B

2. kontrolná písomka (23. 11. 2004)

1. príklad. Zostrojte neurónovú sieť pre Boolovu funkciu určenú tabuľkou

p	q	r	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

2. príklad Zostrojte neurónovú sieť, ktorá simuluje formulu výrokovej logiky $\varphi = (p \vee q) \Rightarrow p$

3. príklad. Pomocou metódy sémantických tabiel zistite, či formula $(\neg(p \wedge q) \vee r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$ je tautológia, kontradikcia, alebo len splniteľná

4. príklad. Pomocou rezolučnej metódy zistite, či platí $T \vDash \alpha$ pre

$$T = \{z, (z \wedge s) \Rightarrow s, (z \wedge y) \Rightarrow t, y \Rightarrow x, (s \vee t) \Rightarrow w\},\ \alpha = w$$

5. príklad.
(**1.časť**) Výrok v prirodzenom jazyku prepíšte do formuly predikátovej logiky, vykonajte operáciu negácie nad formulou, upravte pomocou štandardných zákonov predikátovej logiky, na záver prepíšte výsledok do prirodzeného jazyka

Každý, kto hovorí po rusky, potom nehovorí po nemecky.

(**2. časť**) Definujme interpretáciu $\mathcal{I}$ nad univerzom U ľudí, kde predikáty a funkcie majú túto interpretáciu:

(1) predikát $P(x,y)$ „x je otec y"
(2) predikát $Q(x,y)$ „x je matka y"
(3) funkcia „otec" $f(x)$
(4) funkcia „matka" $g(x)$

Pomocou tejto interpretácie preložte do prirodzeného jazyka tieto formuly predikátovej logiky a rozhodnite, či takto získaný výrok je pravdivý:

(α) $\forall x\, P(f(x), x)$

(β) $\forall x\, P(g(x), x)$

(γ) $\forall x\, Q(g(x), x)$

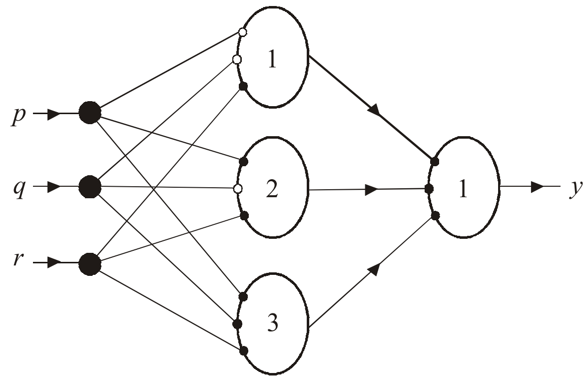
(δ) $\forall x\, Q(f(x), x)$

Riešenie

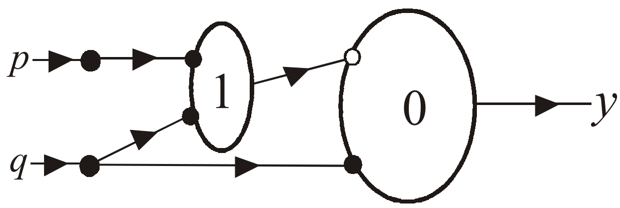
1. príklad. Zostrojte neurónovú sieť pre Boolovu funkciu určenú tabuľkou

p	q	r	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

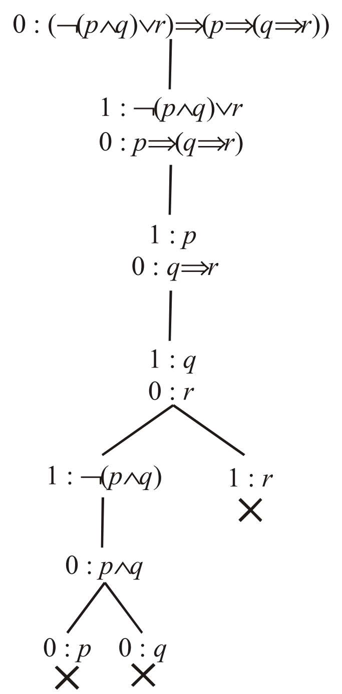
$$\varphi_{NDF} = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$



