

ACH2011 - Cálculo I
Sistema de Informação - EACH

Lista 3: Funções e Modelos¹

1. Se $f(x) = 3x^2 - x + 2$ e a um número real qualquer, encontre $f(2)$, $f(-2)$, $f(\sqrt{2})$, $f(a)$, $f(-a)$, $f(a+1)$, $2f(a)$, $f(2a)$, $f(a^2)$, $[f(a)]^2$ e $f(a+h)$.
2. Encontre $f(2+h)$, $f(x+h)$ e $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ onde $h \neq 0$ e
 - (a) $f(x) = x - x^2$
 - (b) $f(x) = \frac{x}{x+1}$
3. Encontre o domínio da função.
 - (a) $f(x) = \frac{5x+4}{x^2+3x+2}$.
 - (b) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$.
 - (c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-5x}}$.
4. Encontre o domínio e esboce o gráfico da função.
 - (a) $f(x) = 5$.
 - (b) $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)$.
 - (c) $f(x) = \sqrt{x-5}$.
5. Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.
 - (a) Um retângulo tem um perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
 - (b) Um retângulo tem uma área de 16 m^2 . Expresse o perímetro do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
6. Determine se f é par, ímpar ou nenhum dos dois.
 - (a) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$
 - (b) $f(x) = \frac{x^2}{x^4+1}$

¹Exercícios do livro Cálculo de James Stewart

- (c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$
- (d) $f(x) = x|x|$
- (e) $f(x) = 1 + 3x^2 - x^4$
- (f) $f(x) = 1 + 3x^3 - x^5$
7. Classifique cada função como uma função potência, função raiz, função polinomial (estabeleça o grau), função racional, função algébrica ou função trigonométrica.
- (a) $f(x) = \sqrt[5]{x}$.
- (b) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$
- (c) $f(x) = x^9 + x^6$
- (d) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + x}$
- (e) $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$
- (f) $f(x) = 10^x$.
- (g) $f(x) = \cos \theta + \operatorname{sen} \theta$
- (h) $f(x) = x^{10}$
8. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = 1 + m(x + 3)$ têm em comum? Esboce o gráfico de vários membros da família.
9. O que todos os membros da família de funções lineares $f(x) = c - x$ têm em comum? Esboce o gráfico de vários membros da família.
10. Encontre uma expressão para uma função cúbica f se $f(1) = 6$ e $f(-1) = f(0) = f(2) = 0$.
11. Um administrador de bazar de fim de semana sabe por experiência que se cobrar x dólares pelo aluguel de um espaço no bazar, então o número y de espaços que ele conseguirá alugar é dado pela equação $y = 200 - 4x$.
- (a) Esboce o gráfico dessa função linear. (Lembre-se de que o aluguel cobrado pelo espaço e o número de espaços alugados não podem ser quantidades negativas.)
- (b) O que representam a inclinação, a intersecção com o eixo x e a intersecção com o eixo y .
12. Explique como obter, a partir do gráfico de $y = f(x)$, os gráficos a seguir:
- (a) $y = 5f(x)$,
- (b) $y = f(x - 5)$,
- (c) $y = -f(x)$,
- (d) $y = -5f(x)$,

- (e) $y = f(5x)$.
13. Como o gráfico de $y = f(|x|)$ está relacionado com o gráfico de f ?
14. Esboce o gráfico de $y = \sqrt{|x|}$.
15. Encontre $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ e f/g e defina seus domínios para:
- (a) $f(x) = x^3 + 2x^2$, $g(x) = 3x^2 - 1$;
- (b) $f(x) = \sqrt{3 - x}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.
16. Encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e defina seus domínios.
- (a) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 2x + 1$;
- (b) $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = \cos x$.
17. Encontre $f \circ g \circ h$ com:
- (a) $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x - 1$;
- (b) $f(x) = \sqrt{x - 3}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x^3 + 2$.
18. Expresse a função F da forma $f \circ g$
- (a) $F(x) = (x^2 + 1)^{10}$,
- (b) $F(x) = \sin(\sqrt{x})$.
19. Se $f(x) = x + 4$ e $h(x) = 4x - 1$, encontre uma função g tal que $g \circ f = h$.
20. (a) Suponha que f e g são funções pares. O que você pode dizer sobre $f + g$ e $f \cdot g$?
- (b) E se f e g forem ambas ímpares?
21. (a) Suponha que f seja uma função par e que g seja ímpar. O que você pode dizer sobre $f \cdot g$?
- (b) Suponha que g seja uma função par e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função par?
- (c) Suponha que g seja uma função ímpar e seja $h = f \circ g$. A função h é sempre uma função ímpar? E se f for ímpar? E se f for par?
22. Encontre o domínio de cada função
- (a) $f(x) = \frac{1}{e^x}$,
- (b) $f(x) = \sin(e^{-x})$,
- (c) $f(x) = \sqrt{1 - 2^x}$.
23. Se $f(x) = 5^x$, mostre que

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 5^x \frac{5^h - 1}{h}.$$

24. (a) O que é uma função injetora?
 (b) A partir do gráfico, como dizer se uma função é injetora?
25. Use um gráfico para decidir se $f(x) = x^3 - x$ é uma função injetora.
26. (a) Seja f uma função injetora com domínio A e imagem B . Como é definida a função inversa f^{-1} ? Qual o domínio de f^{-1} ? Qual a imagem de f^{-1} ?
 (b) Se for dada uma fórmula para f , como você encontrará uma fórmula para f^{-1} ?
 (c) Se for dado o gráfico de f , como você encontrará o gráfico de f^{-1} ?
27. Determine se f é injetora
- (a) $f(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$,
 (b) $f(x) = |x|$,
 (c) $f(x) = \sqrt{x}$.
 (d) $f(t)$ é a altura da bola em t segundos após ser chutada.
28. Se f for uma função injetora tal que $f(2) = 9$, quanto é $f^{-1}(9)$?
29. Se $g(x) = 3 + x + e^x$, ache $g^{-1}(4)$.
30. Encontre uma fórmula para a função inversa.
- (a) $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$,
 (b) $f(x) = e^{x^3}$,
 (c) $f(x) = \ln(x + 3)$.
31. Expresse a quantidade dada como um único logaritmo.
- (a) $\ln 5 + \ln 3$,
 (b) $\ln(a + b) + \ln(a - b) - 2 \ln c$,
 (c) $\ln(1 + x^2) + \frac{1}{2} \ln x - \ln(\sin(x))$.
32. Resolva cada equação em x .
- (a) $2 \ln x = 1$,
 (b) $\ln(5 - 2x) = -3$,
 (c) $e^{2x+3} - 7 = 0$,
 (d) $\ln(x) + \ln(x - 1) = 1$.
33. (a) Faça o gráfico da função $f(x) = \sin(\sin^{-1}(x))$ e explique sua aparência.
 (b) Faça o gráfico da função $g(x) = \sin^{-1}(\sin(x))$. Como você pode explicar a aparência desse gráfico?