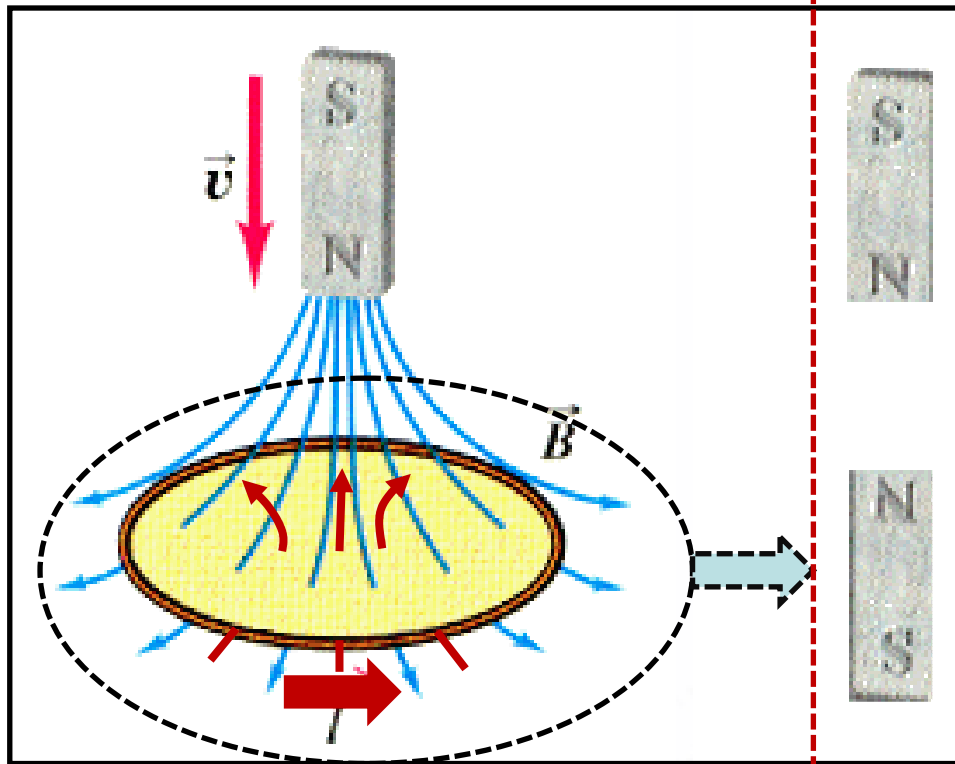


Lenzovo pravidlo: Indukovaný prúd má taký smer, že svojimi magnetickými účinkami „sa snaží“ **zabrániť zmene, ktorá ho vyvolala.**

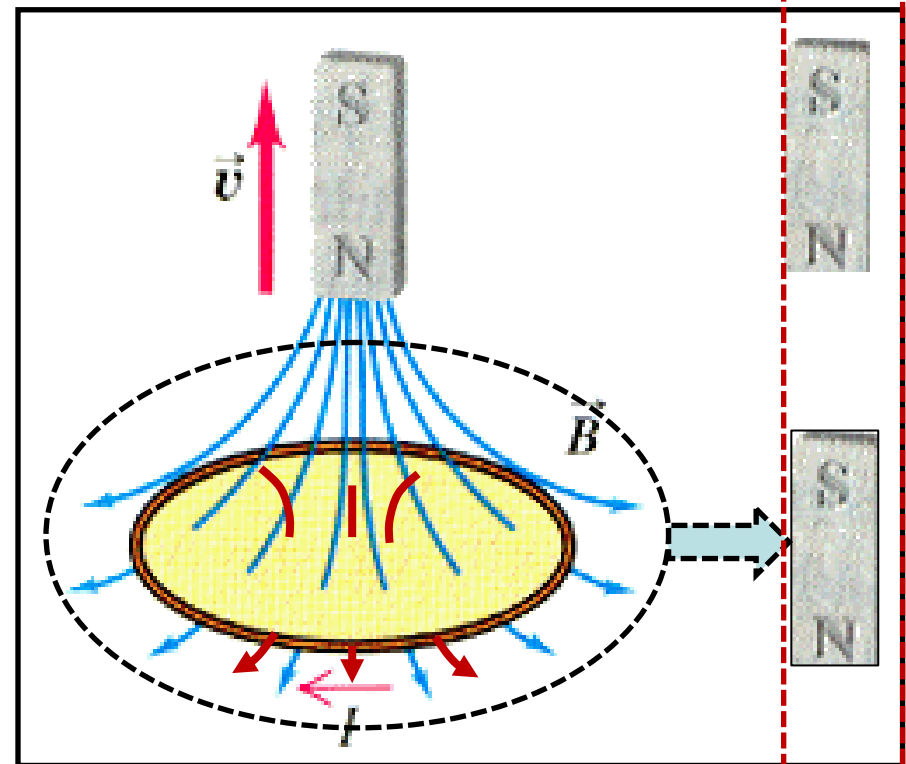
Teda pri zosilňujúcom sa externom poli sa snaží ho zoslabiť, pri zoslabujúcom sa sa externom poli sa snaží ho zosilniť.

Silové pôsobenie

Pole závitů možno nahradit' poľom magnetu



Prekonávame odpudivú silu



Prekonávame príťažlivú silu

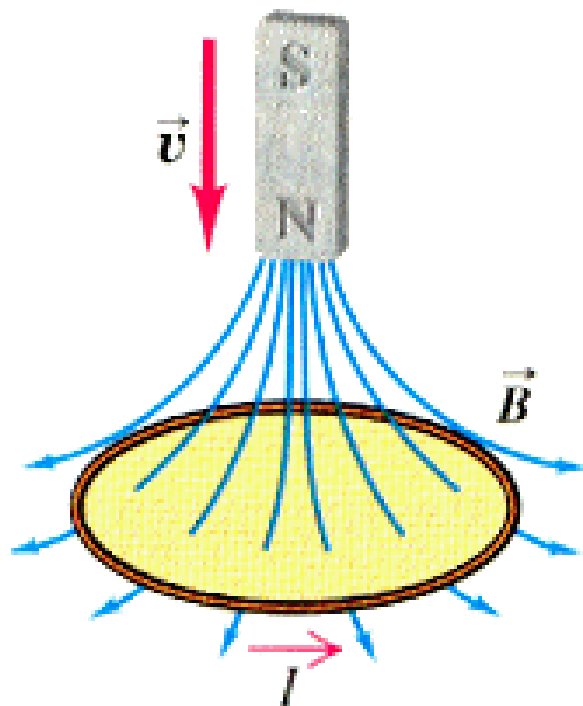
Zasúvanie aj vysúvanie magnetu je spojené s **prácou externej sily**, pričom sa táto práca zmení na teplo v elektrickom odpore závitů.

Čo je to za pole, ktoré poháňa
elektróny v slučke pri pohybe
magnetu ???

Je to pole magnetické ?

Je to pole elektrické ?

Aké má vlastnosti – je konzervatívne ?



HYPOTÉZA: V závite vznikne elektrické pole, ktoré poháňa elektróny a vytvára indukovaný elektrický prúd. V tomto prípade nemôže nosiče náboja poháňať magnetická časť Lorentzovej sily, keďže náboje sú v pokoji. Magnetická časť Lorentzovej sily nemohla mať na ne žiaden účinok:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

The equation is shown with a large red 'X' over the magnetic term $q\vec{v} \times \vec{B}$ and a blue arrow pointing down to the electric term $q\vec{E}$.

JE TO ELEKTRICKÉ POLE

To pole je nenulové len ak sa magnetické pole mení, teda ak:

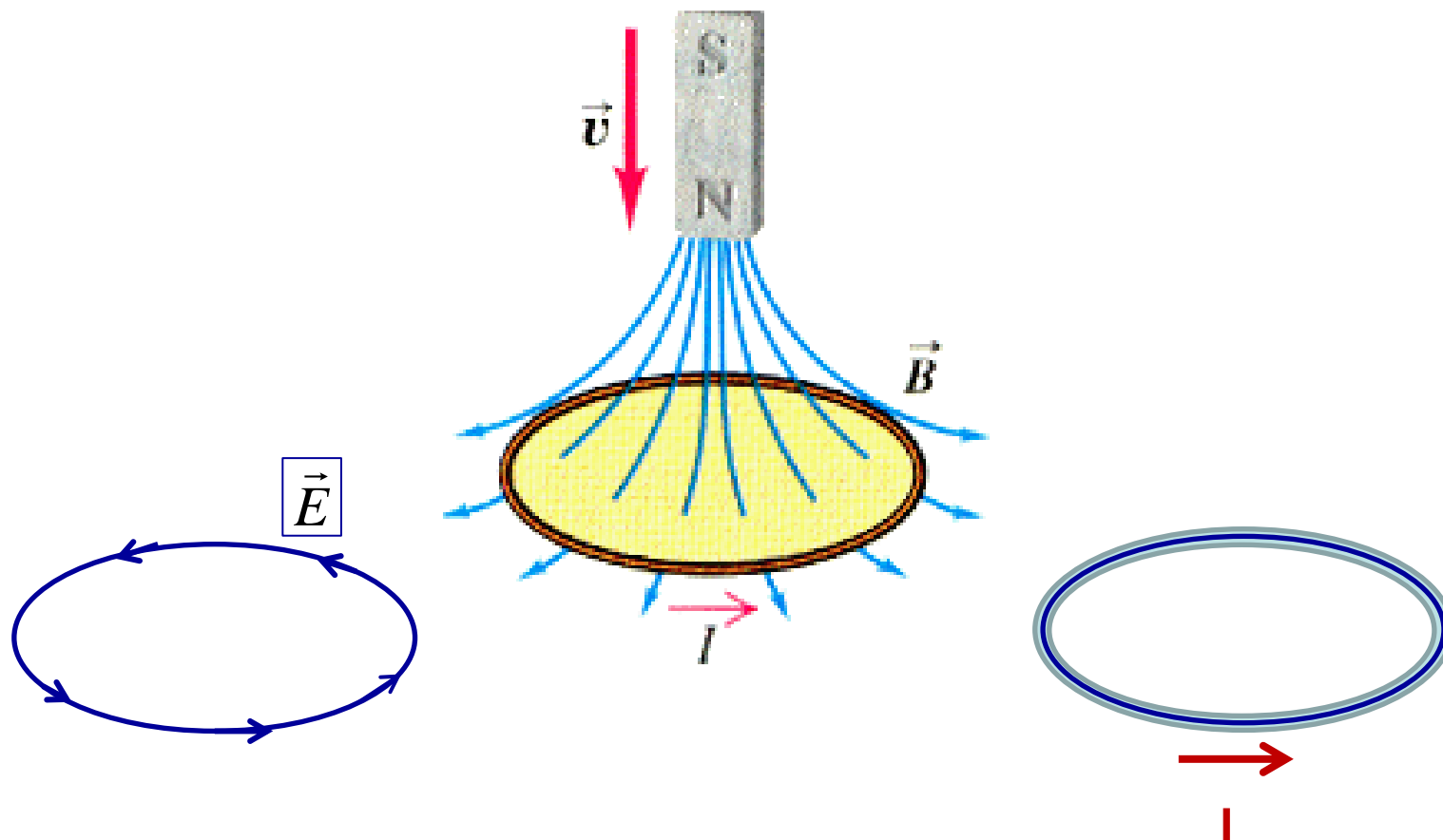
$$\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$$

