Opravná písomka (6. 2. 2006)

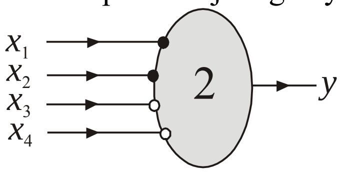
Príklad 1. Odpovedzte na teoretické otázky z výrokovej logiky:

(a) ako je definovaná formula?
(b) ako je definovaná tautológia, kontradikcia, splniteľná formula?
(c) čo je teória a čo je model?
(d) čo znamenajú výrazy $\{\varphi_1,...,\varphi_n\}\vdash\varphi$ a $\{\varphi_1,...,\varphi_n\}\models\varphi$?
(e) ako je definovaná podformula ψ formuly φ ?

Príklad 2. Doplňte výsledok v týchto schémach usudzovania.

$$\begin{array}{l} p\Rightarrow\neg q \\ \underline{p\qquad\quad} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} p\Rightarrow\neg q \\ \underline{r\Rightarrow q\quad} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} p\vee\neg q \\ \underline{\neg p\qquad} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} p\Rightarrow\neg q \\ \underline{\neg q\qquad} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} \neg p\Rightarrow\neg q \\ \underline{p\qquad\quad} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} p\Rightarrow q \\ \underline{p\Rightarrow\neg q} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} \neg p\Rightarrow\neg q \\ \underline{\neg p\qquad} \\ ? \end{array},\quad \begin{array}{l} \neg p\Rightarrow\neg q \\ \underline{\neg q\qquad} \\ ? \end{array}$$

Príklad 3. Zistite akú Boolovu funkciu reprezentuje logický neurón a napíšte jej NDF formu



Príklad 4. Použitím rezolučnej metódy rozhodnite či teória T má model a či formula α je logickým dôsledkom T,

$T=\{x\Rightarrow y, y\Rightarrow(z\vee\neg x), \neg t\Rightarrow(t\wedge\neg z), t\Rightarrow x\}$, $\alpha=z$

Príklad 5. Prepíšte tvrdenie prirodzeného jazyka do formuly predikátovej logiky, vytvorte negáciu tejto formuly a prepíšte túto formulu do tvrdenia prirodzeného jazyka.

(a) Každý riaditeľ je včelárom.
(b) V každom meste existuje radnica alebo divadlo.
(c) Niektoré nepárne čísla nie sú prvočísla.
(d) Každé ovocie je zdravé a výživné.
(e) Existuje dym bez ohňa.

Príklad 6. Rozhodnite a uveďte dôvody, prečo formula predikátovej logiky je tautológia, alebo kontradikcia, alebo len splniteľná.

(a) $(\exists x\, P(x))\vee(\exists x\,\neg P(x))$,
(b) $\forall x\,(P(x)\wedge\neg P(x))$,
(c) $(\exists x\, P(x))\Rightarrow(\forall x\, P(x))$,
(d) $(\forall x\, P(x))\Rightarrow(\exists x\, P(x))$.

Príklad 7. Riešte tieto sylogizmy:

(a)
niektorí študenti sú vegetariáni
<u>všetci vegetariáni sú včelári</u>
?

(b)
všetci študenti sú kominári
<u>všetci študenti sú včelári</u>
?

(c)
niektorí fyzici sú astronómovia
každý chemik nie je fyzik

?

(d)
niektorí včelári sú analfabeti
každý študent nie je analfabet

?

