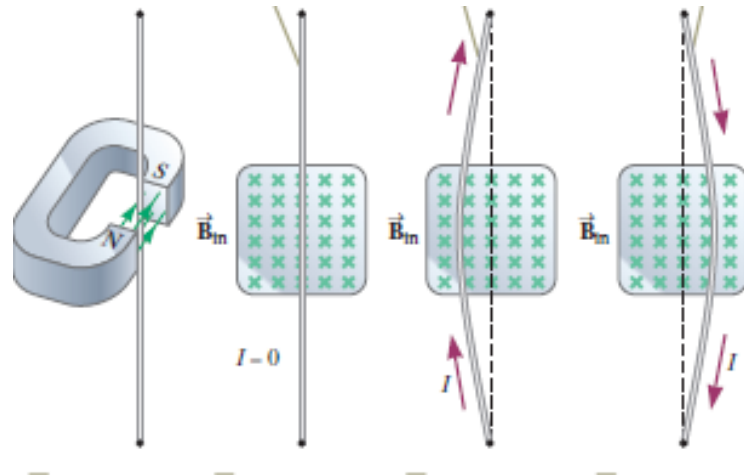
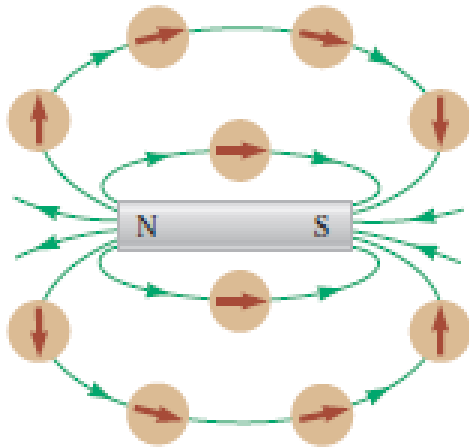


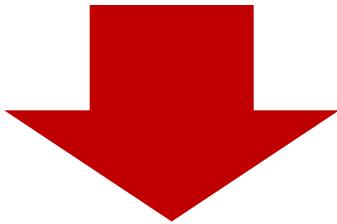
Magnetické pole

Magnetické indukčné čiary



Vlastnosti magnetickej sily pôsobiacej na náboj

- Veľkosť F ktorou pôsobí magnetické pole na časticu je úmerná jej náboju a rýchlosti.
- Magnetická sila pôsobiaca na časticu je nulová, ak sa častica pohybuje v smere magnetickej indukcie B .
- Ak rýchlosť častice zvierá s vektorom B uhol rôzny od nuly, pôsobiaca magnetická sila je kolmá na smer rýchlosti.
- veľkosť magnetickej sily pôsobiacej na časticu je úmerná sinusu uhla medzi vektormi B a v

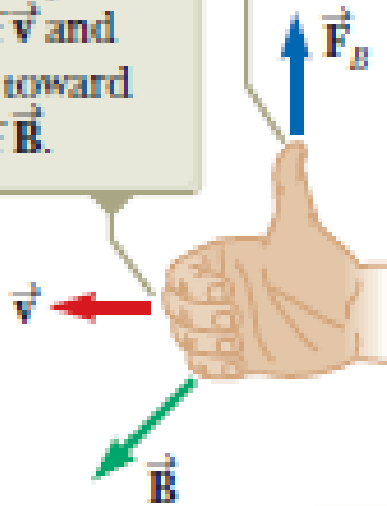


$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Magnetická sila nemôže meniť veľkosť rýchlosti častice, iba jej smer.

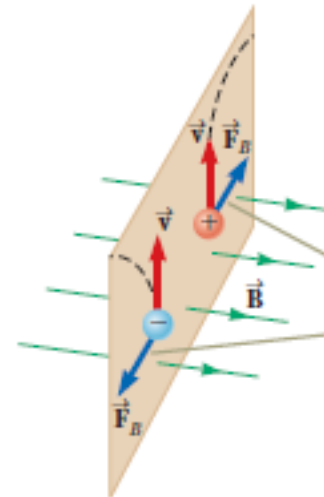
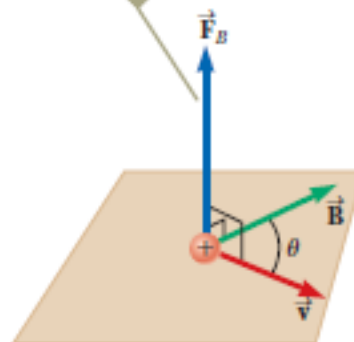
(2) Your upright thumb shows the direction of the magnetic force on a positive particle.

(1) Point your fingers in the direction of \vec{v} and then curl them toward the direction of \vec{B} .



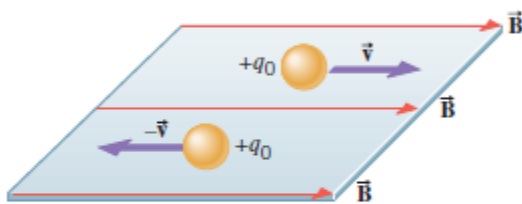
$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

The magnetic force is perpendicular to both \vec{v} and \vec{B} .

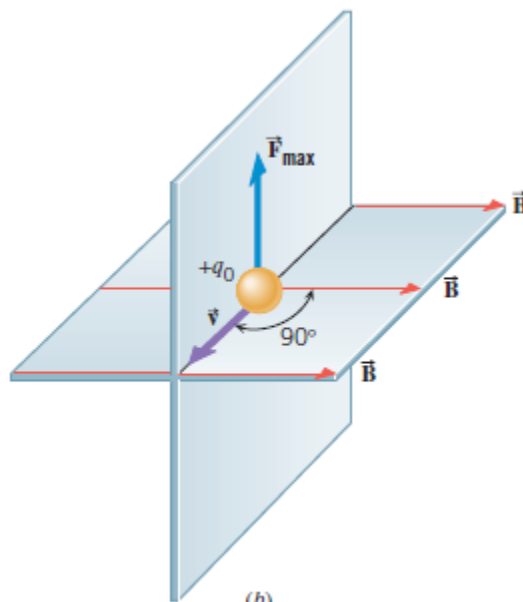


The magnetic forces on oppositely charged particles moving at the same velocity in a magnetic field are in opposite directions.

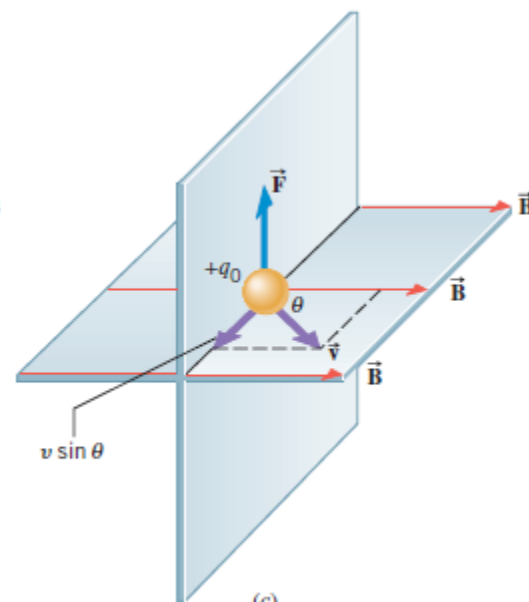
$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$



(a)



(b)



(c)

Magnetické pole

Magnetické pole sa prejavuje silovým pôsobením na pohybujúce sa elektrické náboje, alebo elektrické prúdy. Z pozorovaní vyplýva, že sila na pohybujúci sa elektrický náboj závisí od náboja, vektora rýchlosti, veľkosti a orientácie magnetického poľa. **Ak magnetické pole charakterizujeme vektorovou veličinou \vec{B}** , ktorú nazveme magnetická indukcia, potom pre silu pôsobiacu na pohybujúci sa elektrický náboj platí:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Magnetická sila nemôže meniť veľkosť rýchlosti častice, iba jej smer.

Jednotka

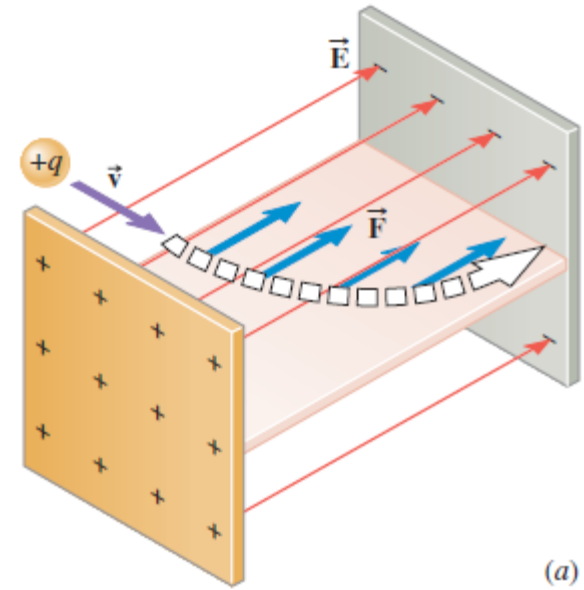
$$B = \frac{F}{|Q|v} = \frac{\text{N}}{\text{C m s}^{-1}} = \text{N A}^{-1}\text{m}^{-1} = 1 \text{ tesla} = 1 \text{ T.}$$

Rozdiely medzi silovými účinkami elektrického a magnetického poľa

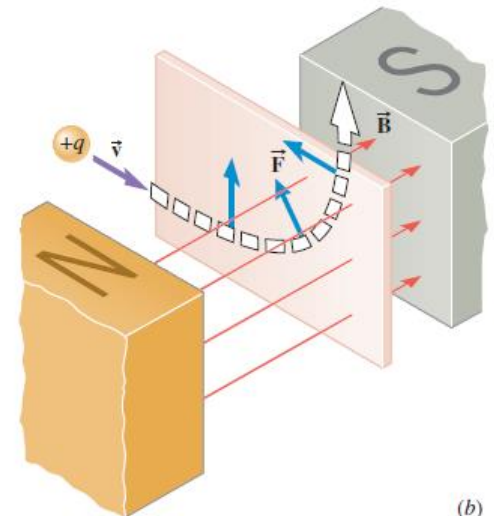
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

Lorenzova sila

- Elektrická sila pôsobí na náboj pozdĺž intenzity elektrického poľa, magnetická je kolmá na magnetické pole
- Elektrická sila pôsobí na náboj bez ohľadu na pohybový stav, magnetická pôsobí iba vtedy, keď je náboj v pohybe
- Elektrická sila koná prácu, magnetická nekoná.



(a)



(b)

Source of Field	Field Magnitude (T)
Strong superconducting laboratory magnet	30
Strong conventional laboratory magnet	2
Medical MRI unit	1.5
Bar magnet	10^{-2}
Surface of the Sun	10^{-2}
Surface of the Earth	0.5×10^{-4}
Inside human brain (due to nerve impulses)	10^{-13}

Pohyb nabitej častice v elektromagnetickom poli

Pokusy: **Sila pôsobiaca na náboj nezávisí len od jeho náboja ale aj od rýchlosti**

Lorentzova sila

“magnetická“

- Pôsobí iba na pohybujúci sa náboj
- Nevykonáva prácu

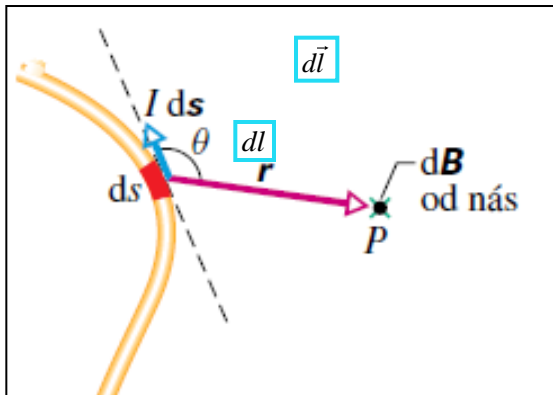
“elektrická“

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} + q \vec{E}$$

Jednotka 1 T

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

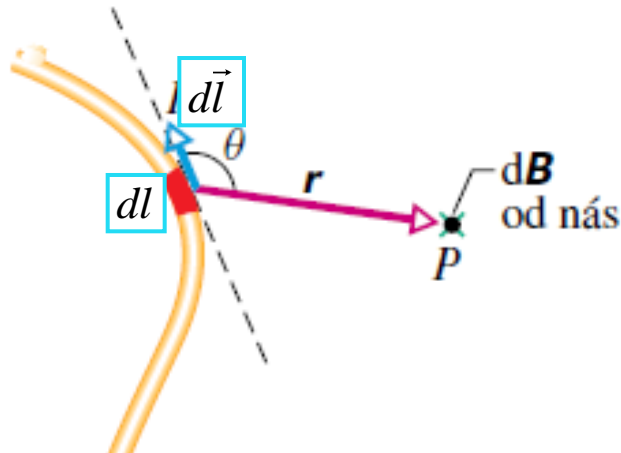
Elektrostatické pole vznikajúce v okolí náboja



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Magnetické pole vznikajúce v okolí prúdovodiča, ktorým tečie prúd I

