

Dynamika

Sila a pohyb

Newtonove zákon

1. zákon – princíp zotrvačnosti

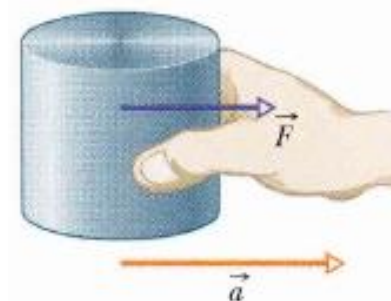
Teleso, ktoré je v pokoji, alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, zotráva vo svojom pohybovom stave, pokiaľ nie je prinútené vplyvom nejakých interakčných síl, zmeniť svoj pohybový stav.

2. zákon – princíp sily

Ak na teleso s hmotnosťou m pôsobí výsledná sila F , potom mu udeľuje zrýchlenie a , pre ktoré platí:

Jednotka sily je Newton

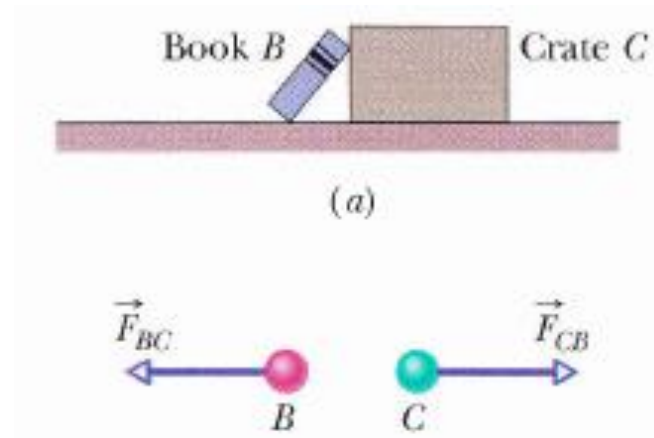
$$m\vec{a} = \vec{F}$$



3. zákon – zákon akcie reakcie

Ak jedno teleso pôsobí na druhé teleso určitou silou, potom druhé teleso pôsobí na prvé rovnako veľkou silou, opačne orientovanou

Zákon akcie reakcie



Ak jedno teleso pôsobí na druhé teleso určitou silou, potom druhé teleso pôsobí na prvé rovnako veľkou silou, opačne orientovanou

Sily akcie a reakcie pôsobia vždy na rôzne telesá. Nesčítavajú sa a preto sa nemôžu vyrušiť !!!

Druhý Newtonov zákon

$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} ma_x = F_x \\ ma_y = F_y \\ ma_z = F_z \end{cases}$$

Zložka zrýchlenia v smere danej súradnicovej osi je určená iba súčtom zložiek všetkých síl pôsobiacich v tomto smere

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

**Vektorová výslednica
všetkých síl pôsobiacich na
teleso**

Ak $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ teleso je v rovnováhe

Dôsledok:

Ak niektorá zložka sily je nulová, potom teleso v smere tejto zložky nemení svoju rýchlosť.

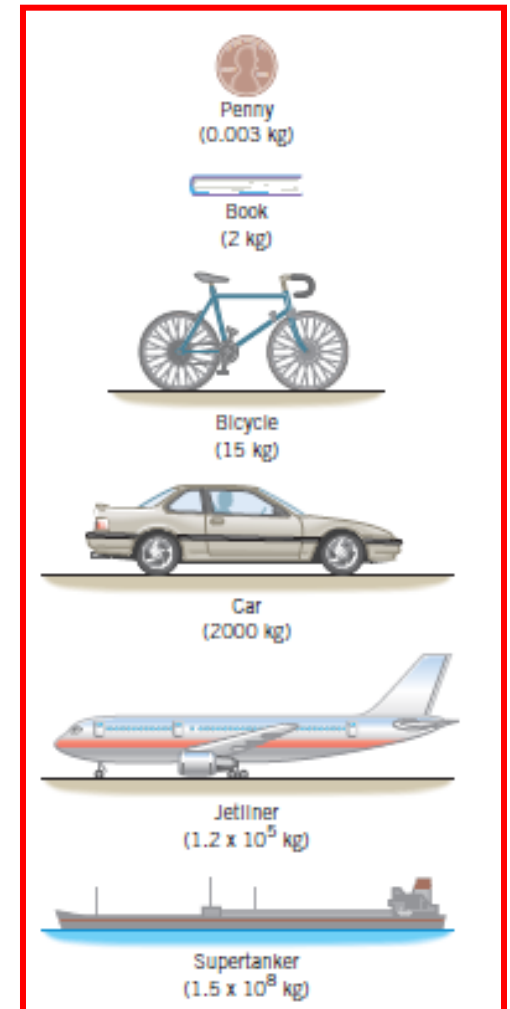
Ak napr. $ma_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow v_x = konst$

Hmotnosť

Hmotnosť je vlastnou charakteristikou telesa, ktorá je mierou jeho zotrvačných vlastností.
Jednotka hmotnosti kg.

