

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

Отчет по лабораторной работе

«Функции»

Выполнил:

студент группы

3821Б1ПМ2

Трофимов В.В.

Проверил:

преподаватель каф. МОСТ,
Волокитин В.Д.

Нижний Новгород

2022

Содержание

Постановка задачи	3
Метод решения	4
Руководство пользователя	5
Описание программной реализации	6
Подтверждение корректности	7
Результаты экспериментов	8
Заключение	17
Приложение	18

Постановка задачи

Целями данной работы были:

- 1) Вычисление указанных основных арифметических функций с помощью рядов Маклорена ;
- 2) Замеры ошибки при вычислении;
- 3) Замеры необходимой для вычисления памяти;

Метод решения

Программа заполняет массив данными по определённому правилу. Пока $n-1$ элемент массива $> \text{DBL_MIN}$ – минимального положительного числа типа `double` функция продолжает выделять память и заполнять массив. Для синуса и косинуса выполняется признак Лейбница сходимости

знакопеременяющихся рядов, т.к для $b_n = \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

1. $b_n \geq b_{n+1}$, начиная с некоторого номера ($n \geq N$),
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$.

Для экспоненты можно использовать признак Раабе сходимости числовых рядов.

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{n+1}{n} - 1 \right) = \infty > 1$$

Для логарифма можно использовать расходимость гармонического ряда, чтобы доказать, что последовательность расходится, однако очень медленно.

$$\text{Радиус сходимости числового ряда } R = \frac{-z + \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)}{0} = \infty (1 - z) \Rightarrow z = \{-1; 1\}$$

После заполнения массива достаточным количеством элементов происходит его суммирование выбранным пользователем способом.

Руководство пользователя

После запуска программы появляется интерфейсное меню с шестью вариантами выбора. Пять из них выполняют вычисление указанной математической функции, вариант ноль позволяет выйти из программы.

После выбора функции пользователю предлагается ввести значение аргумента типа `double`, после этого- выбрать тип суммирования.

После этого на экран выводится «"название функции" = "эталонное значение" ~ "вычисленное значение" :abs = "величина абсолютной погрешности" ;rel = "величина относительной погрешности"». После этого пользователю снова предлагается выбрать функцию.

Описание программной реализации

Программа состоит из одного файла с данными подпрограммами:

`void dir(int n, double a*)` функции суммирования набора элементов
`void rev(int n, double a*)` 1)последовательным; 2)обратным;
`void cross(int n, double a*)` 3) перекрестным($n+(n-1)$). Получает на вход
указатель и длину массива

`double pix()` функция, вычисляющая число $\pi/6$ через ряд Маклорена
арксинуса.

`double sinx(double x)` функция, создающая и заполняющая массив n
элементов ряда по правилу $\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ и суммирующая одним из
вышеописанных способов

`double cosx(double x)` функция, создающая и заполняющая массив n
элементов ряда по правилу $(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ и суммирующая одним из
вышеописанных способов

`double sinxcosx(double x)` функция, выполняющая подсчет синуса или
косинуса с помощью формул приведения сужением аргумента до $x \leq |\pi/2|$
вызовом вышеописанных функций

`double expx(double x)` функция, создающая и заполняющая массив n
элементов ряда по правилу $\frac{x^n}{n!}$ и суммирующая одним из вышеописанных
способов

`double lnx(double x)` - функция, создающая и заполняющая массив n
элементов ряда вспомогательной переменной $z = \frac{x-1}{x+1}$ по правилу $\frac{z^n}{n}$ и
суммирующая одним из вышеописанных способов. Из-за расхождения функции
массив значений ограничен 1024 элементами

Подтверждение корректности

Для подтверждения корректности в программе значение вычисленной функции сравнивается с эталонном этой функции из библиотеки `math.h`, находится абсолютная и относительная погрешность

Результаты экспериментов

Для замера ошибок и размера выделяемой памяти поставлен следующий эксперимент. Аргумент менялся от минуса ста до ста с шагом 0.1 для тригонометрических функций, от -13 до 13 с шагом 0.05 для экспоненты, от 0.1 до 140 для логарифма 0.1 до 140 с шагом 0.2. Данные интервалы были выбраны из-за ошибки округления, делающей вычисления невалидными. После этого в файлы записывается размер массива, абсолютная и относительная погрешность. На основе полученных данных строится график в графическом калькуляторе Desmos. Синим цветом обозначен размер массива, зелёным – результат прямого суммирования, фиолетовым – результат обратного суммирования, красным – перекрёстный.

