

1. Seja X a v.a. que representa o número de embalagens de um certo medicamento vendidas diariamente numa farmácia. A f.m.p. desta v.a. é dada por:

$$X : \begin{cases} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0.05 & a & 0.2 & 0.15 & 0.3 & 2a \end{cases}$$

onde a é uma constante real.

- (a) Mostre que $a = 0.1$.
- (b) Determine a probabilidade de, num dia, se venderem:
- pelo menos 3 embalagens;
 - mais de 3 embalagens;
 - no máximo 3 embalagens.
- (c) Determine a função de distribuição de X .
- (d) Sabendo que, num dia, se venderam no máximo 4 embalagens, qual a probabilidade de:
- se terem vendido menos de 2 embalagens?
 - se terem vendido mais de 2 embalagens?
 - se terem vendido exatamente 4 embalagens?
2. O tempo de vida, em horas, de um certo tipo de bactérias é uma v.a. contínua, X , com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{se c.c.} \end{cases},$$

em que k é uma constante real.

- (a) Determine o valor de k e a função de distribuição desta v.a..
- (b) Calcule a probabilidade de uma bactéria deste tipo viver:
- mais do que 1h30m;
 - pelo menos 1h30m;
 - no mínimo 1h15m e no máximo 2h.
- (c) Escolheu-se, ao acaso, uma bactéria deste tipo e observou-se que ao fim de 1h30min ela ainda estava viva. Qual a probabilidade de a bactéria escolhida viver pelo menos mais 30 minutos?
3. Seja X uma v.a. contínua com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \max\{0, 1 - |x|\}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Observação: Nestas condições, diz-se X tem uma distribuição *triangular* (esboce o gráfico de f para perceber esta designação).

- (a) Determine a função de distribuição de X e esboce o seu gráfico.
- (b) Calcule $P(X = 0)$, $P(X \leq 1/2)$, $P(0 < X \leq 1/2)$, $P(X \geq 1/2)$ e $P(|X| < 1/3)$.
4. (*) Seja $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, a uma constante real positiva e considere a v.a. $Y = \begin{cases} X - a & \text{se } X > a \\ 0 & \text{se c.c.} \end{cases}$.
Calcule $P(Y = 0)$ e determine a função de distribuição de Y .