Pole, tabuľka

Pole (array)

		→ j	
i ↓	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

pole 2x3 prvkov
- riadkový index i ∈ {6,7}
- stĺpcový index j ∈ {1, 2, 3}

a[7,2] -> E

pole

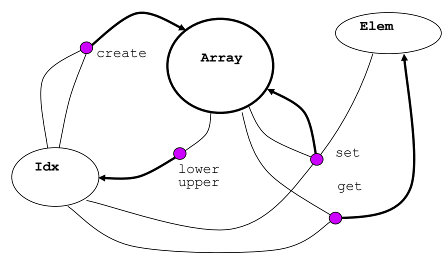
	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

a[7,2] -> E

- vlastnosti
  - prvky *rovnakého* typu – *homogénne*
  - všetky prvky sú *súčasne* v pamäti
  - rýchly *náhodný prístup* (*random-access*)
    - sprístupnenie každého prvku trvá rovnako dlho
  - *známy počet* prvkov (v čase kompilácie) – *statické pole*
    - ale *dynamické pole*: počet prvkov stačí určiť *na začiatku vykonania*
    - ale *flexibilné pole:* počet prvkov sa môže aj *meniť počas vykonania*
  - nad indexami je definované usporiadanie – *lineárne*
  - čo by zodpovedalo nehomogénnemu poľu?

pole

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F



pole

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

- Operations
```
create(_,_): Idx, Idx -> array
upper(_): Array -> Idx
lower(_): Array -> Idx
set(_,_,_): Array,Idx,Elem->Array
get(_,_): Array, Idx -> Elem
```
- 1-D (one dimensional)
- n-D -> `Elem` ~ (n-1)D `Array`

pole

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

```
lower( create(m,n) ) = m
lower( set(a,i,e) ) = lower( a )
upper( create(m,n) ) = n
upper( set(a,i,e) ) = upper( a )

set( a, i, e ) =
  if( or(  lt(i,lower(a)),
                lt(upper(a),i)
        )) then error_array
  else set( a, i, e )
```

pole

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

```
get( create(m,n), i ) = error_elem
get( set( a, i1, e ) , i2 ) =
  = if( eq(i1, i2)) then e
      else get( a, i2 )
```

bežná syntax v programovacích jazykoch:

`array[i] = e` znamená `set(array,i,e)`

`e = array[i]` znamená `e = get(array,i)`

7

pole

	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

a[7,2] -> E

– reprezentácia:
  - je daný počet rozmerov/dimenzií *(n) a hranice* indexov
  - n-rozmerné pole sa zapisuje do 1-rozmerného vektora (dolná medza 0) pomocou zobrazovacej funkcie

8

pole – zobrazovacia funkcia

Logická štruktúra

```
Array a[6..7, 1..3]
napr: a[7,2]->E
```

i \ j	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

Indexy

Fyzické umiestnenie v pamäti

po riadkoch — *po stĺpcoch*

Relatívna adresa

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

$\underbrace{\text{A B C}}_{\text{riadok 6}}\ \underbrace{\text{D E F}}_{\text{riadok 7}}$

0	1	2	3	4	5
A	D	B	E	C	F

$\underbrace{\text{A D}}_{\textit{stl 1}}\ \underbrace{\text{B E}}_{\textit{stl 2}}\ \underbrace{\text{C F}}_{\textit{stl 3}}$

Bázová adresa

```
map(7,2) -> (base + 4)          map(7,2) -> (base + 3)
```

9

pole – zobrazovacia funkcia

po riadkoch 2D

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

$map(i,j) = \boxed{a(i_{min}, j_{min})} + \boxed{(i-i_{min})\, n_j + (j-j_{min})}$

bázová adresa

riadkové posunutie (# preskočených riadkov)

dĺžka riadku = počet stĺpcov

relatívna adresa

stĺpcové posunutie

$map(i,j) = a(0,0) + (i{*}n_j + j)$ … pre indexy od (0,0)

napr: $map(7,2) = a(6,1) + (i-6){*}3 + (j-1)$

$map(7,2) = a(6,1) + (7-6){*}3 + (2-1)$

$= a(6,1) + 4$

i \ j	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

10

pole – zobrazovacia funkcia

po riadkoch 3D

0	1	2	3	4	5
A	B	C	D	E	F

$map(i,j,k) = a(i_{min}, j_{min}, k_{min}) \quad + (i-i_{min})\, n_j\, n_k +$

$+ (j-j_{min})\, n_k +$

$+ (k-k_{min})$

bázová adresa

relatívna adresa (posunutie prvku)