Magnetické pole elektrického prúdu



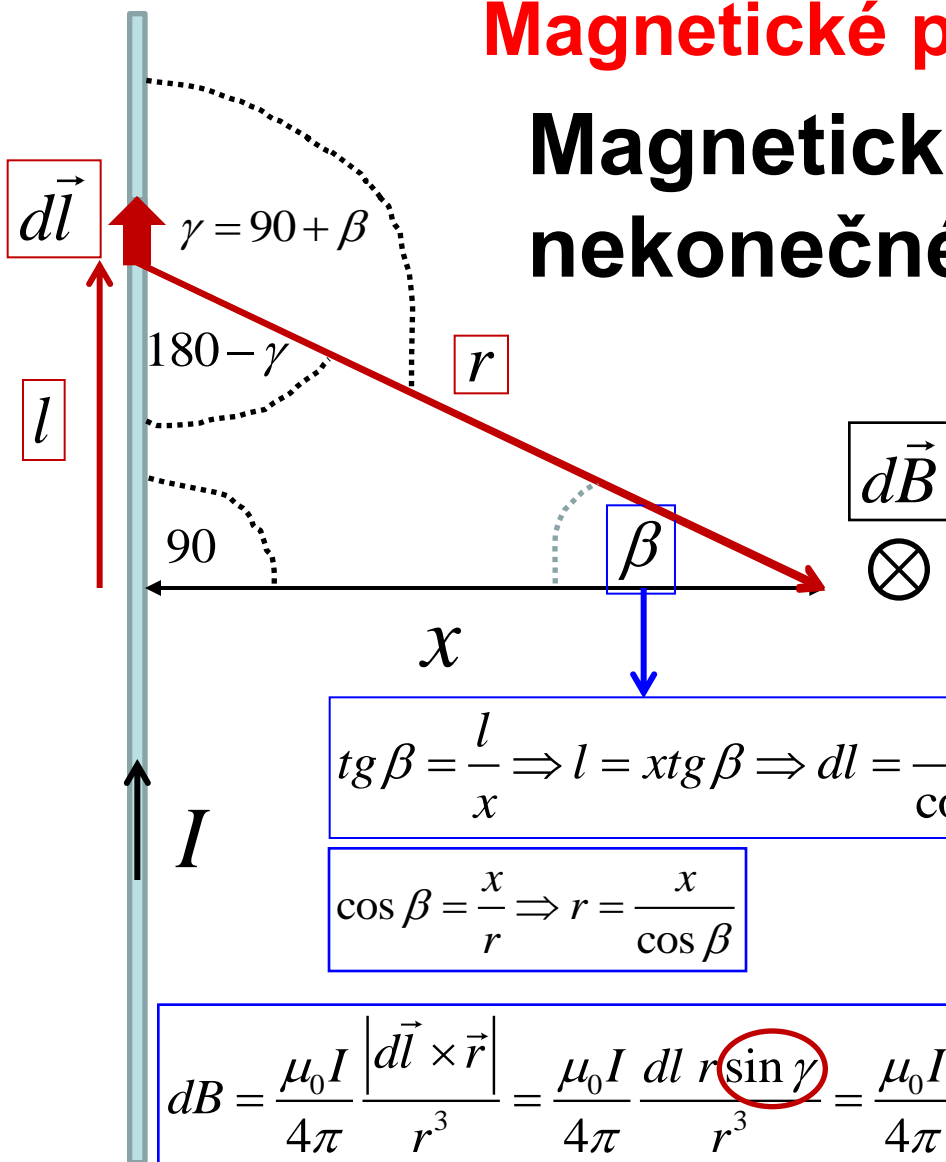
Biotov-Savartov zákon

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$$

Magnetické pole nekonečného vodiča

Magnetické pole od nekonečného vodiča



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

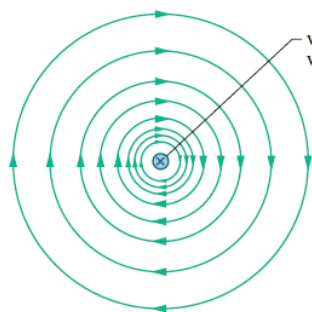
$$\sin \gamma = \sin(90 + \beta) = \sin 90 \cos \beta + \sin \beta \cos 90 = \cos \beta$$



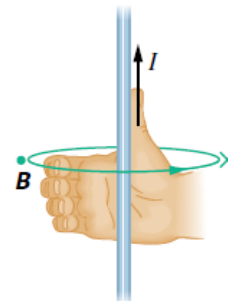
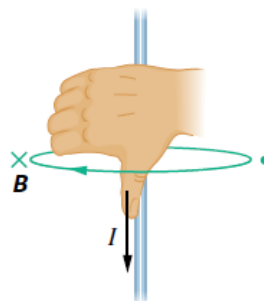
Magnetické pole dlhého priameho vodiča

- Indukčné čiary sú sústredné kružnice so stredom v strede vodiča.
- Magnetická indukcia klesá lineárne so vzdialenosťou od vodiča, najväčšia je na povrchu vodiča.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



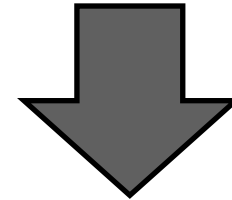
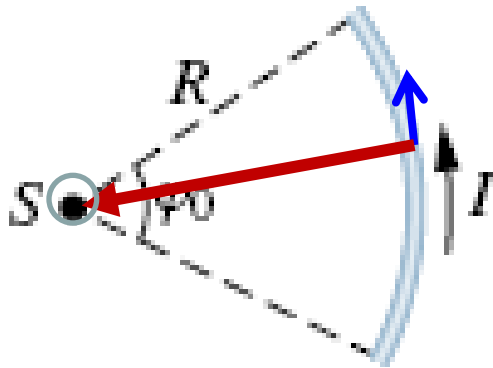
vodič protékaný prúdom
ve smere od nás



Pravidlo pravej ruky: Ak položíme palec pravej ruky v smere prúdového elementu, potom zahnuté prsty ukazujú smer magnetických indukčných čiar

Magnetické pole kruhového oblúku

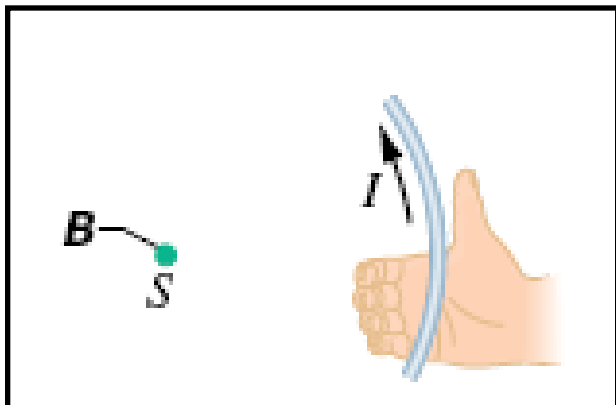
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



$$r = R$$

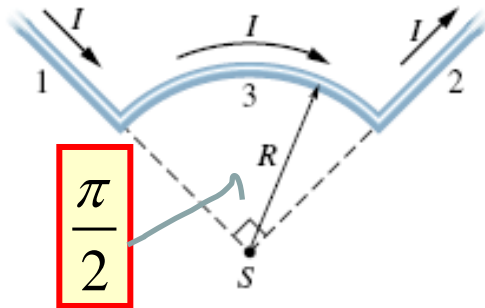
$$B = \int_0^{\varphi_0} \frac{\mu_0 I R d\varphi}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \varphi_0$$

Určenie smeru

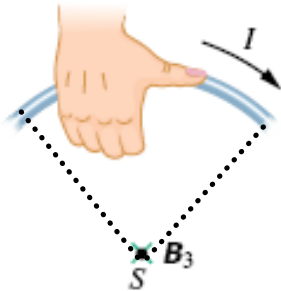


Pravidlo pravej ruky: Ak položíme palec pravej ruky v smere prúdového elementu, potom zahnuté prsty ukazujú smer magnetických indukčných čiar

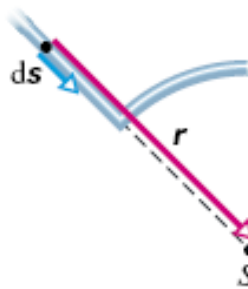
Superpozícia



Príspevok oblúku



$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{\pi}{2}$$



Príspevok priamej časti vodiča

Priame časti drôtu neprispievajú k výslednému k výslednému magnetickému poľu (dl je kolmé na r) .

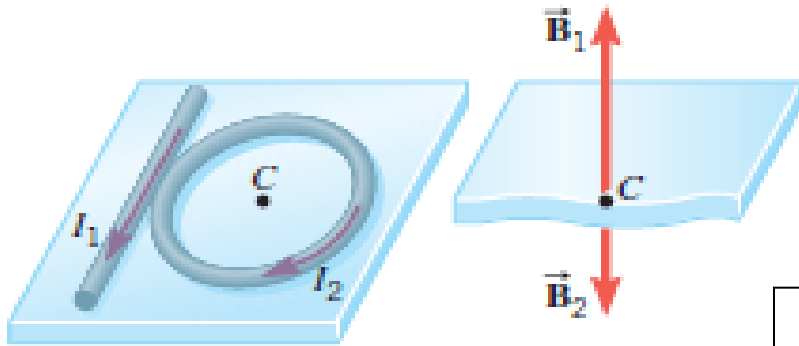
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \vec{0}$$

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2 = \vec{0}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{\pi}{2}$$

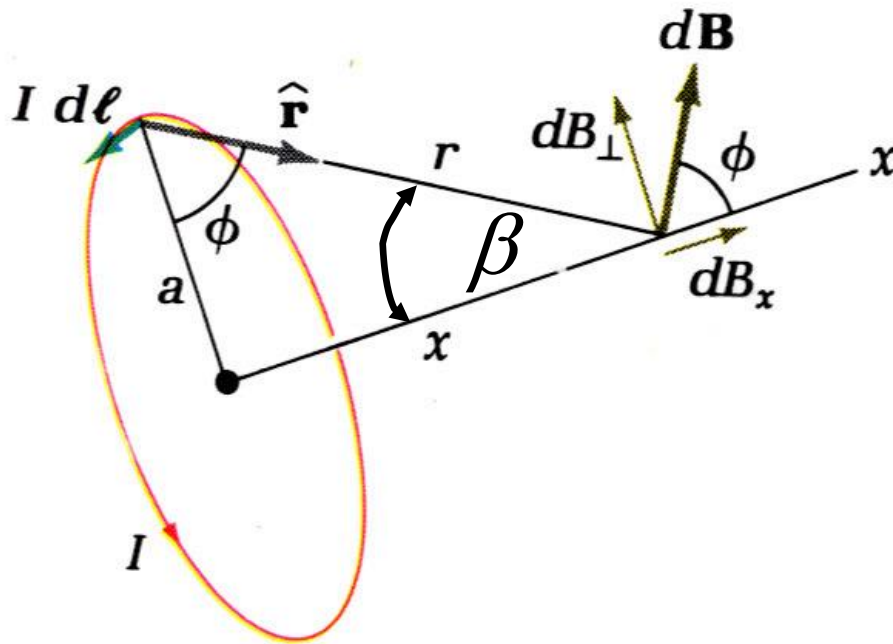
Superpozícia

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} 2\pi$$

Magnetické pole na osi symetrie kruhového závitu

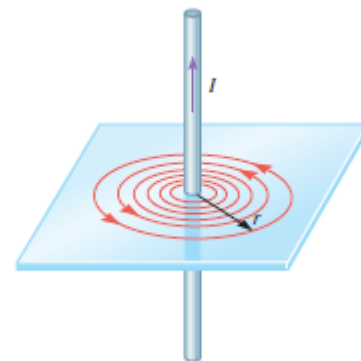
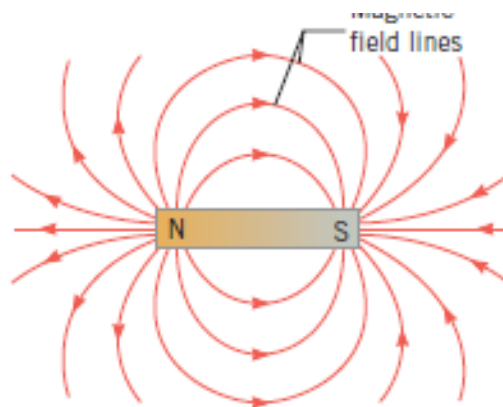
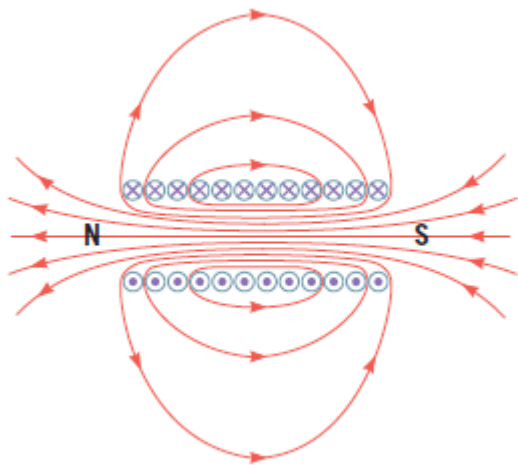


$$B = \frac{\mu_0 I 2\pi a^2}{4\pi (x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Magnetické indukčné čiary

Magnetické indukčné čiary sú orientované krivky, ktorých dotyčnica v každom bode má smer vektora magnetickej indukcie.

