

Relax4: problema de minimização do custo do fluxo em rede (*Minimum Cost Network Flow Problem*).

formato do input e exemplos

J.M. Valério de Carvalho
Departamento de Produção e Sistemas
Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Conteúdo

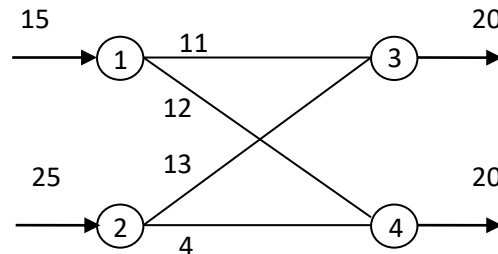
- Formato do ficheiro de input
- Exemplos
- Caso especial: multigrafos
- Informações adicionais

formato do ficheiro de input

- **Definição da Dimensão da Rede (cabeçalho)**
- Nas duas primeiras linhas:
 - n
 - m
- sendo n o número de vértices e m o número de arcos do grafo.
- **Definição dos Arcos da Rede**
- Seguem-se m linhas com uma lista dos arcos, no seguinte formato:
 - $org \ dst \ custo \ cap$
- sendo **org** o vértice de origem do arco, **dst** o vértice de destino, **custo** o respectivo custo unitário de transporte e **cap** a capacidade do arco (limite superior para o fluxo que nele pode ser transportado).
- **Definição das Ofertas e das Procura em cada Vértice da Rede**
- Nas restantes n linhas, indicam-se as ofertas e as procura em cada vértice do grafo:
 - - uma quantidade *positiva* se existir uma *oferta* no vértice,
 - - uma quantidade *negativa* se existir uma *procura* no vértice, e
 - - zero, caso contrário.

Exemplo 0

- Considere o problema apresentado na Figura, com duas origens e dois destinos, em que as ofertas nos vértices 1 e 2 são iguais a 15 e 25, respectivamente, e os consumos nos vértices 3 e 4 são iguais a 20 e 20, respectivamente:



- Os custos unitários dos arcos são iguais a: $c_{13}=11$, $c_{14}=12$, $c_{23}=13$ e $c_{24}=4$.
- A capacidade de todos os arcos é igual a 1000 (virtualmente infinita).
- Ficheiro de input:

```

4
4
1 3 11 1000
1 4 12 1000
2 3 13 1000
2 4 4 1000
15
25
-20
-20
  
```

notas

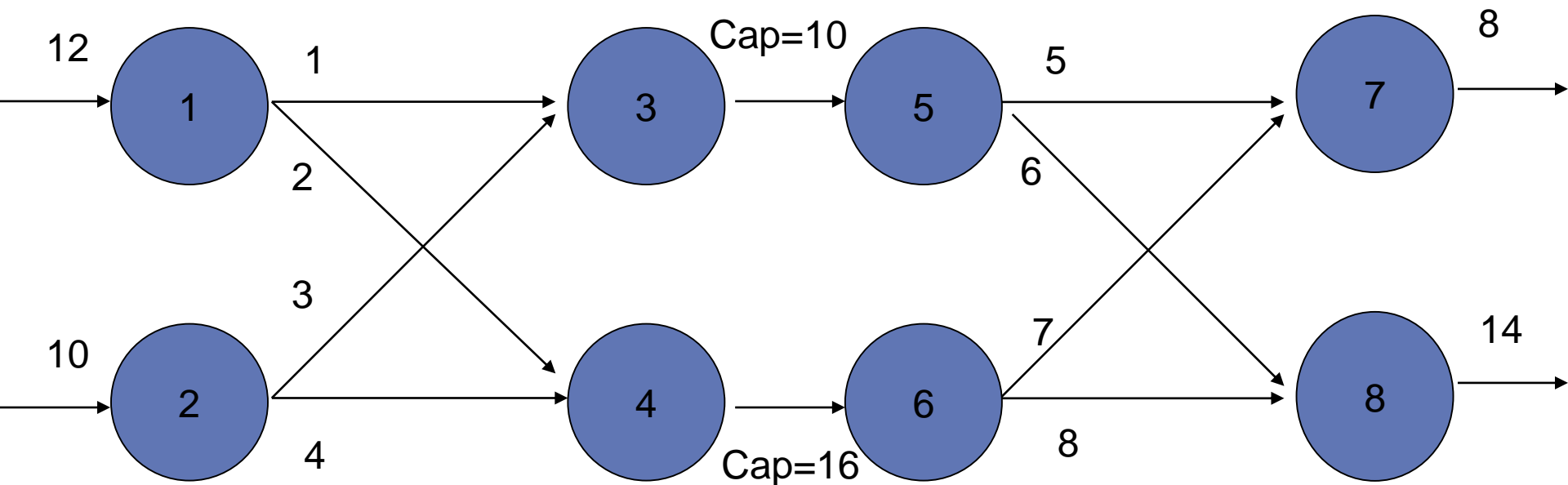
- O ficheiro de input pode ser editado com qualquer processador de texto, desde que seja guardado como um ficheiro de texto, apenas com caracteres ASCII.
- Após a última linha com dados, fazer *Enter* (o solver interpreta o conjunto CR+LF como delimitador do último campo com dados). Depois disso, pode colocar-se qualquer texto.
- O ficheiro é lido sem formato: em cada linha, é suficiente separar os dados por um espaço.
- A soma das ofertas dos vértices deve ser igual à soma das procuras dos vértices (problema balanceado).
- Os dados de entrada devem ser números inteiros.

