

ACH2011 - Cálculo I
Sistema de Informação - EACH

Lista 5: Regras de Diferenciação¹

1. Diferencie a função:

(a) $f(x) = 5x - 1$.

(b) $f(x) = x^2 + 3x - 4$.

(c) $f(x) = x^{-2/5}$.

(d) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}}$.

(e) $f(x) = 3x + e^x$.

(f) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x^3}$.

(g) $f(x) = e^{x+1} + 1$.

(h) $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$.

2. Ache os pontos sobre a curva $y = x^3 - x^2 - x + 1$ onde a tangente é horizontal.

3. Mostre que a curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ não tem reta tangente com inclinação 4.

4. Use a definição de uma derivada para mostrar que se $f(x) = 1/x$, então $f'(x) = -1/x^2$.

5. (a) Para quais valores de x a função $f(x) = |x^2 - 9|$ é diferenciável? Ache uma fórmula para f' .

(b) Esboce os gráficos de f e f' .

6. Encontre a derivada de $y = (x^2 + 1)(x^3 + 1)$ de duas formas: usando a Regra do Produto e fazendo primeiro a multiplicação. As respostas são iguais?

7. Encontre a derivada de

$$F(x) = \frac{x - 3x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

de duas formas: usando a Regra do Quociente e simplificando primeiro. As respostas são iguais? Qual método você prefere?

8. Diferencie a função:

(a) $f(x) = x^2 e^x$.

¹Exercícios do livro Cálculo de James Stewart

- (b) $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.
- (c) $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.
- (d) $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$.
- (e) $f(x) = (x^3 - x + 1)(x^{-2} + 2x - 3)$.
- (f) $f(x) = \sqrt{x}e^x$.
- (g) $f(x) = \frac{e^x}{x + e^x}$.
- (h) $f(x) = \frac{x}{x + \frac{e}{x}}$.

9. Encontre a reta tangente à curva em o ponto dado.

- (a) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$, $(1, 1)$.
- (b) $f(x) = \frac{e^x}{x}$, $(1, e)$.

10. Suponha que $f(5) = 1$, $f'(5) = 6$, $g(5) = -3$, $g'(5) = 2$. Encontre os valores para $(fg)'(5)$, $(f/g)'(5)$, $(g/f)'(5)$.

11. Suponha que $f(3) = 4$, $f'(3) = -6$, $g(3) = 2$, $g'(3) = 5$. Encontre os valores para $(f+g)'(3)$, $(fg)'(5)$, $(f/g)'(5)$, $(f/(f-g))'(5)$.

12. Se f for uma função diferenciável, encontre uma expressão para a derivada de cada uma das seguintes funções:

- (a) $y = x^2 f(x)$.
- (b) $y = \frac{1 + xf(x)}{\sqrt{x}}$.

13. Diferencie a função:

- (a) $f(x) = x - 3\sin x$.
- (b) $f(x) = \sin x + \cos x$.
- (c) $f(x) = \frac{\tan x}{x}$.
- (d) $f(x) = \frac{x}{\sin x + \cos x}$.
- (e) $f(x) = x \sin x \cos x$.
- (f) $f(x) = e^x \sin x$.
- (g) $f(x) = \frac{\tan x}{\sec x}$.

14. Provar usando a definição de derivada, que se $f(x) = \cos x$, então $f'(x) = -\operatorname{sen} x$.

15. Encontre a reta tangente à curva em o ponto dado.

(a) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $(\pi/4, 1)$.

(b) $f(x) = \frac{1}{\operatorname{sen} x + \cos x}$, $(0, 1)$.

16. Prove que

(a) $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cotg x$.

(b) $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \operatorname{tg} x$.

(c) $\frac{d}{dx}(\cotg x) = -\operatorname{cosec}^2 x$.

17. Encontre o limite

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 5x}{x}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 8x}{\operatorname{sen} 9x}$.

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}$.

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}$.

18. Escreva na forma $f(g(x))$ a função composta. Encontre a derivada.

(a) $y = (x^2 + 4x + 5)^6$.

(b) $y = \cos(\operatorname{tg}(x))$.

(c) $y = \operatorname{tg}(3x)$.

(d) $y = e^{\sqrt{x}}$.

19. Diferencie a função:

(a) $f(x) = (x^3 + 4x)^7$.

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x}$.

(c) $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x - 5)^4}$.

(d) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}}$.

(e) $f(x) = a^3 + \cos^3 x$.

(f) $f(x) = \cos(a^3 + x^3)$.

$$(g) \ f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$(h) \ f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x}.$$

$$(i) \ f(x) = \sin(\sin(\sin(x))).$$

20. Encontre a reta tangente à curva em o ponto dado.

$$(a) \ f(x) = \sin(\sin(x)), (\pi, 0).$$

$$(b) \ f(x) = \frac{8}{\sqrt{4+3x}}, (4, 2).$$

21. Encontre as coordenadas x de todos os pontos sobre a curva $y = \sin 2x - 2\sin x$ em que a reta tangente é horizontal.

22. Suponha $F(x) = f(g(x))$ e $g(3) = 6$, $g'(3) = 4$, $f'(3) = 2$, $f(3) = 4$, $f'(6) = 7$ e $f(6) = 8$. Encontre $F(3)$ e $F'(3)$.