$map(i,j,k) = a(0,0,0) + (i{*}n_j + j) * n_k + k$

… pre indexy od (0,0)

11

pole – zobrazovacia funkcia

po stĺpcoch 2D

0	1	2	3	4	5
A	D	B	E	C	F

$map(i,j) = a(i_{min}, j_{min}) + (i-i_{min}) +$

$+ (j-j_{min})\, n_i$

bázová adresa

relatívna adresa (posunutie prvku)

$map(i,j) = a(0,0) + j * n_i + i$ *… pre indexy od* (0,0)

napr: $map(7,2) = a(6,1) + (7-6) + (2-1) * 2$

$= a(6,1) + 3$

i \ j	1	2	3
6	A	B	C
7	D	E	F

0	1	2	3	4	5
A	D	B	E	C	F

12

pole – zobrazovacia funkcia

0	1	2	3	4	5
A	D	B	E	C	F

po stĺpcoch 3D

$$map(i,j,k) = a(i_{min}, j_{min}, k_{min}) + (i-i_{min}) + (j-j_{min})\, n_i + (k-k_{min})\, n_i\, n_j$$

bázová adresa

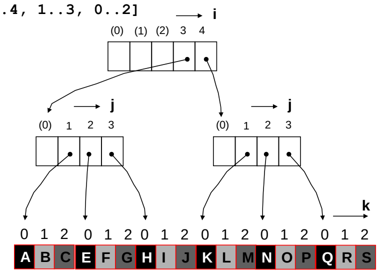
relatívna adresa

$$map(i,j,k) = a(0,0,0) + (k*n_j + j) * n_i + i$$

… pre indexy od (0,0)

pole – reprezentácia pomocou Iliffových vektorov

- násobenie je pomalšie ako sčítanie – iný spôsob reprezentácie, zobrazovacia funkcia bez násobenia
- `A: array [3..4, 1..3, 0..2]`



Tabuľka

(Dynamická) množina

- abstraktný údajový typ množina
  - zvláštne vlastnosti:
    - počet prvkov v údajoch typu množina sa často mení
  - najčastejšie operácie:
    - insert, search, delete
- v takomto prípade ide o **slovník**
- napr:
  - tabuľka symbolov v prekladačoch

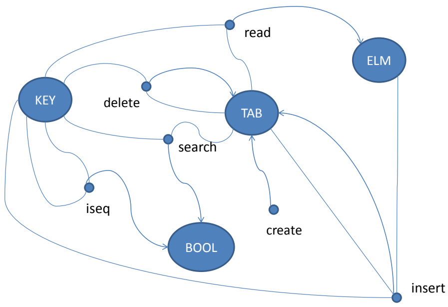
Tabuľka

- skupina metód, ako implementovať slovník
- bežne aj synonymum pre slovník, najmä ak uvažujeme aj jeho implementáciu
- ale spravidla pomenovanie implementujúceho vektora
- určuje štruktúru pre jednotlivé údaje, ktorá združuje/asociuje hodnotu s kľúčom.
- V pamäti sa údaje uchovávajú ako dvojica [kľúč, hodnota] = položka, prvok tabuľky
- K hodnote sa pristupuje pomocou kľúča – kľúč položku jednoznačne určuje

Slovník/tabuľka – formálna špecifikácia

- Druhy: TAB, ELM, KEY, BOOL
- Operácie:
  - CREATE() → TAB vytvorenie prázdnej tabuľky
  - INSERT(tab, key, elem) → TAB vloženie prvku
  - READ(tab, key) → ELM výber prvku
  - DELETE(tab, key)→ TAB vymazanie prvku
  - ISEQ(key, key) → BOOL porovnanie 2 prvkov
  - SEARCH(key,tab) → BOOL test, či sa v tabuľke nachádza prvok

slovník/tabuľka



slovník/tabuľka

```
search(k, create) = false
search(k, insert(k,e,t)) = true
search(k1, insert(k2,e,t)) =
                    search(k1, t)
                 if(not iseq(k1,k2))
```

```
search( k1, insert(k2,e,t)) =
  if( iseq(k1, k2) )
         then true
         else search( k1, t )
```


slovník/tabuľka

```
delete(k, create) = create
delete(k, insert(k,e,t)) = delete(k,t)
delete(k1, insert(k2,e,t)) =
             insert(k2,e,delete(k1,t))
                 if(not iseq(k1,k2))
```

```
delete(k1, insert(k2,e,t)) =
 if( iseq(k1, k2) )
  then delete( k1, t )
  else insert(k2,e,delete(k1, t))
```


