

Nome:

Número:

Grupo I - 5 valores

Para cada uma das questões seguintes, assinale a resposta correta marcando x no respetivo quadrado.

Considere uma variável aleatória contínua, X , com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{3}{4} & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{se c.c.} \end{cases}$$

1. O valor de $P(X < \frac{1}{2})$ é:

☐ $\frac{1}{4}$

☐ $\frac{1}{8}$

☐ $\frac{1}{2}$

☐ Nenhuma das anteriores

2. A função de distribuição de X é:

☐ $F_X(c) = \begin{cases} 0 & \text{se } c < 0 \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{4}(c-1) & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ 1 & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ 1 & \text{se } c \geq 2 \end{cases}$

☐ $F_X(c) = \begin{cases} 0 & \text{se } c < 0 \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{4}(c-1) & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ 0 & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ c.c. & \text{se } c \geq 2 \end{cases}$

☐ $F_X(c) = \begin{cases} 0 & \text{se } c < 0 \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{4}(c-1) & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ 1 & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ c.c. & \text{se } c \geq 2 \end{cases}$

☐ Nenhuma das anteriores

3. O valor médio de X é:

☐ $\frac{5}{4}$

☐ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{3}{2}$

☐ Nenhuma das anteriores

4. O terceiro quartil de X é:

☐ $\frac{3}{4}$

☐ 1

☐ $\frac{5}{3}$

☐ Nenhuma das anteriores

5. A distribuição de X é:

☐ $U([0, 1])$

☐ $U([1, 2])$

☐ $Exp\left(\frac{4}{5}\right)$

☐ Nenhuma das anteriores

Grupo II - 4 valores

Para as questões 1, 2 e 3, assinale a resposta correta marcando x no respetivo quadrado. Responda à questão 4 no espaço reservado para o efeito.

Considere duas variáveis aleatórias, X e Y , independentes e tais que $X \sim \text{Poisson}(2)$ e $Y \sim \text{Exp}(2)$.

1. Os acontecimentos $(X \leq 1)$ e $(Y > 2)$ são:

☐ independentes

☐ ambos impossíveis

☐ disjuntos

☐ Nenhuma das anteriores

2. A variável aleatória $2X - 3$ tem variância igual a:

☐ 1

☐ 8

☐ 5

☐ Nenhuma das anteriores

3. A variável aleatória $3Y$ segue a distribuição:

☐ $Exp\left(\frac{2}{3}\right)$

☐ $Exp(6)$

☐ $Exp\left(\frac{3}{2}\right)$

☐ Nenhuma das anteriores

4. Calcule $P(X \leq 1, Y > 2)$.

R: _____

Grupo III - 3 valores

Para cada uma das questões seguintes, assinale a resposta correta marcando x no respetivo quadrado.

Considere duas variáveis aleatórias, X e T , tais que $X \sim N(-1, 25)$ e $T \sim N(3, 9)$.

1. O valor de $P(X < 1)$ é:

- ☐ 0.5319 ☐ 0.1554 ☐ 0.6554 ☐ Nenhuma das anteriores

2. Se X e T são independentes então a variável aleatória $X - T$ tem distribuição:

- ☐ $N(0, 1)$ ☐ $N(-4, 34)$ ☐ $N(-4, 16)$ ☐ Nenhuma das anteriores

3. Suponha agora que T representa o peso, em kg, de uma embalagem de um certo produto. A probabilidade de a média de uma amostra aleatória de 100 embalagens deste produto ser inferior a 3.3 kg é:

- ☐ 0.3413 ☐ 0.8000 ☐ 0.8413 ☐ Nenhuma das anteriores

Grupo IV - 4 valores

Responda às questões deste grupo na folha de teste. Pode trocar a ordem, mas identifique sempre a questão a que está a responder. Justifique as respostas apresentando os cálculos intermédios.

Um hospital abriu concurso para uma vaga de enfermeiro e todos os candidatos foram submetidos a duas provas, A e B . Sabe-se que 40% dos candidatos reprovou na prova A , 30% reprovou na prova B e 10% reprovou em ambas as provas. Depois de efetuar estas provas, alguns candidatos passam à fase seguinte, em que são entrevistados, de acordo com os seguintes critérios:

- os candidatos aprovados em ambas as provas passam à entrevista;
- os candidatos que reprovam na prova B são automaticamente excluídos (e não seguem para a entrevista);
- dos candidatos que reprovam apenas na prova A , 10% são escolhidos aleatoriamente para seguir para a entrevista.

Escolheu-se, ao acaso, um indivíduo que se candidatou a esta vaga.

- a) [0.75 valores] Mostre que a probabilidade de ele ter reprovado apenas na prova A é igual a 0.3.
- b) [0.75 valores] Mostre que a probabilidade de ele ter sido aprovado em ambas as provas é igual a 0.4.
- c) [1.50 valores] Qual a probabilidade de ele ter passado à entrevista? Justifique.
- d) [1.00 valores] Sabendo que este indivíduo passou à entrevista, qual a probabilidade de ele ter reprovado na prova A ? Justifique.

Grupo V - 4 valores

Responda às questões deste grupo na folha de teste. Pode trocar a ordem, mas identifique sempre a questão a que está a responder. Justifique as respostas apresentando os cálculos intermédios.

Considere a experiência aleatória que consiste em efetuar três lançamentos consecutivos de um dado equilibrado.

1. Recorrendo ao produto cartesiano de conjuntos, identifique o espaço amostral da experiência aleatória.
2. Recorrendo ao produto cartesiano de conjuntos, identifique o subconjunto do espaço amostral que corresponde ao acontecimento I : "nos dois primeiros lançamentos saíram duas faces par" e diga, justificando, se I é um acontecimento elementar. Determine ainda $P(I)$.
3. Seja X a variável aleatória que representa o número de vezes que saiu uma face inferior ou igual a 4 nos três lançamentos do dado.
 - a) X tem uma distribuição conhecida. Identifique-a e apresente a sua função massa de probabilidade.
 - b) Calcule $P(X \geq E[X])$.