6.1

$L = (\{c\}, \{P, R\}, \mathcal{N})$ Literais: $x_i, x \in V$; c

$\mathcal{N}c = 0 \quad \mathcal{N}P = 1 \quad \mathcal{N}R = 2$ LAt: $P(t)$ ou $R(t)$, $t \in T_L$

c) $\forall x_0 \forall x_1 R(x_0, x_1) \rightarrow \forall x_1 \forall x_0 R(x_0, x_1)$

$\cancel{\forall x_0 \forall x_1 R(x_0, x_1)}$ — x_0 e x_1 estão lig.

$\forall x_1 R(x_0, x_1)$

$R(x_0, x_1)[x_1/x_1]$ → x_1 está livre x_1

$\forall x_0 R(x_0, x_1)$

$\forall x_1 \forall x_0 R(x_0, x_1)$

$\forall x_0 \forall x_1 R(x_0, x_1) \rightarrow \forall x_1 \forall x_0 R(x_0, x_1)$

$\dfrac{\varphi}{\forall x \varphi}$ (a) $\qquad \dfrac{\forall x \varphi}{\varphi[t/x]}$ (b)

a: Na derivação de φ, x não tem ocor. livres nas folhas não canceladas

b: x está livre para t em φ

$\boxed{\forall \varphi, x_1, \; x_1 \text{ está livre p. } x_1 \text{ em } \varphi, \; \varphi \in F \wedge x_1 \in V}$

d) $\exists x_0 P(x_0) \rightarrow \exists x_1 P(x_1)$

$\dfrac{\cancel{\exists x_0 P(x_0)}^{(1)} \quad \dfrac{P(x_0)}{\exists x_1 P(x_1)}}{\exists x_1 P(x_1)}$

(1) $\exists x_0 P(x_0) \rightarrow \exists x_1 P(x_1)$

$\dfrac{P(x_1)[x_0/x_1]}{\exists x_1 P(x_1)}$ (b)

$x_0 \notin Liv(\exists x_1 P(x_1))$ (a)

$\dfrac{\varphi[t/x]}{\exists x \varphi}$ (a) $\qquad \dfrac{\exists x \varphi \quad \psi}{\psi}$ (b)

a: x está livre para t

b: x não tem ocor. livres em ψ; na deriv. da 2ª premissa x ñ tem ocor. livres nas folhas não canceladas distintas de φ

6.2 a) $P(c), \forall x_0 (P(x_0) \rightarrow Q(x_0)) \vdash Q(c)$

$$\dfrac{P_c \qquad \dfrac{\forall x_0 (P_{x_0} \rightarrow Q_{x_0})}{P_c \rightarrow Q_c} \forall E}{Q_c}$$

c está livre para x_0

b) $\{\forall x_0 P(x_0), \exists x_1 \neg P(x_1)\}$ é sem. inconsistente $\leftrightarrow \Gamma \vdash \bot$

$\overset{\shortparallel}{\Gamma}$

$$\dfrac{\exists x_1 \neg P_{x_1} \qquad \dfrac{\dfrac{\forall x_0 P_{x_0}}{P_{x_1}} \quad \cancel{\neg P_{x_1}}^{(1)}}{\bot} \; I\bot}{\bot}^{(1)}$$

c) $P(x_0) \to \forall x_0 P(x_0)$ não é teorema

$\not\models P(x_0) \to \forall x_0 P(x_0)$

Existe uma atribuição numa L estrutura

seja $P = \{(a) : a = 0\}$

seja $a : \begin{cases} a\ x_0 = 0 \\ c.c.\ a(x_i) = 1 \end{cases}$

$(P(x_0) \to \forall x_0 P x_0)[a] \Leftrightarrow P0 \to \forall d\ Pd \Leftrightarrow f_\to(1, Pd)$ seja $d = 1$

$f_\to(1,0) = 0$

dar exemplo

$$\varphi[a]=0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x_0)[a]=1 \\ \forall x_0 P x_0 [a] = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(x_0)\in \overline{P} \\ \exists d\in D,\ P(x_0)[a(^{x_0}_{d})] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(x_0)\in\overline{P} \\ \exists d \in D.\ d\notin \overline{P}\end{cases}$$

6.3

b) $\exists x(\varphi \wedge \psi) \to \exists x \varphi$ é teorema

$$\dfrac{\dfrac{\cancel{\exists x(\varphi\wedge\psi)}^{(1)} \quad \dfrac{\dfrac{\cancel{\varphi\wedge\psi}^{(2)}}{\varphi}}{\exists x \varphi}}{\exists x \varphi}\ \exists E}{\exists x(\varphi\wedge\psi) \to \exists x \varphi}\ (1)$$

$\to x \notin Liv(\exists x \varphi)$

$$?\ \dfrac{\dfrac{\varphi}{\exists x \varphi}}{\exists x\ \varphi \wedge \psi \to \exists x \varphi}$$

6.4

b)

$$\dfrac{\dfrac{\forall x_0\ soma(z, x_0, x_0)}{soma(z, S(z), S z)}}{\exists x_3\ soma(z, x_3, s(z))}$$

$soma(z, x_0, x_0)\ [s(z)/x_0]$