slovník/tabuľka

```
read(k, create) = error_elem
read(k, insert(k,e,t)) = e
read(k1, insert(k2,e,t)) = read(k1,t)
                 if(not iseq(k1, k2))
```

```
read( k1, insert(k2,e,t)) =
 if( iseq(k1, k2) )
  then e
  else read( k1, t )
```


slovník/tabuľka

```
insert(k,e1, insert(k,e2,t)) =
                    insert(k,e1,t)
insert(k1,e1, insert(k2,e2,t)) =
         insert(k2,e2, insert(k1,e1,t))
                 if(not iseq(k1, k2))
```

```
insert(k1,e1, insert(k2,e2,t)) =
  if( iseq(k1, k2) )
      then insert(k1,e1, t)
      else insert(k2,e2,insert(k1,e1, t))
```


slovník/tabuľka – implementácia

reprezentácia pomocou vektora a prípadne aj zoznamov

- pre malý počet možných prvkov
  - sekvenčné sprístupňovanie ... O(n)
- pre malý interval možných kľúčov
  - priamy prístup (kľúč = index) ... O(1)
- pre veľkú množinu (univerzum) možných kľúčov
  - sprístupňovanie rozptýlením/hešovaním
    ... od O(1) do O(n)

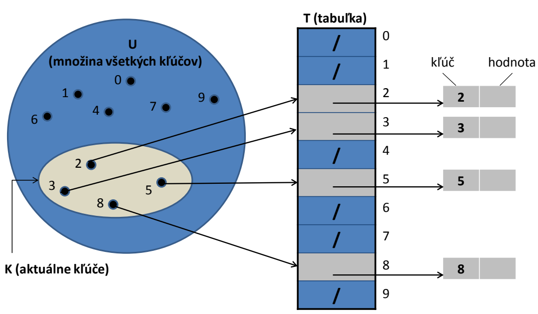
reprezentácia slovníka pomocou spájaného zoznamu

- insert – **`insert`**$_{SLL}$
- delete – **`delete`**$_{SLL}$
- search – **`find`**$_{SLL}$

- sekvenčné sprístupňovanie … O(n)
- príliš pomalé pre mohutnejšie množiny

reprezentácia slovníka pomocou tabuľky s priamym prístupom

- tabuľka s priamym prístupom:
  - vektor T[0 .. m-1]
  - každé miesto v tabuľke (každý prvok vektora) korešponduje s (má index) jediným kľúčom v univerze kľúčov U.
- insert(T, x)
  - T[kľúč[x]] <- x
- delete (T, x)
  - T[kľúč[x]] <- NIL
- search(T, k)
  - return T[k]



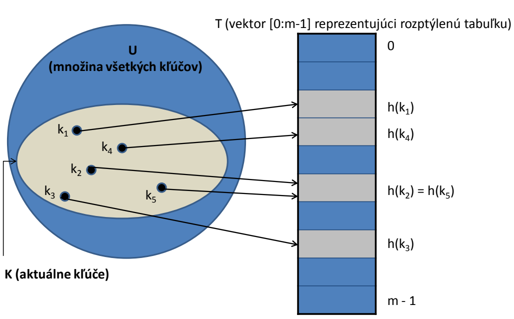
reprezentácia slovníka pomocou tabuľky s priamym prístupom
- každý kľúč z celej množiny kľúčov U = {0, 1, …, 9} korešponduje s indexom v tabuľke T
- aktuálna množina prvkov s kľúčmi K = {2, 3, 5, 8} je zapísaná v T ako smerník na prvok (dáta), ostatné sú prázdne resp. sa rovnajú null

rozptýlená tabuľka

- Tabuľka, kde sa index/adresa vypočíta z kľúča pomocou špeciálnej rozptylovej (hešovacej) funkcie

- Príklad jednoduchej rozptylovej funkcie:
  - Kľúč = súčet ascii hodnôt jednotlivých znakov
  - Value = OKNO

  OKNO → key = 117 (O) + 113(K) + 116(K) + 117(O)
  = 463



reprezentácia slovníka pomocou rozptýlenej tabuľky
- použitie rozptylovej funkcie h na zobrazenie/namapovanie kľúčov k do indexov rozptýlenej tabuľky
- kľúče k_2 a k_5 sa zobrazia na rovnaký index - kolízia

rozptylová funkcia

- Základné vlastnosti rozptylovej funkcie:
  - -Výpočet by nemal byť náročný
  - -Mala by byť navrhnutá tak, aby vznikalo čo najmenej kolízií
    - -úplne sa kolíziám nedá vyhnúť.
      - -Prečo? |U|> m. Priestor možných kľúčov je omnoho väčší než adresový priestor. Adresový priestor sa navrhuje rozumne malý/veľký na základe odhadu, koľko môže byť najviac prvkov v slovníkoch.
    - -čím bude rozptylovanie náhodnejšie, tým bude pravdepodobnosť kolízií menšia.
- vždy treba spôsob rozriešenia kolízií
  - – reťazenie
  - – otvorené adresovanie

Aká má byť *h(k)* ?