Príklad 8. Pomocou prirodzenej dedukcie odvoďte formuly:

(a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$

(b) $(\forall x\, \varphi(x)) \Rightarrow (\exists y\, \varphi(y))$

Príklad 9. Pomocou tabuľkovej metódy preverte, či formule sú tautológie 3-hodnotovej Łukasiewiczovej logiky:

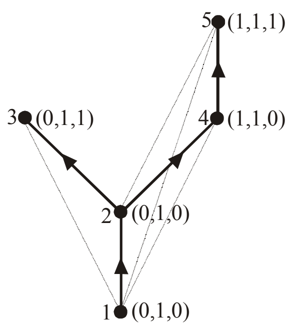
(a) $\varphi \Rightarrow ((\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow \psi)$,

(b) $\varphi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \varphi)$,

Cvičenie 10. Vypočítajte pravdivostné hodnoty intuicionistickej formuly

$$p \Rightarrow ((\neg(p \wedge q)) \vee (\neg q \vee \neg r))$$

pre Kripkeovský model špecifikovaný reláciou *R*, pričom každý vrchol je ohodnotený trojicou pravdivostných hodnôt premenných *p*, *q* a *r*.



Príklad 11. Zistite pre ktoré hodnoty premenných *p* a *q* je výroková formula vo fuzzy logike pravdivá $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$.

Poznámka: Každý príklad je hodnotený 5 bodmi, maximálny počet bodov je 55. Nezabudnite na písomku napísať meno a priezvisko, číslo krúžku a ročník. Čas na písomku je 90 min.

Opravná písomka (6. 2. 2006)

Príklad 1. Odpovedzte na otázky z výrokovej logiky:

(a) ako je definovaná formula?
(b) ako je definovaná tautológia, kontradikcia, splniteľná formula?
(c) čo je teória a čo je model?
(d) čo znamenajú výrazy $\{\varphi_1,\ldots,\varphi_n\}\vdash\varphi$ a $\{\varphi_1,\ldots,\varphi_n\}\models\varphi$?
(e) ako je definovaná podformula ψ formuly φ ?

(a) Formula je reťazec, ktorý obsahuje znaky výrokových premenných z množiny {p,q,q,…} a znaky logických spojok $\{\Rightarrow,\wedge,\vee,\neg\}$. Štruktúra reťazcov je definovaná rekurentne postupom

formula::=premenná | (formula) | (formula $\wedge$ formula) | (formula $\vee$ formula) |
(formula $\Rightarrow$ formula) | ($\neg$formula)

(b) Formula sa nazýva tautológia (kontradikcia) vtedy a len vtedy, ak pre každú interpretáciu premenných je pravdivá; formula sa nazýva splniteľná vtedy a len vtedy, keď existuje aspoň jedna interpretácia premenných, pre ktorú je pravdivá.

(c) Teóriou sa nazýva každá neprázdna množina formúl. Hovoríme, že teória má model vtedy a len vtedy, ak existuje taká interpretácia, že všetky formuly z teórie sú pravdivé.

(d) *F*ormula φ sa nazýva logický dôsledok množiny formúl T (čo označíme $T\vdash\varphi$ vtedy a len vtedy, ak $\varphi\in T$ alebo je bezprostredným dôsledkom T alebo je bezprostredným dôsledkom T rozšírenej o niektoré jej bezprostredné dôsledky.

Formula φ sa nazýva tautologický dôsledok teórie T (čo označíme $T\models\varphi$) vtedy a len vtedy, ak každý model teórie T je aj modelom formuly φ (t.j. formula φ je v ňom pravdivá).

(e) Podformula ψ formuly φ je taký podreťazec formuly φ , ktorý je taktiež formulou.

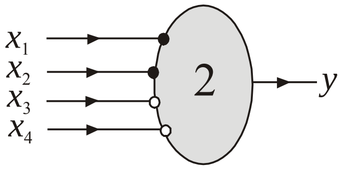
Príklad 2. Doplňte výsledok v týchto schémach usudzovania.

$$\frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow\neg q\\ p\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow\neg q\\ r\Rightarrow q\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}p\vee\neg q\\ \neg p\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow\neg q\\ \neg q\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}\neg p\Rightarrow\neg q\\ p\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow q\\ p\Rightarrow\neg q\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}\neg p\Rightarrow\neg q\\ \neg p\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}\neg p\Rightarrow\neg q\\ \neg q\end{array}}{?}$$

