ACH2002

Resolução de Exercício da Aula 3

(Indução fraca)

Resolução do exercício 4

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 – k^2$, $\forall k \geq 1$

$$\boxed{(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4}$$

- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4-1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 – k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 – (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k – 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$$\boxed{(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3}$$

$= 2k^4 – k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 – k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1 = \ldots$

quero chegar nisso → $= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) – (k^2 + 2k +1)$

Resolução do exercício 4

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, $\forall \kappa \geq 1$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4\,a^3 b + 6\,a^2 b^2 + 4\,ab^3 + b^4$$

- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2 * 1^4 - 1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$= 2k^4 - k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 - k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1 = \ldots$

Ok! $= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) - (k^2 + 2k + 1)$

Resolução do exercício 4

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, $\forall k \geq 1$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4-1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

$= 2k^4 - k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 - k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1 = \ldots$

Ok! $= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) - (k^2 + 2k + 1)$

Resolução do exercício 4

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 – k^2$, $\forall \kappa \geq 1$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4-1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 – k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 – (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k – 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$= 2k^4 – k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 – k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1 = \ldots$

Ok! $= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) – (k^2 + 2k +1)$

Resolução do exercício 4

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 – k^2$, $\forall \kappa \geq 1$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 + 4\,ab^3 + b^4$$

- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4-1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 – k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 – (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k – 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

$= 2k^4 – k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 – k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1 = \ldots$

Ok! $= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) – (k^2 + 2k +1)$

Resolução do exercício 4

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, $\forall \kappa \geq 1$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 + 4\,ab^3 + b^4$$

- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4 - 1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$= 2k^4 - k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 - k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1 = \ldots$

Ok! $= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) - (k^2 + 2k + 1)$

Resolução do exercício 4

$$(a+b)^4 = a^4 + 4\,a^3 b + 6\,a^2 b^2 + 4\,ab^3 + b^4$$

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, $\forall \kappa \geq 1$
- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4-1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

$1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + (2k - 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$= 2k^4 - k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 - k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1$

$$= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) - (k^2 + 2k +1) = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$$

Resolução do exercício 4

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

- Prove que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, $\forall k \geq 1$
- Base: para k = 1 vale, $1^3 = 2*1^4-1^2 \Rightarrow 1 = 1$
- Hipótese: Assumimos que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 = 2k^4 - k^2$, para um k qualquer
- Passo: Quero provar que se eu trocar k por k+1 ka equação acima, a equação continua verdadeira, ou seja, quero provar que $1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2(k+1) - 1)^3 = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$, e para isso vou (preciso) usar a hipótese de indução. Então vou começar com o lado esquerdo da equação (separando a parte que vai até k, para eu poder usar a hipótese) da parte nova (k+1):

$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$

$1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2k - 1)^3 + (2(k+1) - 1)^3$

$= 2k^4 - k^2 + (2k + 1)^3$

- $= 2k^4 - k^2 + 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1$
- $= 2k^4 + 8k^3 + 11k^2 + 6k + 1$

$= 2(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1) - (k^2 + 2k + 1) = 2(k+1)^4 - (k+1)^2$

CQD
(como queríamos demonstrar)