

平移矩阵 Transform Matrix

$$x' = x + \Delta x$$

$$y' = y + \Delta y$$

但 x, y 加法无法用 2×2 矩阵表达,

所以我们引入齐次坐标 (Homogeneous Coordinates)

通过给 2D 的点增加一个维度:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow P \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

从而可以通过矩阵计算加法:

$$\begin{bmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

使用齐次坐标表示各矩阵

① 缩放 (Scale)

$$\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

② 错切 (Shear)

$$\begin{bmatrix} 1 & a_x & 0 \\ a_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

③ 旋转 (Rotation)

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

④ 平移 (Transform)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$