Riešenie

$$\frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow\neg q\\ p\end{array}}{\neg q},\quad \frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow\neg q\\ r\Rightarrow q\end{array}}{p\Rightarrow\neg r},\quad \frac{\begin{array}{l}p\vee\neg q\\ \neg p\end{array}}{\neg q},\quad \frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow\neg q\\ \neg q\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}\neg p\Rightarrow\neg q\\ p\end{array}}{?},\quad \frac{\begin{array}{l}p\Rightarrow q\\ p\Rightarrow\neg q\end{array}}{\neg p},\quad \frac{\begin{array}{l}\neg p\Rightarrow\neg q\\ \neg p\end{array}}{\neg q},\quad \frac{\begin{array}{l}\neg p\Rightarrow\neg q\\ \neg q\end{array}}{?}$$

Príklad 3. Zistite akú Boolovu funkciu reprezentuje logický neurón a napíšte jej NDF formu



$$y = s\left(x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2\right)$$

#	x_1	x_2	x_3	x_4	$s\left(x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2\right)$	y
1	0	0	0	0	s(-2)	0
2	0	0	0	1	s(-3)	0
3	0	0	1	0	s(-3)	0
4	0	0	1	1	s(-4)	0
5	0	1	0	0	s(-1)	0
6	0	1	0	1	s(-2)	0
7	0	1	1	0	s(-2)	0
8	0	1	1	1	s(-3)	0
9	1	0	0	0	s(-1)	0
10	1	0	0	1	s(-2)	0
11	1	0	1	0	s(-2)	0
12	1	0	1	1	s(-3)	0
13	1	1	0	0	s(0)	1
14	1	1	0	1	s(-1)	0
15	1	1	1	0	s(-1)	0
16	1	1	1	1	s(-2)	0

$$\varphi\left(x_1, x_2, x_3, x_4\right) = \left(x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x}_3 \wedge \overline{x}_4\right)$$

Príklad 4. Použitím rezolučnej metódy rozhodnite či teória T má model a či formula α je tautologickým dôsledkom T,
$T = \left\{x \Rightarrow y, y \Rightarrow \left(z \vee \neg x\right), \neg t \Rightarrow \left(t \wedge \neg z\right), t \Rightarrow x\right\}$, $\alpha = z$

Ak $T = \left\{C_1, C_2, ..., C_n\right\}$, potom vlastnosť $T \vDash \alpha$ je ekvivalentná platnosti implikácie

$$C_1 \wedge C_2 \wedge ... \wedge C_n \Rightarrow \alpha$$

Negácia tejto implikácie má tvar

$$C_1 \wedge C_2 \wedge ... \wedge C_n \wedge \neg\alpha$$

Ak sa nám podarí dokázať, že táto formula je kontradikcia, potom platí $T \vDash \alpha$.

$$\left(x \Rightarrow y\right) \wedge \left(y \Rightarrow \left(z \vee \neg x\right)\right) \wedge \left(\neg t \Rightarrow \left(t \wedge \neg z\right)\right) \wedge \left(t \Rightarrow x\right) \wedge \neg z$$

Prepíšeme ju do tvaru NKF

$$\left(\neg x \vee y\right) \wedge \left(\neg y \vee z \vee \neg x\right) \wedge \underbrace{\left(t \vee \left(t \wedge \neg z\right)\right)}_{t \wedge \left(t \vee \neg z\right)} \wedge \left(\neg t \vee x\right) \wedge \neg z$$

Ak vynecháme opakujúce klauzule (dôsledok idempotentnosti konjunkcie a disjunkcie) dostaneme

$$(\neg x\vee y)\wedge(\neg y\vee z\vee\neg x)\wedge(t\vee\neg z)\wedge t\wedge(\neg t\vee x)\neg z$$

