Fyzika

Radoslav Böhm

KJFBF FMFI

bohm@fmph.uniba.sk; F1-249

Sylabus

Základy kinematiky HB a tuhého telesa.
Sily a Newtonove zákony pohybu.
Dynamika pohybu po kružnici a rotačného pohybu
Zákony zachovania energie, hybnosti, momentu hybnosti a ich použitie
Tlmené a netlmené harmonické kmity. Vynútené kmity, rezonancia.
Vlnenie, vlnová rovnica a jej použitie.

Elektrostatické pole vo vákume a v dielektrikách.
Elektrický prúd
Magnetické pole vo vákume a v látkach
Elektromagnetická indukcia
Maxwellove rovnice a ich interpretácia
Elektromagnetické vlnenie.

Základy lúčovej a vlnovej optiky (totálny odraz, interferencia, difrakcia,polarizácia)

Základy atómovej a jadrovej fyziky (Rádioaktivita, stabilita, Jadrová energetika)
Základy kvantovej mechaniky (dualizmus vlna, castica, SCHR)

Literatúra

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fyzika (Vysokoškolská učebnice obecné fyziky):
Časť 1, 2 (Mechanika)
časť 3 (Elektrina a magnetizmus),
časť 4 (Elektromagnetické vlny, Optika),
časť 5 (Moderná fyzika)

A. Tirpák: Elektromagnetizmus (2010) - základná literatúra s množstvom riešených príkladov

Feynmanove prednášky z fyziky (vyšlo anglicky, rusky, slovensky aj česky)
A. Beiser: Úvod do modernej fyziky, Academia 1976
V. Hajko a kol.: Fyzika v príkladoch

Podmienky

- Práca počas semestra 60 b

2 velke pisomky	2 X 20b = 40 b
5 desaťminutoviek	5 X 2b = 10 b
5 domácich úloh	5 X 2b = 10 b

Za semester treba získať minimálne **25 bodov**

- Skúška: 40 b

Hodnotenie

A výborne 1.0 **<94, 100>**

B veľmi dobre 1.5 **<84, 94)**

C dobre 2.0 **<72, 84)**

D uspokojivo 2.5 **<62, 72)**

E dostatočne 3.0 **<56, 62)**

FX nedostatočne 4.0 **<0, 56)**

Vektory

Rozdelenie fyzikálnych veličín

Fyzikálne veličiny:

1, **Skalárne** – určené veľkosťou (číslom)+fyzikálna jednotka: *T, t,m, V, l*

2, **Vektorové** - určené veľkosťou a smerom $\boxed{\vec{a}, \vec{v}}$

označovanie

3, **Tenzorové**

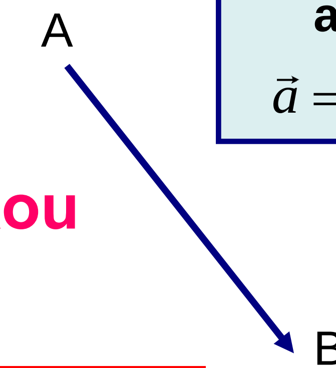
Vektory

Označenie

$\vec{a}$

a

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$



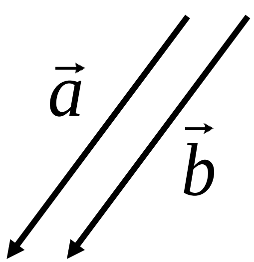
- Vektor možno zobraziť **orientovanou úsečkou**

Rovnosť vektorov: $\vec{a} = \vec{b} \quad \Rightarrow \quad |\vec{a}| = |\vec{b}|$

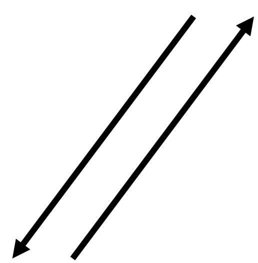
$$\vec{a} \parallel \vec{b}$$

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

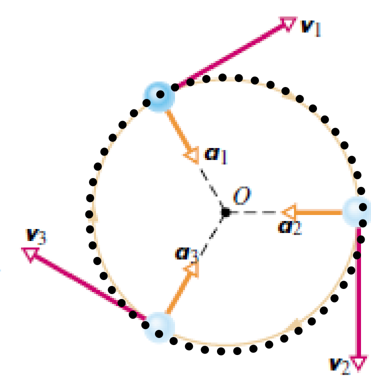
Vektorové rovnice sú obsahovo bohatšie ako skalárne rovnice