Meranie hmotností (porovnávaním zrýchlenia)

$$\frac{m_x}{m_0} = \frac{a_0}{a_x} \Rightarrow m_x = m_0 \frac{a_0}{a_x}$$

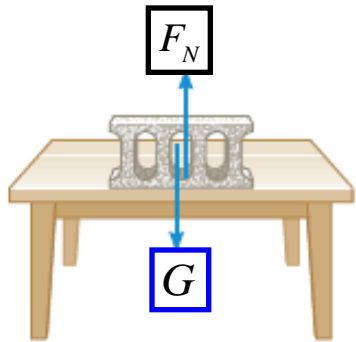


Základné sily

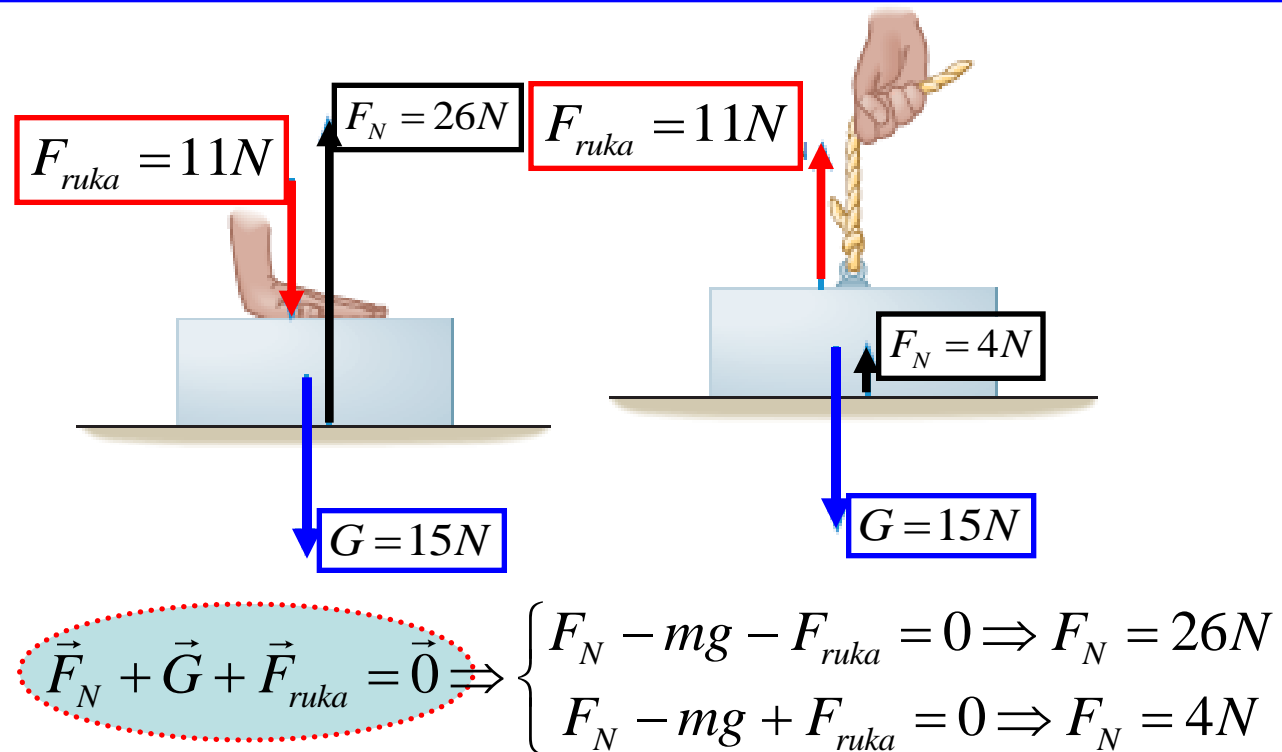
Tiažová sila je sila, ktorá pôsobí na zemskom povrchu na teleso a udeľuje mu zrýchlenie g . Sila je orientovaná do stredu Zeme.:

$$\vec{G} = m\vec{g} = -mg\vec{j} \quad g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

Kolmá tlaková sila je sila (N , F_N), ktorou pôsobí podložka na teleso. Sila má smer normály na podložku.



$$\vec{F}_N + \vec{G} = \vec{0} \Rightarrow F_N = G$$

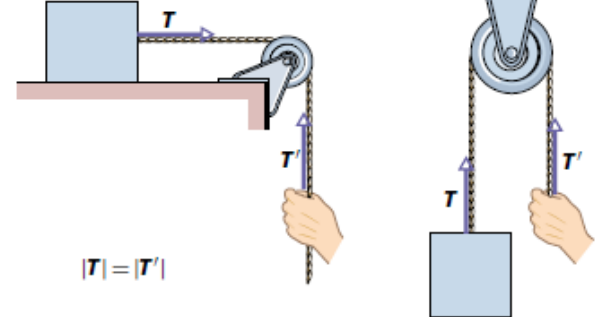
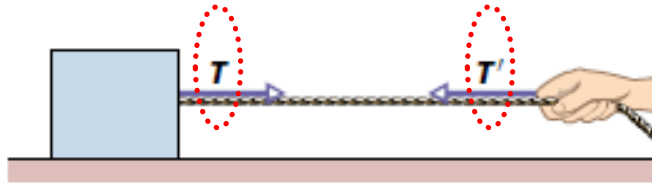


Ťahová sila

Ťahová sila je sila spôsobená napnutím lanka.
Lanko realizuje spojenie dvoch telies.

Sily, ktorými lanko pôsobí na okolité objekty

T T'



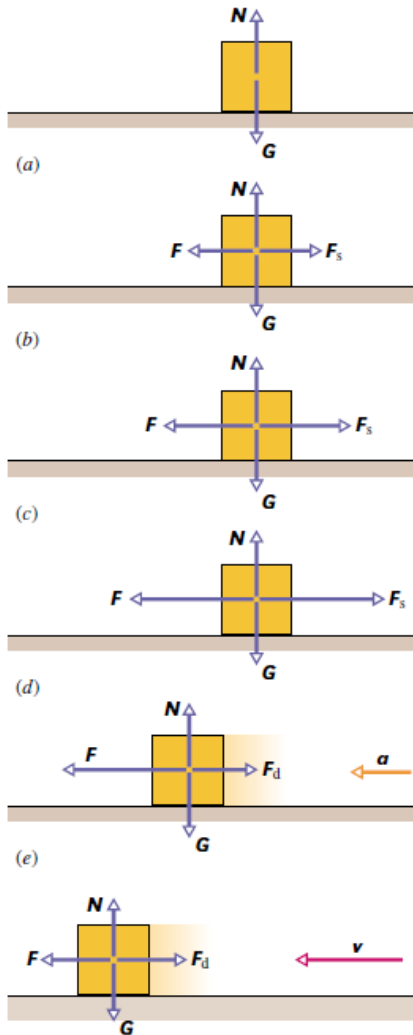
Sily, ktorými okolité objekty pôsobia na lanko. Zo zákona akcie reakcie: $F = T$



$$F' - F = m_{lana} a$$

Nehmotné lanko:

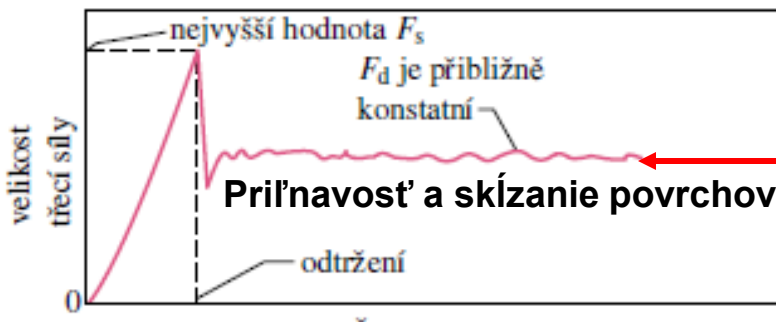
$$m_{lana} = 0 \Rightarrow F = F' \Rightarrow T = T'$$



Stav pokoja
Statické trenie.

Stav pohybu
Dynamické trenie.

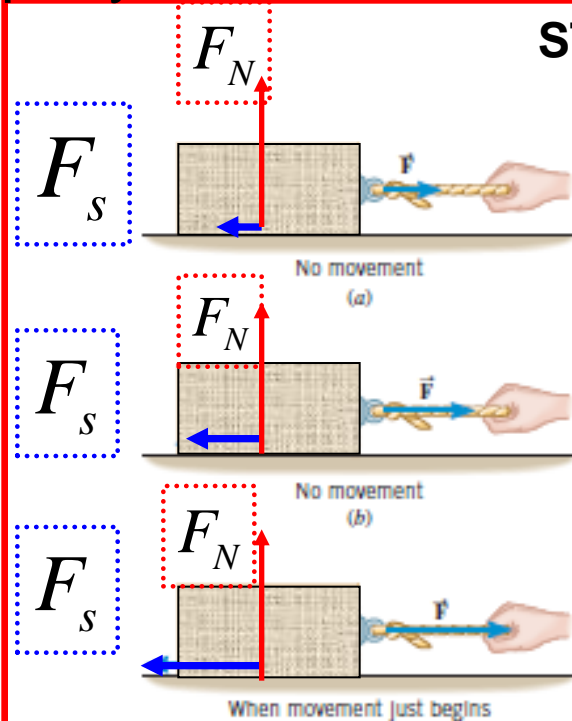
Trecia sila je sila, ktorá vzniká z dôvodu **nedokonalaj hladkosti vztyčných plôch**. Táto sila je vždy orientovaná proti smeru pohybu telesa.



Obvykle má dynamická trecia sila menšiu veľkosť ako maximálna prípustná hodnota statického trenia

Trecia sila je sila, ktorá vzniká z dôvodu nedokonalnej hladkosti vztyčných plôch. Táto sila je vždy orientovaná proti smeru pohybu telesa.

STATICKÁ TRECIA SILA



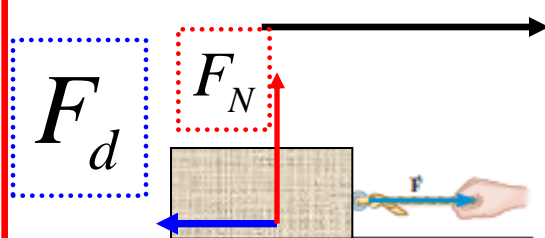
Kolmá tlaková sila je sila

$$F_{s,\max} = f_s F_N$$

Koeficient statického trenia

Smer pohybu

DYNAMICKÁ TRECIA SILA



$$F_d = f_d F_N$$

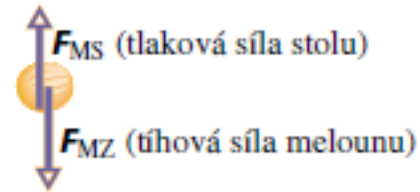
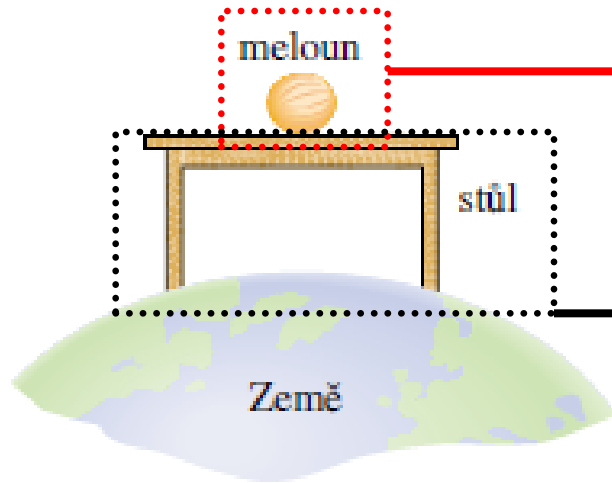
Koeficient dynamického trenia

Algoritmus riešenia úloh z dynamiky

- 1, Určiť a zakresliť sily pôsobiace na teleso, ktorého pohybový stav popisujeme
- 2, Rozložiť pôsobiace sily do dvoch navzájom kolmých zložiek. Po rozklade treba zabudnúť na pôvodné sily a pracovať iba s jej zložkami.