nota: numeração dos vértices

- Os vértices são identificados por números naturais a partir de 1.
- Pode haver vértices do grafo sem nenhuma ligação ao resto do grafo.
- O modelo a seguir apresentado é semelhante ao do Exemplo 0, mas o vértice 4 é designado por vértice 5.
- São declarados 7 vértices. De notar que os vértices 4, 6 e 7 não têm qualquer ligação ao resto do grafo.

```
7
4
1 3 11 1000
1 5 12 1000
2 3 13 1000
2 5 4 1000
15
25
-20
0
-20
0
0
```

Exemplo 1: transporte com armazéns intermédios



Os arcos (3,5) e (4,6) têm capacidades (limites superiores) de 10 e 16, respectivamente, para modelar as capacidades dos armazéns.

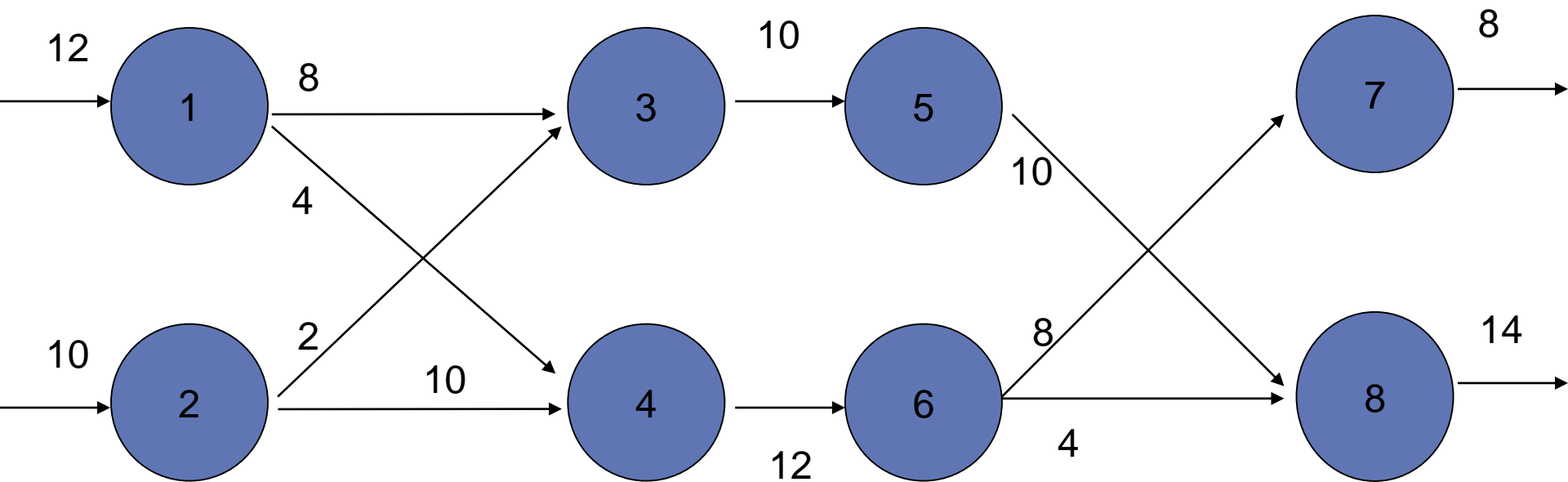
Ficheiro de input

```
8
10
1 3 1 1000
1 4 2 1000
2 3 3 1000
2 4 4 1000
3 5 0 10
4 6 0 16
5 7 5 1000
5 8 6 1000
6 7 7 1000
6 8 8 1000
12
10
0
0
0
0
-8
-14
```