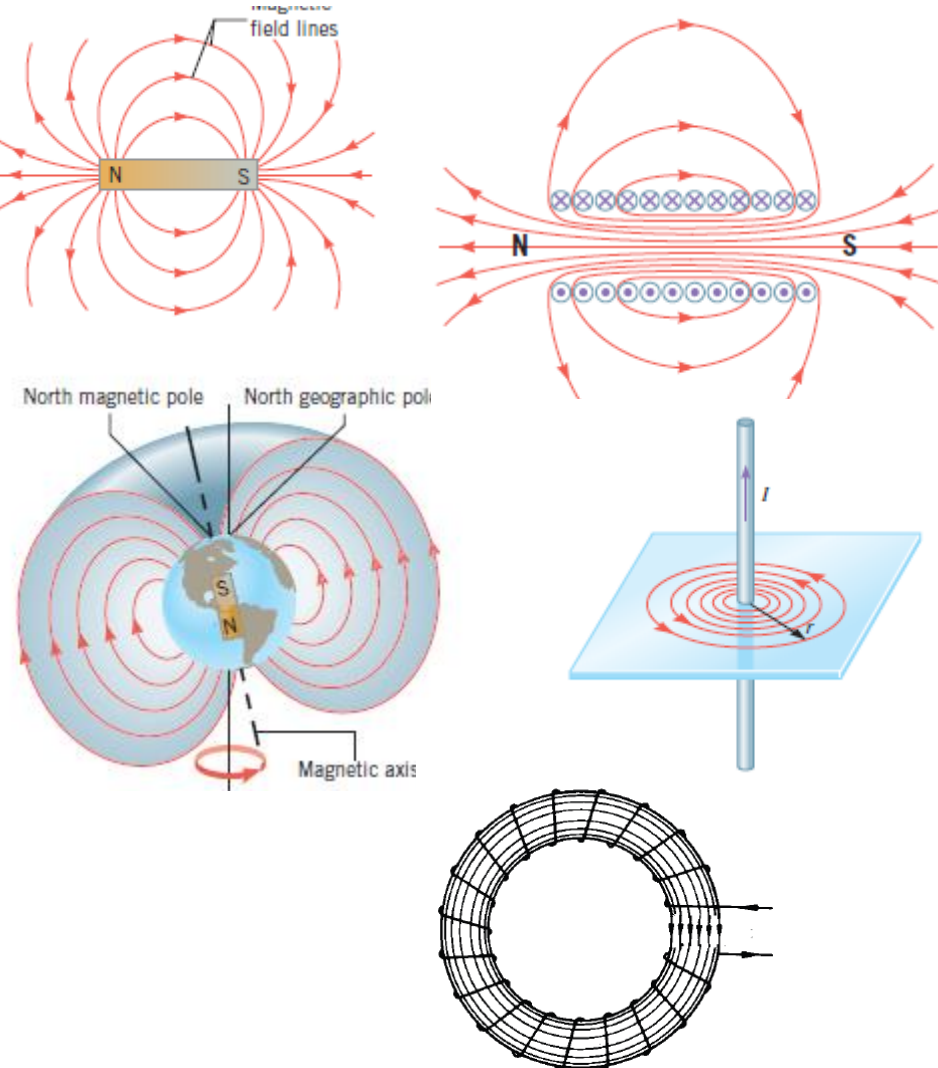
hustota magnetických indukčných čiar (t.j. počet indukčných čiar prechádzajúcich jednotkovou plochou kolmou na indukčné čiary) je úmerná veľkosti vektora magnetickej indukcie.



$$dN = \vec{B} \bullet d\vec{S}$$

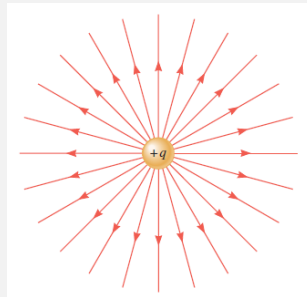
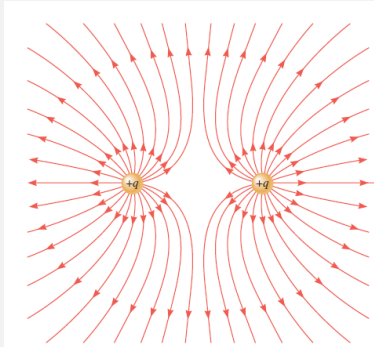
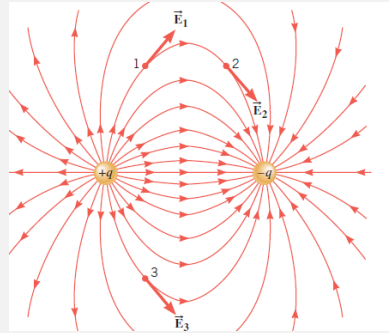
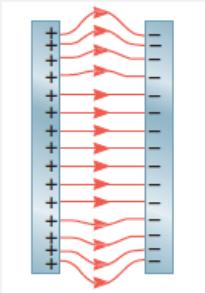
Nejestvovanie magnetických nábojov spôsobuje, že magnetické indukčné čiary sú uzavreté krivky.

Tvary magnetických indukčných čiar



**Vlastnosti
magnetického
poľa
(magnetické
indukčné čiary)**

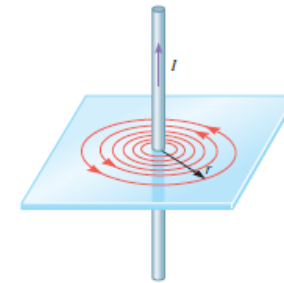
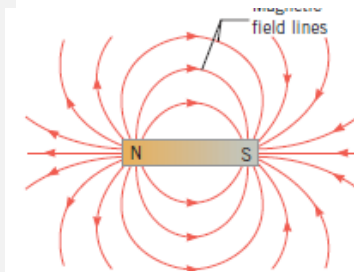
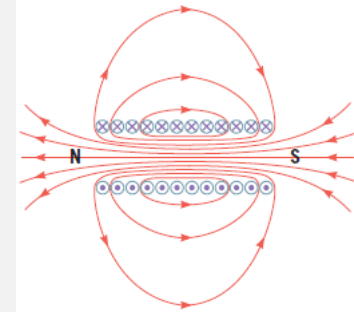
Elektrické siločiar



Elektrické siločiar končia a začínajú v elektrickom náboji

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

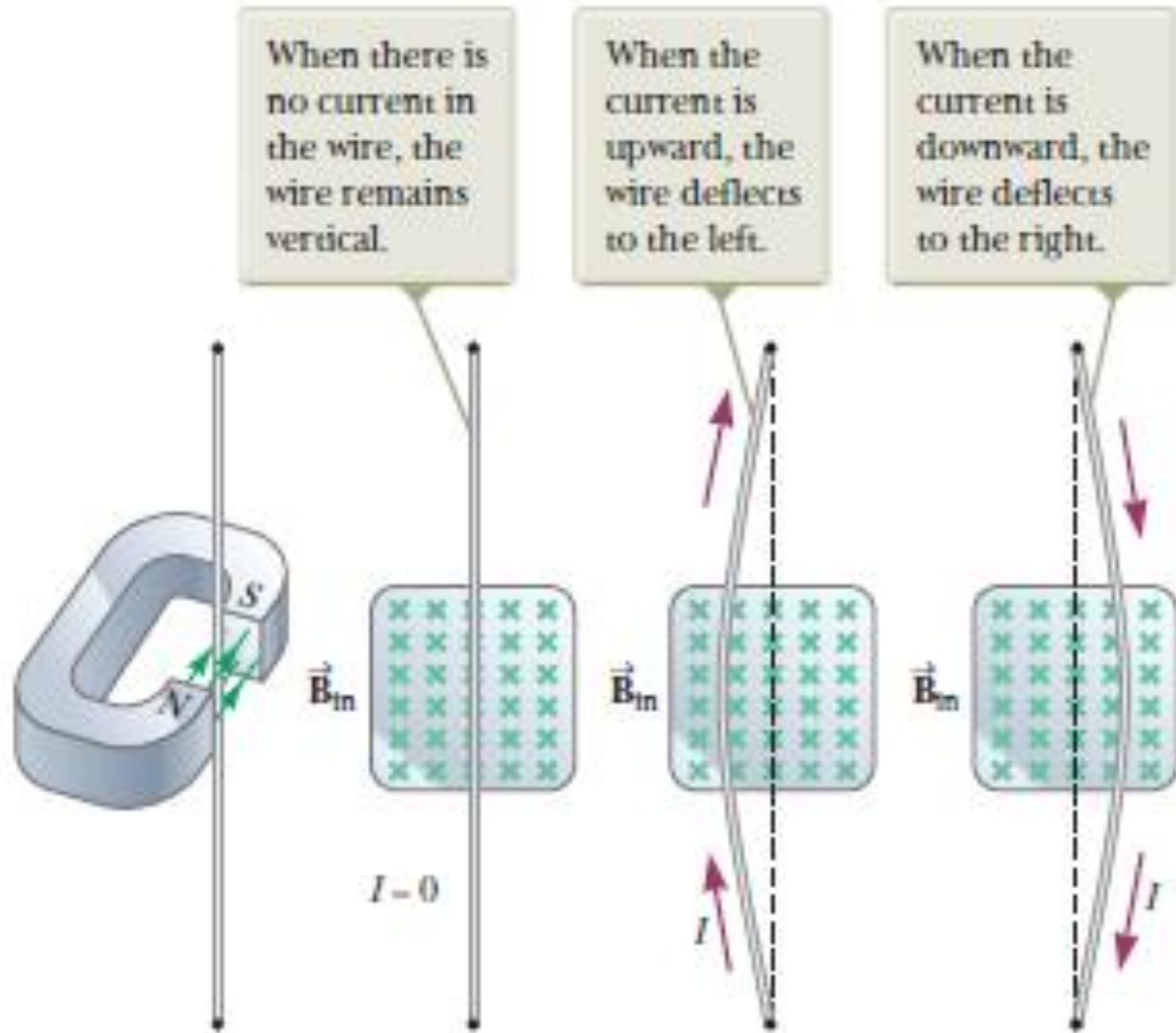
Magnetické indukčné



Magnetické indukčné čiar sú uzavreté, neexistuje "magnetický náboj" z ktorého by indukčné čiar vytekali, (vtekali) .

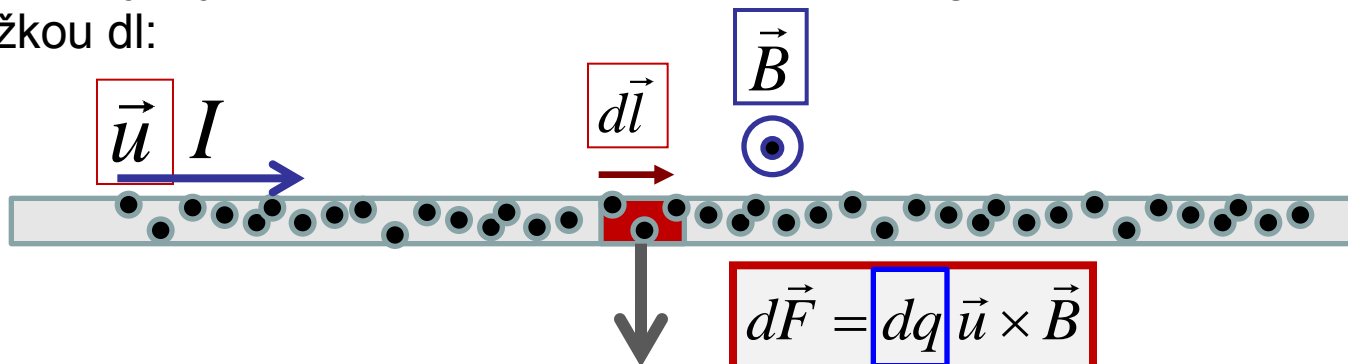
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

SILA PÔSOBIACA NA PRÚDOVODIČ NACHÁDZAJÚCI SA V MAGNETICKOM POLI

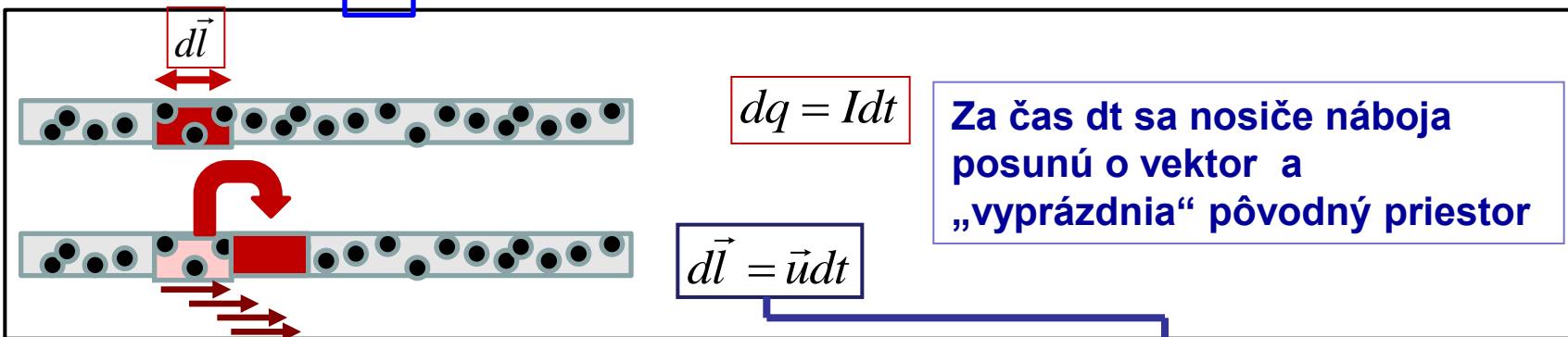


Ampérová sila

Vodičom sa nachádza v magnetickom poli s indukciou \vec{B} , tečie ním prúd I , driftová rýchlosť nábojov je \vec{u} . Určíme silu, ktorou pôsobí magnetické pole na element s dĺžkou $d\vec{l}$:



Koľko náboja dq je na úseku $d\vec{l}$? Toľko, koľko (vytečie) za čas $dt = d\vec{l}/u$



Aká sila teda pôsobí na tento element $d\vec{l}$?

$$d\vec{F} = dq \vec{u} \times \vec{B} = Idt \vec{u} \times \vec{B} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

