

Elementos de Probabilidades e Teoria de Números

Teste - Teoria de Números

duração: 2 horas

Nome:

Número:

Grupo I

Neste grupo, cada resposta correta tem a cotação de 0,75 valores e cada resposta errada desconta 0,25 valores. A cotação mínima do grupo é de 0 valores.

- | | V | F |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. O resto da divisão de 2380 por -26 é 14. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{N}$, se $a \mid b$ e $a \nmid c$, então $a \nmid b + c$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. O conjunto $\{5, 3, 11, 9, -4, 7, -1\}$ é um sistema completo de resíduos módulo 7. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Para quaisquer $a, b \in \mathbb{N}$, $\text{m.d.c.}(a, b) \mid 3a + 7b$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. O inteiro 4444 é combinação linear de 8 e 24. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Para quaisquer $a, b \in \mathbb{N}$, $\text{m.m.c.}(a, b) > b$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Seja $a \in \mathbb{N}$. Se p é um número primo e $p \mid a^2$ então $p^2 \mid a^2$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Qualquer que seja $n \in \mathbb{N}$ tal que $1 < n < 830$, se n não admite um divisor d tal que $1 < d \leq 22$, então n é um número primo. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. Para todo o inteiro a , se $2a \equiv_{14} 8$ então $a \equiv_{14} 4$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. A congruência linear $33x \equiv_{18} 12$ tem 3 soluções inteiras no intervalo $[1, 18]$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Grupo II

Indique a sua resposta no espaço disponibilizado a seguir à questão. Neste grupo, respostas sem a apresentação dos cálculos justificativos têm a cotação de 0 valores.

1. Considere as seguintes divisões:

$$\begin{array}{r} 1252 \overline{) 268} \\ 180 \quad 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 268 \overline{) 180} \\ 88 \quad 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 180 \overline{) 88} \\ 4 \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 88 \overline{) 4} \\ 0 \quad 22 \end{array}$$

Indique o $\text{m.d.c.}(1252, 268)$ e exprima-o como combinação linear de 1252 e 268.

2. Sabendo que $(20, 9)$ é uma solução da equação diofantina $189x - 369y = 459$, determine todas as soluções da congruência linear $189x \equiv_{369} 459$, no intervalo $[200, 400]$.

3. Determine o resto da divisão de $22^{126} + 1$ por 17.

4. Determine todos os inteiros da forma $\overline{36y7x}$ que sejam divisíveis por 9 e tenham resto 1 na divisão por 4.

Grupo III

Resolva cada uma das questões deste grupo na folha de exame. Neste grupo, respostas sem a apresentação dos cálculos justificativos têm a cotação de 0 valores.

1. Considere a equação diofantina: $23x + 27y = 29$. Use o Algoritmo de Euclides, ou congruências, para encontrar uma solução da equação e indique a sua solução geral.
2. Resolva a congruência linear $16x \equiv_{108} 260$ e indique a menor solução positiva.
3. Determine a solução geral do seguinte sistema de congruências lineares e indique a maior solução negativa:

$$\begin{cases} x \equiv_7 3 \\ x \equiv_8 2 \\ x \equiv_9 4 \end{cases}$$

Cotações: Grupo I: $10 \times 0,75$. Grupo II: $4 \times 1,5$. Grupo III: $2 + 2 + 2,5$.