- dobrá (uniform, rovnomerná) rozptylová funkcia by pre tabuľku s *m* položkami mala mať
  - rozloženie pravdepodobnosti *P*, že sa zvolí kľúč *k* pri univerze U: $\sum P(k) = 1/m$ pre j=0,1,...,m-1
    - suma cez *k*: *h(k)=j*

      čo je to isté ako

$$\sum_{k \mid h(k)=0} P(k) = \sum_{k \mid h(k)=1} P(k) = \ \ldots\ \sum_{k \mid h(k)=m-1} P(k) = \frac{1}{m}$$

    - čo je to isté ako povedať, že *počet kľúčov, ktoré zobrazí rozptylová funkcia na jednu adresu, je pre všetky adresy rovnaký*
  - ale zvyčajne nepoznáme *P(k)*

Aká má byť *h(k)* ?

- Ak poznáme *P(k)*, napr.:
  - Kľúče sú náhodné reálne čísla nezávisle rovnomerne rozdelené v intervale 0<=*k*<1,
    - tak takáto rozptylová funkcia spĺňa požiadavku: *h(k)= floor(k.m)*
  - Kľúče sú náhodné celé čísla nezávisle rovnomerne rozdelené v intervale 0<=*k*<r,
    - tak takáto rozptylová funkcia spĺňa požiadavku: *h(k)= floor(k.m/r)*

Ako navrhnúť *h(k)* ?

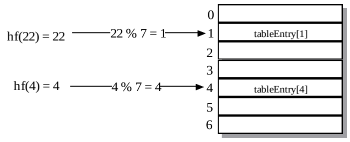
- Pomocou heuristík, opierajúc sa o kvalitatívne znalosti o P.
- Tabuľka symbolov v prekladači:
  - vieme, že často sa vyskytujú v programe symboly, ktoré sa len málo líšia, napr: refA, refB
  - Dobrá h(k) by mala minimalizovať prípady, že takéto symboly pošle na rovnaké miesto v tabuľke.

Návrh *h(k)* metódou delenia

- *h(k)* = *k* mod *m*
  - *m = 16, k = 36, h(36) = 4.*
  - *m* nemá byť mocnina 2. Prečo?
    - $m = 2^p$: vtedy *h(k)* závisí len od dolných *p* bitov kľúča
  - *m* nemá byť mocnina 10. Prečo?
  - m má byť prvočíslo nie blízke nejakej mocnine 2.

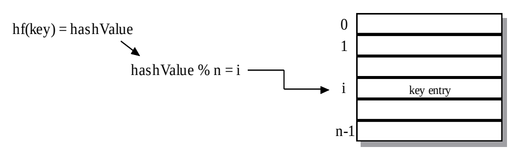
rozptylová funkcia - príklad

- hf(x) = x, kde x je kladné číslo.
- Tabuľku predstavuje vektor s veľkosťou 7
  - rozptylové hodnoty sa musia zobraziť do [0:7-1]



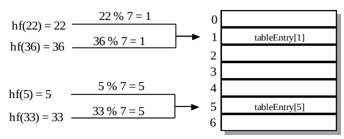
rozptýlenie/hešovanie

```
Hash Value:         hf(key) = hashValue
HashTable index:    hashValue % n
```



rozptylová funkcia - príklad

- Pri zvolenej rozptylovej funkcii nastáva kolízia pri každých 2 kľúčoch, ktoré sa navzájom líšia o násobok veľkosti implementujúceho vektora
- 36 – 22 = 14 = 2*7 → nastane kolízia



Jednoduchá rozptylová funkcia

- Častokrát je kľúčom reťazec (string)
  - Vo funkcii môžeme kombinovať postupnosť znakov z reťazca

```
public int hashCode()
{   int hash = 0;

    for (int i = 0; i < n; i++)
       hash = 31*hash + s[i];

    return hash;
}
```