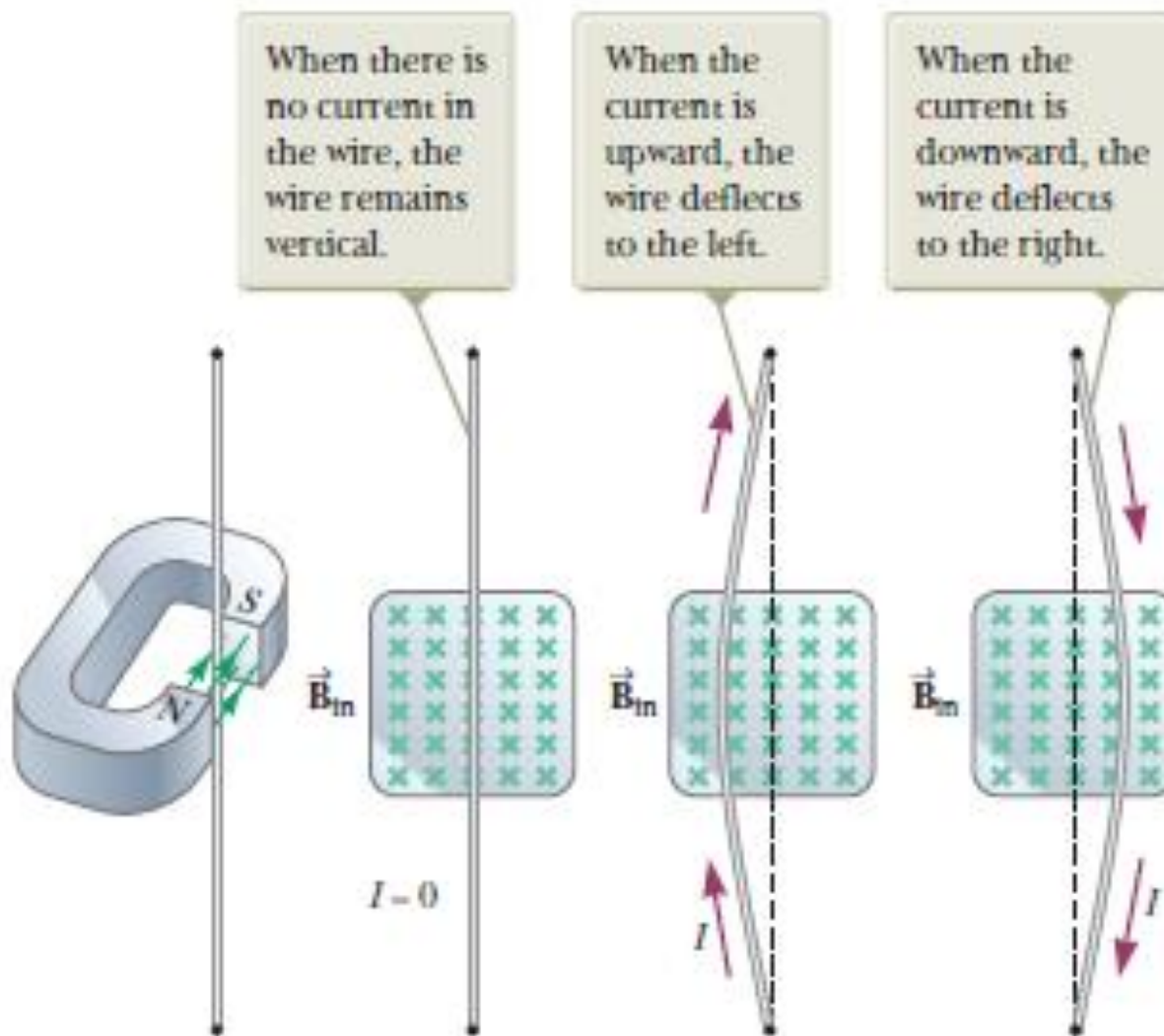
$$d\vec{F} = dq \vec{u} \times \vec{B}$$

$$dq = Idt$$

$$d\vec{F} = Idt \vec{u} \times \vec{B}$$

$$d\vec{l} = \vec{u} dt$$

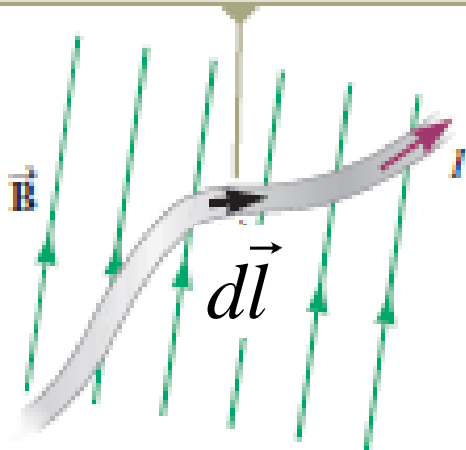
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$



ROVINNÝ VODIČ: —

$$\vec{F} = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

The magnetic force on any segment $d\vec{s}$ is $I d\vec{s} \times \vec{B}$ and is directed out of the page.

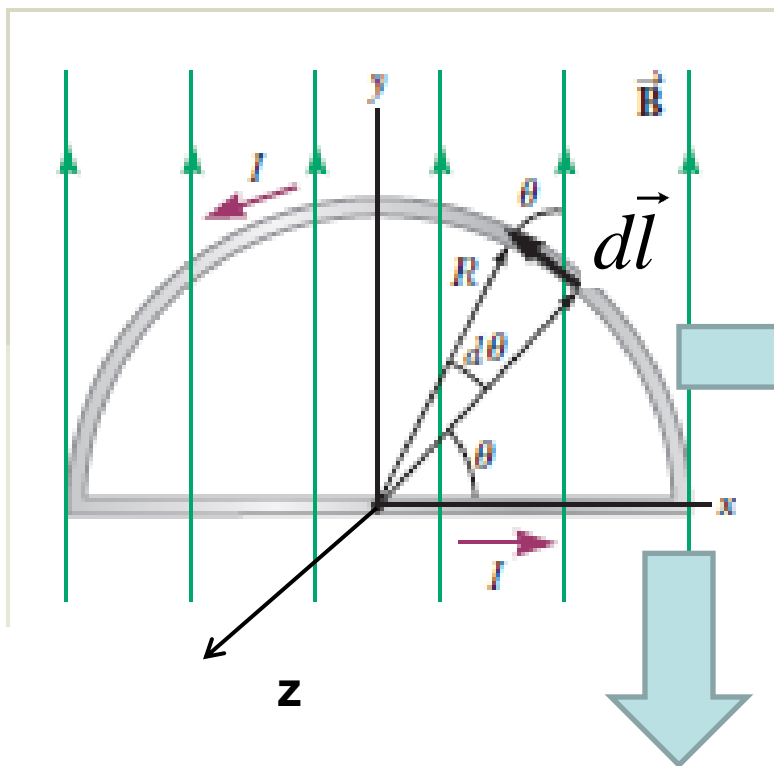


Rôzny tvar

Integrácia elementárnych síl



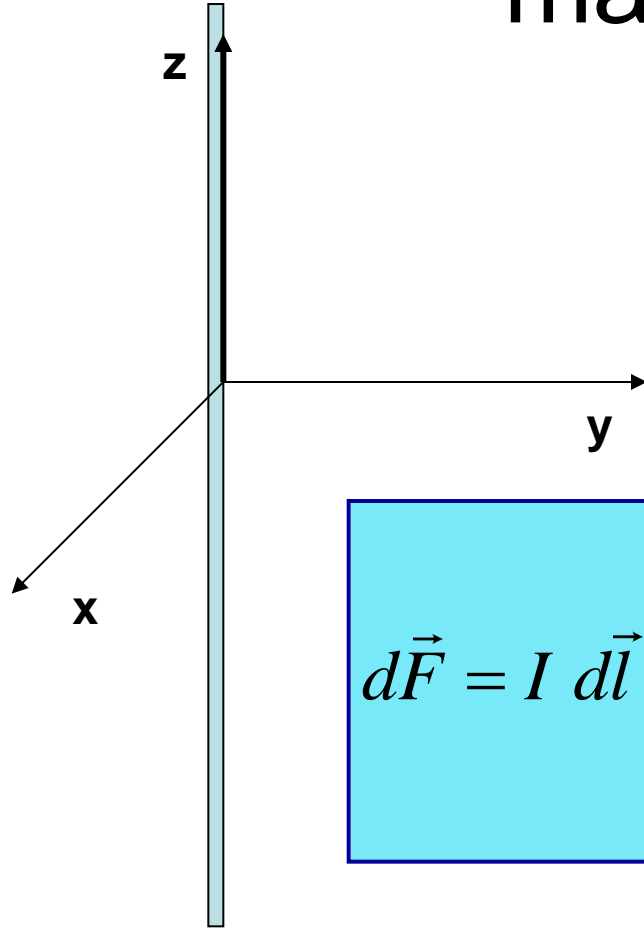
$$\vec{F} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B}$$



$$\vec{F}_2 = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = -\int I dl B \sin \theta \vec{k} = \left[-\int I R B \sin \theta d\theta \right] \vec{k} = -2IRB\vec{k}$$

$$\vec{F}_1 = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = I2RB\vec{k}$$