1. $\sin(x)$

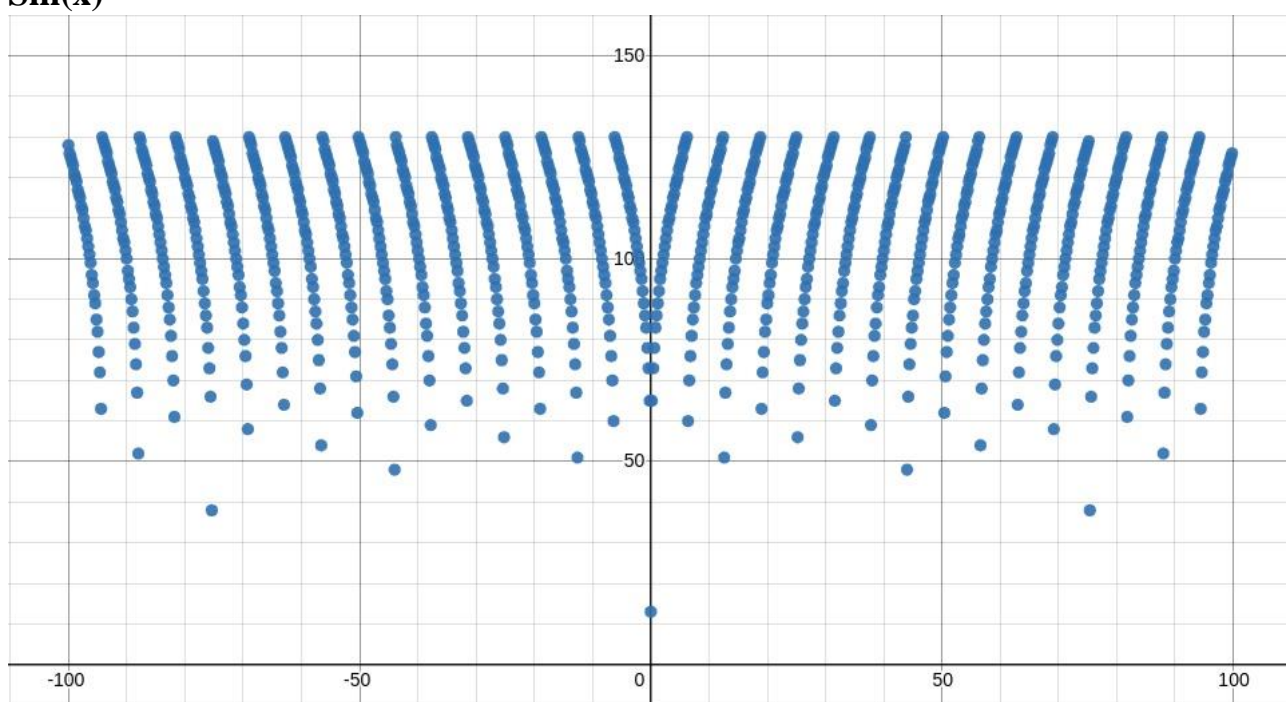


Рис.1. Число элементов массива