Pozn. Hoci výber smerov rozkladu je ľubovoľný, ukazuje sa výhodné rozkladať sily v smere zrýchlenia telesa a v smere naň kolmom.

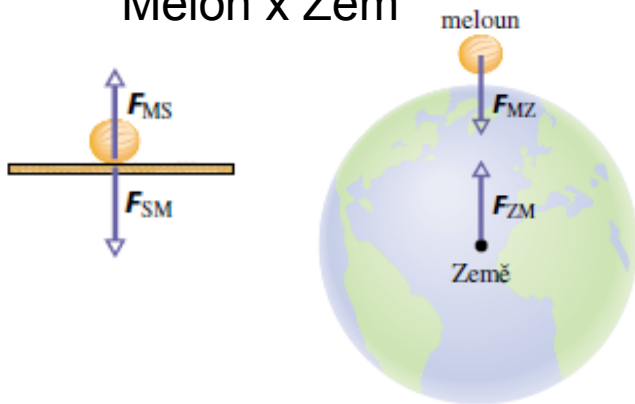
Pri popise pohybového stavu telesa nás zaujímajú **len sily, ktoré na toto teleso pôsobia** a nie sily, ktorými teleso pôsobí na okolie.



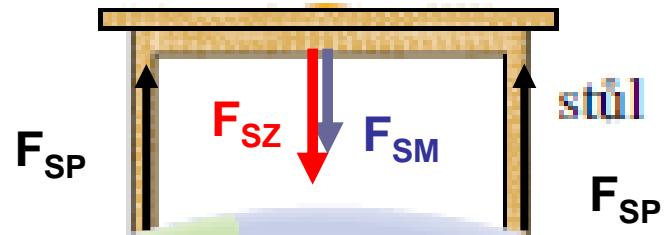
Melón je v kontakte (teda aj v interakcii)
so **Zemou** ...Z
so **stolom**....S

Akcie reakcie

Stol x melón
Melón x Zem

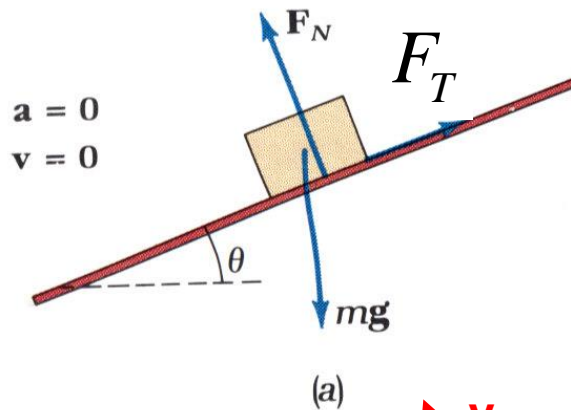


Sily akcie a reakcie pôsobia vždy na rôzne telesá.



Stôl je v kontakte (teda aj v interakcii)
so **Zemou** ...Z
s **melónom**....M
s **pôdou**.....P

Teleso stojí na naklonenej rovine.
Nájdite kritický uhol θ , aby sa teleso
začalo pohybovať. Koeficient statického
trenia je f_s

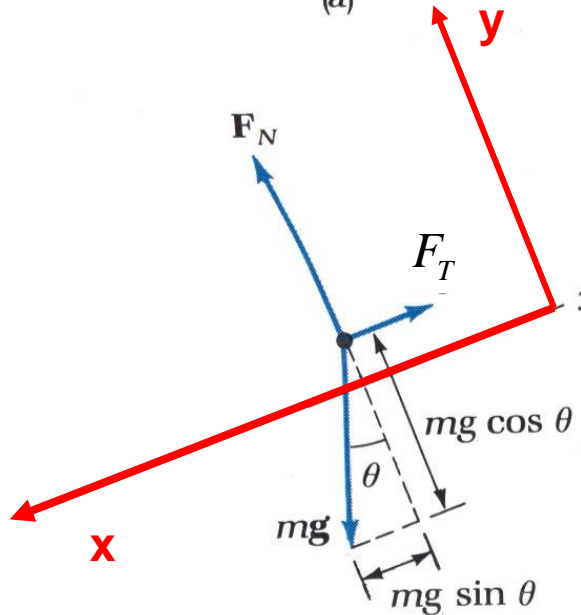


$$\sum_i F_x = 0 \Rightarrow -F_s + mg \sin \varphi = 0$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg \cos \varphi = 0$$

$$F_s \in \langle 0, F_{s,\max} \rangle$$

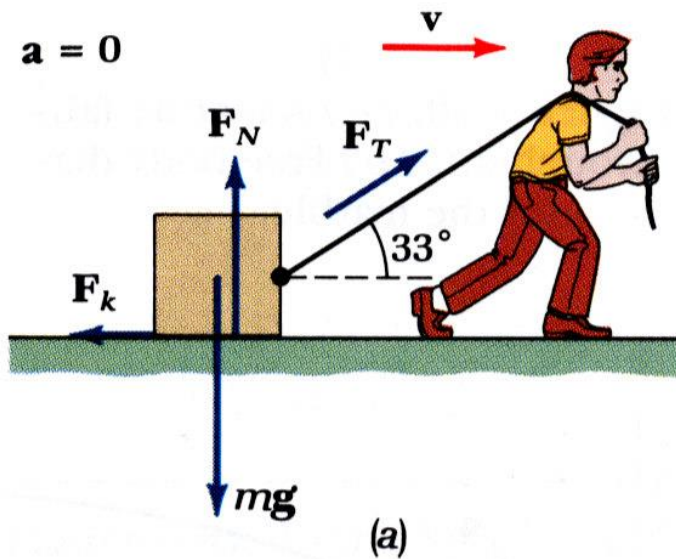
Určte dráhu, ktorú prejde teleso za
čas t , ak uhol $\theta = \theta_{\text{krit}}$.