Sila pôsobiaca na jednotku dĺžky prúdovodiča v homogénom magnetickom poli



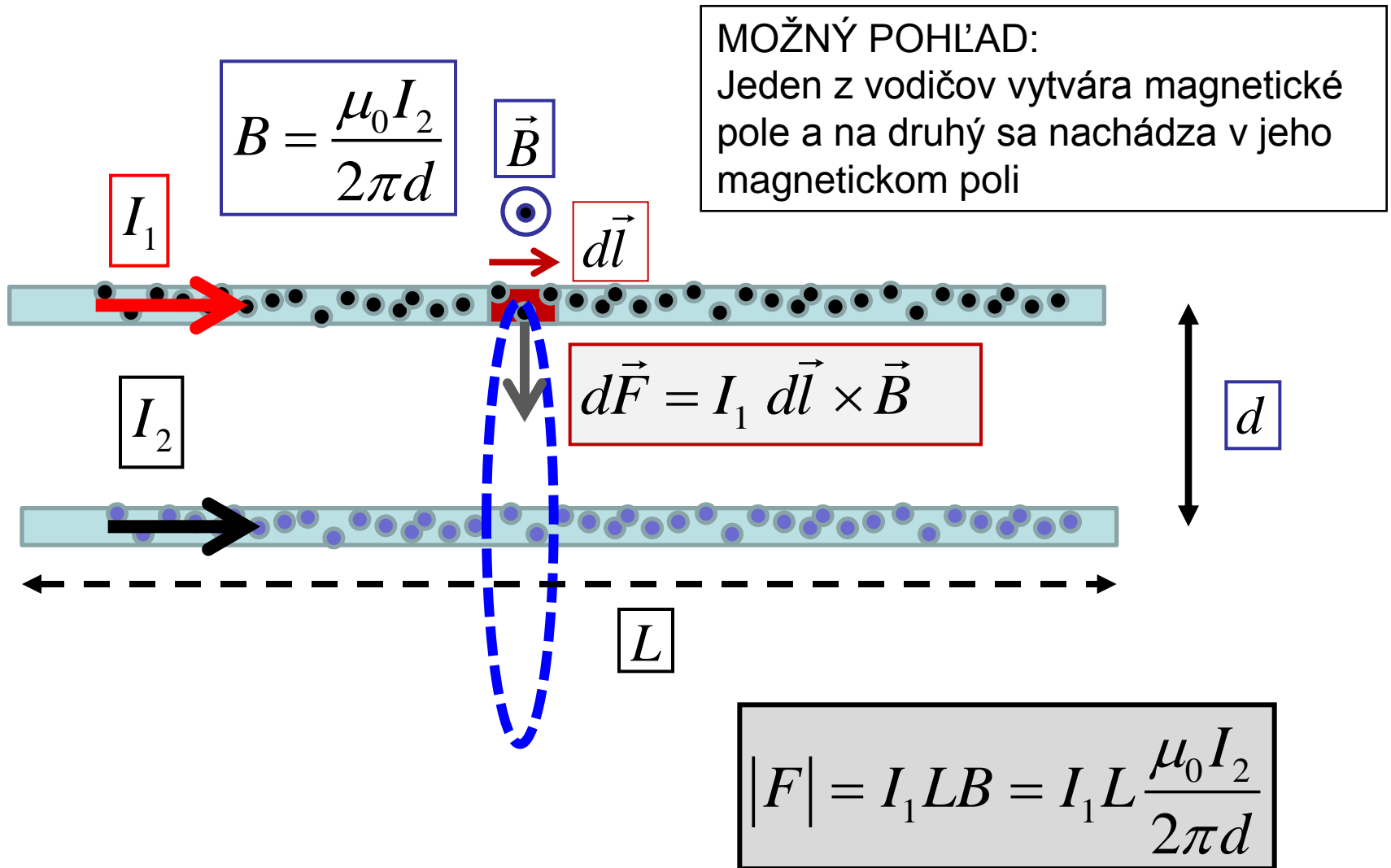
$$\vec{B} = [0, 1, 1] \quad T$$

$$d\vec{l} = dl \vec{k}$$

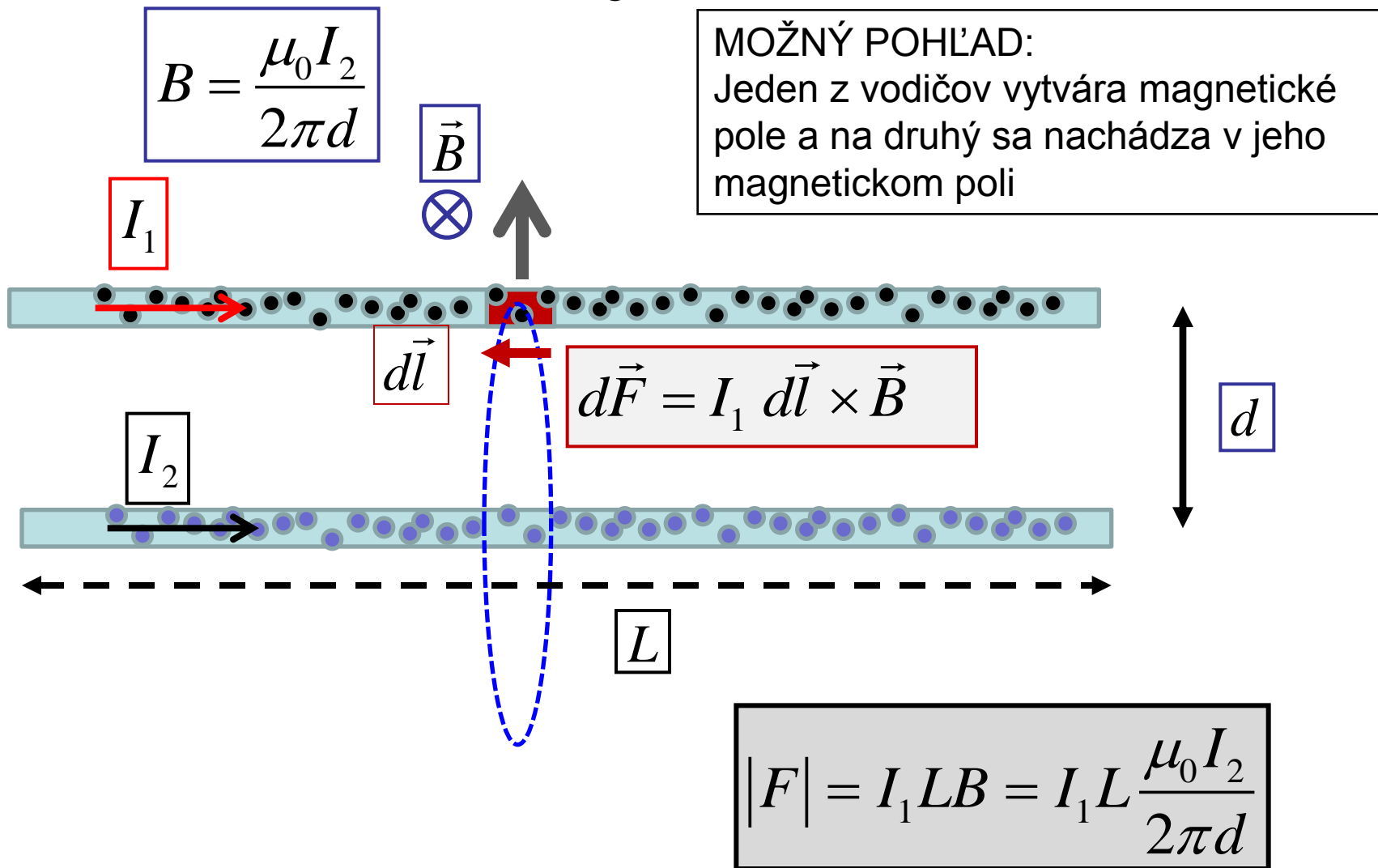
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} = I \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} dl = I [-\vec{i}] B dl \quad N$$

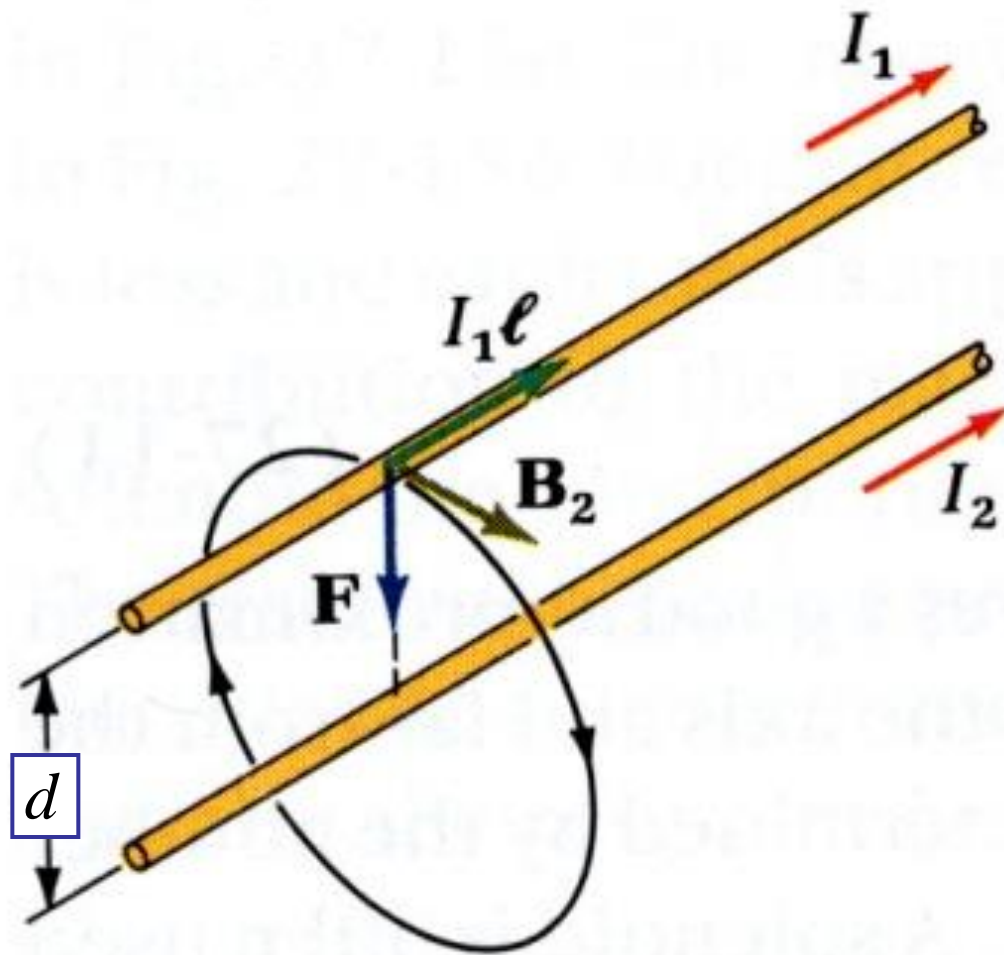
vodič

Silové pôsobenie dvoch rovnobežných vodičov



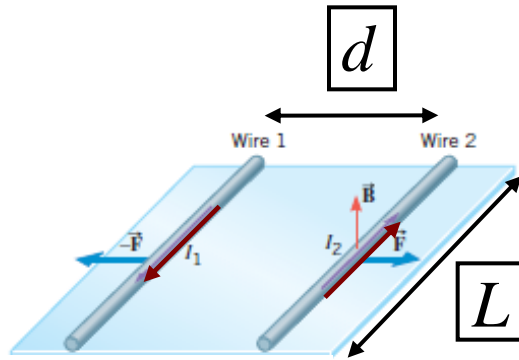
Silové pôsobenie dvoch rovnobežných vodičov



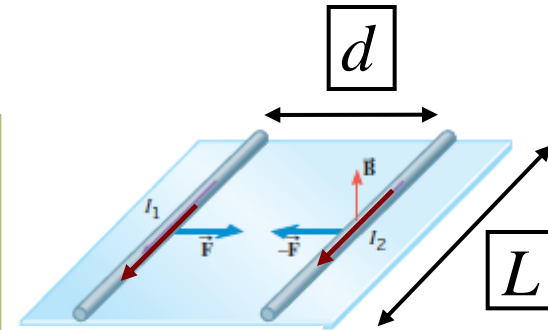


Dva rovnobežné vodiče

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$



odpuďzovanie



príťahovanie

Dva rovnobežné vodiče, ktorými pretekajú súhlasne orientované prúdy sa príťahujú, ak nimi prechádzajú opačne orientované prúdy, potom sa odpudzujú

$$F = \frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2\pi d}$$

Definícia ampéra

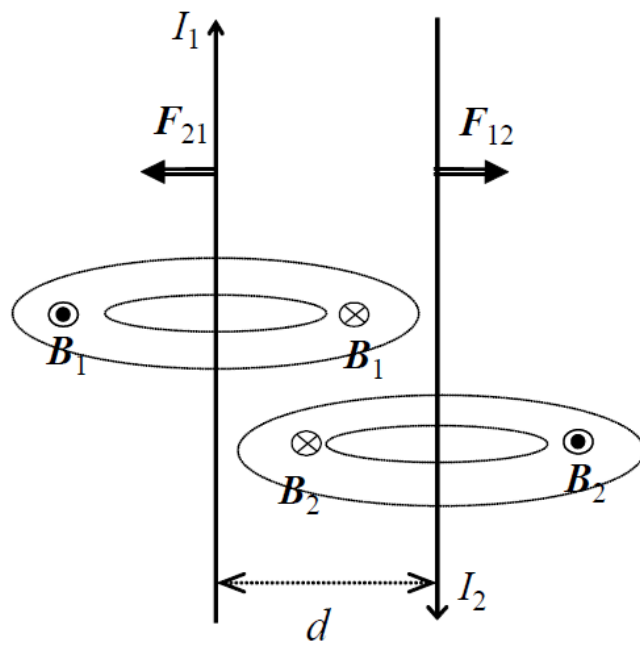
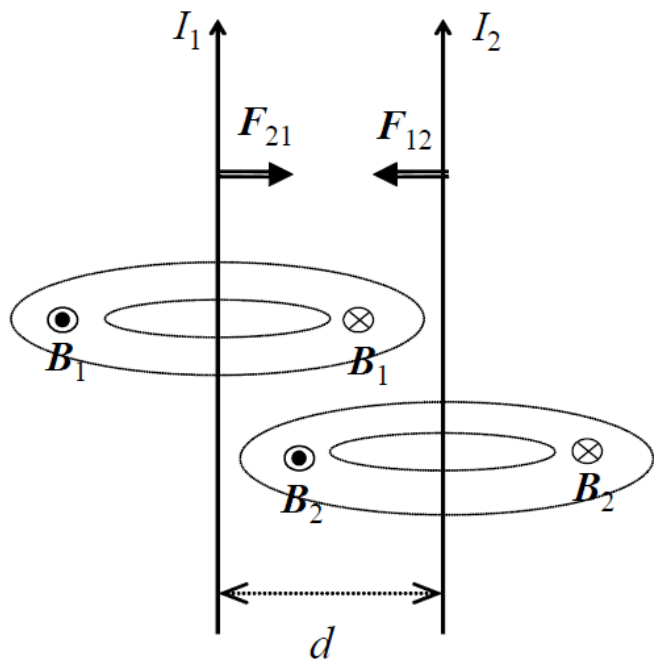
$$I_1 = I_2 = I \Rightarrow F = \frac{\mu_0 L I^2}{2\pi d}$$

Vypočítajme teda silu pôsobiacu na 1 m dĺžky v prípade že paralelnými vodičmi tečie rovnaký prúd 1 A. Po dosadení hodnoty dostaneme

$$F = 2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Definícia Ampéra v sústave SI:

Dlhými priamymi paralelnými vodičmi vo vzdialenosti 1 m vo vákuu preteká prúd 1 A ak vyvolá medzi nimi silu $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ na 1 m dĺžky.