$\vec{a} = \vec{b}$

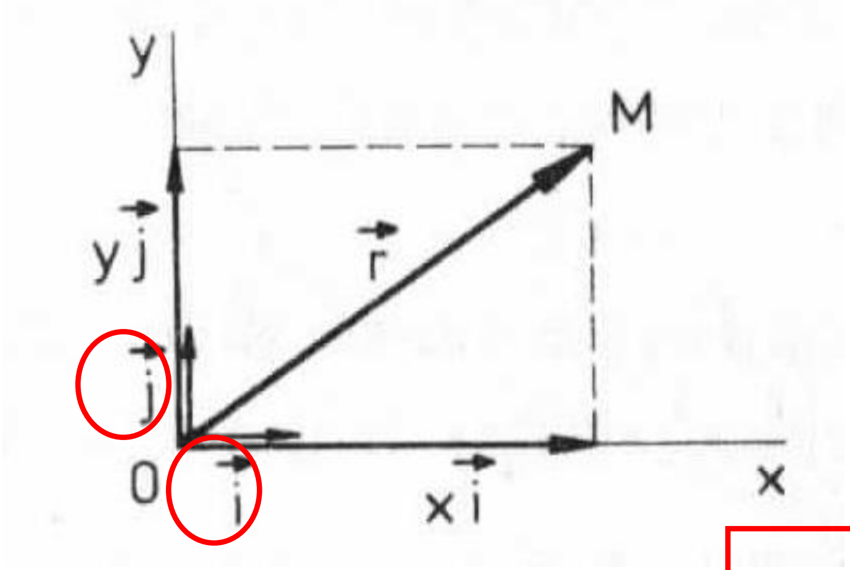


$a = b$



Rovina

Častý rozklad vektora do kolmých smerov - **systémy**



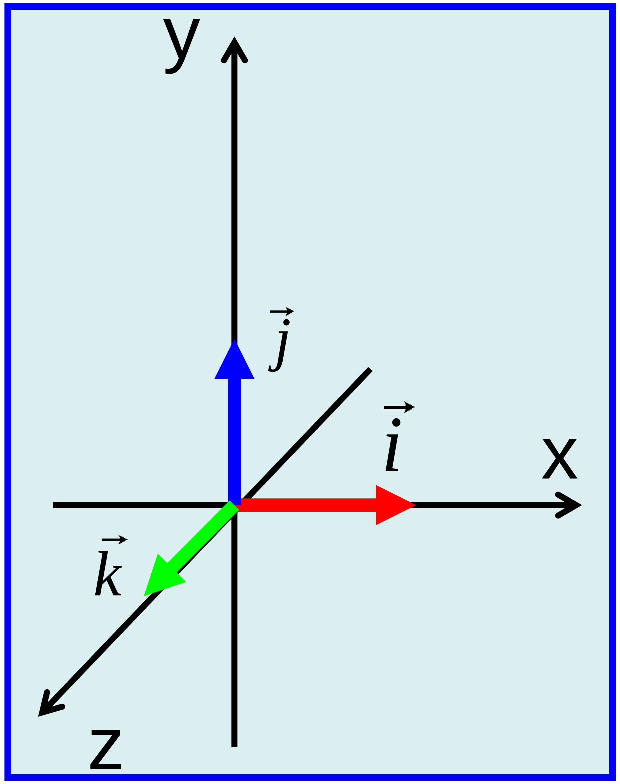
$$\vec{r} = \boxed{x\vec{i}} + \boxed{y\vec{j}}$$

Veľkosť vektora

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Pravouhlé priemety vektora **r** do osí x a y sa nazývajú zložky vektora **r**