VLASTNOSŤ POĽA: Elektróny obiehajú dookola, situácia je cylindricky symetrická, teda elektrické pole je pozdĺž celej obruče rovnako veľké a má smer dotýčnice k obruči. Teda cirkulácia elektrického poľa po uzavretej krivke je nenulová

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

JE TO NEKONZERVATÍVNE POLE

Práca poľa nebude nulová po uzavretej krivke



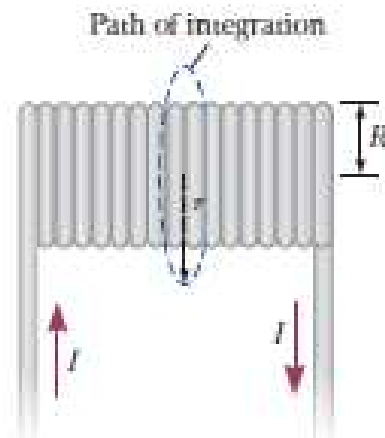
Smer indukovaného prúdu –Lentzov zákon

Indukované elektrické pole

Elektrické siločiar vytvárajú **uzavreté krivky** na rozdiel od siločiar vytváraných statickým rozložením náboja, ktoré začínajú a končia v nábojoch.

NEMÁ ZMYSEL ZAVÁDZAŤ POTENCIÁL PRE TOTO POLE !!!!!

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$



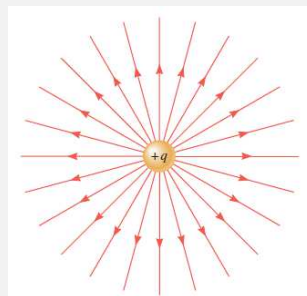
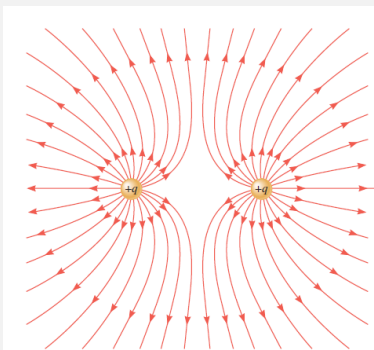
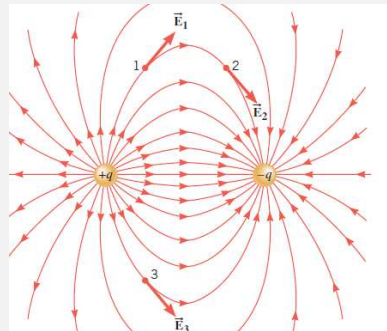
A long solenoid of radius R has n turns of wire per unit length and carries a time-varying current that varies sinusoidally as $I = I_{\max} \cos \omega t$, where I_{\max} is the maximum current and ω is the angular frequency of the alternating current source (Fig. 31.16).

$$E = \frac{\mu_0 n I_{\max} \omega R^2}{2r} \sin \omega t \quad (\text{for } r > R)$$

$$E = \frac{\mu_0 n I_{\max} \omega}{2} r \sin \omega t \quad (\text{for } r < R)$$

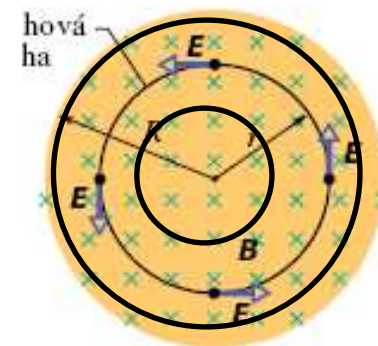
Elektrostatické pole a elektrické pole indukované

Elektrické siločiarý v elektrostatike

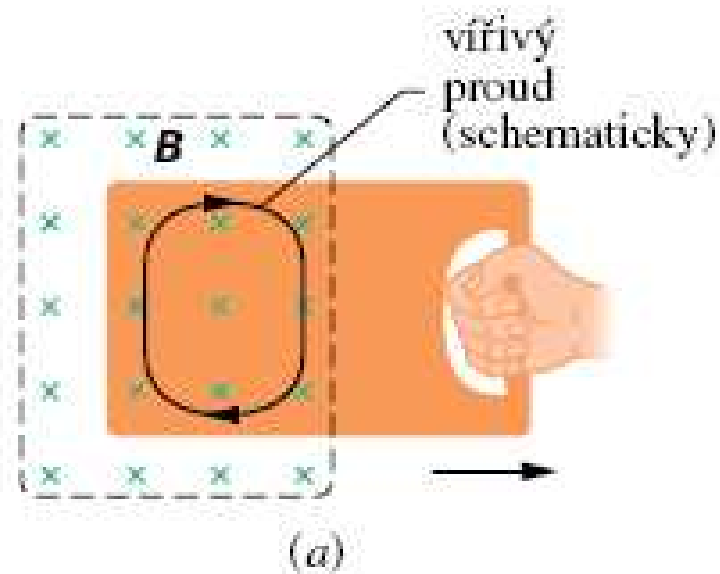
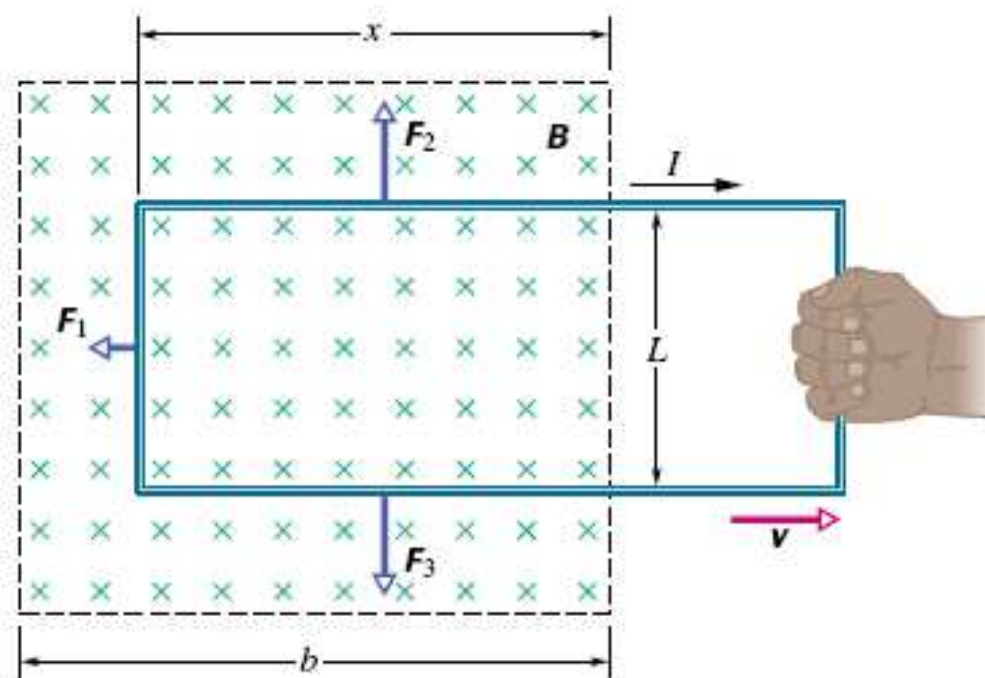


$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Siločiaru indukovaného poľa



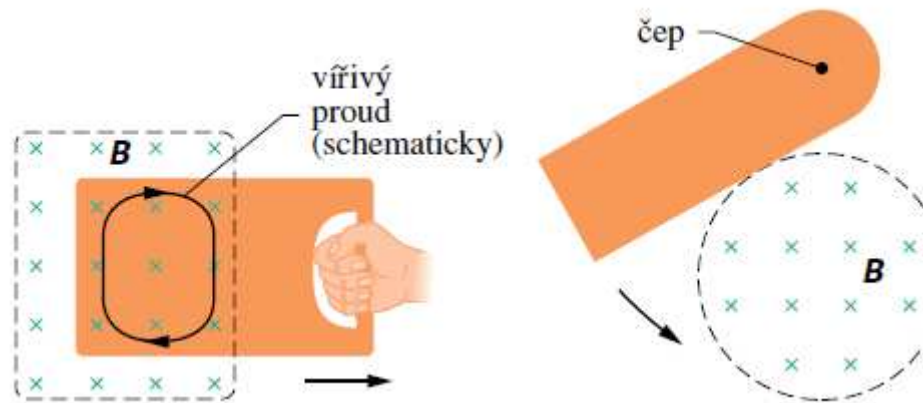
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$



Vodivostné elektróny vytvoria taký indukovaný prúd, ktorý sa bude snažiť zabrániť vyťahovaniu dosky z magnetického poľa

Vířivé proudy

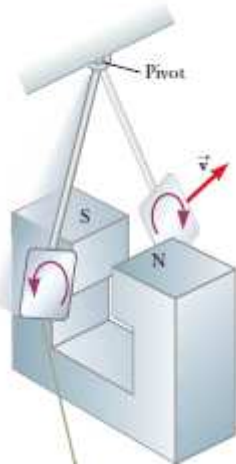
Kyvadlo sa postupne zastaví, vstupom do magnetického poľa sa časť jeho energie spotrebuje na teplo