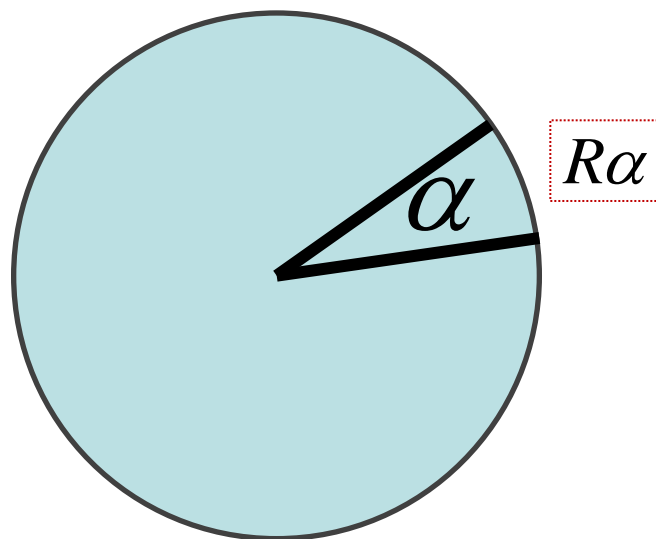


Délka kružnicového oblúka

$$dl_B = r d\alpha$$

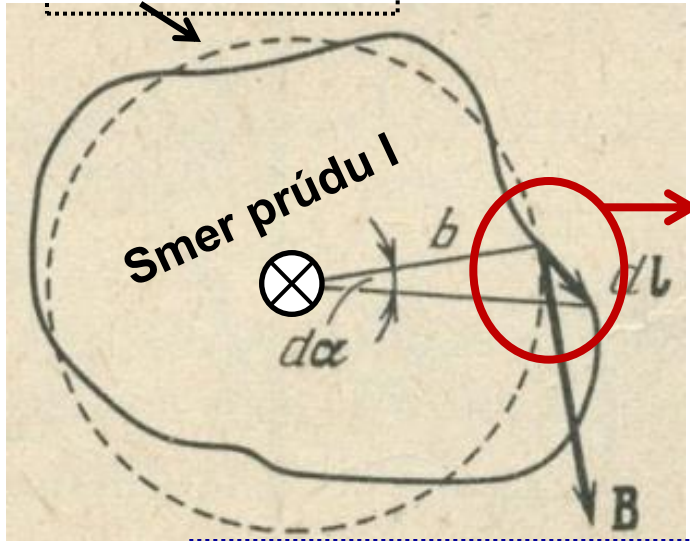
Středový uhol

Celý uhol 2π

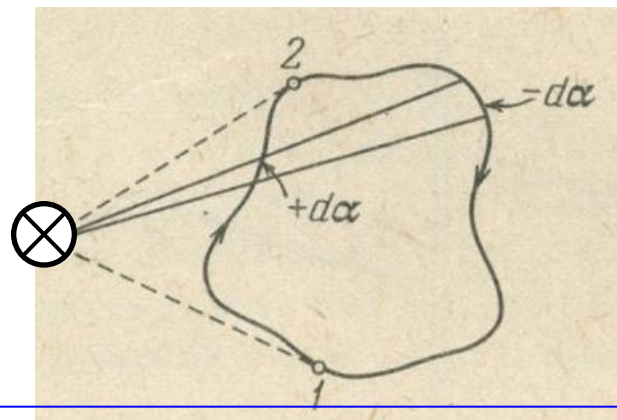


Ampérov zákon

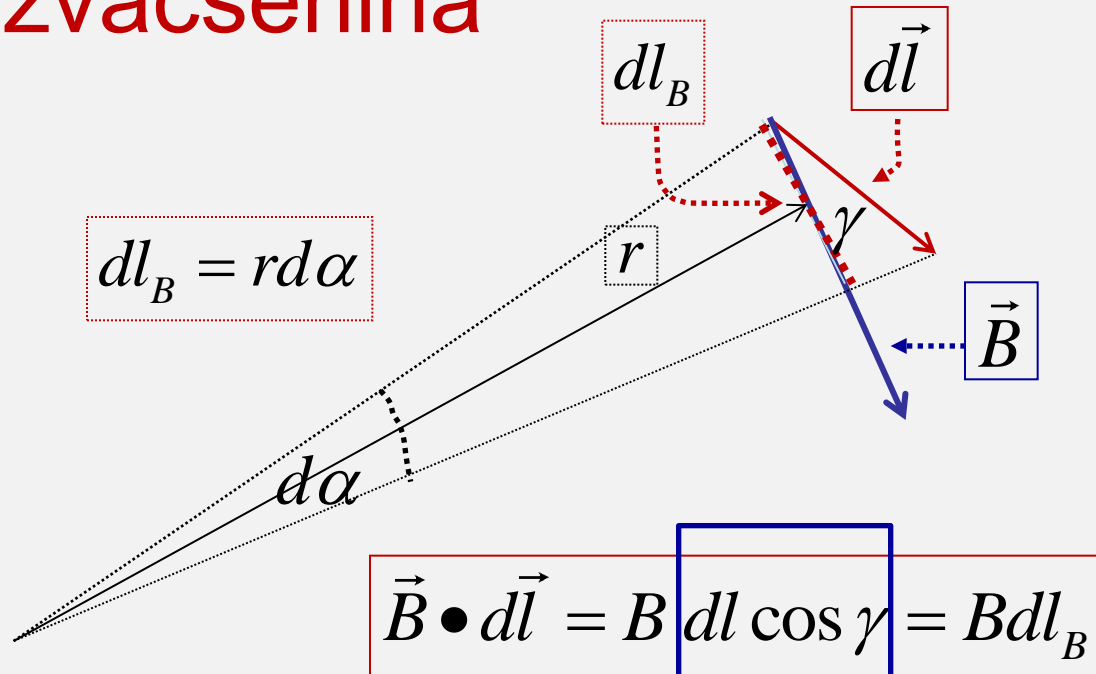
Magnetická indukčná čiara



Vektor \vec{B} je dotyčnicou k indukčnej čiare



zväčšenina

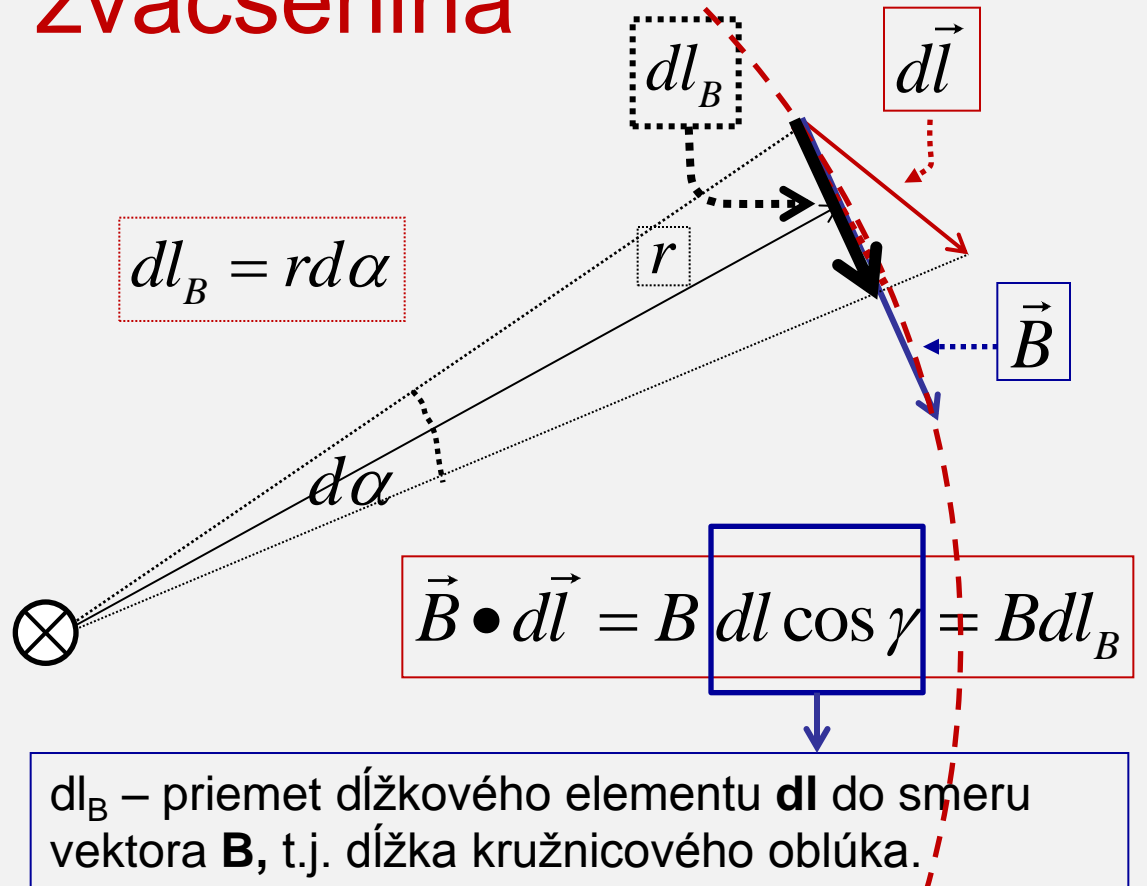


dl_B – priemet dĺžkového elementu $d\vec{l}$ do smeru vektora \vec{B} , t.j. dĺžka kružnicového oblúka.

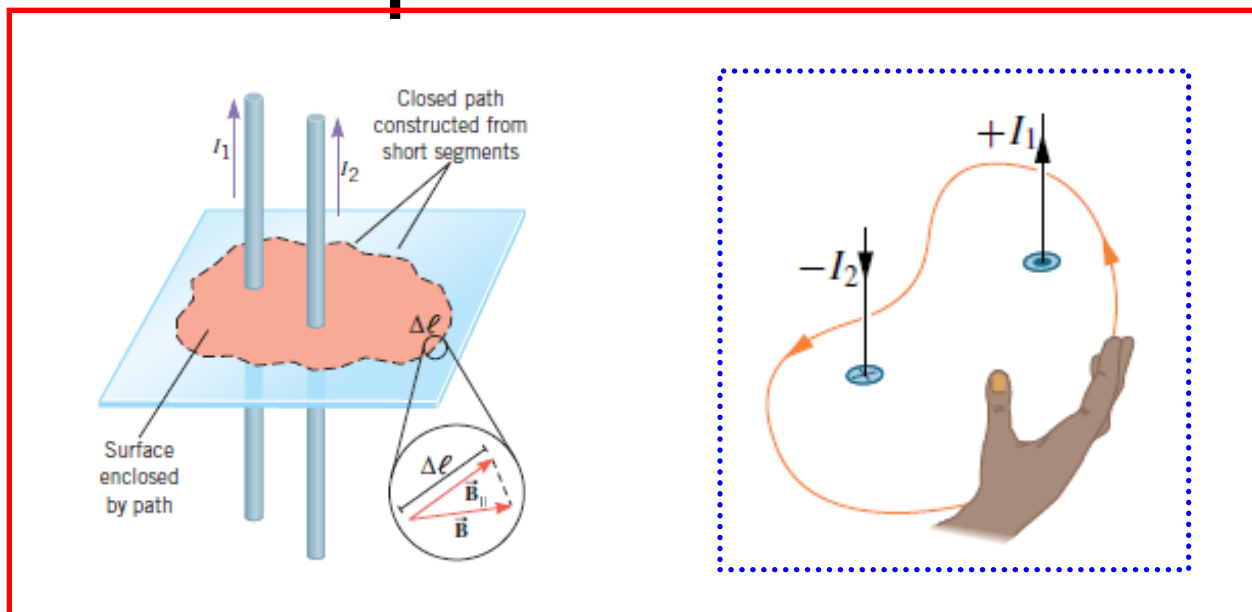
Uhly sčítavame v jednom smere

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl_B = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\alpha = \mu_0 I$$

zvážšena



Ampérov zákon



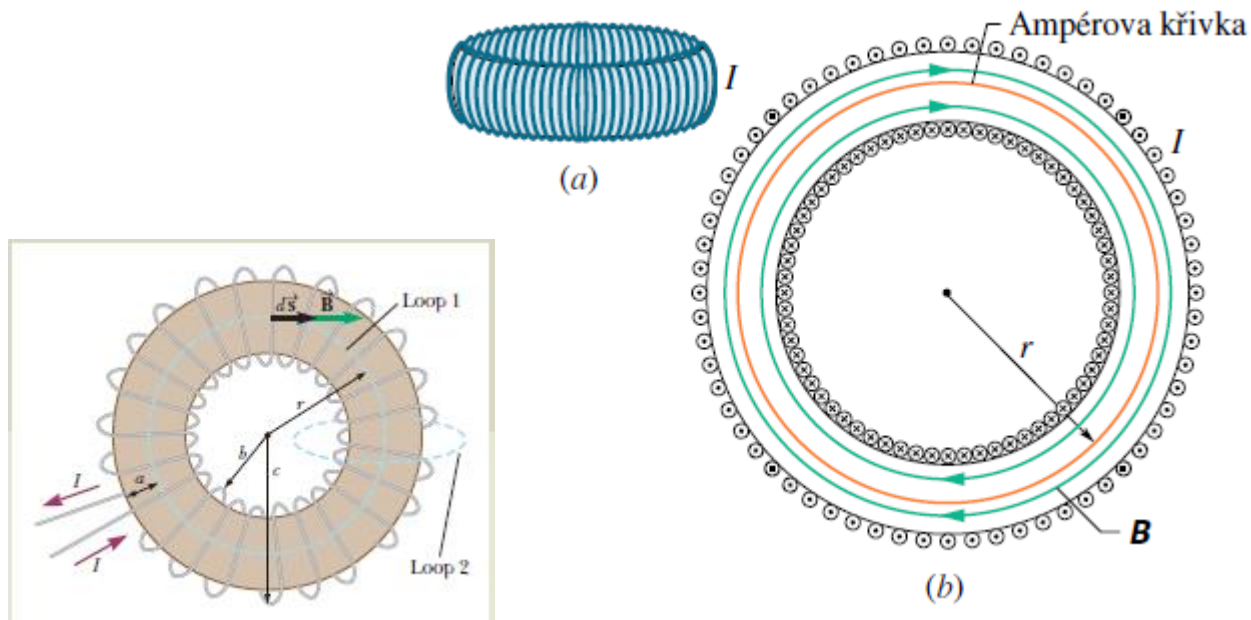
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma} \left(\sum_k \vec{B}_k \right) \cdot d\vec{l} = \sum_k \int_{\Gamma} \vec{B}_k \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k$$

Ak ohnuté prsty určujú smer orientovanej krivky, potom prúdu ktorý tečie v smere vztýčeného prstu priradíme kladné znamienko a prúdu tečúcemu opačne záporné

aplikácie

APLIKÁCIE

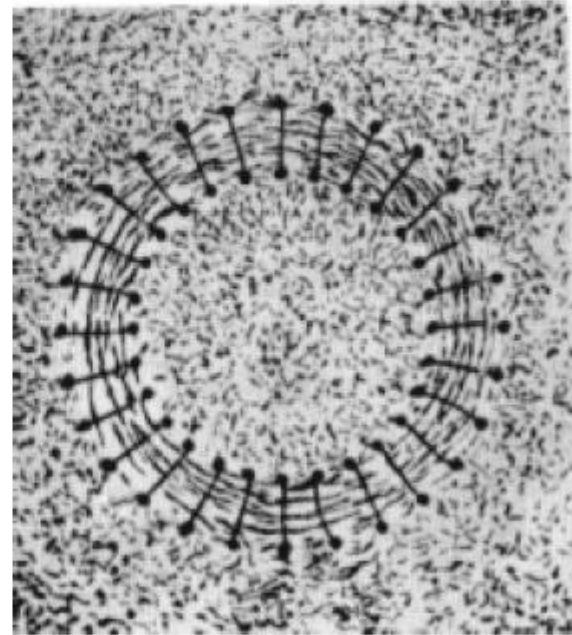
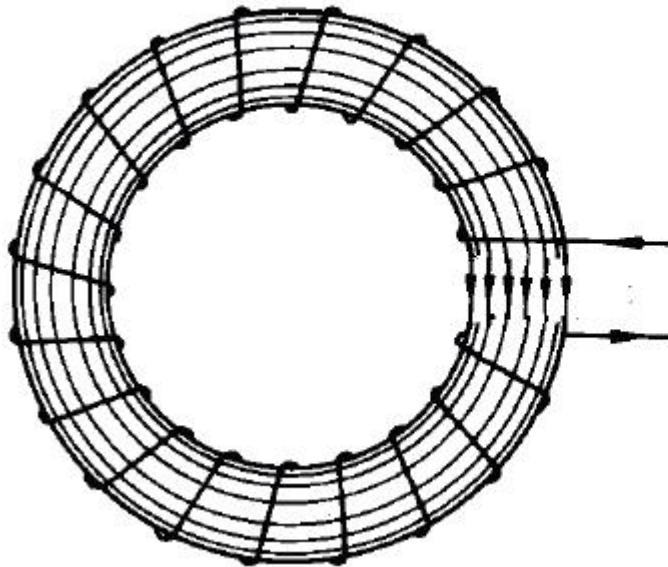
Magnetické pole toroidu



$$B 2\pi r = \mu_0 N I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Magnetická indukcia vo vnútri toroidu nebude konštantná a magnetické pole ani v ideálnom toroide nebude homogénne. Na rozdiel od solenoidu konečnej dĺžky v toroide nemáme žiadne okrajové efekty.