Kartézska súradnícová sústava



Bázové vektory

$\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}$

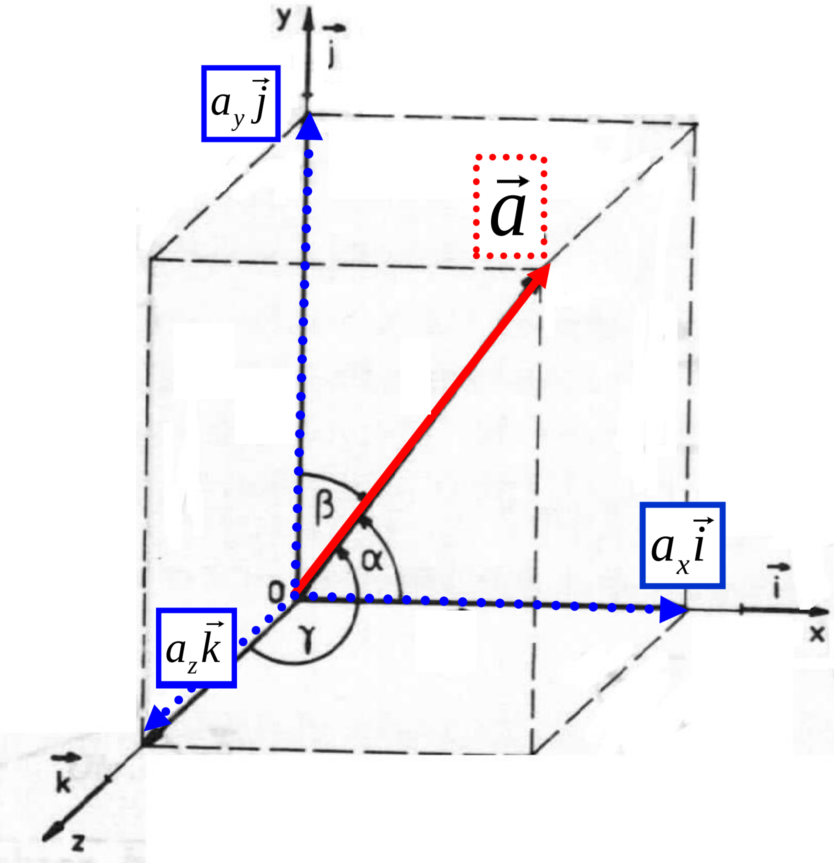
jednotkové vektory určujúce kladné smery osí x, y, z.

Orientácia súradnicových osí je volená tak, aby tvorili pravotočivú sústavu (palec, ukazovák prostredník pravej ruky)

Kartézska súradnícová sústava je tvorená pravotočivou sústavou súradníc, určenou navzájom kolmými jednotkovými vektormi.

Rozklad vektora na zložky

Pravotočivá pravouhlá sústava



$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \left(a_x; a_y; a_z\right)$$

Priemety (zložky) vektora

$$a_x\vec{i}, \quad a_y\vec{j}, \quad a_z\vec{k}$$

$$\left(a_x; a_y; a_z\right)$$

Súradnice vektora

Veľkosť vektora

$$\left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Operácie s vektormi

Vektorové rovnice sú obsahovo bohatšie ako skalárne rovnice

- Násobenie vektora číslom

$$\vec{b} = s \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot s \quad \begin{cases} s > 0 & \vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a} \\ s < 0 & \vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a} \end{cases}$$