Jednoduchá rozptylová funkcia

Výpočet rozptylovej hodnoty pre 3 rôzne reťazce:
Hodnota pre strB je záporná kvôli preplneniu

```
String strA = "and", strB = "uncharacteristically",
       strC = "algorithm";

hashValue = strA.hashCode();      // hashValue = 96727
hashValue = strB.hashCode();      // hashValue = -2112884372
hashValue = strC.hashCode();      // hashValue = 225490031
```

-ak nastane prípad, že rozptylová funkcia vráti záporné číslo, pribudne problém pri práci s vektorom/poľom (záporný index neexistuje).
-takýto výpočet však zabezpečí, že index bude vždy kladné číslo:
tableIndex = (hashValue & Integer.MAX_VALUE) % tableSize

Návrh *h(k)* metódou násobenia

1. Vynásobiť kľúč k zvolenou konštantou *A*, 0<*A*<1 a vybrať zlomkovú časť z *k.A*.
2. Vynásobiť túto hodnotu *m* a vziať celú časť.

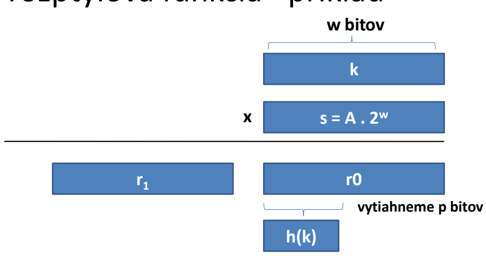
h(k) = floor(*m.* (*k.A* mod 1))

kde m je mocnina 2

k.A mod 1 označuje zlomkovú časť z *k.A*, t.j. *k.A* – floor(*k.A*)

voľba *A*: podľa Knutha približne
(sqrt(5) – 1)/2 = 0.6180339887

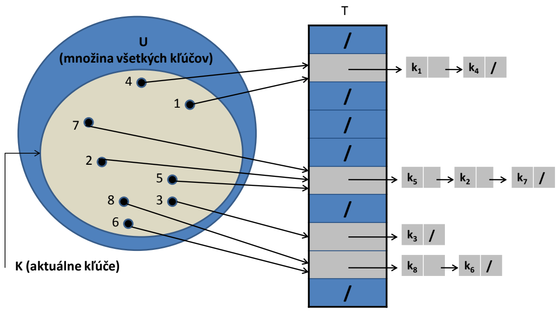
rozptylová funkcia - príklad



Násobenie ako metóda hešovania
-w-bitová reprezentácia kľúča sa vynásobí w-bitovou hodnotou s = A.2^w
- p najvyšších bitov nižšej w-bitovej časti výsledku zvolíme ako rozptylovú hodnotu funkcie h(k)

kolízia

- Ak rozptylová hodnota dvoch (alebo viacerých) prvkov ukazuje na rovnaké miesto vo vektore implementujúcom tabuľku (skrátene v tabuľke), nastáva kolízia. Dva prvky nemôžu byť uložené na rovnakom mieste v tabuľke.
- Možnosti riešenia problému:
  - zreťazenie: Navrhnutie takej štruktúry, ktorá bude schopná uchovávať viacero prvkov s rovnakou rozptylovou hodnotou (vektor ako postupnosť spájaných zoznamov)
  - otvorené adresovanie: Umiestnenie jedného z kolidujúcich prvkov na iné miesto v tabuľke



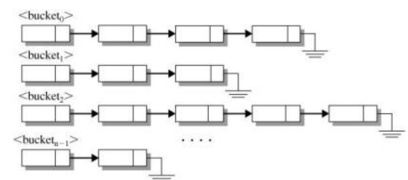
T = vektor jednosmerne spájaných zoznamov, implementujúci rozptýlenú tabuľku

Riešenie kolízií zreťazením

- každý prvok rozptylovej tabuľky T[*i*] obsahuje jednosmerne spájaný zoznam všetkých prvkov/kľúčov (bucket), ktorých rozptýlená hodnota je *i* napr. $h(k_1) = h(k_4)$ a $h(k_5) = h(k_2) = h(k_7)$

postupnosť spájaných zoznamov

- V tomto prípade definujeme rozptýlenú tabuľku ako indexovanú postupnosť (vektor) jednosmerne spájaných zoznamov.
- Každý spájaný zoznam sa nazýva bucket (vedierko, košík, dátová oblasť, sektor) a uchováva prvky s rovnakým indexom (rovnakou rozptylovou hodnotou)