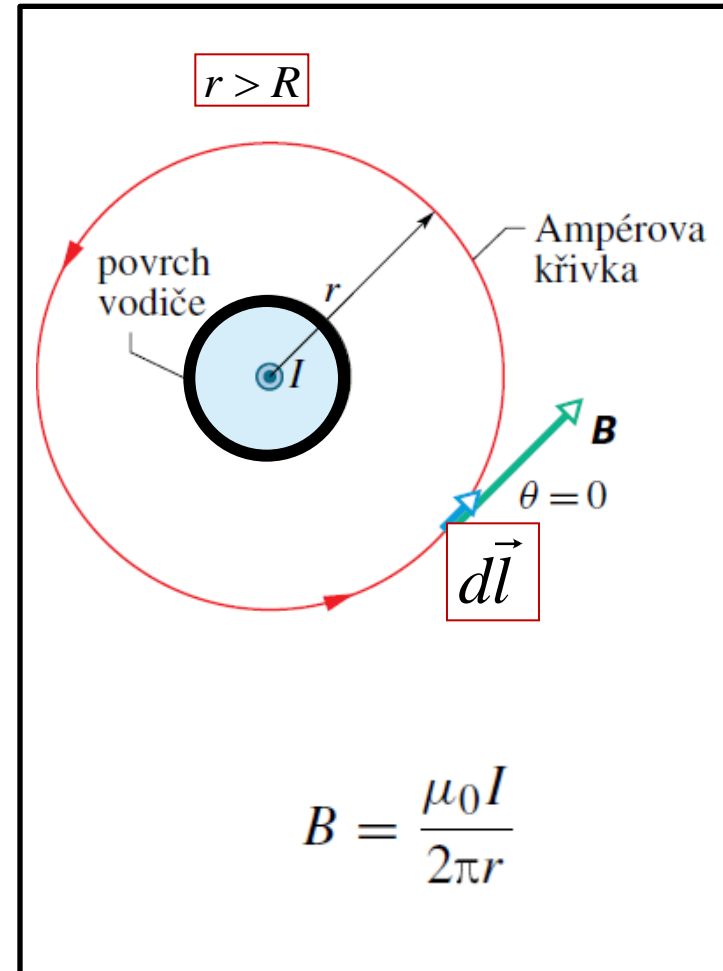
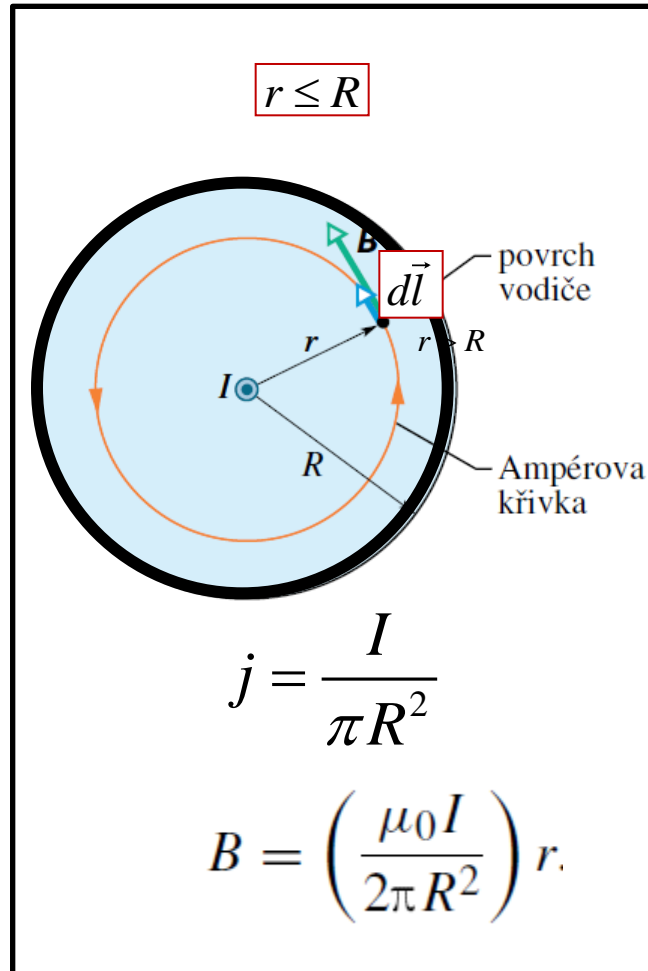
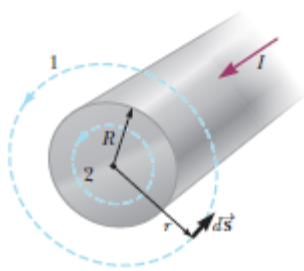
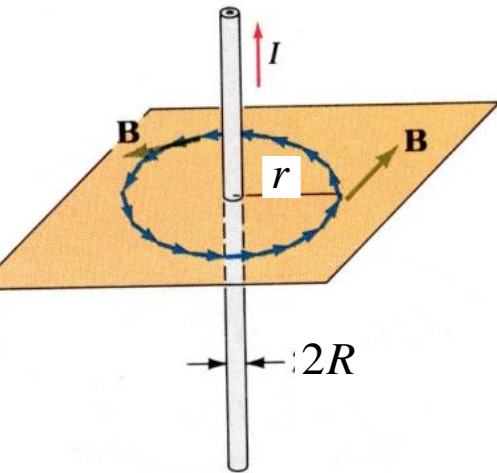
Magnetické pole toroidu



$$B 2\pi r = \mu_0 N I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

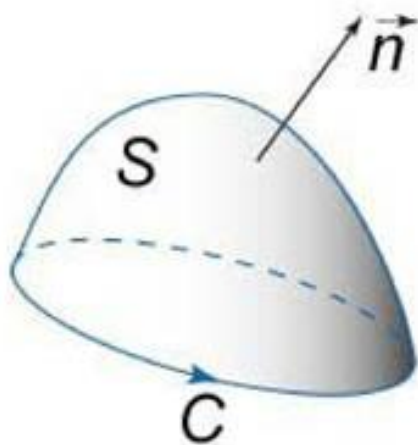
Magnetická indukcia vo vnútri toroidu nebude konštantná a magnetické pole ani v ideálnom toroide nebude homogénne. Na rozdiel od solenoidu konečnej dĺžky v toroide nemáme žiadne okrajové efekty.

Magnetické pole vo vnútri a v okolí nekonečného vodiča.

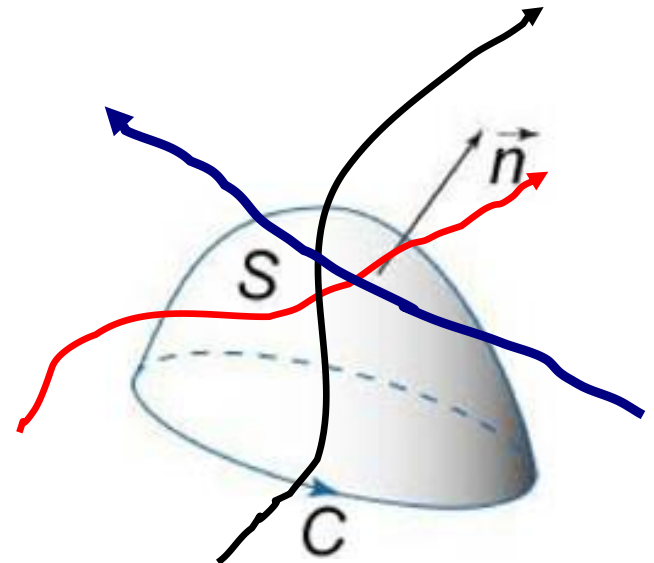


Ako určovať prúd ohraničený krivkou, keď napríklad je slučka nerovinná a prúdy sú rozložené v priestore spojitou ?

Stačí nad krivkou vytvoriť **ľubovoľnú plochu**, ktorej kontúrom bude daná krivka a spočítať (podľa znamienkovej konvencie) celkový prúd, ktorý cez takto vytvorenú plochu prechádza:



$$I = \int_{\Sigma_{\Gamma}} \vec{j} \bullet d\vec{S}$$

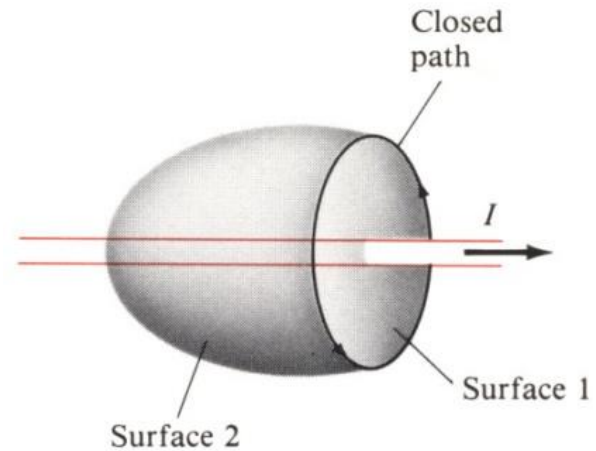
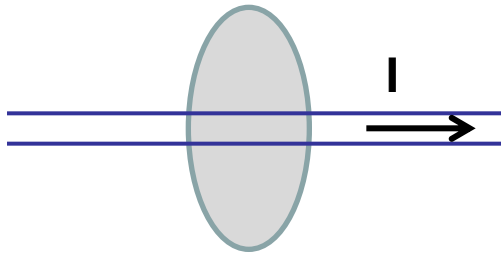


Ten prúd, ktorý neprechádza cez vnútro kontúru, ak cez plochu vstúpi, potom aj vystúpi, takže neprispeje.

Ampérov zákon, zákon celkového prúdu

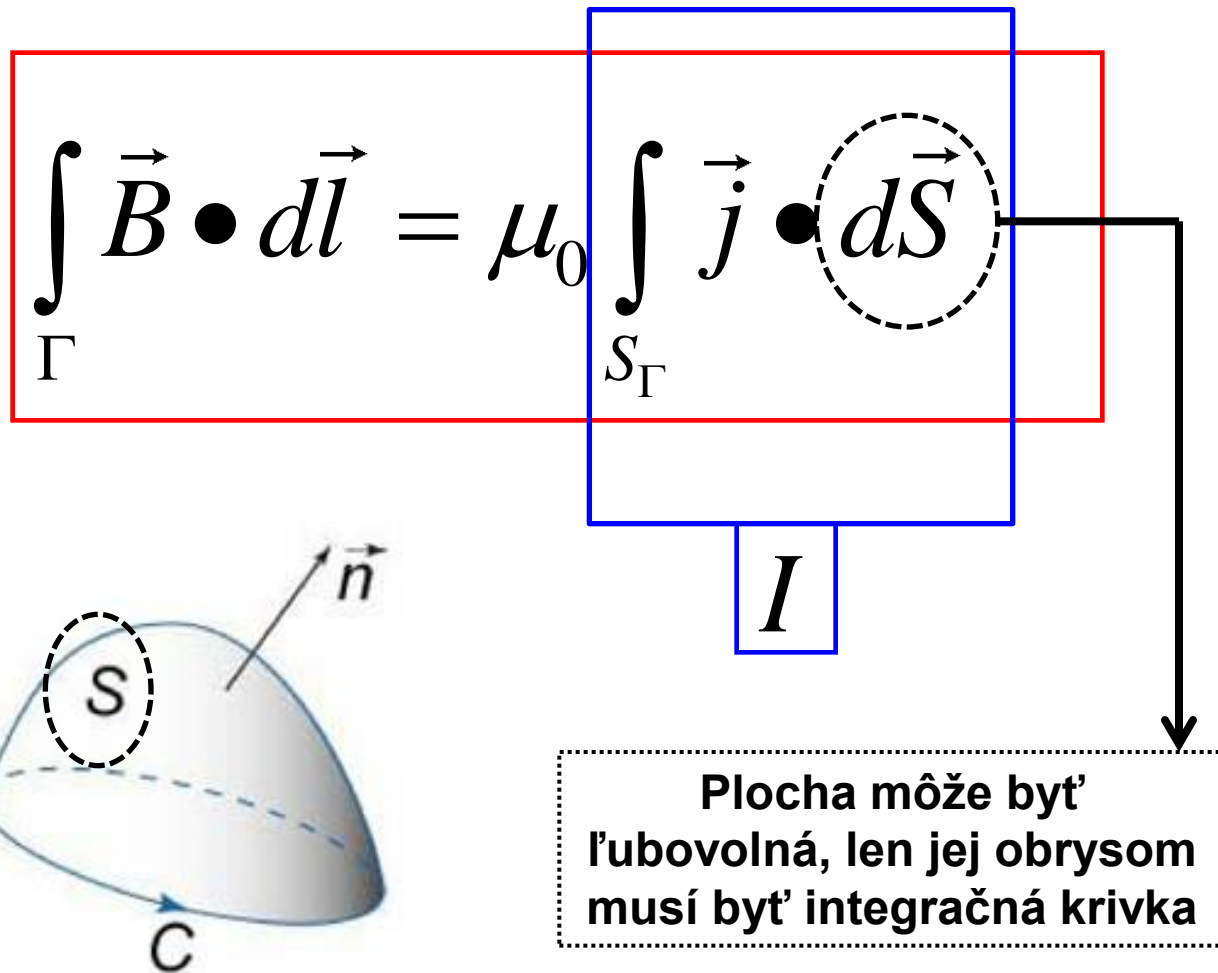
$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_{\Gamma}} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