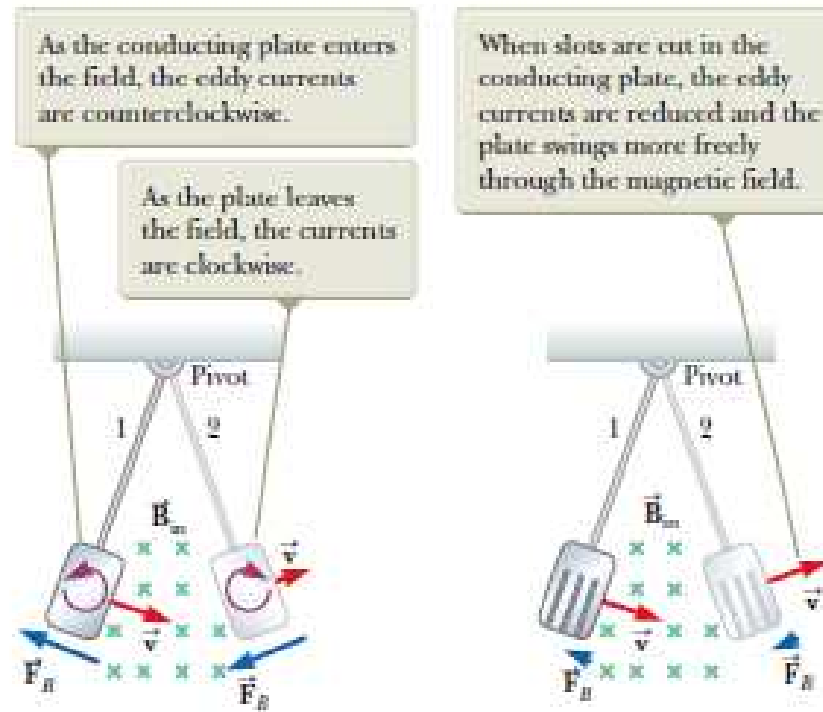
Vodivostné elektróny vytvoria taký indukovaný prúd, ktorý sa bude snažiť zabrániť vyťahovaniu dosky z magnetického poľa

Vířivé proudy – Foucaultove proudy

Premennivé magnetické pole vytvára
vo vodičoch vírové elektrické pole

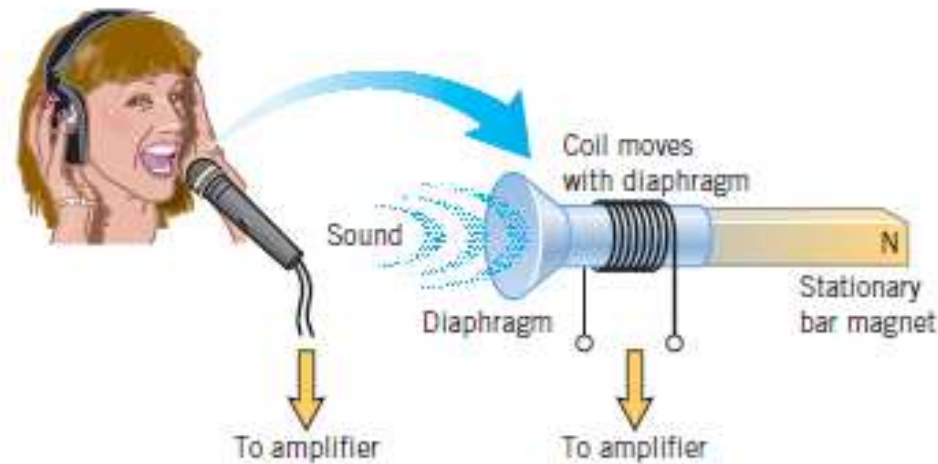


Ak platňa vstúpi alebo vystúpi z
poľa, zmena magnetického
indukčného toku indukuje
elektromotorické napätie, ktoré
sa snaží zabrániť zmene, ktorá
ich vyvolala.



Využitie: elektrické brzdy,
tlmení elektrických
meracích prístrojov

Mikrofón



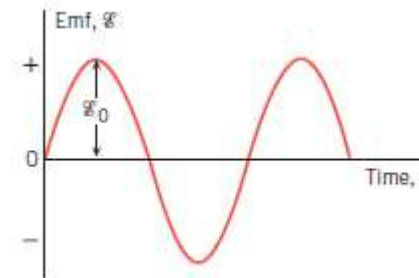
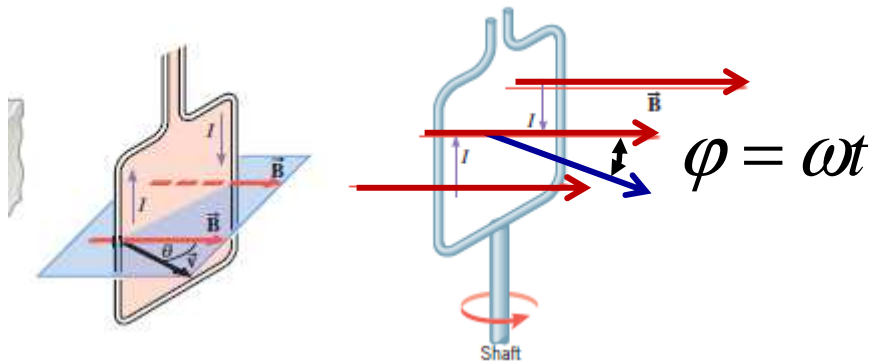
Mechanický pohyb membrány sa mení na elektrický signál

Zvuková vlna udiera na membránu mikrofónu, membrána reproduktora vibruje tam a späť spolu s cievkou.

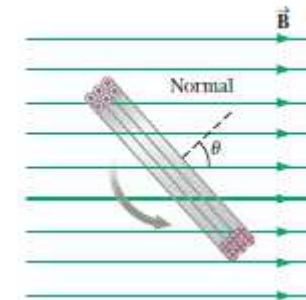
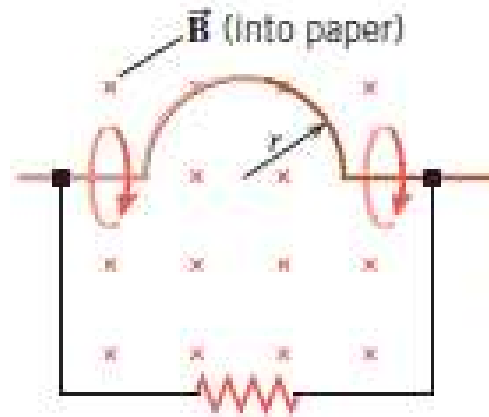
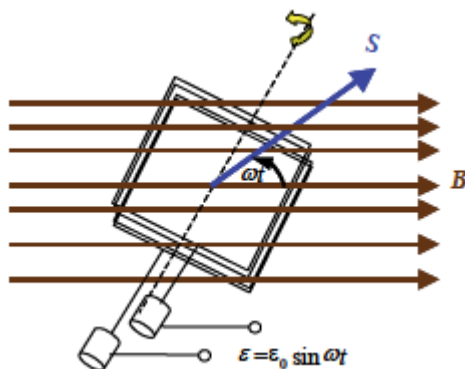
Nedaleko je stacionárny magnet, pomocou ktorého sa indukuje napätie, prúd v cievke a to sa zosiluje.

Magnetický indukčný tok pri rotujúcej slučke, v homogénnom magnetickom poli

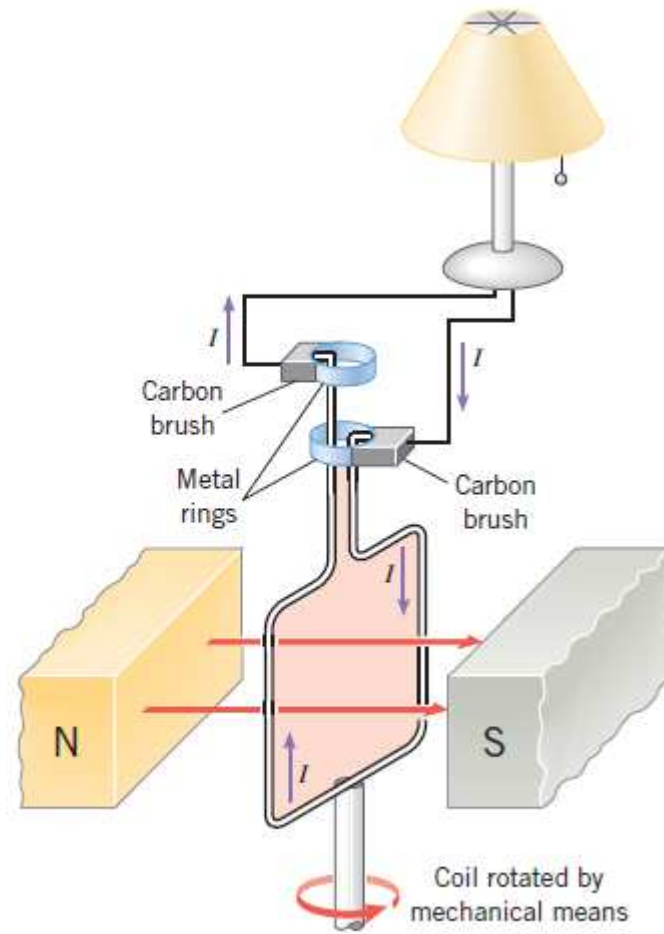
$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS \cos \omega t$$



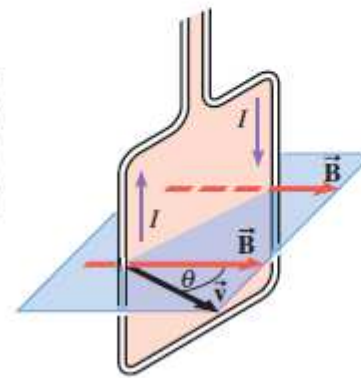
$$u_i = -\frac{d\phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t$$



