Lista de Exercícios

Tabela da distribuição t-Student (professorguru.com.br)

1.Os dados que acompanham a descrição da resistência à flexão (Mpa) para vigas de concreto de um determinado tipo são:

9.2 9.7 8.8 10.7 8.4 8.7 10.7

6.9 8.2 8.3 7.3 9.1 7.8 8.0

8.6 7.8 7.5 8.0 7.3 8.9 10.0

8.8 8.7 12.6 12.3 12.8 11.7

a) Calcule uma estimativa pontual do valor médio da resistência para a população conceitual de todas as vigas fabricadas dessa forma e informe qual estimador você usou. Dica: ∑xi=246,8

b) Calcule uma estimativa pontual do valor de resistência que separa os 50% mais fracos de todas essas vigas dos 50% mais fortes e informe o estimador que você usou.

c) Calcule e interprete uma estimativa pontual do desvio padrão da população σ. Qual

estimador que você usou? Dica: ∑x^2 =22327,54

d) Calcule uma estimativa pontual da proporção de todas essas vigas cuja resistência à flexão excede 11 Mpa. Dica: Pense em uma observação como um "sucesso" se ela exceder 11.

e) Calcule uma estimativa pontual do coeficiente de variação da população σ /μ , e informe qual estimador você usou.

2.Responda às seguintes perguntas:

a) Uma amostra aleatória de 10 casas em Tatuapé, cada uma delas aquecida com gás natural, é selecionada e a quantidade de gás (em unidades therms) usada durante o mês de janeiro é determinada para cada casa. As observações resultantes são

108, 161, 123, 94, 130, 152, 127, 114, 143, 104.

Se μ denota o uso médio de gás durante janeiro por todas as casas nessa área. Calcule uma estimativa pontual de μ .

b) Suponha que haja 10.000 casas em Tatuapé que usam gás natural para aquecimento. Se τ denota a quantidade total de gás usada por todas essas casas em janeiro. Faça uma estimativa de τ usando os dados da parte (a. Que estimador você usou para calcular sua estimativa?

c) Use os dados da parte (a) para estimar p, a proporção de todas as casas que usaram pelo menos 105 Therms.

d) Forneça uma estimativa pontual da mediana de uso da população (o valor médio na população de todas as casas) com base na amostra da parte (a). Que estimador você usou?

3. Seja uma amostra aleatória $X_1,\dots,X_n$ da distribuição

$$f(x;\theta) = .5(1+\theta x) \qquad -1 \le x \le 1$$

Em que $-1 \le \theta \le 1$ (distribuição conhecida na física de partículas). Mostre que $\hat{\theta} = 3\bar{X}$ e um estimador não viesado de θ. [Dica: Primeiro calcule $\mu = E(X) = E(\bar{X})$.]

4. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória da distribuição de Rayleigh com fdp:

$$f(x;\theta) = \frac{x}{\theta} e^{-x^2/(2\theta)} \qquad x > 0$$

a) Pode ser mostrado que $E(X^2) = 2\theta$. Use este resultado para construir um estimador não viesado para θ baseado em $\sum X_i^2$ (e use regras de valor esperado para mostrar que não é viesado).
b) Estime θ a partir das seguintes $n = 10$ observações de stress vibratório numa turbina sob as seguintes condições:

17.08	10.43	4.79	6.86	13.88
14.43	20.07	9.60	6.71	11.15

5. Uma amostra aleatória de capacetes de bicicleta fabricados por uma determinada empresa é selecionada. Seja *X*= o número entre *n* os que estão com defeito e seja *p= P(*com defeito). Suponha que somente *X* seja observada, em vez da sequência de Sucessos e Fracassos.

a) Derive o estimador de máxima verossimilhança de *p*. Se n= 25 e x=5, qual é a estimativa?

b) O estimador da parte (a) é não viesado?

c) Se n= 25 e x=5, qual é o EMV da probabilidade $(1-p)^5$ de que nenhum dos próximos cinco capacetes examinados tenha defeito?