I



Diskrétny vodič

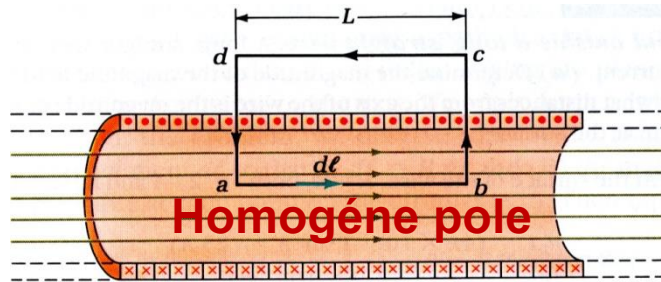
Testovanie rovnice



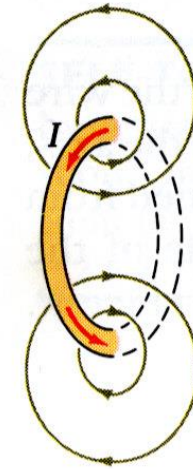
Magnetické pole ideálneho solenoidu

Husto vinutá cievka

Ideálny, nekonečne dlhý solenoid

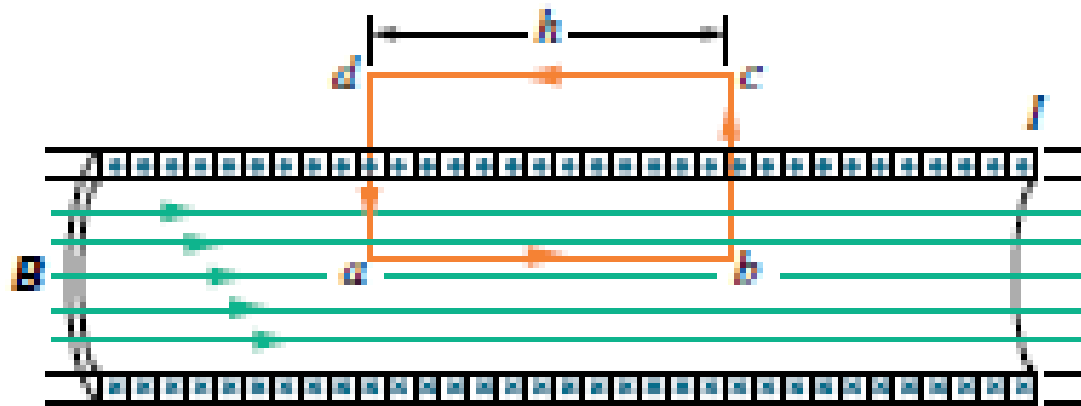
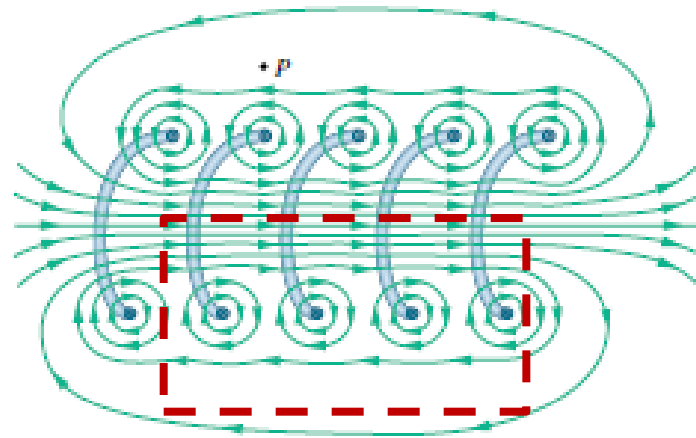


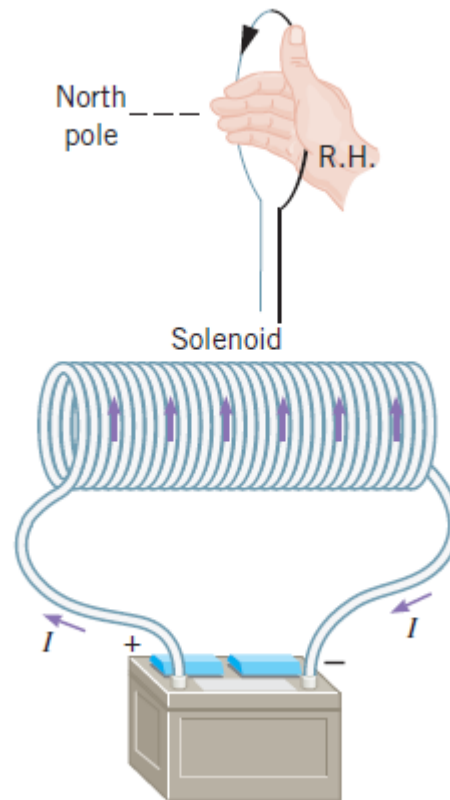
Mimo solenoidu $B = 0$



$$B = \mu_0 I n$$

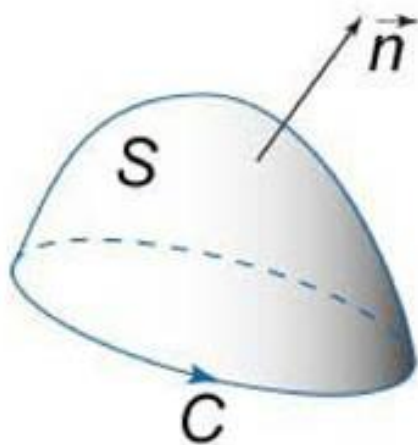
n - počet závitov na jednotku dĺžky



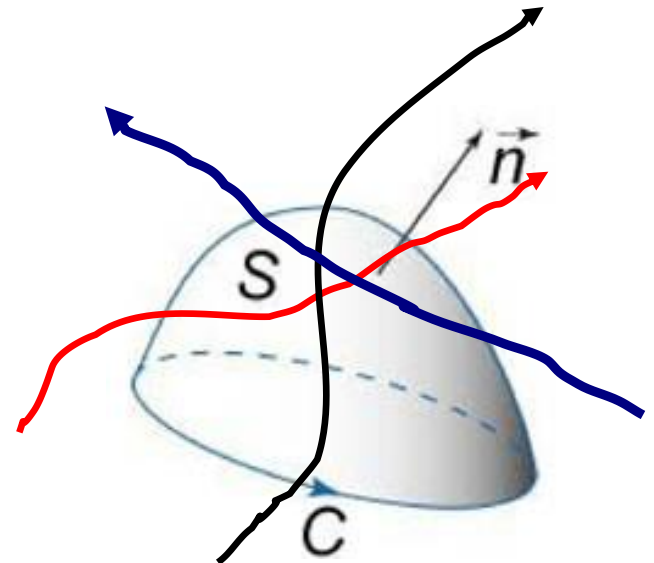


Ako určovať prúd ohraničený krivkou, keď napríklad je slučka nerovinná a prúdy sú rozložené v priestore spojitou ?

Stačí nad krivkou vytvoriť **ľubovoľnú plochu**, ktorej kontúrom bude daná krivka a spočítať (podľa znamienkovej konvencie) celkový prúd, ktorý cez takto vytvorenú plochu prechádza:

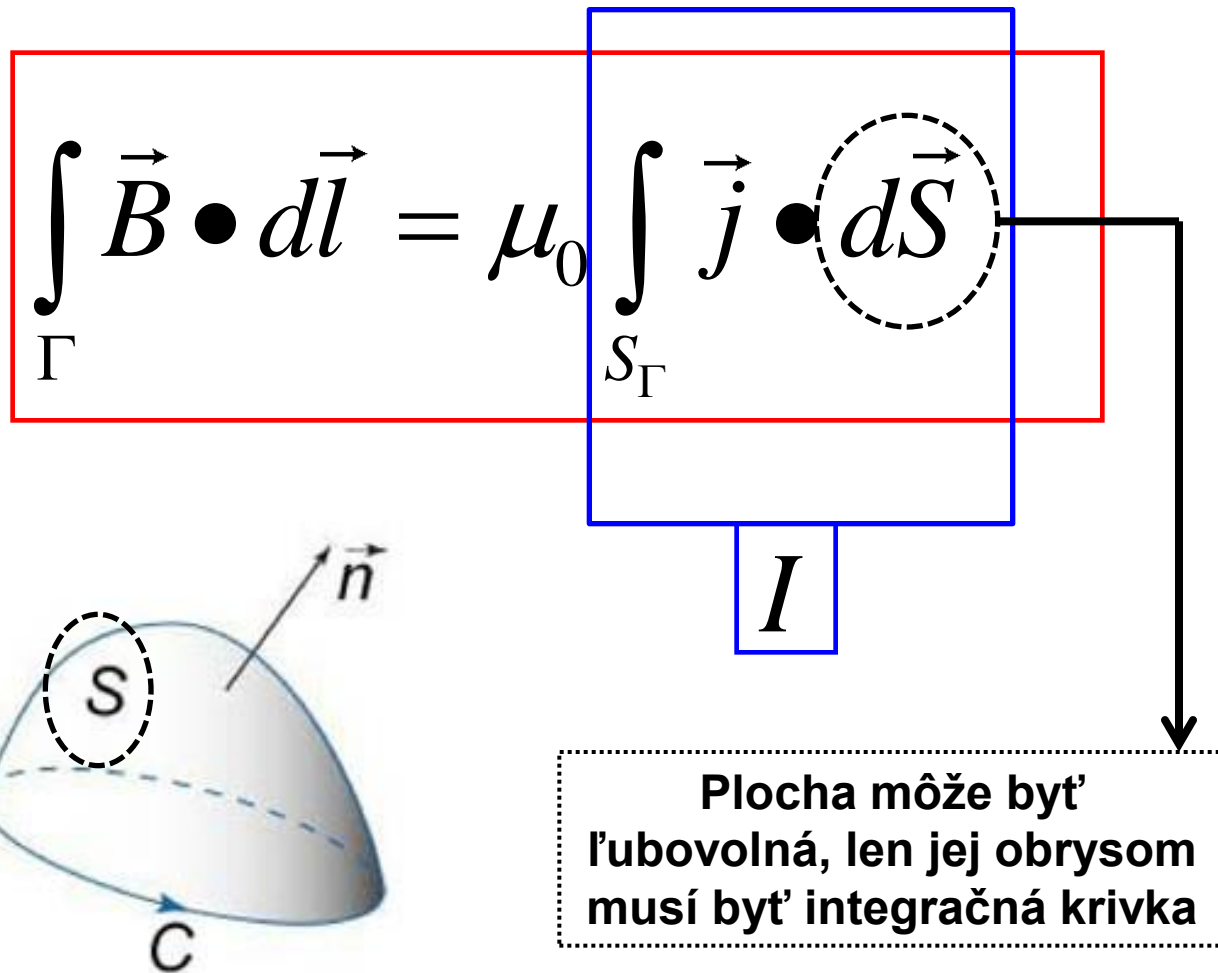


$$I = \int_{\Sigma_{\Gamma}} \vec{j} \bullet d\vec{S}$$



Ten prúd, ktorý neprechádza cez vnútro kontúru, ak cez plochu vstúpi, potom aj vystúpi, takže neprispeje.

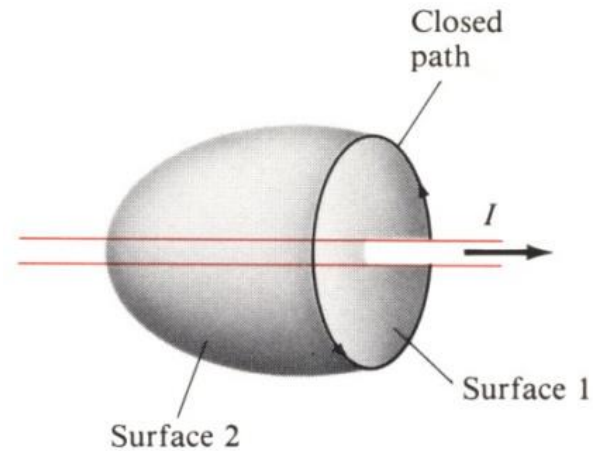
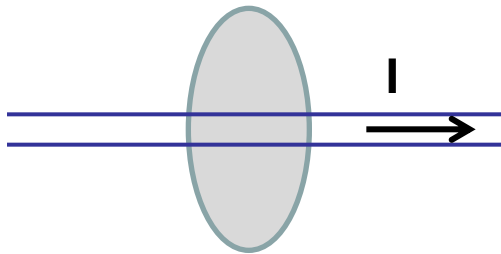
Testovanie rovnice



Ampérov zákon, zákon celkového prúdu

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_{\Gamma}} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

I



Diskrétny vodič