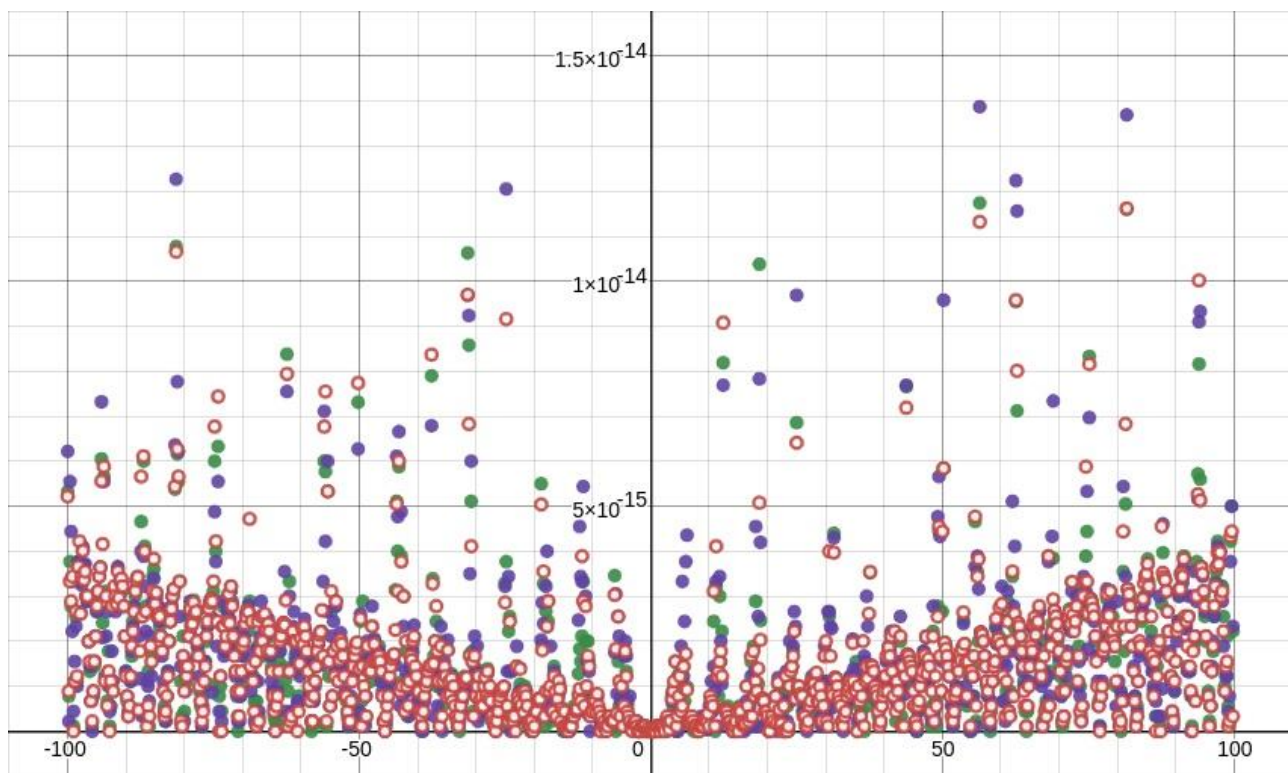


Рис.2. Абсолютная ошибка

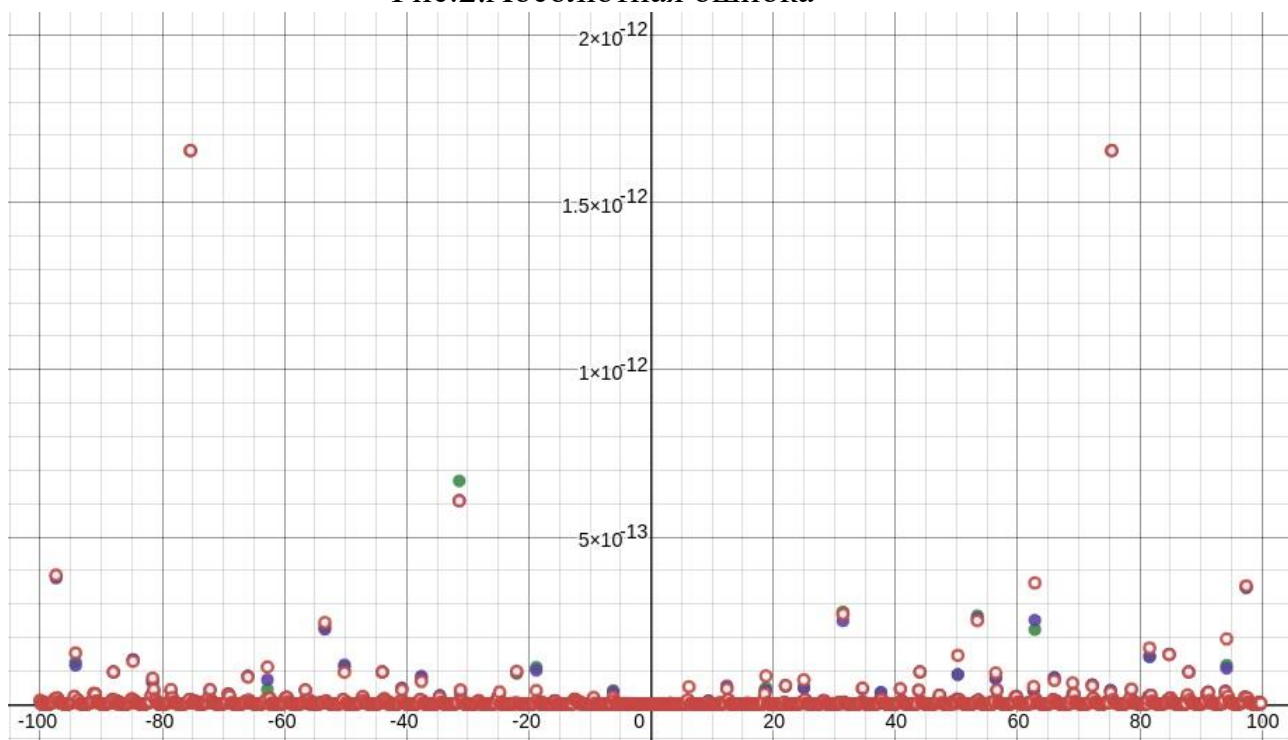