Parte do output do Relax

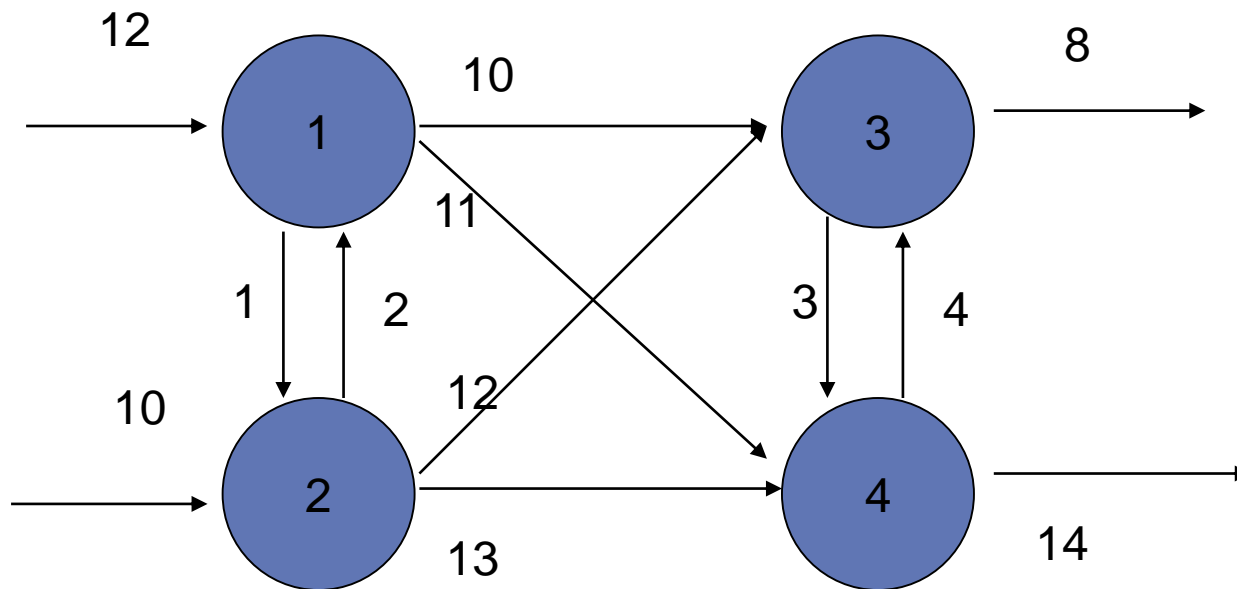
- 1 3 8.
- 1 4 4.
- 2 3 2.
- 2 4 8.
- 3 5 10.
- 4 6 12.
- 5 8 10.
- 6 7 8.
- 6 8 4.
- OPTIMAL COST = 202.

