

**ACH2011 - Cálculo I**  
**Sistema de Informação - EACH**

**Lista 5: Regras de Derivação - Parte 2<sup>1</sup>**

1. (a) Encontre  $y'$  derivando implicitamente.  
(b) Resolva a equação explicitamente isolando  $y$  e derive para obter  $y'$  em termos de  $x$ .  
(c) Verifique que suas soluções para as partes (a) e (b) são consistentes, substituindo a expressão para  $y$  em sua solução para a parte (a).
  - i.  $xy + 2x + 3x^2 = 4$
  - ii.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$
  - iii.  $4x^2 + 9y^2 = 36$
  - iv.  $\cos x + \sqrt{y} = 5$
2. Encontre  $dy/dx$  derivando implicitamente.
  - (a)  $x^4(x + y) = y^2(3x - y)$
  - (b)  $y \sin(x^2) = x \sin(y^2)$
  - (c)  $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$
  - (d)  $\tan(x - y) = \frac{y}{1 + x^2}$
3. Se  $f(x) + x^2[f(x)]^3 = 10$  e  $f(1) = 2$ , ache  $f'(1)$ .
4. Se  $g(x) + x \sin(g(x)) = x^2$ , ache  $g'(0)$ .
5. Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.
  - (a)  $x^2 + xy + y^2 = 3$ ,  $(1, 1)$  (elipse).
  - (b)  $x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$ ,  $(1, 2)$  (hipérbole).
6. Mostre, fazendo a derivação implícita, que a tangente à elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  no ponto  $(x_0, y_0)$  é  $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$ .

---

<sup>1</sup>Exercícios do livro Cálculo de James Stewart

7. Encontre uma equação da reta tangente à hipérbole  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  no ponto  $(x_0, y_0)$ .
8. Encontre a derivada da função. Simplifique onde possível.
- $y = \tan^{-1} \sqrt{x}$
  - $y = \sqrt{\tan^{-1} x}$
  - $y = \cos^{-1}(e^{2x})$
9. Demonstre a fórmula para  $(d/dx)(\cos^{-1} x)$  pelo mesmo método usado para  $(d/dx)(\sin^{-1} x)$ .
10. Derive a função.
- $f(x) = \ln(x^2 + 10)$
  - $f(x) = \sin(\ln(x))$
  - $f(x) = \ln(\sin^2(x))$
  - $f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$
  - $f(x) = \sqrt[5]{\ln x}$
  - $f(x) = \ln(x^2 \sqrt{x^2 - 1})$
11. Encontre  $y'$  e  $y''$ .
- $y = x^2 \ln(2x)$
  - $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$
12. Derive  $f$  e encontre o domínio de  $f$ .
- $f(x) = \frac{1}{1 + \ln(x)}$
  - $f(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$
13. Se  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ , encontre  $f'(1)$ .
14. Se  $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$ , encontre  $f'(0)$ .
15. Use a derivação logarítmica para achar a derivada de função.
- $y = (2x + 1)^5(x^4 - 3)^6$
  - $y = \sqrt[4]{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}}$
  - $y = x^{\sin x}$

(d)  $y = (\cos x)^x$

(e)  $y = (\ln x)^{\cos x}$

16. Use a definição da derivada para demonstrar que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$