Gabriel Monteiro de Souza - 14746450

1) a. $D \to C$ c. $D' \to (B' \wedge C)$

b. $C \to A$ d. $A \to (B \vee C')$

Se assumirmos D infectado ou limpo, C estará infectado respectivamente por a e c, assim A também estará infectado pelo b, então por d se A e C infectados, então B também estará infectado, e assim, pelo c, D também estará infectado.

2) $A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \to C$

$A \to (B' \vee C)$ por implicação.

$A' \vee (B' \vee C)$ por implicação

$(A' \vee B') \vee C$ propriedade comutativa.

$(A \wedge B)' \vee C$ Lei de De Morgan

$(A \wedge B) \to C$ por implicação.

3) $(\forall x)[P(x) \to Q(x)] \to [(\exists x) P(x) \to (\forall x) Q(x)]$

1 $(\forall x)[P(x) \to Q(x)]$ hipótese

2 $(\exists x) P(x)$ hipótese

3 $P(a)$ 2, instanciação existencial

4 $P(a) \to Q(a)$ 1, instanciação universal

5 $Q(a)$ 3, 4 mp.

Nesse caso não podemos usar a generalização universal em "$Q(a)$", pois não é todo valor arbitrário que satisfaz a afirmação. Outra forma de provar é assumir, por exemplo, que $P(x)$ é um múltiplo de 2 e $Q(x)$ um inteiro par, dessa forma, para todo múltiplo de 2 é par, porém não é todo número que é par para um número que exista múltiplo de 2 dele. Portanto a proposição é inválida.

4) $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)] \to [[(\exists x) P(x)]' \to (\forall x) Q(x)]$

1 $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$ hipótese

2 $[(Ex)(P(x))]'$ hipótese

3 $(\forall x)[P(x)]'$ 2, equivalência, mp;

4 $P(a) \vee Q(a)$ 1, instanciação universal;

5 $P(a)'$ 3, instanciação universal;

6 $P(a)' \to Q(a)$ 4, implicação, mp;

7 $Q(a)$ 5, 6 mp;

8 $(\forall x) Q(x)$ 7, generalização universal.