Рис.3. Относительная ошибка

2. $\cos(x)$

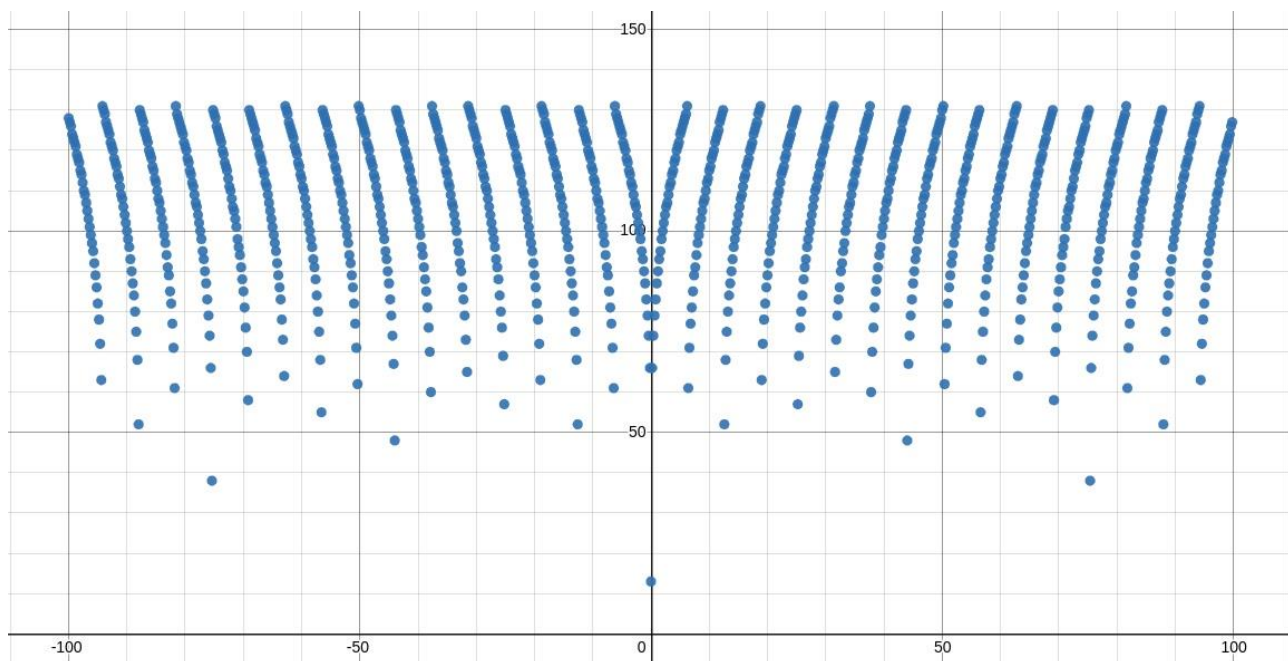