Príklad 2. Zostrojte neurónovú sieť, ktorá simuluje formulu výrokovej logiky $\varphi = (p \vee q) \Rightarrow q$



3. príklad. Pomocou metódy sémantických tabiel zistite, či formula $(\neg(p \wedge q) \vee r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$ je tautológia, kontradikcia, alebo len splniteľná



Pretože každá vetva sémantického tabla je uzavretá, potom formula je tautológia.

4. príklad. Pomocou rezolučnej metódy zistite, či platí $T \models \alpha$ pre

$$T = \{z, (z \wedge s) \Rightarrow s, (z \wedge y) \Rightarrow t, y \Rightarrow x, (s \vee t) \Rightarrow w\},\ \alpha = w$$

$$T' = \{z, \neg(z \wedge s) \vee s, \neg(z \wedge y) \vee t, \neg y \vee x, \neg(s \vee t) \vee w, \neg w\}$$

$$T' = \left\{ z, \cancel{\neg z \vee \underbrace{\neg s \vee s}_{1}}, \neg z \vee \neg y \vee t, \neg y \vee x, (\neg s \wedge \neg t) \vee w, \neg w \right\}$$

$$T' = \{z, \neg z \vee \neg y \vee t, \neg y \vee x, \neg s \vee w, \neg t \vee w, \neg w\}$$

	1	2	3	4	5	6	
	z	$\neg z \vee \neg y \vee t$	$\neg y \vee x$	$\neg s \vee w$	$\neg t \vee w$	$\neg w$	7
t		1			0		$\neg z \vee \neg y \vee w$
y			0				0
s				0			
z	1						
w						0	
		4	4	3	2	1	

Týmto sme dokázali $T \not\models \alpha$, pre interpretáciu $\tau = (s/0, t/0, w/0, x/?, y/0, z/1)$ sú tak formule z teórie T, ako aj w pravdivé.

5. príklad.
(**1.časť**) Výrok v prirodzenom jazyku prepíšte do formuly predikítovej logiky, vykonajte operáciu negácie nad formulou, upravte pomocou štandardných zákonov predikátovej logiky, na záver prepíšte výsledok do prirodzeného jazyka

Každý, kto hovorí po rusky, potom nehovorí po nemecky.

$\forall x\left[rus(x) \Rightarrow \neg nem(x)\right]$

$\neg\forall x\left[rus(x) \Rightarrow \neg nem(x)\right] \equiv \exists x\left(rus(x) \wedge nem(x)\right)$

„*niekto hovorí rusky a nemecky*“

(**2. časť**) Definujme interpretáciu $\mathcal{I}$ nad univerzom U ľudí, kde predikáty a funkcie majú túto interpretáciu:

(5) predikát $P(x,y)$ „x je otec y“
(6) predikát $Q(x,y)$ „x je matka y“
(7) funkciu „otec“ $f(x)$
(8) funkciu „matka“ $g(x)$

Pomocou tejto interpretácie preložte do prirodzeného jazyka tieto formuly predikátovej logiky a rozhodnite, či takto získaný výrok je pravdivý:

(α) $\forall x\, P\left(f(x),x\right)$

V prirodzenom jazyku: „*každé indivíduum má otca*“ (pravdivý výrok)

(β) $\forall x\, P\left(g(x),x\right)$

V prirodzenom jazyku: „*každé indivíduum má matku ako otca*“ (nepravdivý výrok)

(γ) $\forall x\, Q\left(g(x),x\right)$

V prirodzenom jazyku: „*každé indivíduum má matku*“ (pravdivý výrok)

(δ) $\forall x\, Q\left(f(x),x\right)$

V prirodzenom jazyku: „*každé indivíduum má otca ako matku*“ (nepravdivý výrok)