ACH2011 - Cálculo I

Sistema de Informação - EACH

1) **Qual é o coeficiente angular da reta secante que intercepta o gráfico de $h(x) = \sqrt{15 - 2x}$ em $x = 3$ e $x = 7$?**

-0,5

$(3, h(3)) \quad (7, h(7))$

$h(3) = \sqrt{15 - 2 \cdot 3} = \sqrt{15-6} = \sqrt{9} = 3$

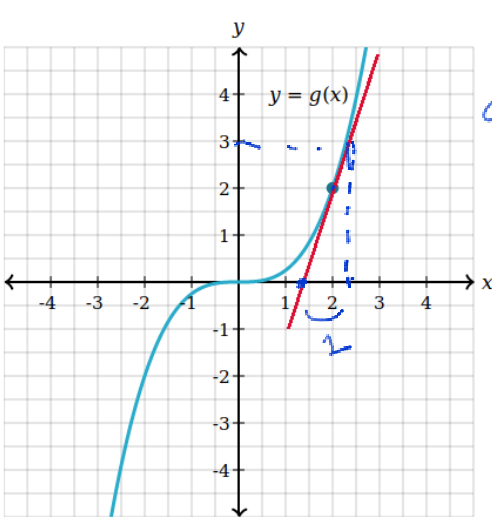
$h(7) = \sqrt{15 - 2 \cdot 7} = \sqrt{15-14} = \sqrt{1} = 1$

$$\frac{h(x_2) - h(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{h(7) - h(3)}{7-3} = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

2) **Estime o valor de $g'(2)$.**

Escolha 1 resposta:

- ~~-0,25~~
- ~~0~~
- ~~-3~~
- 3 (x)
- 0,25



$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

2)

A reta tangente ao gráfico da função g no ponto $(9, 2)$ passa pelo ponto $(5, 7)$.

$x_1 \quad y_1 \qquad x_2 \quad y_2$

Calcule $g^{'}(9)$.

$g^{'}(9) = -\frac{5}{4}$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-2}{5-9} = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4}$$

$$g'(9) = \lim_{x \to 9} \frac{g(x) - g(9)}{x - 9}$$

4)

Qual derivada é descrita pela seguinte expressão?

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x - 0}$$

Escolha 1 resposta:

- ~~$g^{'}(1)$, em que $g(x) = \cos(x)$~~
- (selected) $g^{'}(0)$, em que $g(x) = \cos(x)$
- ~~$g^{'}(1)$, em que $g(x) = \frac{\cos(x) - 1}{x}$~~
- ~~$g^{'}(0)$, em que $g(x) = \frac{\cos(x) - 1}{x}$~~

$$g'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0}$$

se $g(x) = \cos x$

$$g'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - \cos(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x - 0}$$

5) **Qual das seguintes opções é igual a $f'(4)$ para $f(x) = \sqrt{x}$?**

Escolha 1 resposta:

- ○ $\cancel{\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 4}}$
- ○ $\cancel{\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x - 4}}{x - 4}}$
- ● $\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$
- ○ $\cancel{\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{x - 4}}$

$$f'(4) = \lim_{x \to 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4}}{x - 4} = \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

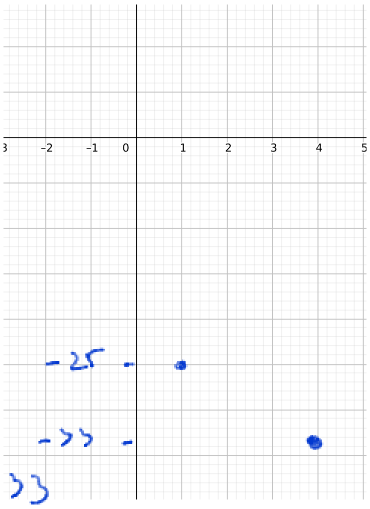
6) Esta tabela mostra valores selecionados da função derivável f.

x	1	4	6	7	9	12
$f(x)$	−25	−33	−19	−37	−31	−24

Qual é a melhor estimativa que podemos fazer para $f'(2)$ com base nesta tabela?

Escolha 1 resposta:

- ○ −29
- ○ −8
- ● −2,67
- ○ 0,1



$x_1 = 1 \quad f(x_1) = -25 \qquad x_2 = 4 \quad f(4) = -33$

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{-33 - (-25)}{4 - 1} = -\frac{8}{3} = -2{,}6666\ldots$$

$$\approx -2{,}67$$

7) Exercício: Para $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ calcular a derivada de f usando a definição.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{x+h}} - \frac{1}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{\sqrt{x+h}\,\sqrt{x}}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x+h})(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}{\sqrt{x+h}\,\sqrt{x}\;(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{x - (x+h)}{(\sqrt{x+h}\,\sqrt{x})(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{\cancel{x} - \cancel{x} - \cancel{h}^{\,-1}}{(\sqrt{x+h}\,\sqrt{x})(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}}{\cancel{h}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{-1}{\sqrt{x+h}\,\sqrt{x}\;(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})} = \frac{-1}{\sqrt{x}\,\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+\sqrt{x})} = \frac{-1}{x\, 2\sqrt{x}}$$

$$= -\frac{1}{2x\, x^{1/2}} = -\frac{1}{2\, x^{3/2}} = -\frac{1}{2}\, x^{-3/2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}\, x^{-3/2}$$