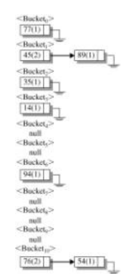


postupnosť spájaných zoznamov

- Vloženie prvku
  - rozptylovou funkciou sa zistí index bucketu v implementujúcom vektore, t.j. miesto vo vektore, kde je ukazovateľ na začiatok zoznamu všetkých prvkov, pre ktorých kľúče vracia rozptylová funkcia tú istú hodnotu
  - Ak je bucket prázdny, vloží sa prvok na prvú pozíciu
  - Ak nie je bucket prázdny, najskôr sa celý prehľadá, či sa v ňom prvok už nenachádza. Ak nie, tak sa vloží na začiatok.

postupnosť spájaných zoznamov

Vloženie prvkov: {54, 77, 94, 89, 14, 45, 35, 76}
Veľkosť tabuľky je 11.



reprezentácia slovníka pomocou rozptylovej tabuľky so zreťazením

- zreťazený-insert(T, x)
  - vlož x na začiatok zoznamu, na ktorý ukazuje T[h(kľúč[x])]
- zreťazený-delete (T, x)
  - odstráň x zo zoznamu, na ktorý ukazuje T[h(kľúč[x])]
- zreťazený-search(T, k)
  - hľadaj prvok s kľúčom k v zozname T[h(k)]

zložitosť operácií rozptylovej tabuľky so zreťazením

- zreťazený-insert(T, x)
  - čas v najhoršom prípade O(1)
- zreťazený-delete (T, x)
  - v najhoršom prípade čas úmerný dĺžke zoznamu v príslušnom vedierku
- zreťazený-search(T, k)
  - v najhoršom prípade čas úmerný dĺžke zoznamu v príslušnom vedierku
  - ak by bol obojstranne zreťazený zoznam: O(1)

zložitosť operácií rozptylovej tabuľky so zreťazením

- aký je odhad času úmerného dĺžke zoznamu v príslušnom vedierku?
  - nech má tabuľka T m miest a je v nej zapísaných n prvkov
  - faktor naplnenia α_T = n/m
  - α je priemerný počet prvkov vo vedierku
  - analýzu robíme tak, že čas vyjadríme v závislosti od α.
  - všimnime si, že α môže byť α<1, α=1, α>1.

49

zložitosť operácií rozptylovej tabuľky so zreťazením

- najhorší prípad:
  - všetky prvky sa zreťazia v jedinom zozname/vedierku.
  - zreťazený-search: Θ(n) + čas potrebný na výpočet hodnoty h
  - horšie než pri reprezentácii slovníka pomocou SLL
- priemerný prípad:
  - závisí od toho, ako dobre h rozptyluje kľúče na rôzne adresy.
  - predpoklad jednoduchého rovnomerného rozptýlenia: ľubovoľný prvok sa rovnako pravdepodobne môže dostať do ktoréhokoľvek vedierka.
  - predpokladajme čas potrebný na výpočet hodnoty h je O(1)
  - zreťazený-search: $\Theta(\alpha + 1)$
  - ak je počet vedierok úmerný počtu prvkov, tj n=O(m), je
    - α = n/m = O(m)/m = O(1)
  - zreťazený-search: O(1)

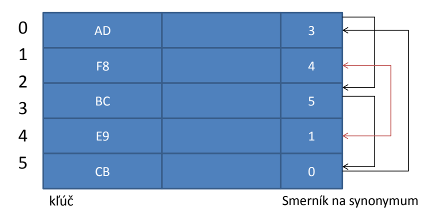
50

reprezentácia slovníka pomocou rozptylovej tabuľky so zreťazením

- Nie je obmedzená pevným maximálnym počtom prvkov v tabuľke
- zreťazuje sa vonku - mimo vektora v (ďalšej) zreťazenej voľnej pamäti
- čo tak zreťazovať vnútri vektora?

51

reprezentácia slovníka pomocou rozptylovej tabuľky s vnútorným reťazením



f(AD) = f(BC) = f(CB)   f(F8) = f(E9)

Každé slovo obsahuje aj smerník na synonymum. Všetky synonymá potom môžeme získať postupným prechádzaním vzniknutého spájaného zoznamu

52

Otvorené adresovanie

- Všetky prvky sa ukladajú priamo vo vektore reprezentujúcom tabuľku (v tabuľke)
- Každá položka tabuľky obsahuje buď prvok reprezentovanej dynamickej množiny (slovníka) alebo NIL.
- Nič sa nezreťazuje, nič nie je mimo tabuľky.
- Miera naplnenia tabuľky je vždy najviac 1.