	1	2	3	4	5	6						
	$\neg x\vee y$	$\neg y\vee z\vee\neg x$	$t\vee\neg z$	t	$\neg z$	$\neg t\vee x$	7	8				
z		1	0		0		$\neg y\vee t\vee\neg x$	$\neg y\vee\neg x$	9	10		
y	1						0	0	$\neg x\vee t$	$\neg x$	11	
x						1			0	0	$\neg t$	12
t				1							0	$\square$

Záver: Platí logické vyplývanie

$$\{x\Rightarrow y, y\Rightarrow(z\vee\neg x),\neg t\Rightarrow(t\wedge\neg z), t\Rightarrow x\}\vdash z$$

Príklad 5. Prepíšte tvrdenie prirodzeného jazyka do formuly predikátovej logiky, vytvorte negáciu tejto formuly a prepíšte túto formulu do tvrdenia prirodzeného jazyka.

(a) Každý riaditeľ je včelárom.

$\forall x(R(x)\Rightarrow V(x))$

Negáciou tejto formuly dostaneme

$\neg\forall x(R(x)\Rightarrow V(x))\equiv\exists x\neg(R(x)\Rightarrow V(x))\equiv\exists x(R(x)\wedge\neg V(x))$

niektorý riaditeľ nie je včelárom.

(b) V každom meste existuje radnica alebo divadlo.

$\forall x(M(x)\Rightarrow R(x)\vee D(x))$

Negáciou tejto formuly dostaneme

$\neg\forall x(M(x)\Rightarrow R(x)\vee D(x))\equiv\exists x\neg(M(x)\Rightarrow R(x)\vee D(x))\equiv\exists x(M(x)\wedge\neg R(x)\wedge\neg D(x))$

V niektorom meste nie je radnica a ani divadlo.

(c) Niektoré nepárne čísla nie sú prvočísla.

$\exists x(N(x)\wedge\neg P(x))$

Negáciou tejto formuly dostaneme

$\neg\exists x(N(x)\wedge\neg P(x))\equiv\forall x(\neg N(x)\vee P(x))\equiv\forall x(N(x)\Rightarrow P(x))$

Každé nepárne číslo je prvočíslo.

(d) Každé ovocie je zdravé a výživné.

$\forall x(O(x)\Rightarrow Z(x)\wedge V(x))$

Negáciou tejto formuly dostaneme

$\neg\forall x(O(x)\Rightarrow Z(x)\wedge V(x))\equiv\exists x\neg(O(x)\Rightarrow Z(x)\wedge V(x))\equiv\exists x(O(x)\wedge(\neg Z(x)\vee\neg V(x)))$

Niektoré ovocie nie je zdravé alebo nie je výživné

(e) Existuje dym bez ohňa.

$\exists x(dym(x)\wedge\neg ohen(x))$

Negáciou tejto formuly dostaneme

$\neg\exists x\left(D(x)\wedge\neg O(x)\right)\equiv\forall x\left(\neg D(x)\vee O(x)\right)\equiv\forall x\left(D(x)\Rightarrow O(x)\right)$
Každý dym je s ohňom.

Príklad 6. Rozhodnite a uveďte dôvody, prečo formula predikátovej logiky je tautológia, alebo kontradikcia, alebo len splniteľná.
(a) $\left(\exists x\, P(x)\right)\vee\left(\exists x\, \neg P(x)\right)$,
(b) $\forall x\left(P(x)\wedge\neg P(x)\right)$,
(c) $\left(\exists x\, P(x)\right)\Rightarrow\left(\forall x\, P(x)\right)$,
(d) $\left(\forall x\, P(x)\right)\Rightarrow\left(\exists x\, P(x)\right)$.