6. Seja X a proporção do tempo que um aluno selecionado aleatoriamente gasta trabalhando em um determinado teste de aptidão. Suponha que a f.d.p. de X seja:

$$f(x;\theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta} & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Onde θ > -1. Uma amostra aleatória de 10 estudantes fornece os seguintes dados:

$$x_1 = .92,\ x_2 = .79,\ x_3 = .90,\ x_4 = .65,\ x_5 = .86,\ x_6 = .47,\ x_7 = .73,\ x_8 = .97,\ x_9 = .94,\ x_{10} = .77.$$

a) Obtenha o EMV de θ e estime-o a partir dos dados amostrais.

7. A resistência à quebra de cada um dos dez pontos de solda de teste é determinada, produzindo os seguintes dados (psi):

395 379 404 370 392 365 412 418 361 378

a) Supondo que essa resistência seja normalmente distribuída, estime a verdadeira resistência média e o desvio padrão da resistência usando o método de máxima verossimilhança.

b) Novamente assumindo uma distribuição normal, estime o valor de resistência abaixo do qual 95% de todas as soldas terão suas resistências. (Dica: qual é o percentil 95 em termos de μ e σ? (Agora use o princípio da invariância).

8. Considere $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma a.a. de uma exponencial deslocada.

$$f(x;\lambda,\theta) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)} & x \geq \theta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

a) Obtenha o EMV de θ e λ
b) Uma a.a. de n=10 resultou nos valores 3.12, .65, 2.56, 2.21, 5.45, 3.43, 10.40, 8.94, 17.83, e 1.31. Calcule as estimativas de θ e λ.

9. Suponha que uma amostra aleatória de 50 frascos de uma determinada marca de xarope para tosse seja selecionada e que o teor alcoólico de cada frasco seja determinado. Seja μ o teor alcoólico médio da população de todos os frascos da marca em estudo. Suponha que o intervalo de confiança de 95% resultante seja (8,0; 9,6).

a) Um intervalo de confiança de 90% calculado com base nessa mesma amostra teria sido mais estreito ou mais largo do que o intervalo fornecido? Explique seu raciocínio.

b) Considere a seguinte afirmação: Há uma chance de 95% de que μ esteja entre 8 e 9,6. Essa afirmação está correta? Por que sim ou por que não?

c) Considere a seguinte afirmação: Podemos estar altamente confiantes de que 95% de todos os frascos desse tipo de xarope para tosse têm um teor alcoólico entre 8,0 e 9,6. Essa afirmação está correta? Por que sim ou por que não?

d) Considere a seguinte afirmação: Se o processo de selecionar uma amostra de tamanho 50 e calcular o intervalo correspondente de 955 for repetido 100 vezes, 95 dos intervalos resultantes incluirão μ . Essa afirmação está correta? Por que sim ou por que não?

10. Deseja-se obter um IC para a perda de carga média real (watts) para um determinado tipo de motor de indução quando a corrente de linha é mantida em 10 ampères para uma velocidade de 1.500 rpm. Suponha que a perda de carga seja normalmente distribuída com σ = 3,0.

a) Calcule um IC de 95% para μ quando n=25 e $\bar{x}$=60.

b) Calcule um IC de 99% para μ quando n=100 e $\bar{x}$=60.

c) qual deveria ser o tamanho de n se a amplitude do IC de 99% para μ é de 1.0?

11. Determine o nível de confiança para cada um dos seguintes limites de confiança unilateral para amostras grandes:

a) Limite superior: $\bar{x} + .84$ $\bar{x} + .84 s / \sqrt{n}$

b) Limite inferior: $\bar{x} - 2.05 s / \sqrt{n}$

c) Limite superior: $\bar{x} + .67 s / \sqrt{n}$

12. numa amostra de 500 adultos, apenas 120 aprovaram um teste de compreensão de leitura. Calcule um intervalo de confiança (bilateral) usando um nível de confiança de 99% para a proporção de todos os adultos que tem compreensão de leitura adequada.

13. O coordenador de uma escola acredita que o número de professores ausentes em um determinado dia tem uma distribuição de Poisson com parâmetro λ. Use os dados que acompanham as faltas durante 50 dias para derivar um IC de amostra grande para λ. [Dica: a média e a variância de uma variável de Poisson são iguais a λ, portanto, $Z = (\bar{X} - \lambda)/\sqrt{\lambda / n}$ tem aproximadamente uma distribuição normal padrão. Agora, proceda como na derivação do intervalo para p, fazendo uma declaração de probabilidade (com probabilidade 1 - α) e resolvendo as desigualdades resultantes para λ.