53

Vkladanie pri otvorenom adresovaní

- systematicky sa skúša nájsť prázdne miesto
- postupnosť skúšaných miest nie je daná zreťazením, ale sa vypočítava
- výhody:
  - netreba pamäť na zreťazenie
  - do rovnako veľkého vektora sa zmestí viac prvkov, menej kolízií, rýchlejšie sprístupňovanie

54

Vkladanie pri otvorenom adresovaní

- Postupnosť skúšaných miest závisí od kľúča, t.j. rozptylová funkcia dostane ďalší parameter *h: U x {0,1,…,m-1} -> {0,1,…,m-1}*
- pre ľubovoľný kľúč *k:*
  - skúšobná postupnosť (m miest/adries) *h(k,0), h(k,1), ..., h(k,m-1)* musí byť permutáciou *0,1,...,m-1*

Hash insert(T, k)

```
insert(T table, k key)
{
       i ← 0

       repeat j ← h(k, i)

              if T[j] = NIL
                     then T[j] ← k
                            return j
              else i ← i + 1

       until i = m

       error “hash table overflow”
}
```


Hash search(T, k)

```
search(T table, k key)
{
       i ← 0

       repeat j ← h(k, i)

              if T[j] = k
                     then return j
              else
                     i ← i + 1

       until T[j] = NIL or i = m

       return NIL
}
```


Lineárne skúšanie (linear probing)

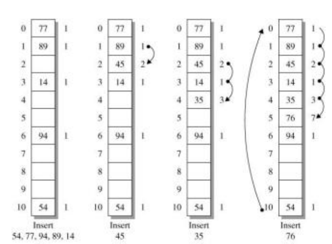
- Vloženie prvku:
  - Na začiatku sa všetky bunky tabuľky označia ako prázdne
  - Aplikuje sa rozptylová funkcia a zvyšok po delení tejto hodnoty veľkosťou tabuľky predstavuje index v tabuľke. Ak je bunka prázdna, vloží sa do nej prvok
  - Inak sa postupne prehľadávajú ďalšie bunky v poradí a prvok sa vloží do prvej voľnej.

Lineárne skúšanie (linear probing)

- Uvažujme bežnú rozptylovú funkciu *h’(k): U → {0,1….,m-1}*
  h(k,i)= (h’(k)+i) mod *m* pre *i= 0,1,...,m-1*
- výhoda: ľahko sa implementuje
- Problém: strapce

lineárne skúšanie

```
tableIndex = x % 11
```



a) vloženie prvkov na ich príslušné pozície bez posunov

b) prvok 45 sme museli posunúť o jedno miesto kvôli obsadenému miestu 1

c) posunutie 35 až o dve miesta (4 namiesto 2)

d) posunutie prvku 76 až na miesto 5 namiesto pôvodného miesta 10

lineárne skúšanie - algoritmus

```
//výpočet indexu tabuľky
int index = (item.hashCode()&Integer.MAX_VALUE)%n

// uloženie pôvodného indexu
int origIndex = index;

//cyklické prehľadávanie tabuľky a hľadanie voľnej pozície
// nájde miesto alebo sa tabuľka zaplní(origIndex == index).
do
{
    if table[index] is empty
       insert item in table at table[index] and return
    else if table[index] matches item
       return
    // posunutie v tabuľke
    index = (index+1) % n;
}
while (index != origIndex);
throw new BufferOverflowException();
```

61

lineárne skúšanie

- Táto metóda je vhodná v prípade, ak veľkosť vektora implementujúceho tabuľku je rádovo väčšia ako počet prvkov, ktoré sa do nej budú vkladať.
- Dobrá rozptylová funkcia minimalizuje kolízie a ak aj nastanú, tak v tabuľke bude dostatok voľných miest pre vyhľadanie náhradnej pozície

62

kvadratické skúšanie (quadratic probing)

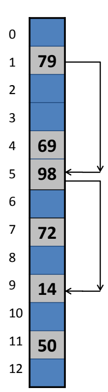
- Uvažujme bežnú rozptylovú funkciu $h'(k): U \rightarrow \{0,1….,m-1\}$
- $h(k,i)= (h'(k)+c_1.i+c_2.i^2)$ mod m pre $i= 0,1,...,m-1$
- Problém: ako zvoliť c_1 a c_2
- Strapce vznikajú sekundárne, menej

63

dvojité rozptýlenie

- Uvažujme bežné rozptylové funkcie
  $h_1(k): U \rightarrow \{0,1….,m-1\}$
  $h_2(k): U \rightarrow \{0,1….,m-1\}$
- $h(k,i)= (h_1(k)+i.h_2(k))$ mod m pre $i= 0,1,...,m-1$

