

# Algebra a diskrétna matematika

## Úlohy na precvičenie

### 8. týždeň

**Úloha 1.** Určte koeficienty pri

a)  $x^2yz^3$  vo výraze  $(3x - y + 2z)^6$ ,

b)  $a^2b^2c^2d$  vo výraze  $(a - 2b + 4c + d)^7$ .

**Úloha 2.** Nájdite počet nezáporných celočíselných riešení danej rovnice a nerovnice.

a)  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$

b)  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 13$

**Úloha 3.** Nájdite počet nezáporných celočíselných riešení rovnice

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 19$ , pričom  $x_1 \geq 1, x_3 \geq 3, x_5 \geq 5$ .

**Úloha 4.** Na oslave je k dipozícii 9 rôznych druhov nápojov. Koľkými rôznymi spôsobmi ich môžeme vybrať pre 21 ľudí za predpokladu, že každý z nich bude piť iba jeden druh?

**Úloha 5.** V škole pri slávnosti je  $k$  učiteľov a  $n$  detí. Každé dieťa má v rukách presne jeden kvietok, ktorý dá náhodne zvolenému učiteľovi. S akou pravdepodobnosťou dostane každý učiteľ aspoň jeden kvietok?

**Úloha 6.** Koľko rôznych slov dĺžky 11 môžeme vytvoriť zo slova POLOOBLAČNO? Aká je pravdepodobnosť, že z tohto slova vytvoríme náhodne 6 písmenové slovo so všetkými rôznymi písmenami?

**Úloha 7.** 30 študentov riešilo 3 príklady z matematiky. Každý študent vyriešil aspoň jeden príklad správne, pritom prvý príklad malo správne 20 študentov, druhý príklad 12 a tretí príklad 15 študentov. Prvé dva príklady vyriešilo správne 10 študentov, prvý a tretí 8 študentov a prvý a tretí 7 študentov.

a) Koľko študentov malo správne vyriešené všetky tri príklady?

b) Koľko študentov malo správne vyriešené práve dva príklady?

c) Koľko študentov malo správne vyriešený len jeden príklad?

**Úloha 8.** Na plese je  $n$  manželských párov. Koľkými spôsobmi môžeme vytvoriť  $n$  tanečných párov, ak žiadna manželská dvojica netancuje spolu?

**Úloha 9.** Koľko je kladných celých čísel menších alebo rovných 350, ktoré sú súdeliteľné s číslom 350?

**Úloha 10.** Koľko kladných celých čísel menších ako 5000 nie je deliteľných žiadnym z čísel 4, 5, 6?

**Úloha 11.** Nájdite systém rôznych reprezentantov pre

a)  $A_1 = \{1, 7\}$ ,  $A_2 = \{3, 6, 8\}$ ,  $A_3 = \{3, 7, 8\}$ ,  $A_4 = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ,  $A_5 = \{2, 5\}$ ,  $A_6 = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ ,

b)  $B_1 = \{2, 4, 5, 9\}$ ,  $B_2 = \{2, 5, 9\}$ ,  $B_3 = \{1, 9\}$ ,  $B_4 = \{1, 5, 9\}$ ,  $B_5 = \{2, 9\}$ ,  $B_6 = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $B_7 = \{1, 2, 9\}$ .

**Úloha 12.** Nájdite explicitné riešenie rekurentných rovníc s danými podmienkami

a)  $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$ ;  $a_1 = -3$ ,  $a_2 = 3$

b)  $a_n = -4a_{n-1} + 5a_{n-2}$ ;  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 30$

c)  $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ ;  $a_1 = 6$ ,  $a_2 = -27$