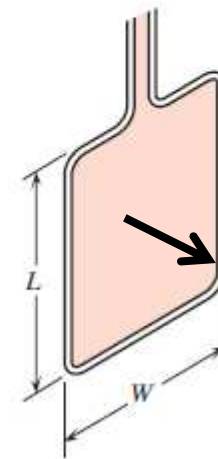
$$\phi = \phi_0 + BS \cos \omega t$$



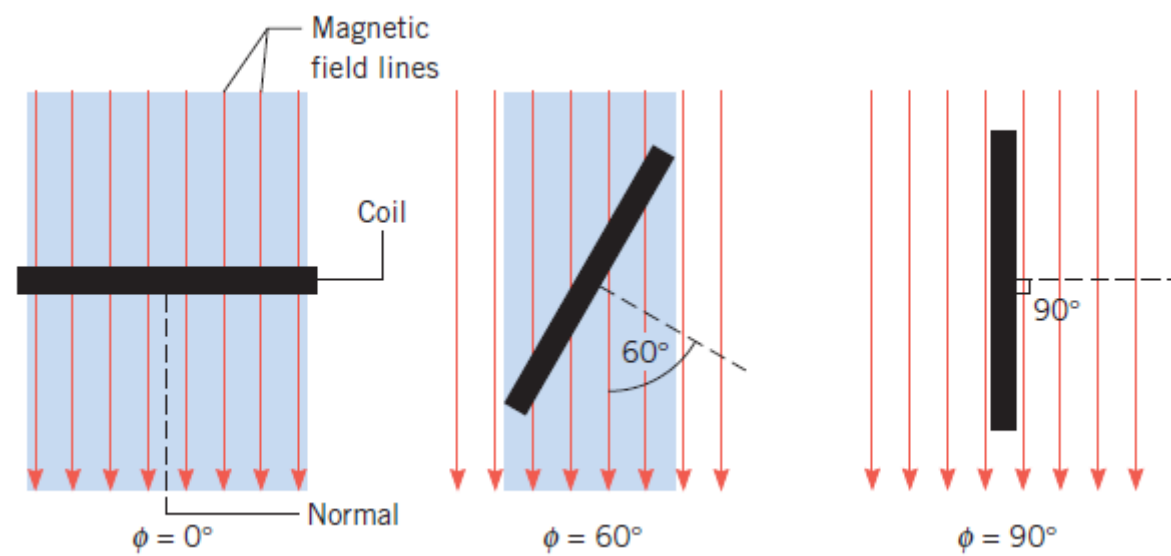
(a)



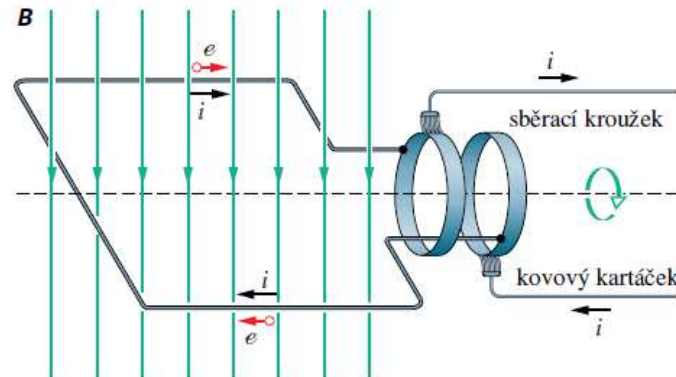
(b)



(c)



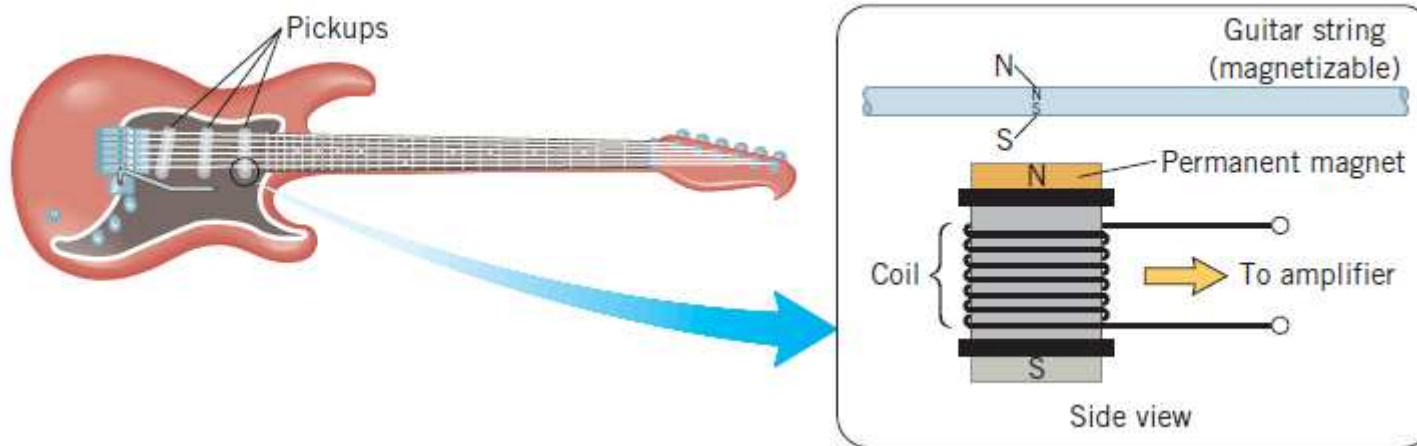
Elektrický generátor

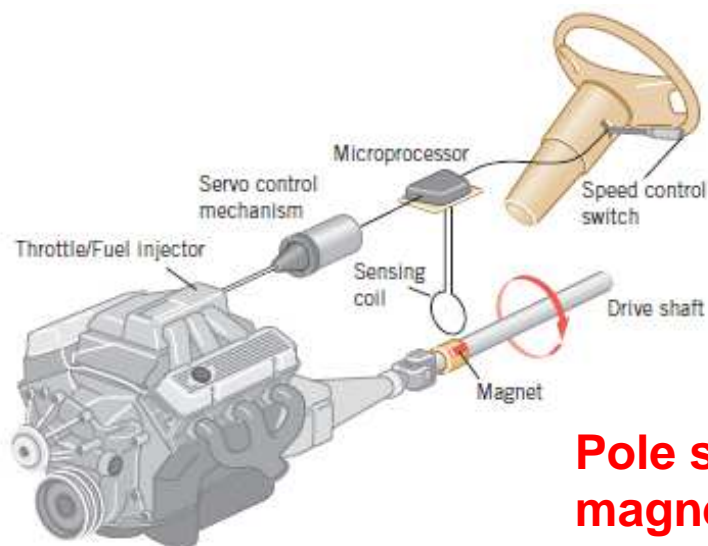


Obr. 33.6 Princip generátoru střídavého proudu: vodivá smyčka se otáčí ve vnějším magnetickém poli. Střídavé emn indukované ve smyčce se z ní vyvede pomocí sběracích kroužků připojených ke smyčce. Po nich kloužou vodivé kartáčky spojené s vnějším obvodem. (V praxi se místo smyčky používá cívky s mnoha závity, aby indukované emn bylo větší.)

Elektrická gitara

kovová kytarová struna

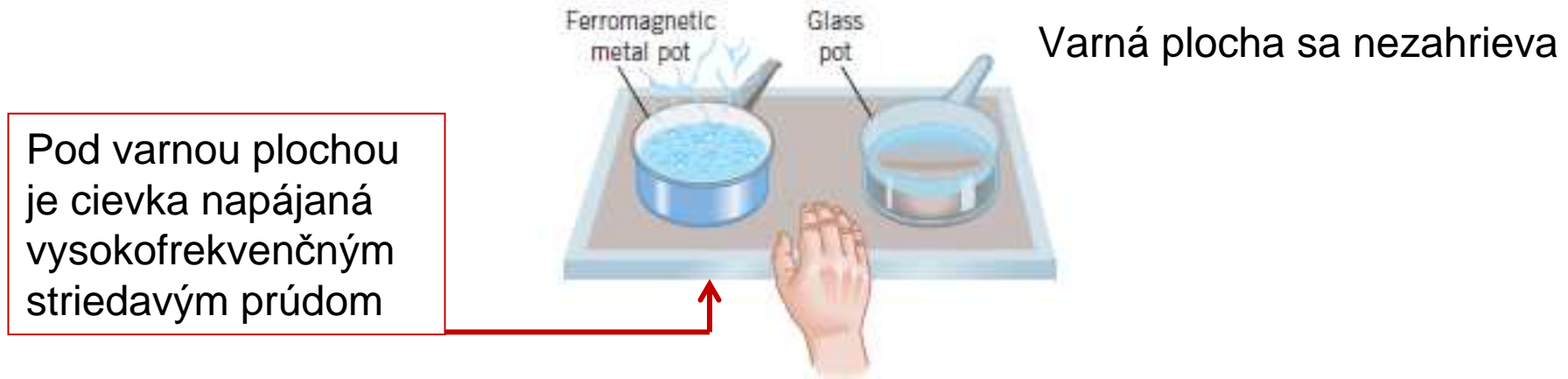




Pole sa indukuje dôsledkom zmeny B a teda magnetického indukčného toku.

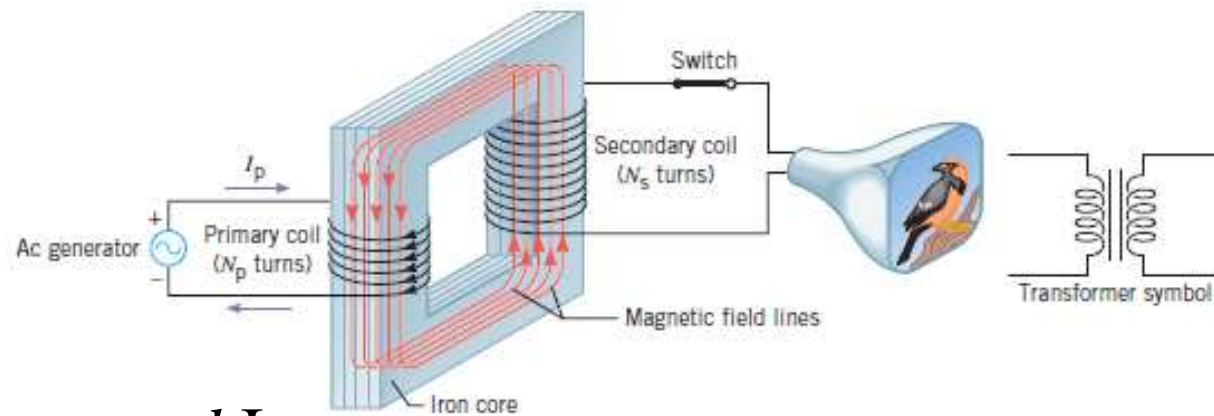
Obvykle dva magnety sú umiestnené na opačných stranách hnacieho hriadeľa vozidla, v blízkosti ktorého je pevná snímacia cievka. Mikroprocesor počíta impulzy indukovaného prúdu za jednotku času, ktoré súvisia s rýchlosťou. Mikroprocesor porovnáva túto rýchlosť s nastavenou a ak je iná je vyslaný signál do ovládacieho mechanizmu, ktorý pošle viac alebo menej paliva do motora.