$$|\vec{b}| = |s| \cdot |\vec{a}|$$

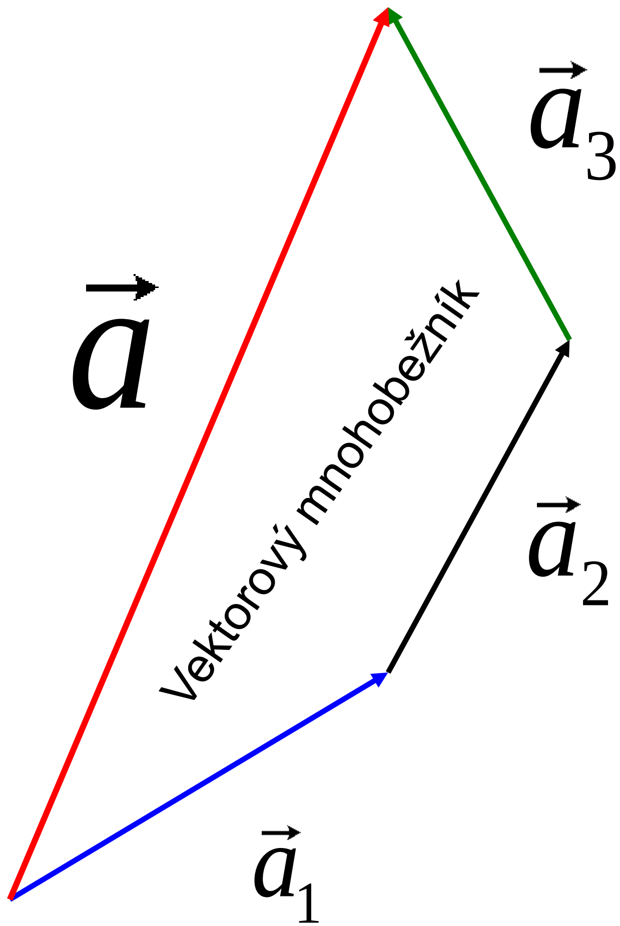
$$\vec{G} = m\vec{g}$$

- Sčítanie vektorov
- Odčítanie vektorov
- Násobenie dvoch vektorov

DELENIE DVOCH VEKTOROV NEEXISTUJE

Sčítavanie vektorov - graficky

Zobrazenie vektorov – orientovaná úsečka



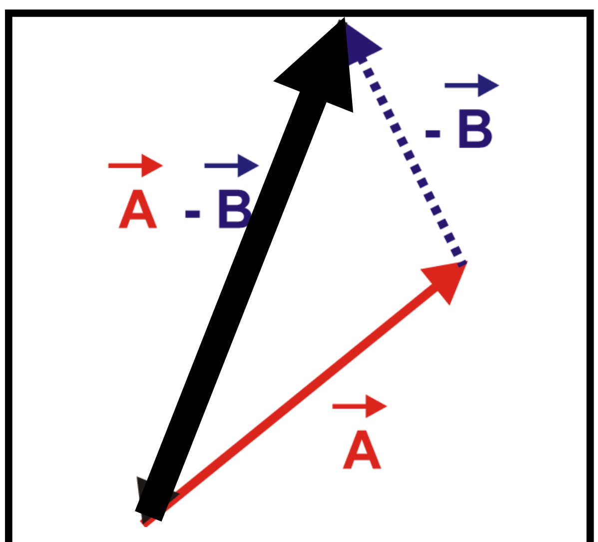
Obraz vektora:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3}$$

dostaneme tak, že ku koncovému bodu obrazu prvého vektora pripojíme v správnom smere obraz druhého vektora... Výsledný vektor je určený začiatočným bodom prvého vektora a koncovým bodom druhého vektora

Odčítanie vektorov - graficky

$$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + \left(-\vec{B}\right)$$



Algebraická metóda sčítavania a odčítavania vektorov

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \left(a_x; a_y; a_z\right)$$

$$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k} = \left(b_x; b_y; b_z\right)$$

Sčítavanie, odčítavanie vektorov.

$$\vec{a} \pm \vec{b} = \left(a_x \pm b_x\right)\vec{i} + \left(a_y \pm b_y\right)\vec{j} + \left(a_z \pm b_z\right)\vec{k}$$

$$= (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z)$$

Násobenie vektorov skalárom s.

$$s\vec{b} = s\left(b_x\right)\vec{i} + s\left(b_y\right)\vec{j} + s\left(b_z\right)\vec{k} = (sb_x, sb_y, sb_z)$$

Skalárny súčin - vlastnosti

$$c = \vec{A} \bullet \vec{B}$$

- 1, skalár
- 2, s veľkosťou $\vec{A} \bullet \vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \cos \varphi$

$$\boxed{\varphi \in \langle 0, \pi \rangle}$$

$$\boxed{\vec{A} \bullet \vec{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

Využitie skalárneho súčinu

- Uhol medzi vektormi

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

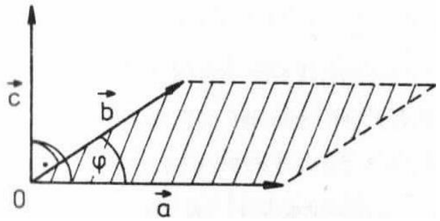
- Priemet vektora do smeru iného vektora

$$a_b = \vec{a} \bullet \frac{\vec{b}}{b}$$

Vektorový súčin - vlastnosti

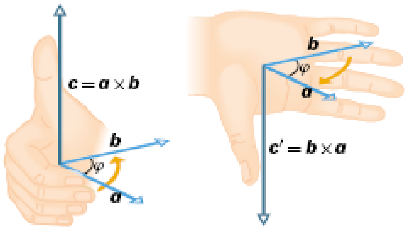
1, má **veľkosť** číselne sa rovnajúcu plošnému obsahu rovnobežníka zostrojeného nad vektormi **a** a **b,** t.j.

