

- Derivadas da função $\ln(x)$;
- Derivadas das funções trigonométrica;
- Derivadas do quociente de funções;
- Regra da Cadeia.
- Derivação implícita:
 - Definição e exemplos;
 - Derivadas de funções inversas.
- Derivação Logarítmica;

Roteiro de estudos:

1) Uma função muito importante para o Cálculo, pelas propriedades que ela satisfaz, é a função logaritmo natural de x , $\ln(x)$. Provaremos, nas próximas semanas, que a derivada da função logaritmo natural é a função $1/x$, isto é,

2

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

Exemplo: a) Se $f(x) = 4x^3 - e^x + 3x^2 - 2\ln(x)$, então usando a regra da derivada da soma e da derivada da multiplicação de uma função por uma constante temos

$$f'(x) = 4 \cdot 3x^2 - e^x + 3 \cdot 2x - 2 \cdot \frac{1}{x} = 12x^2 - e^x + 6x - \frac{2}{x}.$$

b) Se $f(x) = x^2 \ln(x)$, então usando a regra da derivada do produto temos

$$f'(x) = 2x \ln(x) + x^2 \frac{1}{x} = x(2 \ln(x) + 1).$$

2) Derivadas das funções trigonométrica em:

> Derivada das funções trigonométricas

No primeiro vídeo, usando GeoGebra, observamos graficamente, qual seria o gráfico da derivada da função $f(x) = \sin(x)$, lembrando que a derivada da função $y = f(x)$ em a é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da curva $y = f(x)$ no ponto $(a, f(a))$.

3) Assista ao video, com a demonstração da derivada do quociente de funções em:

> Derivada do quociente

A Regra do Quociente Se f e g são deriváveis, então

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) \frac{d}{dx} [f(x)] - f(x) \frac{d}{dx} [g(x)]}{[g(x)]^2}.$$

Com isso provamos as seguintes fórmulas de derivação:

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(f - g)' = f' - g'$$

$$(fg)' = fg' + gf'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{gf' - fg'}{g^2}$$

4) Chamamos regra da cadeia à regra de derivação de funções compostas. Por isso é muito importante antes de começar o estudo da regra da cadeia, lembrar da composição de funções. Estudaremos a regra da cadeia com as recomendações do Khan Academy.

5) Exemplos: Regra da cadeia:

Assistir o vídeo no link

> **Exemplo: Regra da Cadeia**

6) Assista ao vídeo a continuação, com uma introdução a Derivação Implícita:

> **Derivação Implícita: Introdução**

7) Assistir os vídeos Derivada da função exponencial e logaritmo no link

> **Derivada das funções exponencial e logaritmo**

8) Assistir os vídeos Derivação Logarítmica no link com o mesmo nome.

> **Derivação Logarítmica**

Em derivação logarítmica vamos aproveitar as propriedades do logaritmo:

Propriedades de Logaritmos Se x e y forem números positivos, então

1. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

2. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

3. $\log_a(x^r) = r \log_a x$ (onde r é qualquer número real)

2

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}[\ln g(x)] = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

A ideia é usar o logaritmo para simplificar o cálculo de derivadas. Para simplificar o cálculo de derivadas complexas ou derivadas de funções da forma $y = f(x)^{g(x)}$ onde $f(x)$ e $g(x)$ são funções.

Passos na Derivação Logarítmica

1. Tome o logaritmo natural em ambos os lados de uma equação $y = f(x)$ e use as Propriedades dos Logaritmos para simplificar.
2. Derive implicitamente em relação a x .
3. Isole y' na equação resultante.

9) Fazer os exercícios das listas correspondentes a estes assuntos.

Lembrando que vocês podem tirar dúvidas, da teoria e dos exercícios, através do meu e-mail ou do fórum.

Bons estudos!

Professora Claudia

Os enunciados que aparecem em destaque foram extraídos do livro de aula Cálculo Volume 1 de James Stewart.