Varenie indukčnosťou



Hrniec je vyrobený **z feromagnetického kovu je dobrými vodičom**, zatiaľ čo sklo je izolátor. Sporák je indukčný varič, pod varnou plochou je kovová cievka, ktorou prechádza striedavý prúd vytvárajúci magnetické pole. Feromagnetické materiály obsahujú magnetické domény čím sa zvýši indukčný efekt. Normálne hliníkové hrnce, nemajú takéto vylepšenie a preto sa nepoužívajú. Emf je tiež indukované v sklenenej nádoby a varenie povrchom kachlí. Avšak, tieto materiály sú izolátory, zostávajú na dotyk chladné.

Transformátor



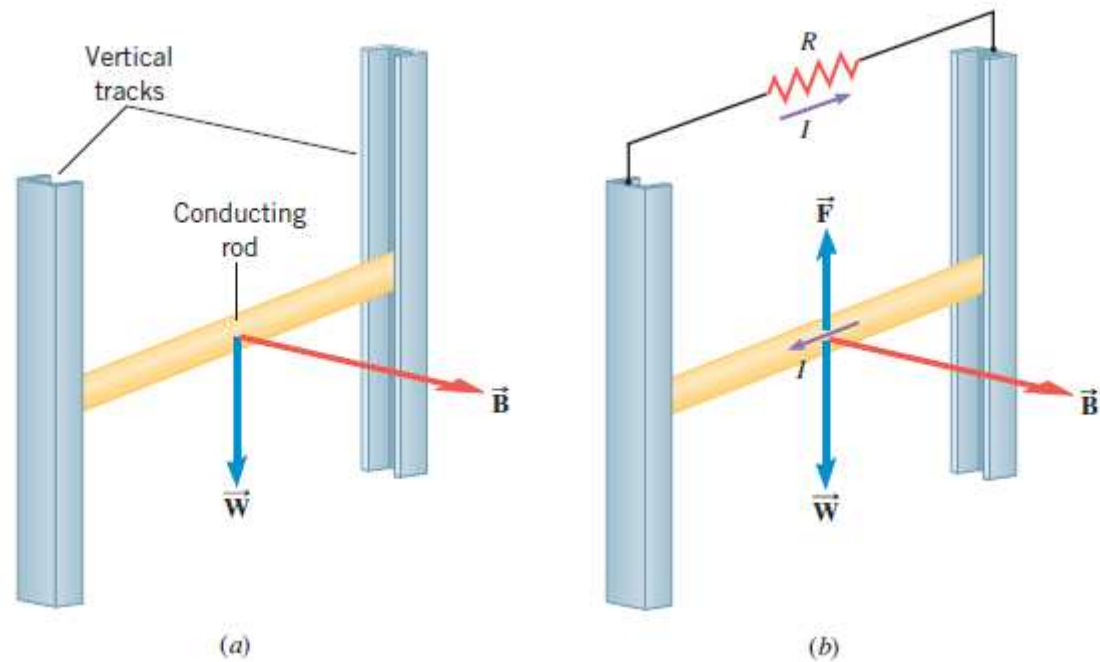
$$\mathcal{E}_p = -N_p \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E}_s = -N_s \frac{d\Phi}{dt}$$

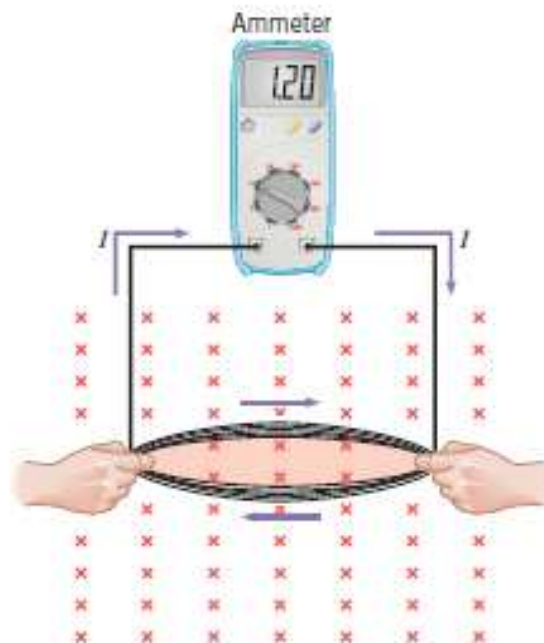
$$\overline{P}_p = \overline{P}_s$$

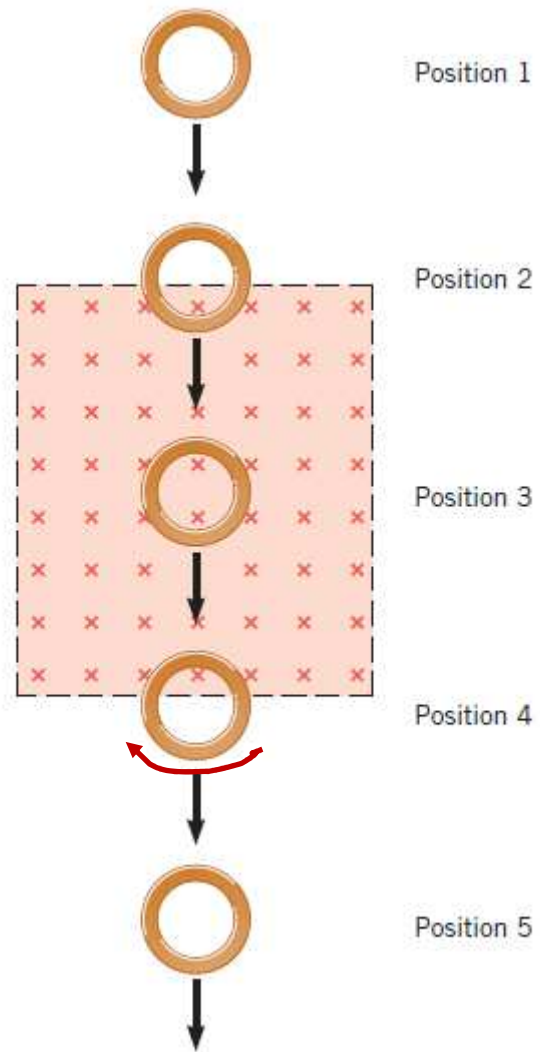
$$\frac{I_s}{I_p} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Zákon zachovania energie

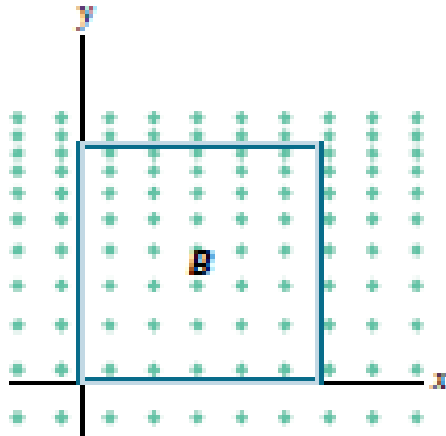


Pole sa indukuje dôsledkom zmeny tvaru cievky a teda magnetického indukčného toku.

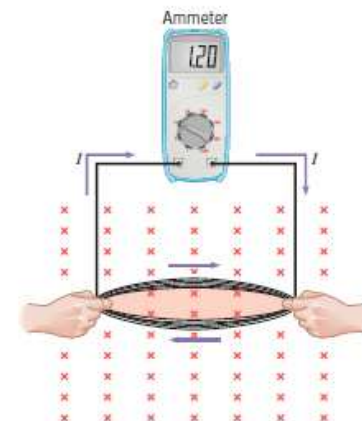
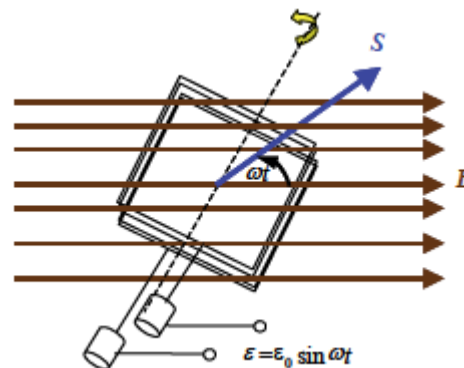
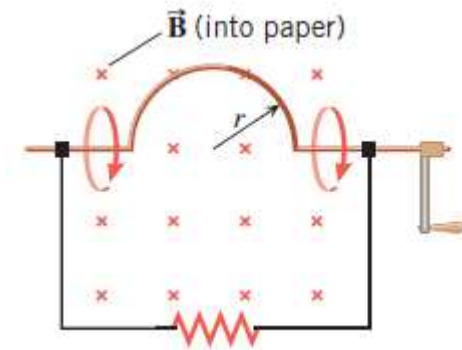
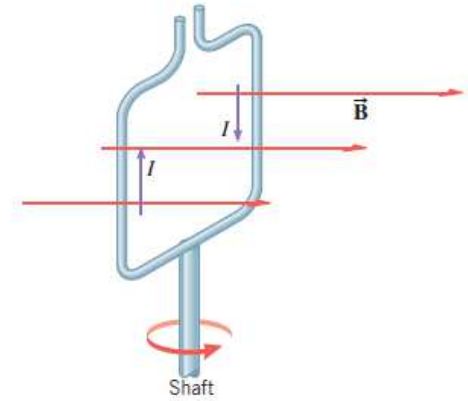