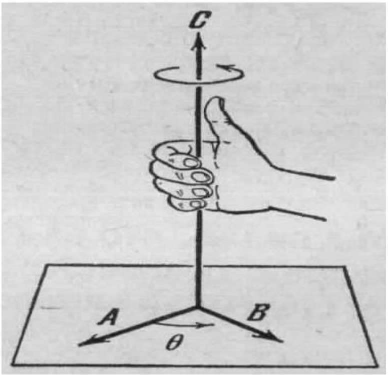
$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\varphi$$



2, je kolmý na rovinu tohto rovnobežníka

3, je orientovaný podľa pravidla pravej ruky





$$\vec{a}\times\vec{b} = \vec{i}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) - \vec{j}\left(a_x b_z - a_z b_x\right) + \vec{k}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & & \\ & a_y & a_z \\ & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} & \vec{j} & \\ a_x & & a_z \\ b_x & & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix}$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} & & \vec{k} \\ a_x & a_y & \\ b_x & b_y & \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) - \vec{j}\left(a_x b_z - a_z b_x\right) + \vec{k}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)$$

Vektorový súčin

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) - \vec{j}\left(a_x b_z - a_z b_x\right) + \vec{k}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)$$

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = \vec{i}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) - \vec{j}\left(a_x b_z - a_z b_x\right) + \vec{k}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)}$$

Rady

Mocninné rady

Fourierove rady

Mocninné rady

$$f\left(x\right)=a_0+a_1\left(x-x_0\right)+a_2\left(x-x_0\right)^2+a_3\left(x-x_0\right)^3+a_4\left(x-x_0\right)^4+\ldots$$

$$a_n=\frac{1}{n!}\left[\frac{d^n f\left(x\right)}{dx^n}\right]_{x=x_0}$$

Rozvoje niektorých funkcií

$$\boxed{\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots}$$

$$\boxed{\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots}$$

$$\boxed{e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots}$$

Rozvoje niektorých funkcií

$$\boxed{x \ll 1}$$

$$\sin x = x - \cancel{\frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \cancel{\frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}} + \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cancel{\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}} + \dots$$

$$\sin x \approx x$$

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

Dôležité aproximácie a vzťahy

Ak $x \ll 1$ $\Rightarrow$

$$\sin x \approx x$$

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

Vyššie členy radov rýchlo klesajú a zvyšujú presnosť výsledku na vyšších desatiných miestach, pričom prvé desatinné miesta sa už nemenia.

Dôležité aproximácie a vzťahy

$$\boxed{e^{ix} = \cos x + i \sin x}$$

Eulerov vzťah

Fourierove rady

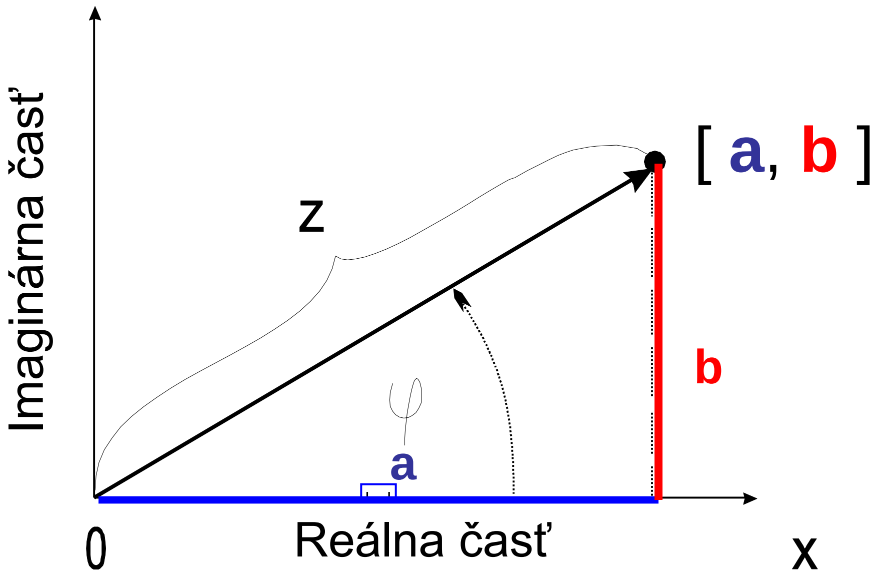
$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \right)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt$$

