

1. [2b] Určte člen a_5 v rekurentnej postupnosti $a_{n+2} = (n+1)a_n + 1$, ak $a_0 = 1$ a $a_1 = 0$.
2. a) [1b] Koľko existuje derangementálnych permutácií piatich objektov? (Výsledok vyčíslite!)
 b) [1b] V grupe permutácií prvkov množiny $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ nájdite P^{-1} , ak $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.
3. a) [2b] Položme $x \triangle y = x - y + 1$ pre každé $x, y \in \mathbb{Z}$. Je algebraická štruktúra (\mathbb{Z}, \triangle) pologrupa? Zdôvodnite!
 b) [2b] Nájdite jednotkový prvok operácie \heartsuit definovanej na množine R , ak $a \heartsuit b = a + 2b$.
 c) [1b] Aký zákon musí spĺňať monoid $(M, *)$, aby bol grupou? Napíšte tento zákon.
4. [2b] Dokážte pre každé $n, k, r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $n \geq r \geq k$ identitu $\binom{n}{r} \cdot \binom{r}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{r-k}$.
5. [2+2b] Inventárne číslo exponátu v múzeu má dĺžku 5 znakov a je tvorené číslicami a písmenami. Aký najväčší počet exponátov môže byť v múzeu, ak jeho inventárne číslo obsahuje najviac 2 číslice? (Abeceda má 25 písmen.) Ako sa zmení predchádzajúca odpoveď, ak sa ani číslice ani písmená nesmú opakovať? (Odpovede stačí uviesť vo forme číselného výrazu.)

Prémia: [2b] Množina všetkých zhodných zobrazení v rovine, ktorými sa kosoštvorec zobrazí sám na seba, spolu s operáciou skladania zobrazení "o" tvorí grupu. Napíšte tabuľku tejto operácie "o".