1. kontrolná písomka (21. 3. 2012)

1. príklad. Zostrojte sémantické tablá pre formuly

(a) $\varphi = \left(\left(p \Rightarrow q \right) \wedge \left(p \Rightarrow \neg q \right) \right) \Rightarrow \neg p$

(b) $\varphi = \left(p \wedge \left(p \Rightarrow q \wedge r \right) \right) \Rightarrow \left(q \vee r \right)$.

2. príklad. Pomocou rezolventy rozhodnite, či množina formúl (teória) má model
$T = \{ x \vee y, \neg z \vee t, \neg x \vee t, \neg y \vee z, \neg t \}$

3. príklad. Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov

predpoklad 1: Jano študuje
predpoklad 2: Ak Jano pracuje, potom neštuduje
predpoklad 3: Jano pracuje alebo športuje

---

záver: Jano športuje

4. príklad. Zostrojte neurónovú sieť, ktorá simuluje Boolovu funkciu $\left(\beta_1, \beta_2 \right) = f\left(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \right)$ pre operáciu troch bitových číslic (3 body)

$$\alpha_1 \times \left(\alpha_2 + \alpha_3 \right) = \beta_1 \beta_2$$

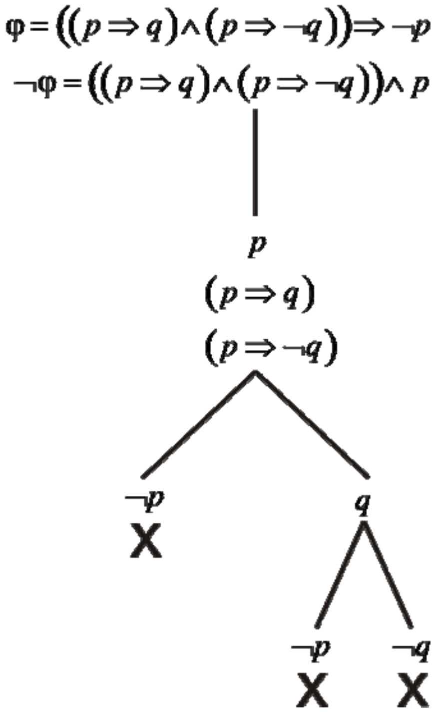
5. príklad. Zostrojte DNF a KNF pre formulu (3 body)

$$\left(p \Rightarrow q \right) \vee \left(\left(\neg q \Rightarrow \neg p \right) \vee r \right)$$

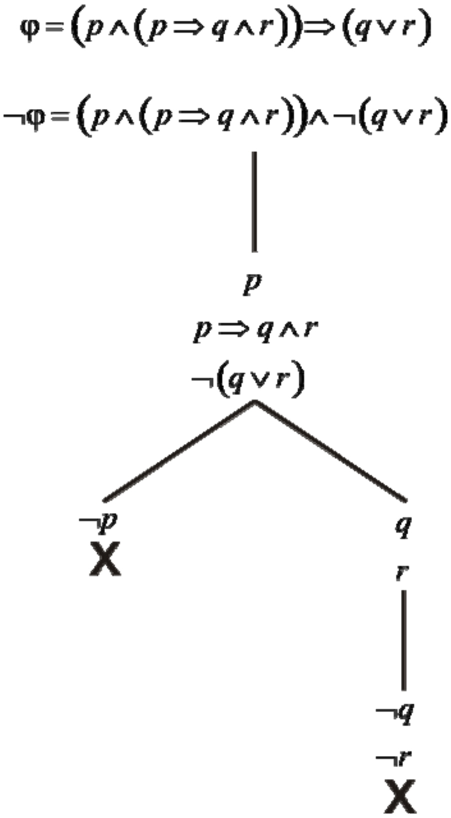
Poznámka. Každý príklad je hodnotený 5 bodmi, maximálny počet bodov za písomku 5×5=25. Čas na písanie písomky je 45 min.