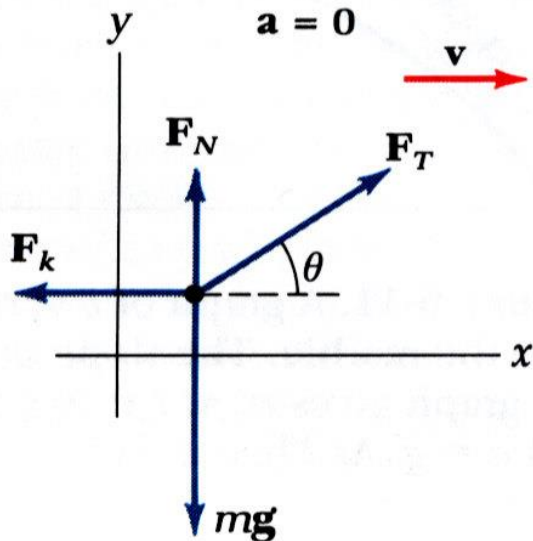
Teleso sa pohybuje so zrýchlením a v smere osi x

$$\sum_i F_x = ma \Rightarrow -F_d + mg \sin \varphi = ma$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg \cos \varphi = 0$$



Chlapec s hmotnosťou m ťahá lano po podložke s dynamickým koeficientom trenia f_d , pod uhlom $\varphi = 33^\circ$. Určte napätie lana v prípade, že teleso sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v .

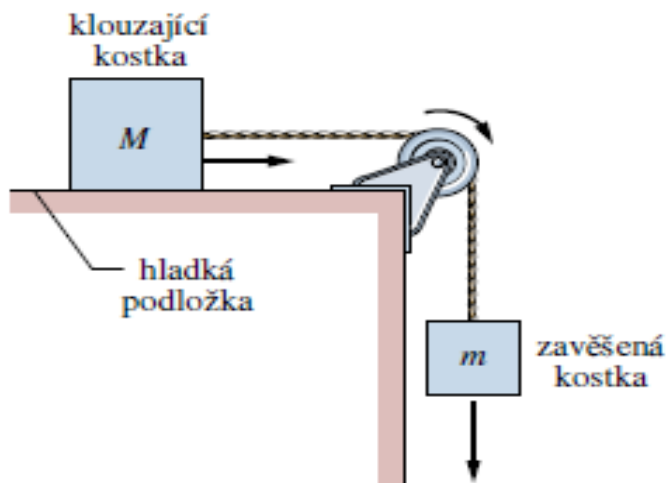


$$\sum_i F_x = 0 \Rightarrow F_T \cos \varphi - f_d F_N = 0$$

$$\sum_i F_y = 0 \Rightarrow F_T \sin \varphi + F_N - mg = 0$$

TRECIA SILA ZÁVISÍ OD TLAKOVEJ ZLOŽKY F_N

Príklad



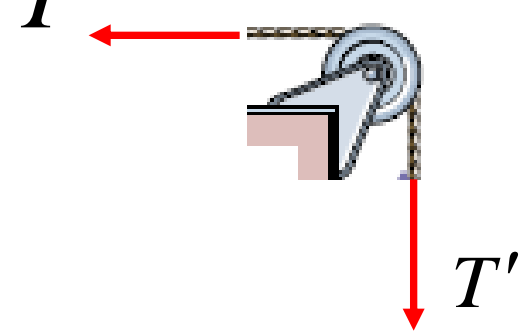
Na obrázku sú zobrazené dve kocky s rôznymi hmotnosťami, ktoré sa pohybujú zrýchleným pohybom. Predpokladajte, že hmotnosť kladky je zanedbateľná.

- 1, Určte zrýchlenie sústavy.
- 2, Určte silu, ktorá napína lano.

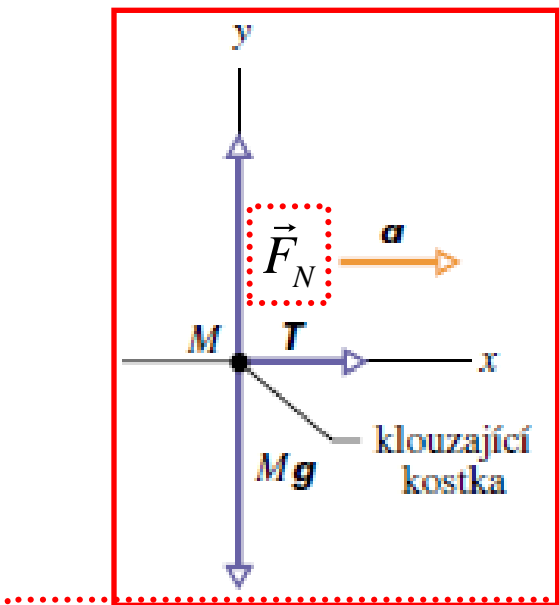
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Príklad