(a) $\left(\exists x\, P(x)\right)\vee\left(\exists x\, \neg P(x)\right)$,
Pomocou formule z príkladu 7.2 $\exists x\left(P(x)\vee Q(x)\right)\equiv\left(\exists xP(x)\vee\exists xQ(x)\right)$ prepíšeme skúmanú formulu do ekvivalentného tvaru

$$\exists x\underbrace{\left(P(x)\vee\neg P(x)\right)}_{1}\equiv 1$$

t. j. formula je tautológia.

(b) $\forall x\left(P(x)\wedge\neg P(x)\right)$, formula je kontradikcia, pretože podformula stojaca za univerzálnym kvantifikátorom $\left(P(x)\wedge\neg P(x)\right)\equiv 0$ pre každé indivíduum *x*.

(c) $\left(\exists x\, P(x)\right)\Rightarrow\left(\forall x\, P(x)\right)$, navrhneme interpretáciu $\mathcal{I}$, pre ktorú je formula nepravdivá. Nech univerzum U je množina prirodzených čísel $\{0,1,2,3,...\}$ a $P(x)$ je unárny predikát, ktorého význam je „*x* je párne číslo". Ľavá časť implikácie $\exists x\, P(x)$ je evidentne pravdivá, „existuje také prirodzené číslo *x*, ktoré je párne". Pravá časť implikácie $\forall x\, P(x)$ je evidentne nepravdivá, nie „každé prirodzené číslo je párne". To znamená, že celková implikácia $(1\Rightarrow 0)$ je nepravdivá. To znamená, že študovaná formula nie je ani tautológia a ani kontradikcia, je splniteľná (existujú interpretácie $\mathcal{I}$ v ktorých je pravdivá, napr. ak predikát $P(x)$ interpretujeme „*x* je nezáporné číslo").

(d) $\left(\forall x\, P(x)\right)\Rightarrow\left(\exists x\, P(x)\right)$, Ak zvolíme takú interpretáciu, že predikát $P(x)$ je pravdivý pre každý objekt *x*, potom $\forall x\, P(x)\equiv 1$ a $\exists x\, P(x)\equiv 1$, t. j. formula $\left(\forall x\, P(x)\right)\Rightarrow\left(\exists x\, P(x)\right)$ je pravdivá. V opačnom prípade, ak zvolíme takú interpretáciu predikátu $P(x)$, že pre niektorý objekt a je $P(a)$ nepravdivé, potom $\forall x\, P(x)\equiv 0$, z čoho plynie, že formula $\left(\forall x\, P(x)\right)\Rightarrow\left(\exists x\, P(x)\right)$ je pravdivá. To znamená, že pre ľubovoľnú interpretáciu predikátu $P(x)$ dokazovaná formula je pravdivá, čiže je tautológia.

Príklad 7. Riešte tieto sylogizmy:

(a)
niektorí študenti sú vegetariáni
všetci vegetariáni sú včelári

?

(b)
všetci študenti sú kominári
všetci študenti sú včelári

?

(c)
niektorí fyzici sú astronómovia
každý chemik nie je fyzik

?

(d)
niektorí včelári sú analfabeti
každý študent nie je analfabet

?

Príklad 7. Riešte tieto sylogizmy:

(a)
niektorí študenti sú vegetariáni
všetci vegetariáni sú včelári

?

Vykonáme prepis sylogizmu do formálneho tvaru

$\varphi_1: \exists x \left(st(x) \wedge vg(x)\right) \Rightarrow \left(st(t) \wedge vg(t)\right)$

$\varphi_2: \forall x \left(vg(x) \Rightarrow vc(x)\right) \Rightarrow \left(vg(t) \Rightarrow vc(t)\right)$

Potom platí schéma usudzovania

1. $st(t) \wedge vg(t)$
2. $vg(t) \Rightarrow vc(t)$

---

3. $st(t)$
4. $vg(t)$
5. $vc(t)$
6. $\left(st(t) \wedge vc(t)\right) \Rightarrow \exists x \left(st(x) \wedge vc(x)\right)$

Záver sylogizmu je: „niektorí študenti sú včelári“

(b)
všetci študenti sú kominári
všetci študenti sú včelári

?