$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint B dS \cos \alpha$$

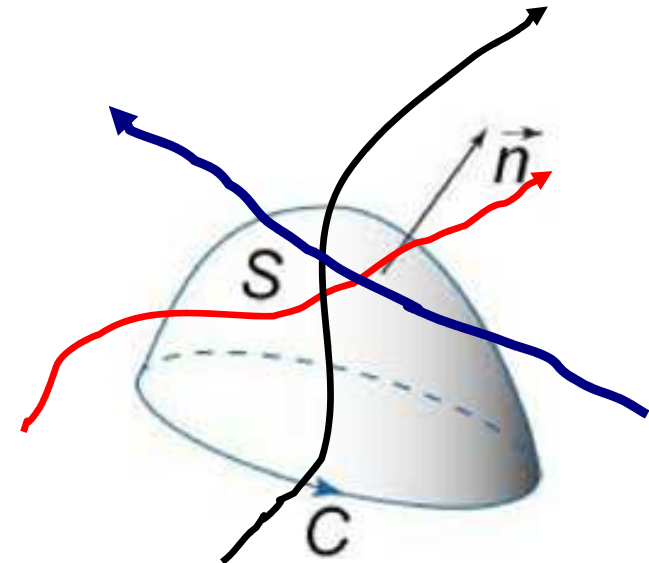
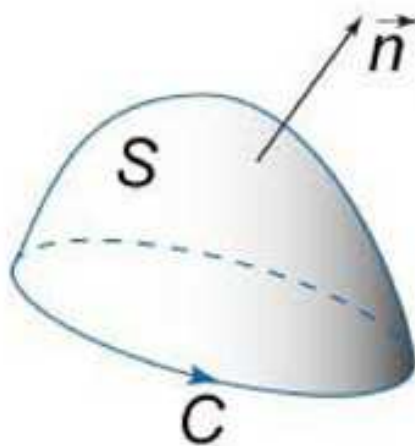


$$B = \beta e^{\alpha t} y^3$$



Ako určovať prúd ohraničený krivkou, keď napríklad je slučka nerovinná a prúdy sú rozložené v priestore spojitو ?

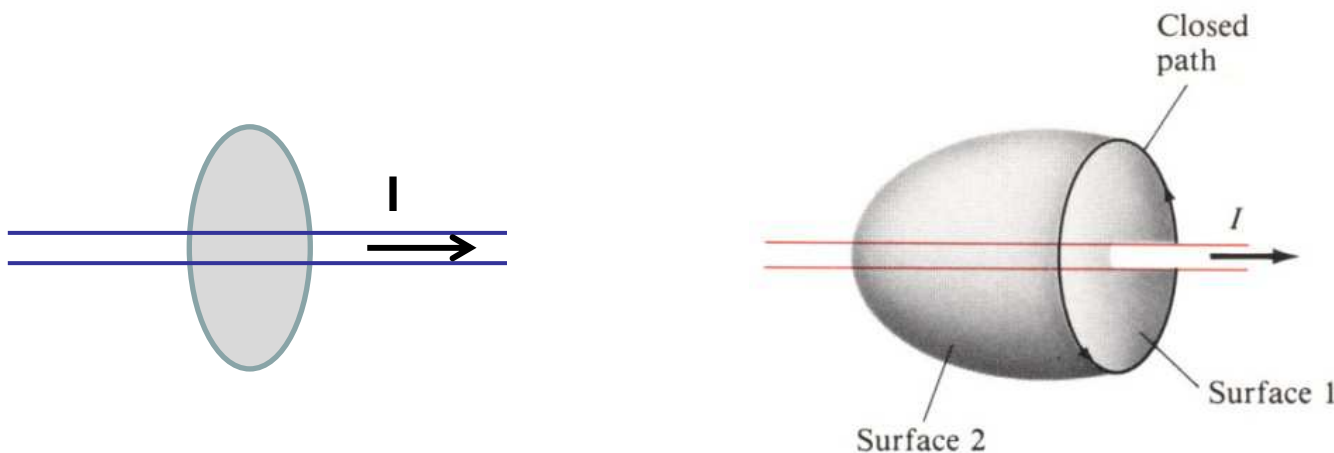
Stačí nad krivkou vytvoriť **ľubovoľnú plochu**, ktorej kontúrom bude daná krivka a spočítať (podľa znamienkovej konvencie) celkový prúd, ktorý cez takto vytvorenú plochu prechádza:



Ten prúd, ktorý neprechádza cez vnútro kontúru, ak cez plochu vstúpi, potom aj vystúpi, takže nepríspeje.

Ampérov zákon, zákon celkového prúdu

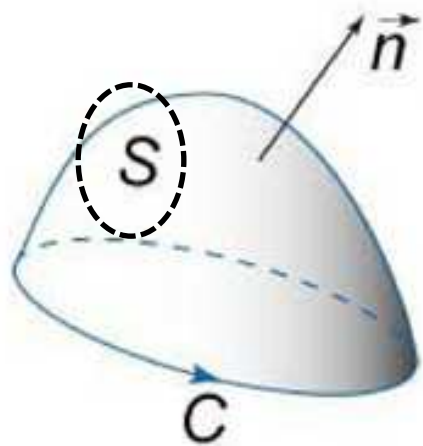
$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



Diskrétny vodič

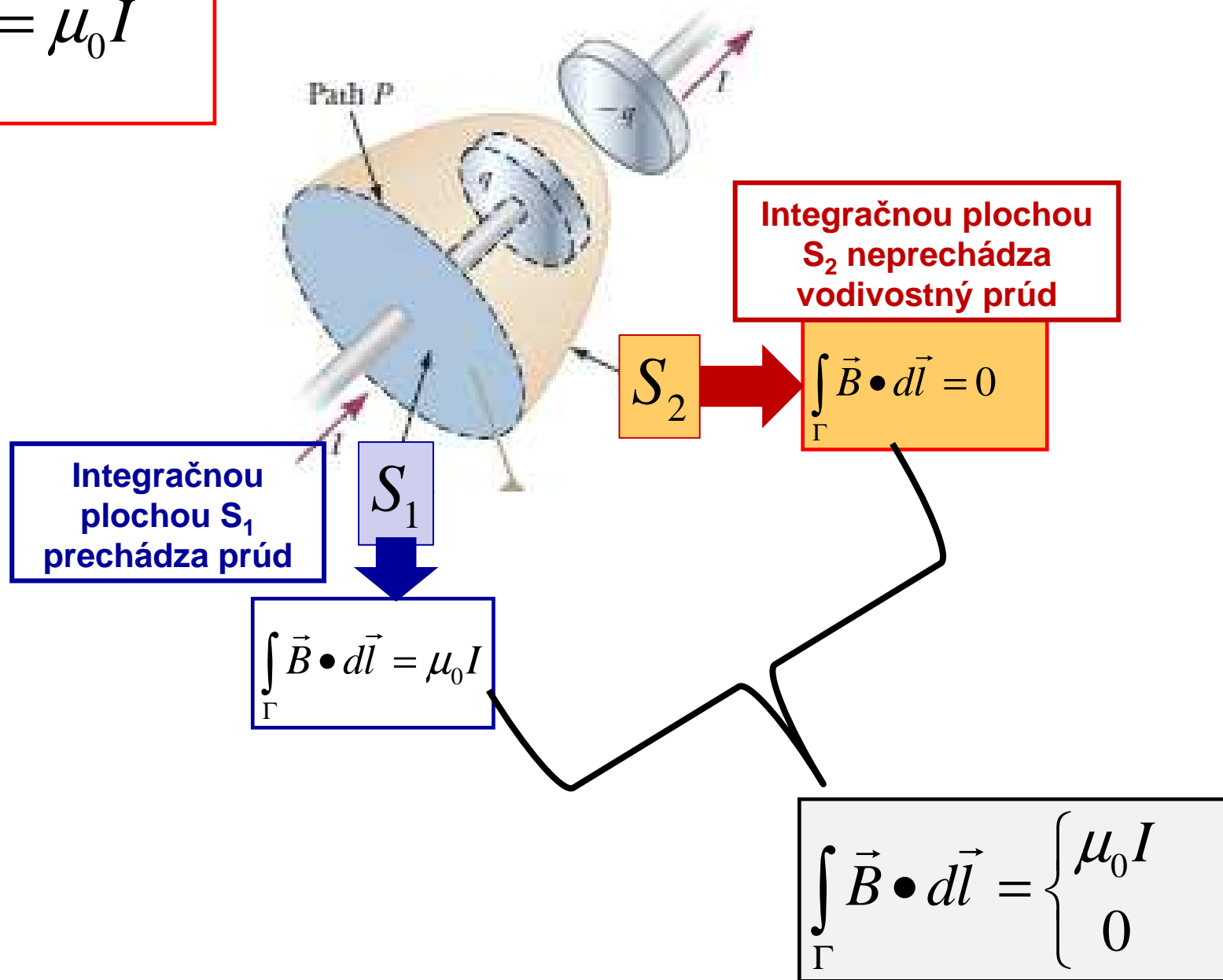
Testovanie rovnice

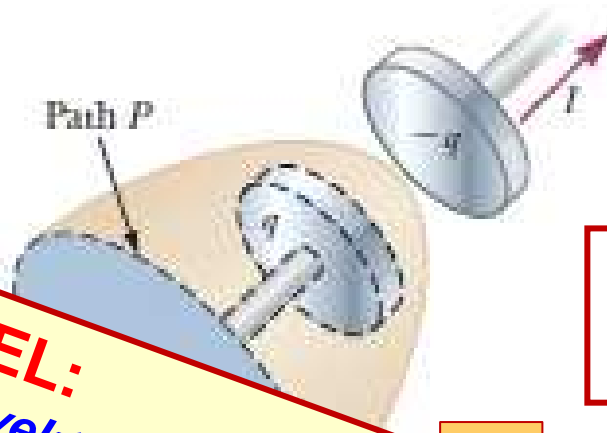
$$\int_{\Gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$



Plocha môže byť
ľubovoľná, len jej obrysom
musí byť integračná krivka

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$





NEZMYSEL:

Cirkulácia vektora B a teda aj vypočítaná hodnota B (magnetické pole) závisí od plochy, ktorú natiahneme nad krivku !