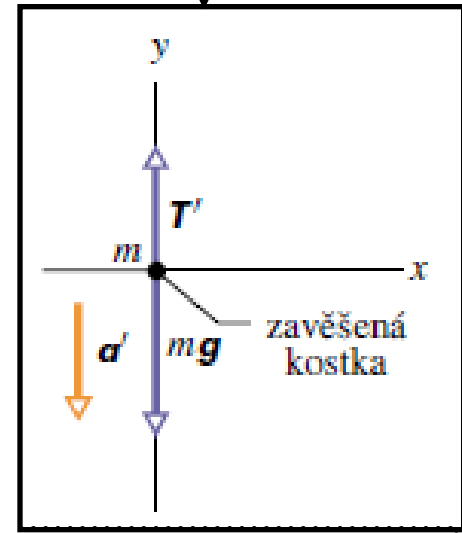
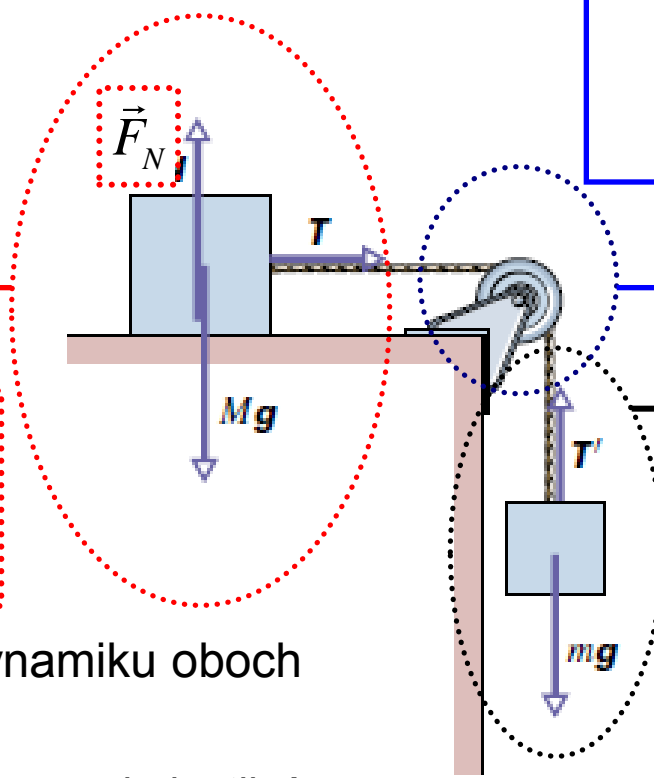
T Kladka mení smer sily