64



rozptylová funkcia - príklad

Vkladanie pomocou dvojitého rozptýlenia

- máme rozptýlenú tabuľku s veľkosťou 13 s $h_1(k) = k \bmod 13$ a $h_2(k) = 1 + (k \bmod 11)$

- ak 14 ≡ 1 (mod 13) a 14 ≡ 3 (mod 11), tak potom kľúč 14 je vložený na prázdne miesto 9, po tom, ako sa zistilo, že miesta 1 a 5 sú obsadené

65

dvojité rozptýlenie

- postupnosť skúšaných miest závisí dvojako od kľúča k:
  - začiatočné miesto skúšania $T[h_1(k)]$
  - posunutie je vždy o $h_2(k)$, to celé modulo m
- hodnoty $h_2(k)$ nesmú byť súdeliteľné s m.
  - Prečo? ak by pre nejaký kľúč k mali najväčšieho spoločného deliteľa d>1, tak pri hľadaní kľúča k by sa prezerala iba 1/d tabuľky
  - ako to zabezpečiť?
    - návrh 1: $m=2^s$, pre nejaké s, h_2 nech vždy vracia nepárne číslo
    - návrh 2: m je prvočíslo, h_2 nech vždy vracia kladné číslo menšie než m

66

dvojité rozptýlenie

- návrh 2: m je prvočíslo, h_2 nech vždy vracia kladné číslo menšie než m
- napr
  - *$h_1(k)$ = k mod m*
    $h_2(k)$ = 1 + (k mod m'), kde *m'* je len o trochu menšie než *m*, povedzme *m-1* alebo *m-2*
  - *napr ak k = 123456 a m = 701, m' = 700:*
    - *$h_1(k)$ = 80, $h_2(k)$ = 257*
    - *takže ako prvé sa skúša 80. miesto a potom ďalšie vždy vzdialené o 257 miest (modulo 701).*

67

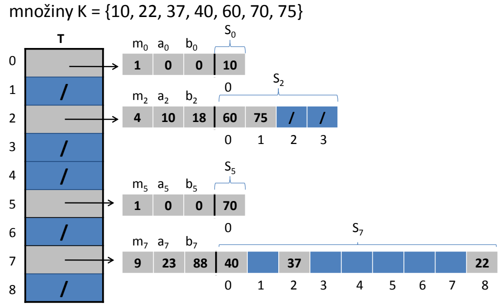
dvojité rozptýlenie

- je lepšie než lineárne alebo kvadratické rozptýlenie:
- pri sprístupňovaní sa skúša $\Theta(m^2)$ postupností na rozdiel od $\Theta(m)$
- prečo?
  - každá možná dvojica (*$h_1(k)$, $h_2(k)$*) generuje rôznu postupnosť adries na skúšanie
  - ako sa mení k, začiatok aj posunutie skúšania sa menia nezávisle.
- blíži sa ideálnemu predpokladu rovnomerného rozptýlenia

68

perfektná rozptylová funkcia - príklad

Použitie perfektného rozptýlenia (perfect hashing) na uloženie množiny K = {10, 22, 37, 40, 60, 70, 75}



69

perfektná rozptylová funkcia - príklad

Použitie perfektného rozptýlenia (perfect hashing) na uloženie množiny K = {10, 22, 37, 40, 60, 70, 75}

-Základná rozptylová funkcia je *h(k) = ((ak + b) mod p) mod m*, kde *a* = 3, *b* = 42, *p* = 101 a *m* = 9
-Príklad: h(75) = 2, takže objekt 75 sa uloží na miesto s kľúčom 2
-Sekundárna hešovacia tabuľka S_j obsahuje všetky kľúče hešujúce index j
-jej veľkosť je m_j
-a hešovacia funkcia je $h_j(k) = ((a_j k + b_j) \bmod p) \bmod m_j$

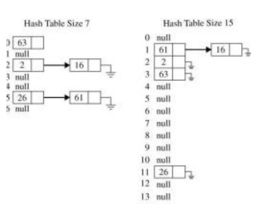
-Keď $h_2(75) = 1$, kľúč 75 je uložený na miesto 1 v sekundárnej hešovacej tabuľke S2

-Takto nie sú žiadne kolízie v sekundárnych hešovacích tabuľkách a vyhľadávanie trvá v najhoršom prípade konštantný čas

70

prerozptýlenie/rehašovanie

- So zvyšujúcim sa počtom prvkov v rozptylovej tabuľke (a zároveň so zvyšujúcim sa počtom kolízií) sa efektívnosť vyhľadávania znižuje.
- Prerozptýlenie predstavuje zväčšenie veľkosti tabuľky, ak súčasná je zaplnená do určitej úrovne.



71