Komplexné čísla - tvary



$$a = |z| \cos\varphi$$

$$b = |z| \sin\varphi$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$z = a + ib = \begin{cases} \boxed{|z| \left[\cos\varphi + i \sin\varphi\right]} \\ \boxed{|z|\, e^{i\varphi}} \end{cases}$$

$$|z| = \sqrt{zz^{*}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Rôzne tvary komplexných čísel

$$z = a + ib$$

algebraický

$$z = |z| \left[\cos\varphi + i \sin\varphi \right]$$

trigonometrický

$$z = |z|\, e^{i\varphi}$$

exponenciálny

Základy vektorovej analýzy

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$grad\ f = \vec{\nabla} f(x, y, z) = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) f(x, y, z) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

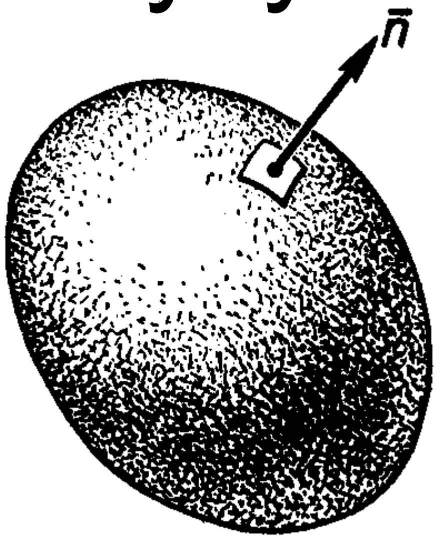
$$div \vec{A} = \vec{\nabla} \bullet \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$rot\ \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

Základy vektorovej analýzy

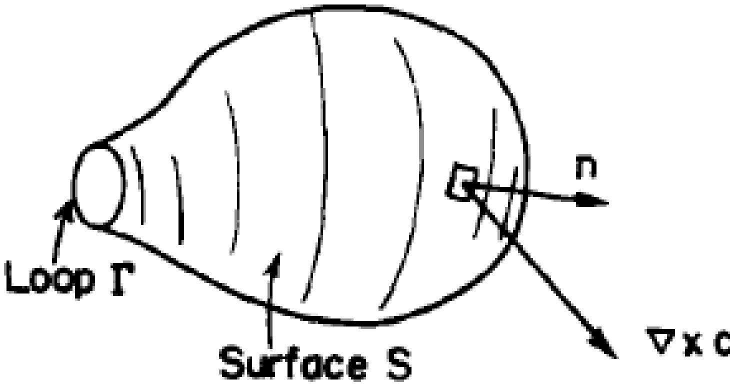
Gaussova-Ostrogradského

$$\oint_{\Sigma} \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_{V} div\vec{A}\cdot dV$$



STOKESOVA VETA

$$\oint_{\Gamma} \vec{v}\cdot d\vec{l} = \iint_{S_{\Gamma}} rot\;\vec{v}\cdot d\vec{S}$$



Derivácie elementárnych funkcií

$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = tgx$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$y = \cot gx$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$y = arctgx$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$

$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \mathrm{arc}\cot gx$	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$
$y = arctgx$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$

Základné vzorce integrovania

1. $\int \mathrm{d}x = x + C$

2. $\int x^n \,\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad$ pre $n \neq -1$, n reálne, $x > 0$

3. $\int \frac{1}{x} \,\mathrm{d}x = \ln |x| + C \quad$ pre $x \neq 0$

4. $\int \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$

5. $\int a^x \,\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad$ pre $0 < a \neq 1$

6. $\int \sin x \,\mathrm{d}x = -\cos x + C$

7. $\int \cos x \,\mathrm{d}x = \sin x + C$

8. $\int \frac{1}{\cos^2 x} \,\mathrm{d}x = \operatorname{tg} x + C \quad$ pre $x \neq \frac{1}{2}\pi + k\pi$, k celé číslo

9. $\int \frac{1}{\sin^2 x} \,\mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x + C \quad$ pre $x \neq k\pi$, k celé číslo

10. $\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \,\mathrm{d}x = \arcsin x + C = -\arccos x + C'$ pre $-1 < x < 1$

11. $\int \frac{1}{1 + x^2} \,\mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arccotg} x + C'$

12. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \ln (x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$

13. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2 - 1}} = \ln |x + \sqrt{x^2 - 1}| + C \quad$ pre $|x| > 1$

14. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} \,\mathrm{d}x = \ln |f(x)| + C$