Riešenie

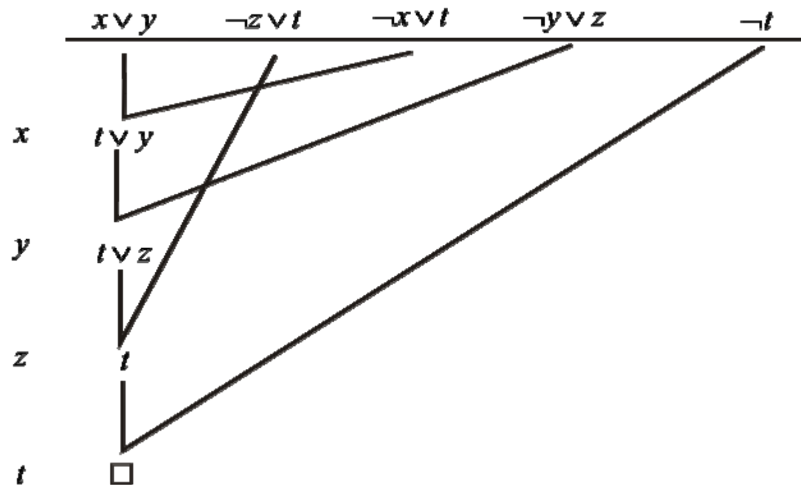
1. príklad. Zostrojte sémantické tablá pre formuly
(a) $\varphi = \left(\left(p \Rightarrow q \right) \wedge \left(p \Rightarrow \neg q \right) \right) \Rightarrow \neg p$



(b) $\varphi = \left(p \wedge \left(p \Rightarrow q \wedge r \right) \right) \Rightarrow \left(q \vee r \right)$.



2. príklad. Pomocou rezolventy rozhodnite, či množina formúl (teória) má model
$T = \{x \vee y, \neg z \vee t, \neg x \vee t, \neg y \vee z, \neg t\}$



3. príklad. Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov (3 body)

predpoklad 1: Jano študuje
predpoklad 2: Ak Jano pracuje, potom neštuduje
predpoklad 3: Jano pracuje alebo športuje

---

záver: Jano športuje

p = Jano študuje
q = Jano pracuje
r = Jano športuje

predpoklad 1: p
predpoklad 1: $q \Rightarrow \neg p$
predpoklad 2: $q \vee r$

---

záver: r

Máme dokázať $\{p, q \Rightarrow \neg p \wedge q, q \vee r\} \vdash r$

1.	p	1. predpoklad
2.	$q \Rightarrow \neg p$	2. predpoklad
3.	$q \vee r$	3. predpoklad
4.	$\neg q$	aplikácia modus tollens na 1. a 2.
5.	$\neg q \Rightarrow r$	prepis 3. pomocou implikácie
6.	r	aplikácia modus ponens na 4. a 5.

Alternatívny dôkaz môže byť urobený tak, že pomocou tabuľkovej metódy dokážeme, že formula

$$\left(p \wedge (q \Rightarrow \neg p) \wedge (q \vee r)\right) \Rightarrow r$$

je tautológia.

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	r	$\neg p$	$q \Rightarrow \neg p$	$q \vee r$	$1 \wedge 5 \wedge 6$	$7 \Rightarrow r$
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1

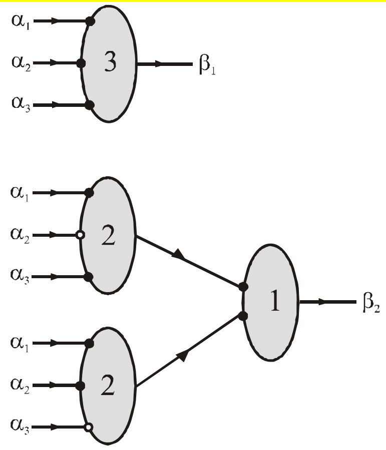
4. príklad. Zostrojte neurónovú sieť, ktorá simuluje Boolovu funkciu $(\beta_1, \beta_2) = f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ pre operáciu troch bitových číslic (3 body)

$$\alpha_1 \times (\alpha_2 + \alpha_3) = \beta_1 \beta_2$$

#	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2
1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	0	1	0	0	0
4	0	1	1	0	0
5	1	0	0	0	0
6	1	0	1	0	1
7	1	1	0	0	1
8	1	1	1	1	0

$$\beta_1 = (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3)$$

$$\beta_2 = (\alpha_1 \wedge \neg\alpha_2 \wedge \alpha_3) \vee (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \neg\alpha_3)$$



5. príklad. Zostrojte DNF a KNF pre formulu (3 body) $(p \Rightarrow q) \vee ((\neg q \Rightarrow \neg p) \vee r)$

$$\varphi_{DNF} = (\neg p \vee q) \vee ((q \vee \neg p) \vee r) \equiv$$
$$(\neg p) \vee (q) \vee (r)$$
$$\varphi_{KNF} = (\neg p \vee q) \vee ((q \vee \neg p) \vee r) \equiv$$
$$(\neg p \vee q \vee r)$$