$$|\vec{T}'| = |\vec{T}|$$



$$\vec{F} = M\vec{a} \begin{cases} T = Ma \\ N - Mg = 0 \end{cases}$$

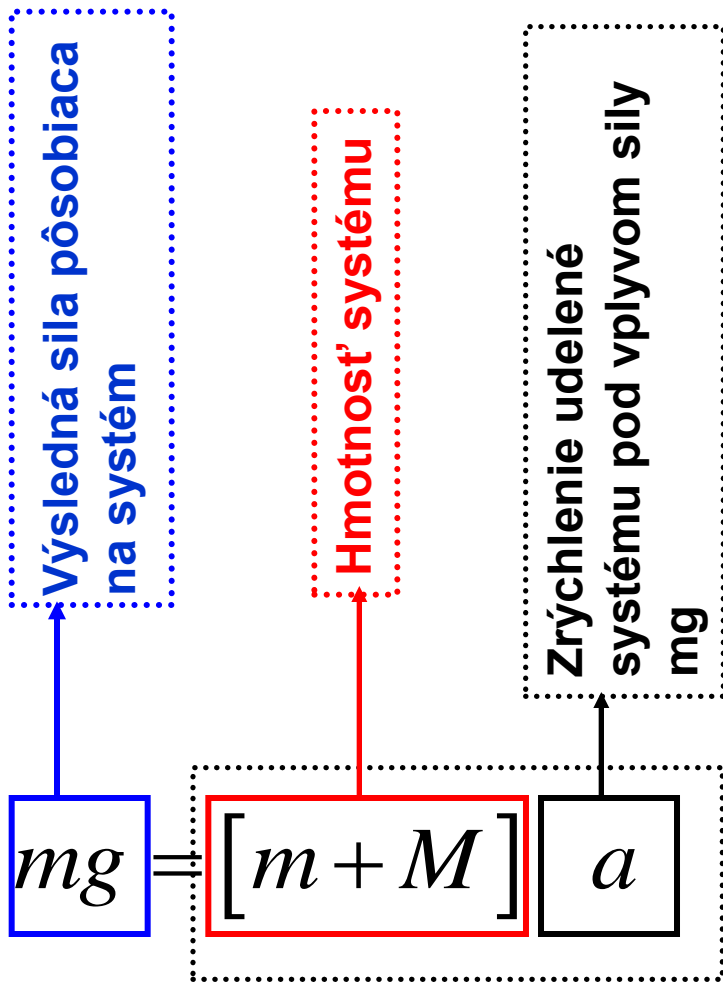


$$T' - mg = -ma$$

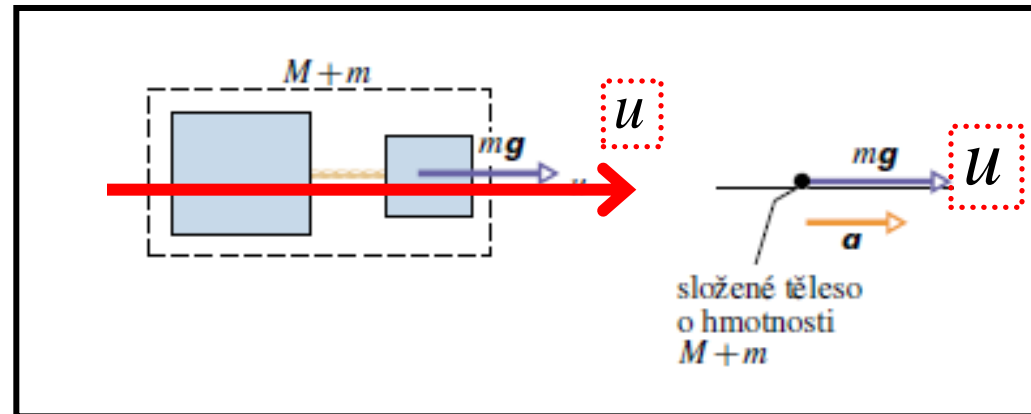
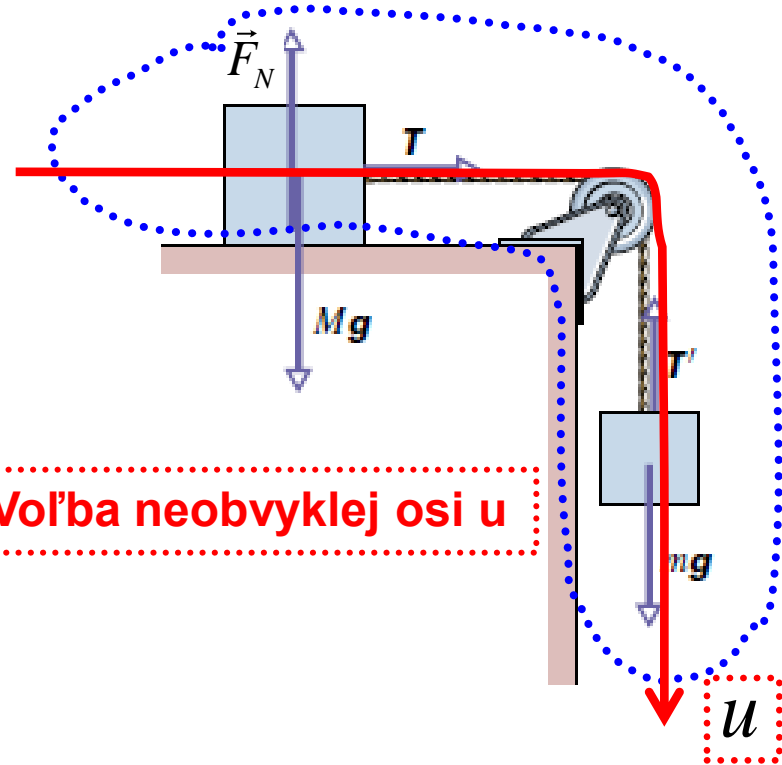
ALGORITMUS. (Popíšeme dynamiku oboch telies).

- 1, Zakreslíme všetky sily pôsobiace na jednotlivé objekty.
- 2, Uvedomíme si, že **zrýchlenie je rovnaké**
- 3, Napíšeme pohybovú rovnicu pre **dva navzájom kolmé smery** v algebraickom tvare. Jeden zo smerov zvolíme v smere pohybu telesa. POZOR NA SPRÁVNE ZNAMENKA !!!

Alternatívny prístup



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$



Rovnomerný pohyb po kružnici

Základné charakteristiky: $|\vec{v}| = v = \text{konš}$

Periód T – čas, za ktorý hmotný bod obehne kružnicu, t.j. čas po ktorom sa celý pohyb opakuje:

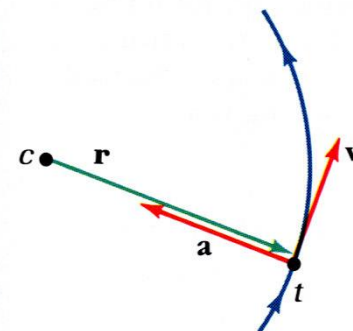
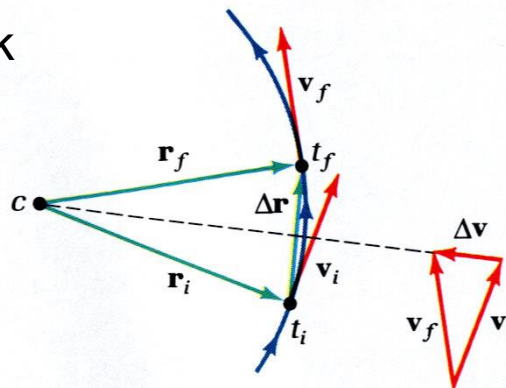
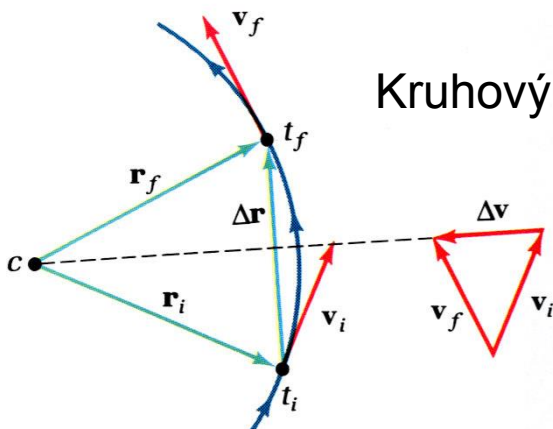
Uhlová rýchlosť ω – uhol, ktorý opíše sprievodič za jednotku času

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \frac{2\pi}{T} r = \omega r$$

Hmotný bod sa pohybuje zrýchleným pohybom, vektor zrýchlenia smeruje do stredu kružnice.