Vykonáme prepis sylogizmu do formálneho tvaru

$\varphi_1: \forall x \left(st(x) \Rightarrow kom(x)\right) \Rightarrow \left(st(a) \Rightarrow kom(a)\right)$

$\varphi_2: \forall x \left(st(x) \Rightarrow vc(x)\right) \Rightarrow \left(st(a) \Rightarrow vc(a)\right)$

Potom platí schéma usudzovania

1. $st(a)$
2. $st(a) \Rightarrow kom(a)$
3. $st(a) \Rightarrow vc(a)$

---

3. $kom(a)$
4. $vc(a)$
5. $kom(a) \wedge vc(a) \Rightarrow \exists x(kom(x) \wedge vc(x))$

záver sylogizmu je: ak existuje aspoň jeden študent, potom niektorí kominári sú včelári.

(c)
niektorí fyzici sú astronómovia
každý chemik nie je fyzik

?
Vykonáme prepis sylogizmu do formálneho tvaru
$\varphi_1: \exists x(fyz(x) \wedge astr(x)) \Rightarrow (fyz(a) \wedge astr(a))$
$\varphi_2: \forall x(chem(x) \Rightarrow \neg fyz(x)) \Rightarrow (chem(a) \Rightarrow \neg fyz(a))$

Potom platí schéma usudzovania
1. $fyz(a) \wedge ast(a)$
2. $chem(a) \Rightarrow \neg fyz(a)$

---

3. $fyz(a)$
4. $ast(a)$
5. $\neg chem(x)$
5. $ast(a) \wedge \neg chem(a) \Rightarrow \exists x(ast(x) \wedge \neg chem(x))$

záver sylogizmu je: „niektorí astronómovia nie sú chemici“.

(d)
niektorí včelári sú analfabeti
každý študent nie je analfabet

?

Vykonáme prepis sylogizmu do formálneho tvaru
$\varphi_1: \exists x(analf(x) \wedge vce(x)) \Rightarrow (analf(a) \wedge vce(a))$
$\varphi_2: \forall x(st(x) \Rightarrow \neg analf(x)) \Rightarrow (st(a) \Rightarrow \neg analf(a)) \Rightarrow (analf(a) \Rightarrow \neg st(a))$

Potom platí schéma usudzovania

1. $analf(a) \wedge vc(a)$
2. $analf(a) \Rightarrow \neg st(a)$

---

3. $analf(a)$
4. $vc(a)$
5. $\neg st(x)$
5. $vc(a) \wedge \neg st(a) \Rightarrow \exists x\left(vc(x) \wedge \neg st(x)\right)$

záver sylogizmu je: „niektorí včelári nie sú študenti“

Príklad 8. Pomocou prirodzenej dedukcie odvoďte formuly:

(a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \left((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)\right)$

1.	$p \Rightarrow q$	(aktivácia 1. pomocného predpokladu)
2.	$q \Rightarrow r$	(aktivácie 2. pomocného predpokladu)
3.	p	(aktivácia 3. pomocného predpokladu)
4.	q	(modus ponens na 1. a 3.)
5.	r	(modus ponens na 2. a 4.)
6.	$p \Rightarrow r$	(deaktivácia 3.)
7.	$(q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	(deaktivácia 2.)
8.	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow \left((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)\right)$	(deaktivácia 1.)

