

1) $P(0,0,-3)$, $Q(4,2,0)$ e $R(3,3,1)$

a) $\vec{PQ}(4,2,3)$ $\vec{PR}(3,3,4)$, $\vec{PQ} \times \vec{PR} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -6z - 9x - 16y + 8x + 9z + 12y =$
 $-x - 7y + 6z \therefore$ Um vetor ortogonal

seria θ $\vec{V}(-1, -7, 6)$.
 b) $A_+ = \frac{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin \theta}{2} = \frac{\|\vec{a} \times \vec{b}\|}{2} = \frac{\|\vec{PQ} \times \vec{PR}\|}{2} = \frac{\|\vec{V}\|}{2} = \frac{\sqrt{86}}{2}$

$\vec{V} = (-1, -7, 6) \Rightarrow \|\vec{V}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2 + 6^2} = \sqrt{1 + 49 + 36} = \sqrt{86}$

\therefore O área do triângulo é de $\frac{\sqrt{86}}{2}$ unidades de área.

$$2) P(3, 0, 1), Q(-1, 2, 5), R(5, 1, -1), S(0, 4, 2)$$

$$\vec{PQ}(4, -2, -4), \vec{PR}(-2, -1, 2), \vec{PS}(3, -4, -1)$$

$$V = |\vec{a} \times \vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot |\cos \theta| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} 4 & -2 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \end{vmatrix} = -12 + 32 + 4 + 4 - 12 - 32 = |-16| = 16$$

\therefore O volume do paralelepípedo é de 16 unidades de volume.

$$3) \vec{u} = \vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}, \vec{w} = 5\vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{u}(1, 5, -2), \vec{v}(3, -1, 0), \vec{w}(5, 9, -4)$$

$$\vec{u}(\vec{v} \times \vec{w}) = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 5 & 9 & -4 \end{vmatrix} = -10 \times 0 + 60 + 4 + 0 - 54 = 0 \therefore \text{Como o produto misto dos vetores é nulo, eles são coplanares.}$$