Integračnou plochou S_2 neprechádza vodivostný prúd

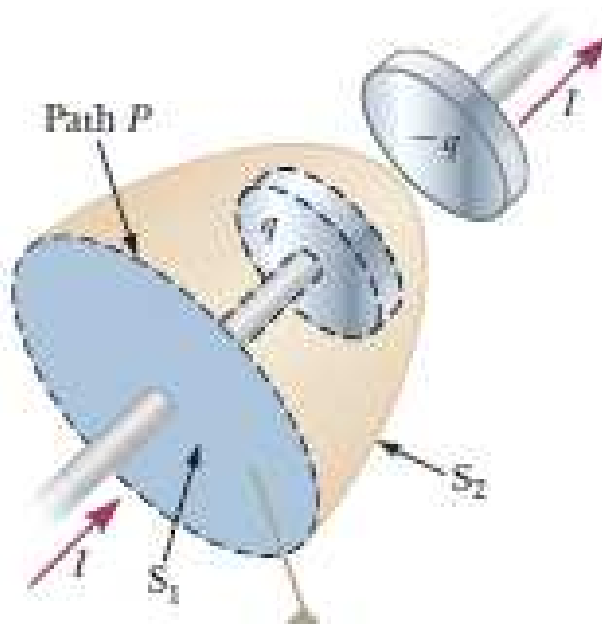
$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Integračnou plochou S_1 prechádza prúd

S_1

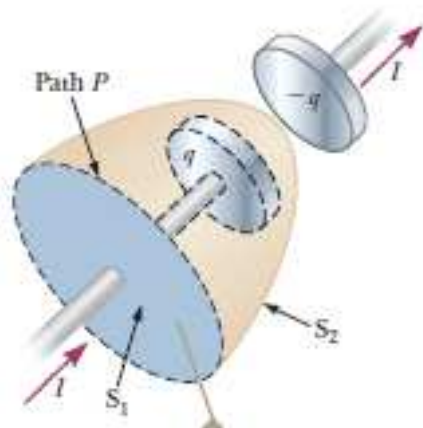
$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} \mu_0 I \\ 0 \end{cases}$$



*Ako treba doplnit' rovniciu, aby platila nezávisle
na výbere plochy ???*

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 [I + \text{????}]$$



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 [I + \boxed{?????}]$$

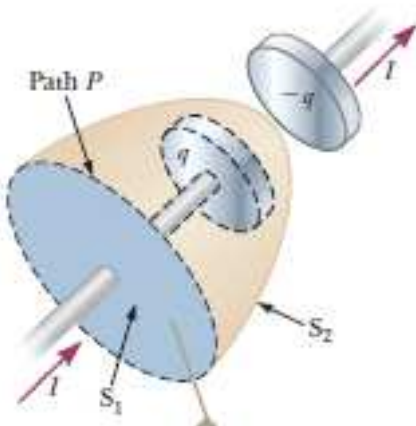


POŽIADAVKY:

Treba doplniť pravú stranu pre kondenzátor a to tak, aby bola:

- nenulová - keď prúd vonku tečie, lebo mag. pole existuje a hodnota integrálu /cirkulácia vektora B/ musí byť nenulová
- nulová - keď prúd vonku netečie.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 [I + \boxed{?????}]$$



POŽIADAVKY:

Treba doplniť pravú stranu pre kondenzátor a to tak, aby bola:

- nenulová - keď prúd vonku tečie, lebo mag. pole existuje a hodnota integrálu /cirkulácia vektora B/ musí byť nenulová
- nulová - keď prúd vonku netečie.

Maxwell hľadal niečo (identifikátor tečenia prúdu), čo vyrobí tok cez uzavretú plochu ak obvodom prúd tečie.

Čo charakterizuje kondenzátor: **Náboj Q**
Intenzita poľa E

Oni sú však nenulové aj vtedy, keď obvodom netečie prúd a kondenzátor je nabitý

Existuje vôbec možnosť ako pohľadom na elektrické pole v kondenzátore E, možno zistiť, či vonku prúd tečie alebo netečie???

Analógia

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 [I + \underbrace{\text{?????}}]$$

$$\approx \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

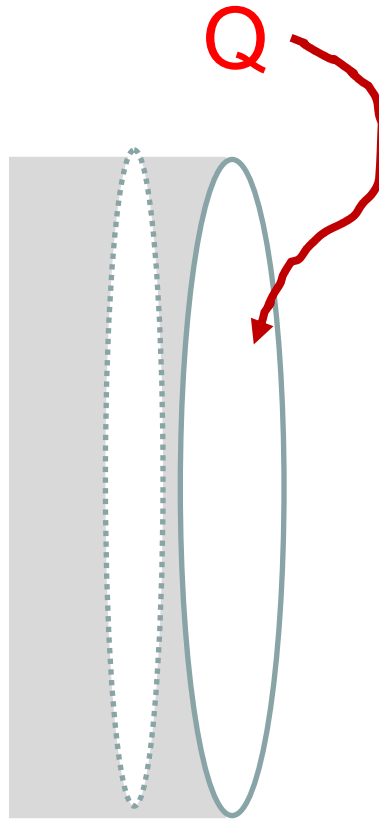
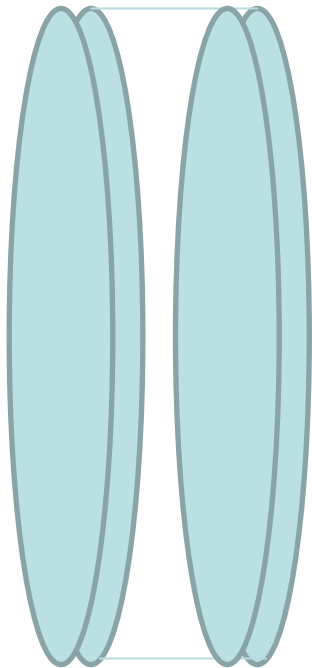
Treba nastaviť
vhodnú jednotku, aby
tam bolo čosi, čo má
jednotku prúdu

$$\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

VLASTNOSTI, ktoré sa požadujú:

- nenulová - keď prúd vonku tečie $\Phi(t)$
- nulová - keď prúd vonku netečie.

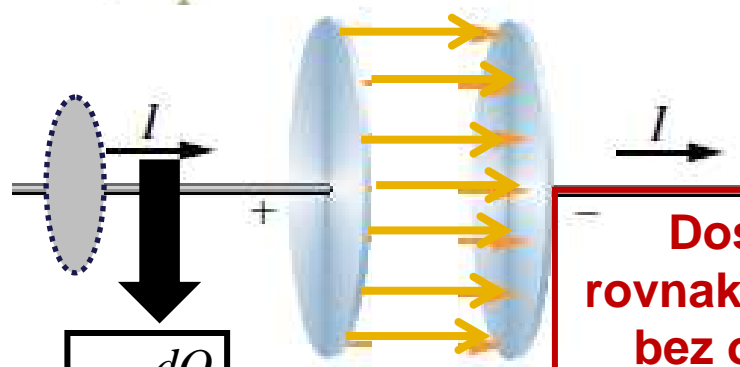
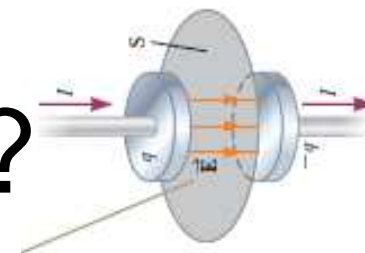
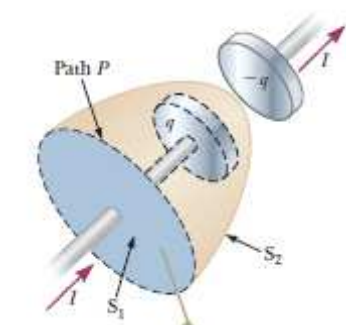
Pole v doskovom kondenzátore



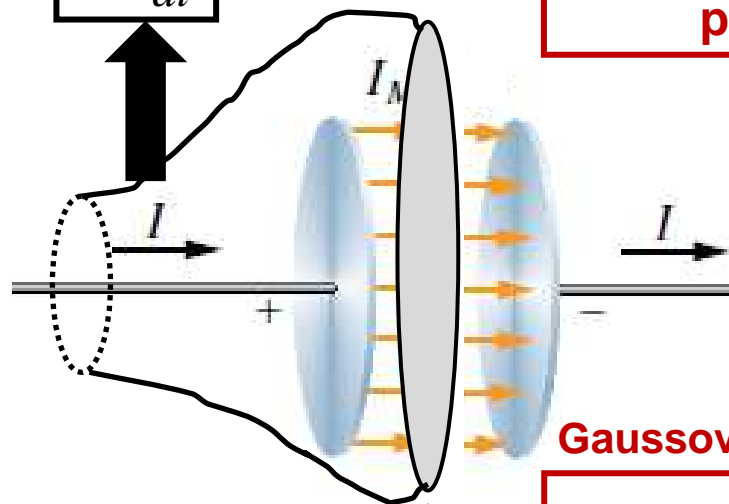
$$\phi_E = ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

E=0

Je to už v poriadku ???



$$I = \frac{dQ}{dt}$$



Dostávame rovnakú cirkuláciu bez ohľadu na voľbu integračnej plochy:

Gaussova veta

$$\phi_E = ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

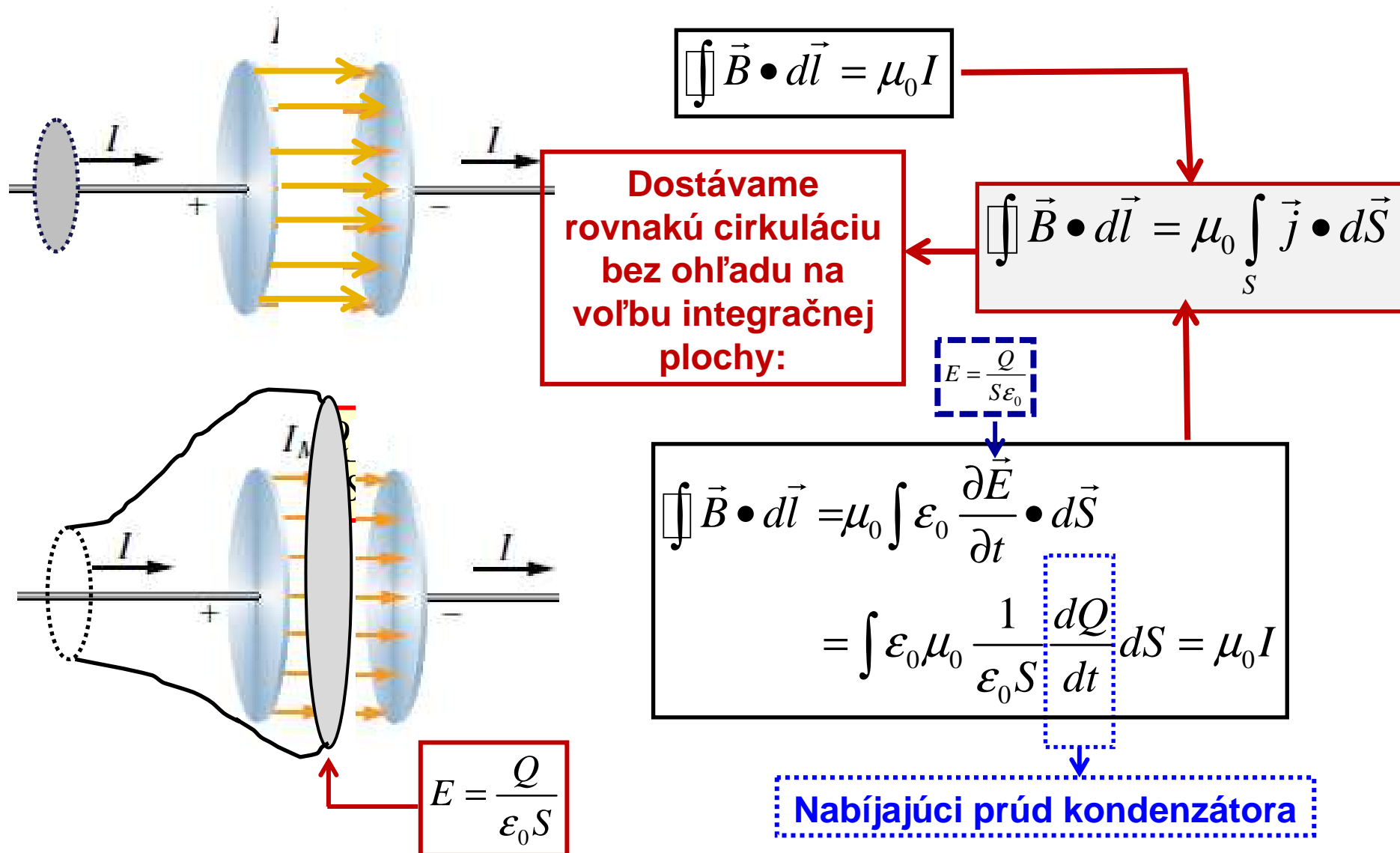
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\phi_E = ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

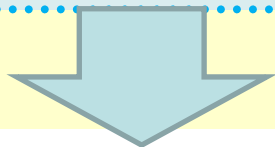
$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \phi_E = \\ &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ}{dt} = \mu_0 I \end{aligned}$$

Nabíjajúci prúd kondenzátora

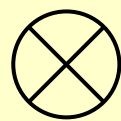
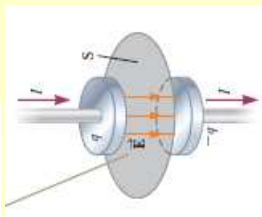
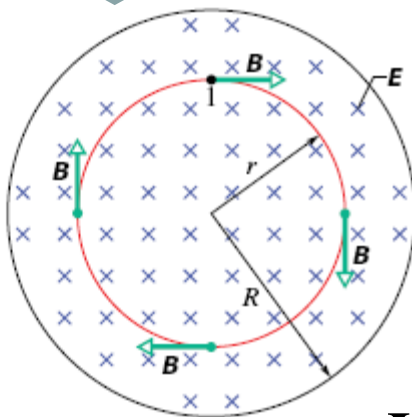
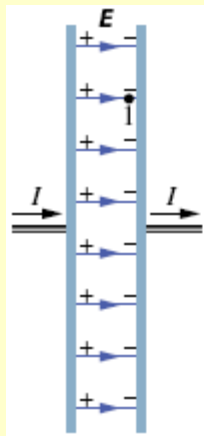
Je to už v poriadku ???



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0 I_c$$



Nabíjanie
kondenzátora

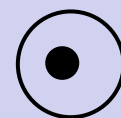
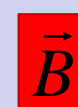
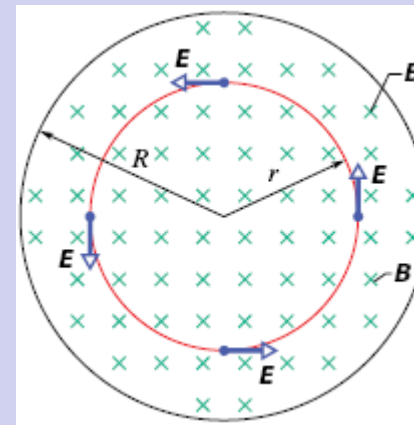


$I, \vec{E}, d\vec{S}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

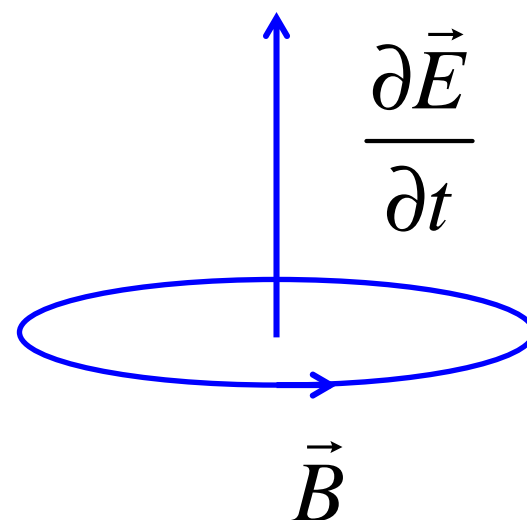
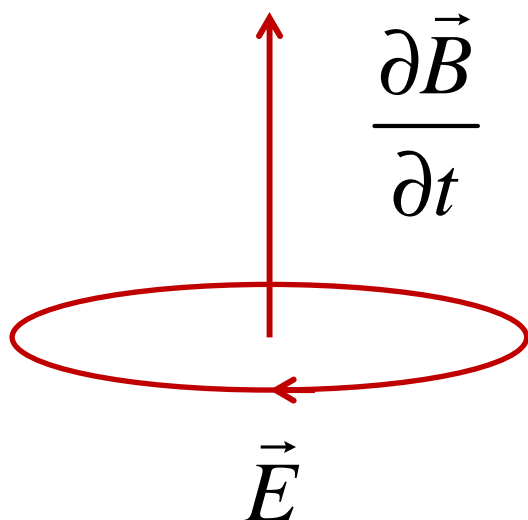


V slučke necháme
narastať
magnetické pole



$d\vec{S}$

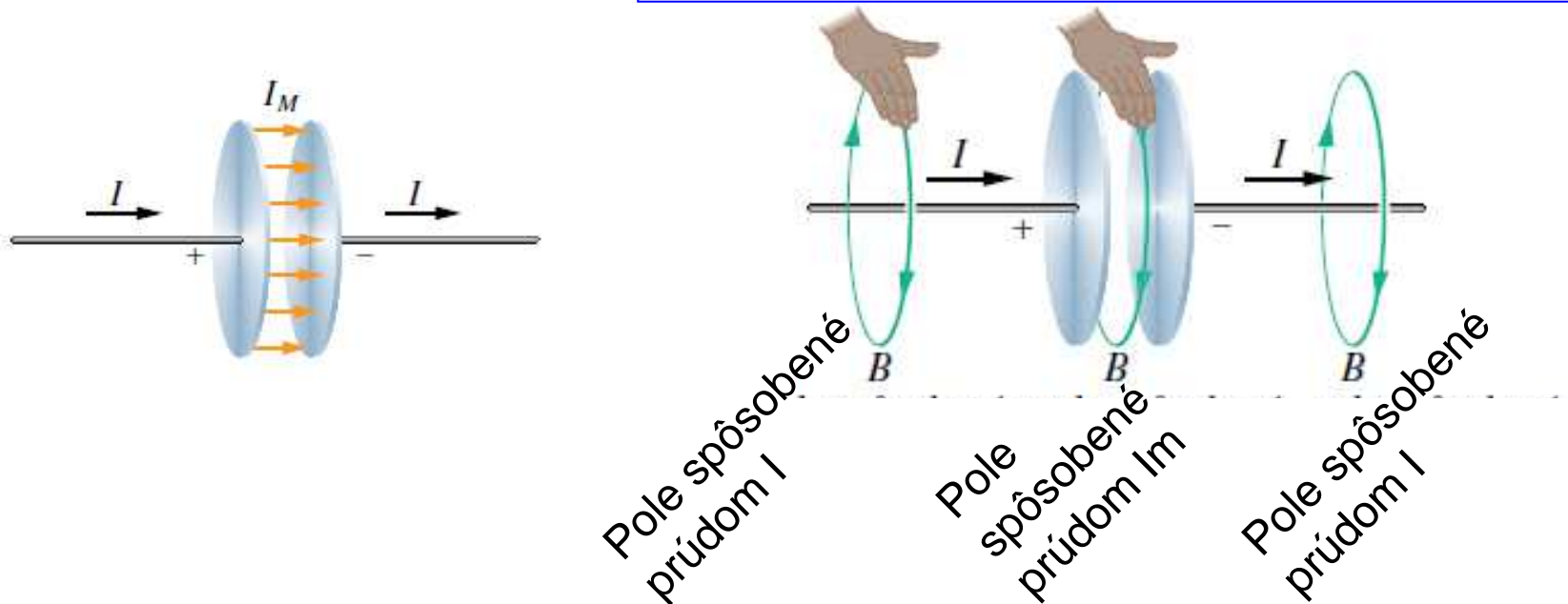
Intenzita indukovaného elektrického E a indukcia B indukovaného magnetického poľa majú opačné smery, ak sú vytvorené rovnakými zmenami svojich budiacich polí



Vírové indukované
elektrické pole indukované
zmenou vektora \mathbf{B} , vytvárá
s vektorem $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
řavotočový systém

Maxwellov prúd

Magnetické pole vzniká aj v kondenzátore



Maxwellov prúd možno považovať za pokračovanie vodivostného prúdu, podobne ako vodivostný vytvára magnetické pole.

Zhrnutie – ELM

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Gaussov zákon

Ampérov zákon

**Zákon
elektromagnetickej
indukcie**