



Exercício 1.1 Esboce ou descreva as superfícies definidas em \mathbb{R}^3 pelas seguintes equações:

- | | | |
|------------------------|--|---|
| a) $4x^2 + y^2 = 16$; | d) $\frac{x}{4} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}$; | g) $z = \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9}$; |
| b) $x + 2z = 4$; | e) $z = x^2$; | h) $4x^2 - 3y^2 + 2z^2 = 0$; |
| c) $z^2 = y^2 + 4$; | f) $y^2 + z^2 = 4$; | i) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{9} = 1$. |

Exercício 1.2 Para cada um dos conjuntos, identifique o interior, a aderência, o derivado e a fronteira; indique se existem pontos isolados e diga se se trata de um conjunto aberto, fechado ou limitado.

- a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 1 \leq y < 2\} \cup \{(0, 0)\}$;
- b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$;
- c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 < x^2 + y^2 \leq 4\}$;
- d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\} \cup \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 : 3 \leq x < 4\}$;
- e) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ ou } z = 0\}$;
- f) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0 \text{ e } y \neq 0\}$;
- g) $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1\}$;
- h) $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4\}$.

Exercício 1.3 Indique o domínio da função real de variáveis reais, definida por:

- | | |
|--|---|
| a) $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$; | c) $f(x, y) = \ln(1+xy)$; |
| b) $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36}$; | d) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}$. |

Exercício 1.4 Esboce uma representação gráfica da função real de variáveis reais, definida por:

- a) $f : [0, 2] \times [0, 3] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y) = x$;
- b) $f : [-1, 1]^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y) = y^2$;
- c) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Exercício 1.5 Determine e esboce algumas curvas de nível da função real de variáveis reais, definida por:

- a) $f(x, y) = x^2 - y^2$; b) $f(x, y) = 3\left(1 - \frac{x}{2} - \frac{y}{4}\right)$; c) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

Exercício 1.6 Determine o domínio da função vetorial, definida por:

- | | |
|---|--|
| a) $\mathbf{f}(t) = (t, \sin t)$; | c) $\mathbf{h}(x, y, z) = \left(\frac{x^2}{yz}, \sqrt{y-1}, \sqrt{\frac{5-z}{1-x}}\right)$; |
| b) $\mathbf{g}(x, y) = \left(\sqrt[3]{x-2}, \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}, y\right)$; | d) $\mathbf{r}(t) = \left(\ln t, \frac{t}{t-1}, e^{-t}\right)$. |