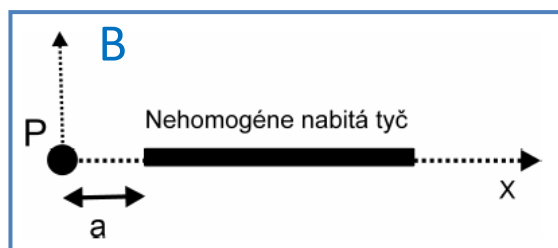
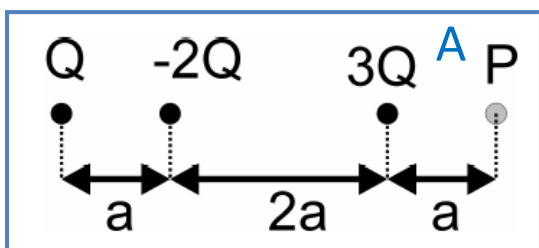


Príklad č. 4 – Coulombov zákon

Zadanie:

Na obrázku A je znázornené umiestnenie 3 nábojov: Q , $-2Q$, $3Q$. Určte intenzitu elektrického poľa budenú týmito nábojmi v mieste P!

- A. Na obrázku A je znázornené umiestnenie 3 nábojov: Q , $-2Q$, $3Q$. Určte intenzitu elektrického poľa budenú týmito nábojmi v mieste P! **2 body**
- B. Tyč s dĺžkou L je nabitá s nábojom, ktorého dĺžková hustota náboja λ sa mení so súradnicou x podľa vzťahu: $\lambda = \alpha x^3$, kde α je konštanta. Určte intenzitu elektrického poľa v bode P, t.j. v počiatku súradnicovej sústavy (pozri obrázok B). **3 body**



Riešenie:

V každej parciálnej úlohe použijeme Coulombov zákon:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r},$$

kde \vec{E} je vektor intenzity elektrického poľa, ϵ_0 je permitivita vákua, q je náboj, \vec{r} je polohový vektor r je veľkosť polohového vektora.

A. Podľa obrázka A vidíme, že všetky náboje a bod P ležia na jednej priamke (os x), teda stačí počítať x -ovú zložku intenzity elektrického poľa. Tým sa nám Coulombov zákon redukuje na skalárny tvar:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2},$$

kde q je veľkosť náboja príslušného náboja a x je vzdialenosť príslušného náboja od bodu P. Intenzita smeruje od kladného náboja (teda doprava) a naopak smeruje k zápornému náboju (teda doľava). Pre výpočet celkovej intenzity elektrického poľa použijeme princíp superpozície, teda výslednú intenzitu získame spočítaním intenzít elektrického poľa od jednotlivých nábojov:

$$E_{3Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{a^2},$$

$$E_{-2Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2Q}{(3a)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2Q}{9a^2},$$

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(4a)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{16a^2}.$$

Výslednú intenzitu elektrického poľa získame ich sčítaním:

$$E = E_{3Q} + E_{-2Q} + E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3Q}{a^2} - \frac{2Q}{9a^2} + \frac{Q}{16a^2} \right).$$

Následná úprava na spoločného menovateľa:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{409 Q}{144 a^2} \right).$$

Celková intenzita je > 0 , teda smeruje v kladom smere osi x (doprava).

B. Ako prvé musíme vypočítať intenzitu elektrického poľa od infinitezimálnych malých úsekov na tyči. Keďže tieto úseky sú infinitezimálne, tak si napíšeme Coulombov zákon v diferenciálnom tvare, ktorý nám povie, akú intenzitu elektrického poľa generuje v bode P ľubovoľný infinitezimálne malý kúsok tyče:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{x^2},$$

kde x je vzdialenosť malého kúska tyče od bodu P, dq je náboj, ktorý nesie infinitezimálne malý kúsok tyče dĺžky dx . Teda náboj dq :

$$dq = \lambda dx,$$

kde $\lambda = \alpha x^3$ je dĺžková hustota náboja. Prepíšme Coulombov zákon:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\alpha x^3 dx}{x^2} = \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} x dx.$$

To je príspevok od jedného malého kúska tyče. Na to, aby sme získali celkovú intenzitu, musíme sčítať príspevok od každého jedného kúska tyče a keďže je tyč nabitá spojitě, tak aby sme sčítali jednotlivé kúsky, prejdeme na integrál:

$$E = \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+L} x dx = \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x^2}{2} \right]_a^{a+L} = \frac{\alpha}{8\pi\epsilon_0} [(a+L)^2 - a^2],$$

pričom integračné hranice sú od začiatku tyče a po jej koniec $(a+L)$. Po roznásobení dostávame výslednú intenzitu:

$$E = \frac{\alpha}{8\pi\epsilon_0} (2aL + L^2).$$