A

1. kontrolná písomka (20. 10. 2004)

1. príklad. Prepíšte vetu z prirodzeného jazyka do jazyka výrokovej logiky, vykonajte nad formulou negáciu , takto získanú formulu preložte do prirodzeného jazyka.

(a) Ak na výlet pôjde Jana a Eva, potom na výlet nepôjde Tomáš. (1 bod)
Riešenie:
p = na výlet pôjde Jana
q = na výlet pôjde Eva
r = na výlet pôjde Tomáš
Výrok sa vyjadrí pomocou formule

$$\varphi = \left(\left(p \wedge q \right) \Rightarrow \neg r \right) \equiv \left(\neg \left(p \wedge q \right) \vee \neg r \right)$$

$$\neg\varphi = \left(p \wedge q \right) \wedge r$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Jana, Eva a Tomáš.

(b) Ak na výlet pôjde Eva, potom na výlet nepôjdu Helena a Tomáš. (1 bod)
Riešenie:
p = na výlet pôjde Eva
q = na výlet pôjde Helena
r = na výlet pôjde Tomáš
Výrok sa vyjadrí pomocou formule

$$\varphi = \left(p \Rightarrow \neg \left(q \wedge r \right) \right) \equiv \left(\neg p \vee \neg \left(q \wedge r \right) \right)$$

$$\neg\varphi = \left(p \wedge \left(q \wedge r \right) \right)$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Eva, Helena a Tomáš.

(c) Jano odpočíval alebo Jano pracoval. (1 bod)
Riešenie:
p = Jano odpočíval
q = Jano pracoval
Výrok sa vyjadrí pomocou formule

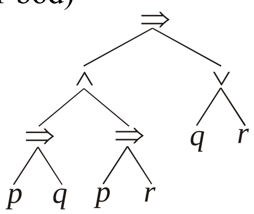
$$\varphi = \left(p \vee q \right)$$

$$\neg\varphi = \left(\neg p \wedge \neg q \right)$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Jano neodpočíval a nepracoval.

2. príklad. Pre formulu $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (q \vee r)$

(a) zostrojte syntaktický strom, (1 bod)



(b) zostrojte množinu podformúl (1 bod)

$$\{p, q, r, p \Rightarrow q, p \Rightarrow r, q \vee r, (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)\}$$

(c) zostrojte tabuľku pravdivostných hodnôt. (1 bod)

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	r	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$4 \wedge 5$	$q \vee r$	$6 \Rightarrow 7$
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

3. príklad. Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov (3 body)

predpoklad 1: Jano študuje alebo športuje
predpoklad 2: Ak študuje, potom sa učí fyziku

---

záver: Ak sa neučí fyziku, potom športuje

p = Jano študuje
q = Jano športuje
r = Jano sa učí fyziku

predpoklad 1: $p \vee q$
predpoklad 2: $p \Rightarrow r$

---

záver: $\neg r \Rightarrow q$

Máme dokázať

1.	$\neg r$	aktivácia dodatočného predpokladu
2.	$p \vee q$	1. predpoklad
3.	$p \Rightarrow r$	2. predpoklad
4.	$\neg p$	aplikácia modus tollens na 1. a 3.
5.	q	aplikácia 4. na disjunkciu 2.
6.	$\neg r \Rightarrow q$	deaktivácia predpokladu 1.

Alternatívny dôkaz môže byť urobený tak, že pomocou tabuľkovej metódy dokáže, že formula

$$\big((p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)\big) \Rightarrow (\neg r \Rightarrow q)$$

je tautológia.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	q	r	$p \vee q$	$p \Rightarrow r$	$4 \wedge 5$	$\neg r$	$7 \Rightarrow 2$	$6 \Rightarrow 8$
0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1

4. príklad. Zostrojte Boolovu funkciu $(\beta_1, \beta_2) = f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ pre súčet troch bitových číslic (3 body)

$$\begin{array}{r} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \underline{\quad \alpha_3} \\ \beta_1\ \beta_2 \end{array}$$

#	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2
1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1
3	0	1	0	0	1
4	0	1	1	1	0
5	1	0	0	0	1
6	1	0	1	1	0
7	1	1	0	1	0
8	1	1	1	1	1

$$\beta_1 = (\bar{\alpha}_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3) \vee (\alpha_1 \wedge \bar{\alpha}_2 \wedge \alpha_3) \vee (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \bar{\alpha}_3) \vee (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3)$$

$$\beta_2 = (\bar{\alpha}_1 \wedge \bar{\alpha}_2 \wedge \alpha_3) \vee (\bar{\alpha}_1 \wedge \alpha_2 \wedge \bar{\alpha}_3) \vee (\alpha_1 \wedge \bar{\alpha}_2 \wedge \bar{\alpha}_3) \vee (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3)$$

5. príklad. Zostrojte NDF a NKF pre formulu (3 body)

$$\varphi = (p \Rightarrow q) \wedge \big((\neg q \Rightarrow \neg p) \vee r\big)$$

$$\varphi_{NKF} = (\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg p \vee r)$$

$$\varphi_{NDF} = (\neg p \wedge q) \vee (\neg p) \vee (\neg p \wedge r) \vee (q) \vee (q \wedge \neg p) \vee (q \wedge r)$$