2) $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x+1}}$

A) Domínio: $x+1>0 \Rightarrow x>-1$

$Dom(f) = (-1, +\infty)$

B) Interseção: $f(0) = \dfrac{0^2}{\sqrt{0+1}} = 0$

$(0,0)$

$f(x)=0 \Rightarrow \dfrac{x^2}{\sqrt{x+1}} = 0 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0$

C) Simetria: Nenhuma

D) Assintota:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\overbrace{x^{2-1/2}}^{\to+\infty}}{\sqrt{\underbrace{\frac{\cancel{x}}{x}+\frac{1}{x}}_{\to 1}}} = +\infty$$

não há assintota horizontal

$$\lim_{x\to-1^+} \frac{\overbrace{x^2}^{\to 1}}{\underbrace{\sqrt{x+1}}_{\to 0^+}} = +\infty$$ Assintota vertical em $x=-1$

E) Intervalos de crescimento e decrescimento

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow f'(x) \; \frac{\sqrt{x+1}\cdot 2x - x^2\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}\cdot 1}{(x+1)}$$

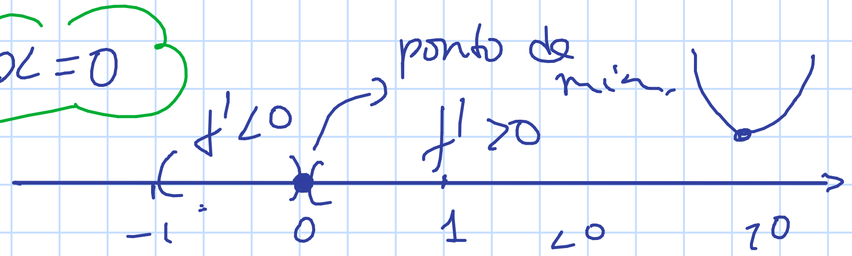
$$= \frac{1}{(x+1)}\left(\sqrt{x+1}\cdot 2x - x^2\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) = \frac{1}{(x+1)} \frac{2(x+1)2x - x^2}{2\sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{4x^2+4x-x^2}{2(x+1)^{3/2}} = \frac{3x^2+4x}{2(x+1)^{3/2}} = 0$$

$3x^2+4x = x(3x+4) = 0$

$x=0$ $\quad 3x+4=0 \quad$ $\cancel{x = -\frac{4}{3} < -1}$ não pertence ao Domínio de f

$x=0$



$(-1,0)$ $\quad f'\left(-\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(3\left(-\frac{1}{2}\right)+4\right)}{+} < 0 \Rightarrow f$ é decrescente

$(0,+\infty)$ $\quad f'(1) = \dfrac{1\,(3.1+4)}{+} > 0 \Rightarrow f$ é crescente

f é decrescente em $(-1,0)$,

f é crescente em $(0,+\infty)$

f tem um mínimo local em $x=0$, $f(0)=0$

6) Intervalos de concavidade:

$$f'(x) = \frac{3x^2+4x}{2(x+1)^{3/2}} \Rightarrow f''(x) = \frac{(6x+4)\,2\,(x+1)^{3/2} - (3x^2+4x)\,\cancel{2}\,\frac{3}{\cancel{2}}(x+1)^{1/2}}{4(x+1)^3}$$

$$= \cancel{(x+1)^{1/2}}\;\frac{2(6x+4)(x+1) - (3x^2+4x)\,3}{4\,(x+1)^{\cancel{3}\,\frac{5}{2}}}$$

$$= \frac{(12x+8)(x+1) - (9x^2+12x)}{4(x+1)^{5/2}} = \frac{\overset{3x^2}{\cancel{12x^2}} + \cancel{12x} + 8x + 8 - \cancel{9x^2} - \cancel{12x}}{4(x+1)^{5/2}}$$

$$= \frac{3x^2+8x+8}{4(x+1)^{5/2}} = 0 \Rightarrow 3x^2+8x+8=0 \Rightarrow \Delta = b^2-4ac =$$

$= 8^2 - 4.3.8 < 0$ Não existem raízes.

$f''(0) = \dfrac{8}{4} > 0 \Rightarrow f$ é côncava para cima em todo o domínio. Confirma que f tem um ponto de mínimo local em $x=0$.