(b) $\left(\forall x\, \varphi(x)\right) \Rightarrow \left(\exists y\, \varphi(y)\right)$

1.	$\forall x\, \varphi(x)$
2.	$\varphi(t)$
3.	$\exists x\, \varphi(x)$
4.	$\left(\forall x\, \varphi(x)\right) \Rightarrow \left(\exists y\, \varphi(y)\right)$

Príklad 9. Pomocou tabuľkovej metódy preverte, či formule sú tautológie 3-hodnotovej Łukasiewiczovej logiky:

(a) $\varphi \Rightarrow ((\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow \psi)$,

φ	ψ	$\varphi \Rightarrow \psi$	$(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow \psi$	$\varphi \Rightarrow ((\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow \psi)$
0	0	1	0	1
0	½	1	½	1
0	1	1	1	1
½	0	½	½	1
½	½	1	½	1
½	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	½	½	1	1
1	1	1	1	1

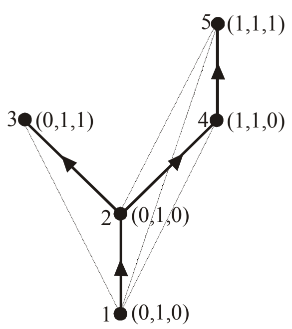
(b) $\varphi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \varphi)$,

φ	ψ	$\psi \Rightarrow \varphi$	$\varphi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \varphi)$
0	0	1	1
0	½	½	1
0	1	0	1
½	0	1	1
½	½	1	1
½	1	½	1
1	0	1	1
1	½	1	1
1	1	1	1

Cvičenie 10. Vypočítajte pravdivostné hodnoty intuicionistickej formuly

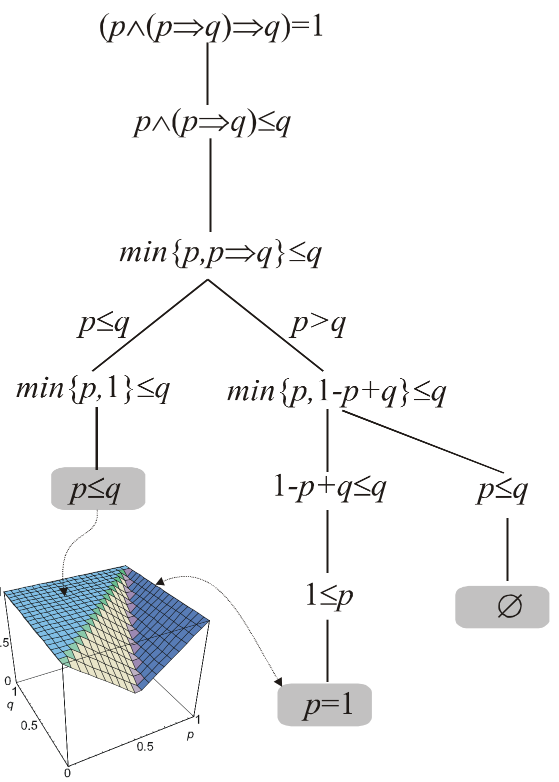
$$p \Rightarrow ((\neg(p \wedge q)) \vee (\neg q \vee \neg r))$$

pre Kripkeovský model špecifikovaný reláciou R, pričom každý vrchol je ohodnotený trojicou pravdivostných hodnôt premenných p, q a r.



	1	2	3	4	5
p	0	0	0	1	1
q	1	1	1	1	1
r	0	0	1	0	1
$p\wedge q$	0	0	0	1	1
$\neg r$	0	0	0	0	0
$\neg q$	0	0	0	0	0
$\neg q\vee\neg r$	0	0	0	0	0
$\neg (p\wedge q)$	0	0	1	0	0
$(\neg (p\wedge q)) \vee (\neg r\vee\neg q)$	0	0	1	0	0
$p\Rightarrow(\neg (p\wedge q)) \vee (\neg r\vee\neg q)$	0	0	1	0	0

Príklad 11. Zistite pre ktoré hodnoty premenných p a q je výroková formula vo fuzzy logike pravdivá $\left(p \wedge \left(p \Rightarrow q\right)\right) \Rightarrow q$.



Formula $\left(p \wedge \left(p \Rightarrow q\right)\right) \Rightarrow q$ je pravdivá pre $0 \le p \le q \le 1$ a pre p=1.