Solução óptima (quantidades transportadas)



Custo óptimo = 202

Exemplo 2: transportes com transbordo



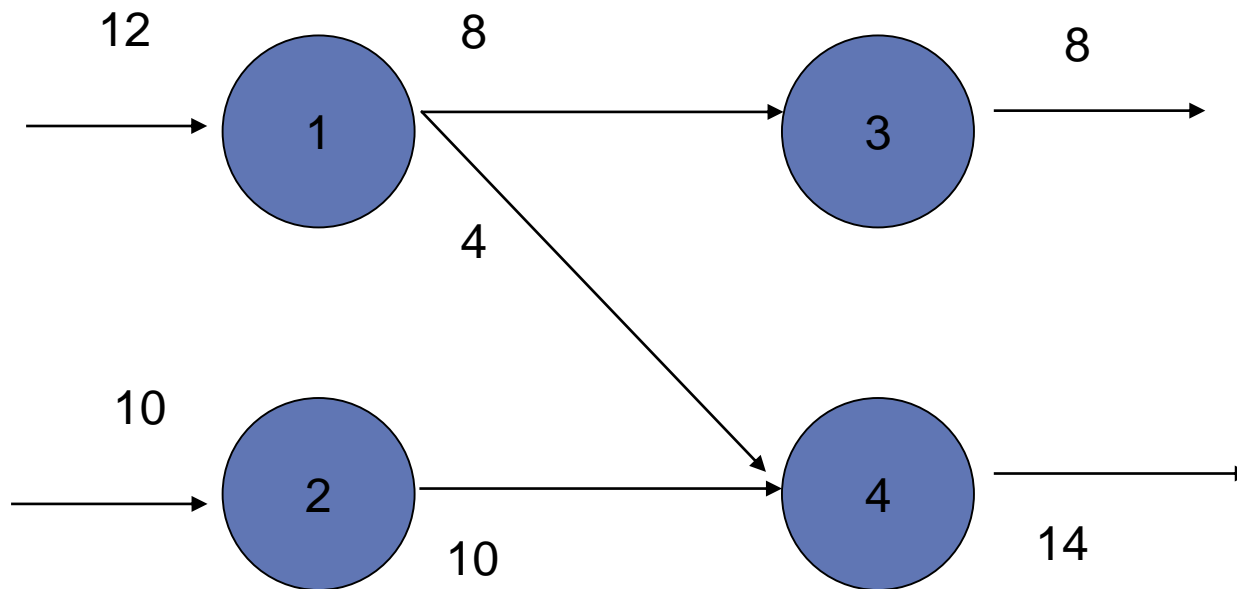
Ficheiro de input

```
4
8
1 3 10 1000
1 4 11 1000
1 2 1 1000
2 1 2 1000
2 3 12 1000
2 4 13 1000
3 4 3 1000
4 3 4 1000
12
10
-8
-14
```

Parte do output do Relax

- 1 3 8
- 1 4 4
- 2 4 10
- OPTIMAL COST = 254.00

Solução óptima (quantidades transportadas)



Custo óptimo = 254

Caso especial: multigrafos

- Num multigrafo, pode haver múltiplos arcos entre o mesmo par origem-destino.
- No seguinte exemplo, há 4 arcos entre os vértices 2 e 4:
 - a primeira unidade pode fluir a um custo unitário de 1,
 - a segunda unidade pode fluir a um custo unitário de 2,
 - a terceira e a quarta unidades podem fluir a um custo unitário de 3, e
 - as restantes unidades (em número virtualmente infinito) podem fluir a um custo unitário de 4.

4

7

1 3 11 1000

1 4 12 1000

2 3 13 1000

2 4 1 1

2 4 2 1

2 4 3 2

2 4 4 1000

15

25

-20

-20

- Um dos arcos (do conjunto) com maior custo só pode ter fluxo se os arcos de custo inferior estiverem *saturados* (com um fluxo igual à capacidade do arco). Isto serve para modelar custos de transporte convexos.
- Para representar custos côncavos, é necessário usar modelos de programação linear com variáveis binárias.

Informações adicionais

- Informações adicionais sobre este programa, em particular sobre a estratégia do algoritmo, as estruturas de dados utilizadas e o desempenho computacional, podem ser obtidas no artigo:
- Dimitri Bertsekas e Paul Tseng, “The relax codes for linear minimum cost network flow problems”, Annals of Operations Research 13, 125-188, 1988.
- O solver está disponível em:
- <https://neos-server.org/neos/solvers/Ino:RELAX4/RELAX4.html>

Fim