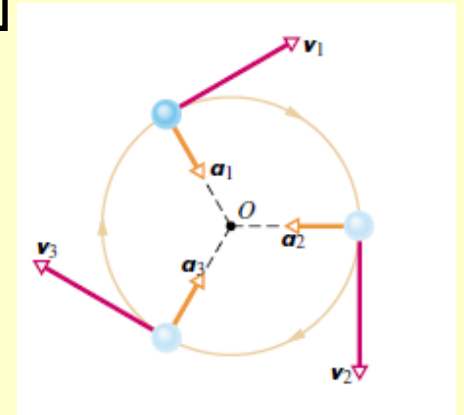


Rovnomerný pohyb po kružnici

$$\boxed{\vec{r}} \longrightarrow \boxed{\vec{v}} \longrightarrow \boxed{\vec{a}} \longrightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

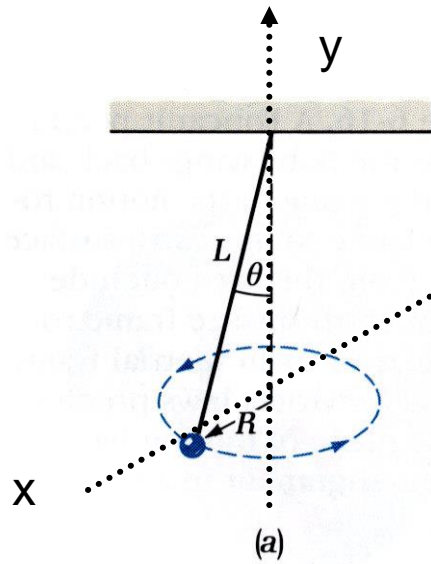
$$\begin{aligned} x &= r \cos \omega t \\ y &= r \sin \omega t \end{aligned} \Rightarrow \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}$$



Teleso pohybujúce sa rovnomerným pohybom po kružnici (s konštantnou veľkosťou rýchlosti) má zrýchlenie: $a=v^2 / r$ a pôsobí na neho výsledná sila $F=mv^2 / r$, ktorá smeruje do stredu kružnice

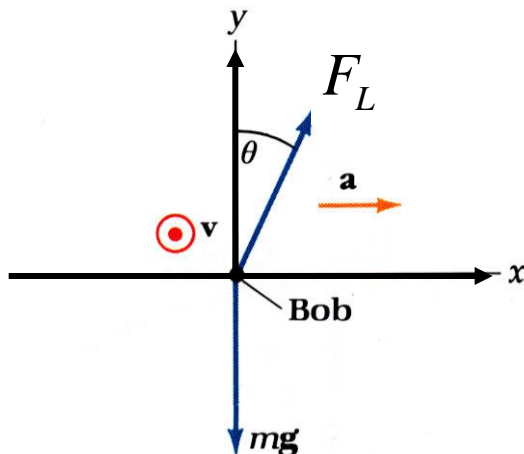
Určte periódu konického kyvadla, ktorého guľička má hmotnosť m a je zavesená na vlákne s dĺžkou L . Vlákno zvierá so zvislým smerom uhol φ



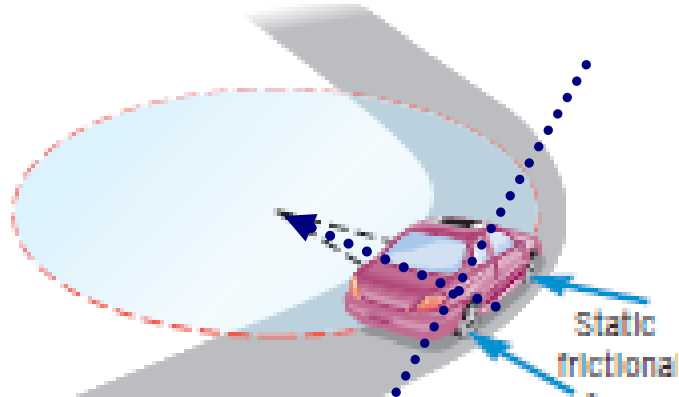
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum F_x = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_L \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_L \cos \varphi - mg = 0$$

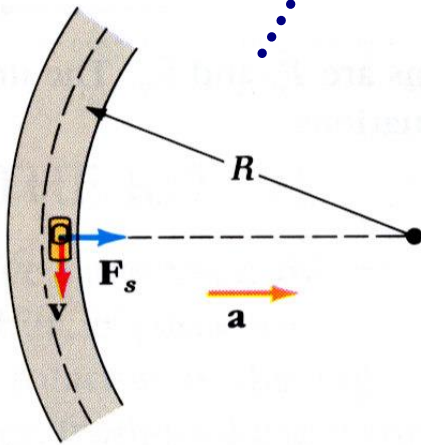


Automobil s hmotnosťou m sa pohybuje rýchlosťou v po plochej kruhovej ceste s polomerom R . Určte najmenšiu hodnotu koeficientu statického trenia medzi pneumatikou a vozovkou, ak nemá dojsť k šmyku.

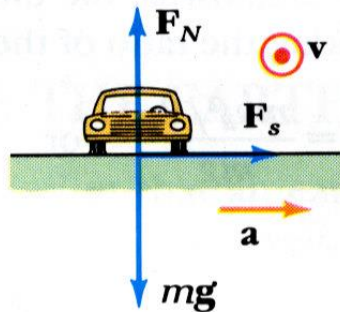


$$\sum F_x = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow f_s F_N = m \frac{v^2}{R}$$

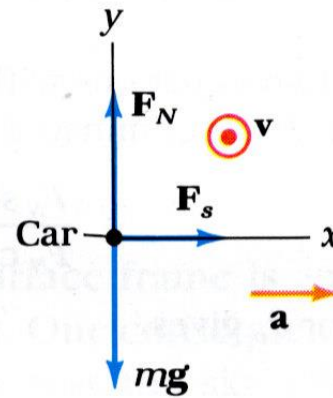
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow F_N - mg = 0$$



(a)



(b)



(c)