# Ausências	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frequencia	1	6	8	10	8	7	5	3	2	1	1

14. Determine o valor crítico t para um intervalo de confiança bilateral em cada uma das situações a seguir.

a) Nível de confiança de 95%, g.l. = 12
b) Nível de confiança de 95%, g.l. = 15
c) Nível de confiança de 99%, g.l = 20
d) Nível de confiança de 99%, *n* = 8
e) Nível de confiança de 98%, g.l. =25
f) Nível de confiança de 99%, *n* = 40

15. Uma amostra aleatória de n = 8 objetos de fibra de vidro de um determinado tipo produziu uma tensão de ruptura interfacial média de 30,5 e um desvio padrão de 3,0. Supondo que a tensão de ruptura interfacial seja normalmente distribuída, calcule um IC de 95% para a tensão média real.

16. Uma amostra de 14 espécimes de juntas de um determinado tipo apresentou uma tensão limite proporcional média de 8,50 MPa e um desvio padrão de 0,80 MPa.

a) Calcule e interprete um limite de confiança inferior de 95% para a verdadeira tensão limite proporcional média de todas essas juntas. Quais suposições, se houver, você fez sobre a distribuição da tensão limite proporcional?

b) Calcule e interprete um limite de previsão inferior de 95% para a tensão limite proporcional de uma única junta desse tipo.

17. Um estudo sobre a capacidade das pessoas de caminhar em linha reta relatou que os dados de acompanhamento sobre cadência (passos por segundo) para uma amostra de n =20 homens saudáveis selecionados aleatoriamente:

.95	.81	.93	.95	.93	.86	1.05	.92	.85	.81
.92	.96	.92	1.00	.78	1.06	1.06	.96	.85	.92

um resumo descritivo dos dados é:

Variable	*N*	*Média*	*Mediana*	*DesvP.*	*DesvMed*
Cadence	*20*	*0.9255*	*0.9300*	*0.0809*	*0.0181*

a) Calcule e interprete um IC de 95% para a média populacional de Cadence
b) Calcule e interprete um Intervalo de Predição individual de 95% para a cadence de um objeto aleatoriamente extraído dessa população.

18. para a distribuição t com 20 g.l., as áreas à direita dos valores 0,687, 0,860 e 1,064 são 0,25, 0,20 e 0,15, respectivamente. Qual é o nível de confiança de cada um dos três intervalos de confiança a seguir para a média de uma distribuição normal da população? Qual dos três intervalos você recomendaria que fosse usado e por quê?

a) $(\bar{x} - .687 s / \sqrt{21}, \bar{x} + 1.725 s / \sqrt{21})$

b) $(\bar{x} - .860 s / \sqrt{21}, \bar{x} + 1.325 s / \sqrt{21})$

c) $(\bar{x} - 1.064 s / \sqrt{21}, \bar{x} + 1.064 s / \sqrt{21})$

19. Determine os valores seguintes:

a) $\chi^2_{.1,15}$

b) $\chi^2_{.1,25}$

c) $\chi^2_{.01,25}$

d) $\chi^2_{.005,25}$

e) $\chi^2_{.99,25}$

f) $\chi^2_{.995,25}$

20. Determine os seguintes valores:

a) O Percentil 90 da distribuição Qui-quadrado com 12 g.l (ν = 12)
b) O percentil 10 da distribuição Qui-quadrado com ν = 12.
c) $P(10.98 \le \chi^2 \le 36.78)$ onde χ^2 é uma v.a Qui-quadrado com ν = 22.
d) $P(\chi^2 < 14.611 \text{ or } \chi^2 > 37.652)$ onde χ^2 é uma v.a Qui-quadrado com ν = 25

21. A quantidade de expansão lateral (mils) foi determinada para uma amostra de n = 9 soldas de arco metálico a gás de potência pulsada usadas em tanques de contenção de navios de GNL. O desvio padrão da amostra resultante foi s = 2,80 mils. Considerando a normalidade, obtenha um IC de 95% para σ^2 e para σ.