(0,0) interseção nos eixos

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$

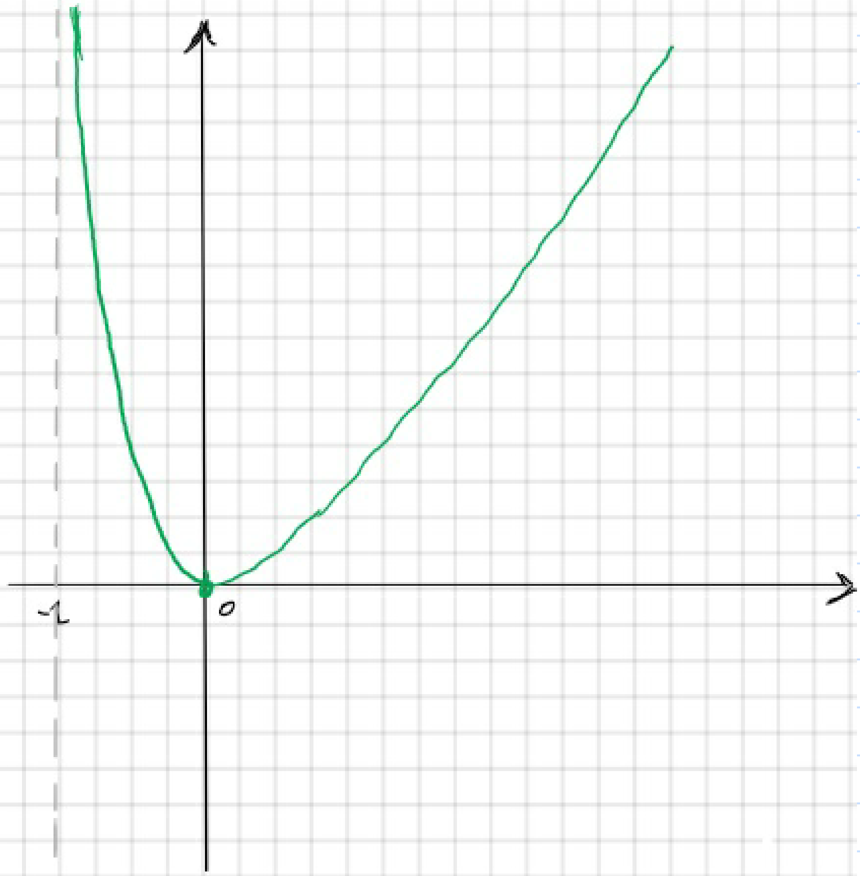
Assintota vertical $x = -1$

f é decrescente em $(-1, 0)$

f é crescente em $(0, +\infty)$

mínimo local em $(0, f(0))$ $f(0) = 0$

f é côncava para cima em $(-1, +\infty)$



3) $f(x) = x e^x$

A) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ (polinômio $\times$ função exponencial)

B) $f(0) = 0 e^0 = 0$ $(0,0)$

$f(x) = 0 \Rightarrow x e^x = 0 \Rightarrow x = 0$ pois $e^x \neq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

C) $f(-x) = -x e^{-x} = -\frac{x}{e^x} \neq -f(x)$

$\neq f(x)$

Não há simetria

D) $\lim_{x \to +\infty} \overset{\to +\infty}{x}\ \overset{\to +\infty}{e^x} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} x e^x = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{-e^{-x}}$

$= \lim_{x \to -\infty} -e^x = 0$

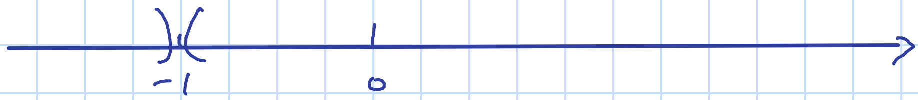
$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to -\infty} x = -\infty \\ \lim_{x \to -\infty} e^x = 0 \end{array}\right\}$ L'Hôpital

$\lim_{x \to -\infty} e^{-x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{e^x} = +\infty$

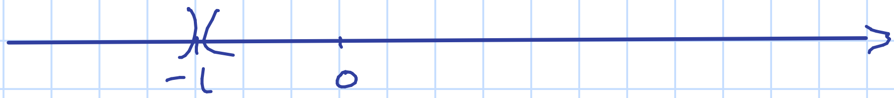
$y = 0$ assíntota horizontal.

E) $f(x) = x e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + x e^x = e^x(x+1) = 0$

número crítico $x = -1$

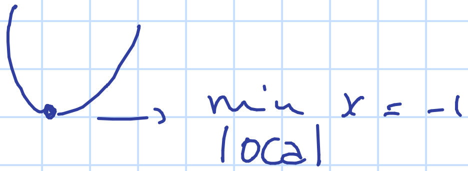


$f'(x) = e^x(x+1) = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x = -1$



$(-\infty, -1)$ $f'(-2) = e^{-2}(-2+1) < 0 \Rightarrow f$ é decrescente

$(-1, +\infty)$ $f'(0) = e^{0}(0+1) > 0 \Rightarrow f$ é crescente



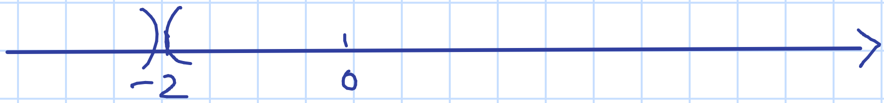
f é decrescente em $(-\infty, -1)$

f é crescente em $(-1, +\infty)$

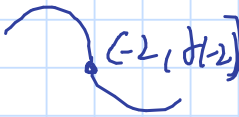
f tem um mínimo local em $x = -1$, $f(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$

6) $f'(x) = e^x(x+1) \Rightarrow f''(x) = e^x(x+1) + e^x = e^x(x+2) = 0$

$(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2$



$(-\infty, -2)$ $f''(-3) = e^{-3}(-3+2) < 0 \Rightarrow f$ é côn. p. baixo



$(-2, +\infty)$ $f''(0) = e^{0}(0+2) > 0 \Rightarrow f$ é côn. p. cima

f tem um ponto de inflexão em $(-2, f(-2))$

$f(-2) = -2e^{-2} = -\frac{2}{e^2}$