Рис.4. Число элементов массива

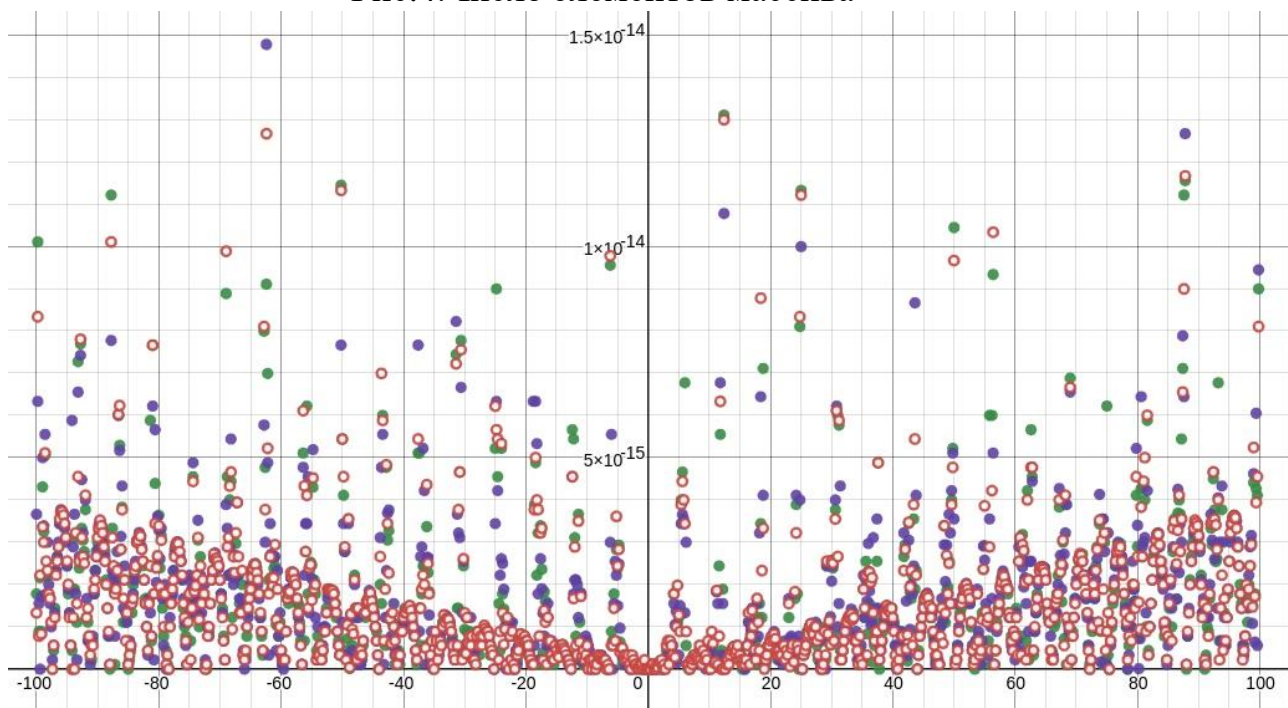


Рис.5. Абсолютная ошибка

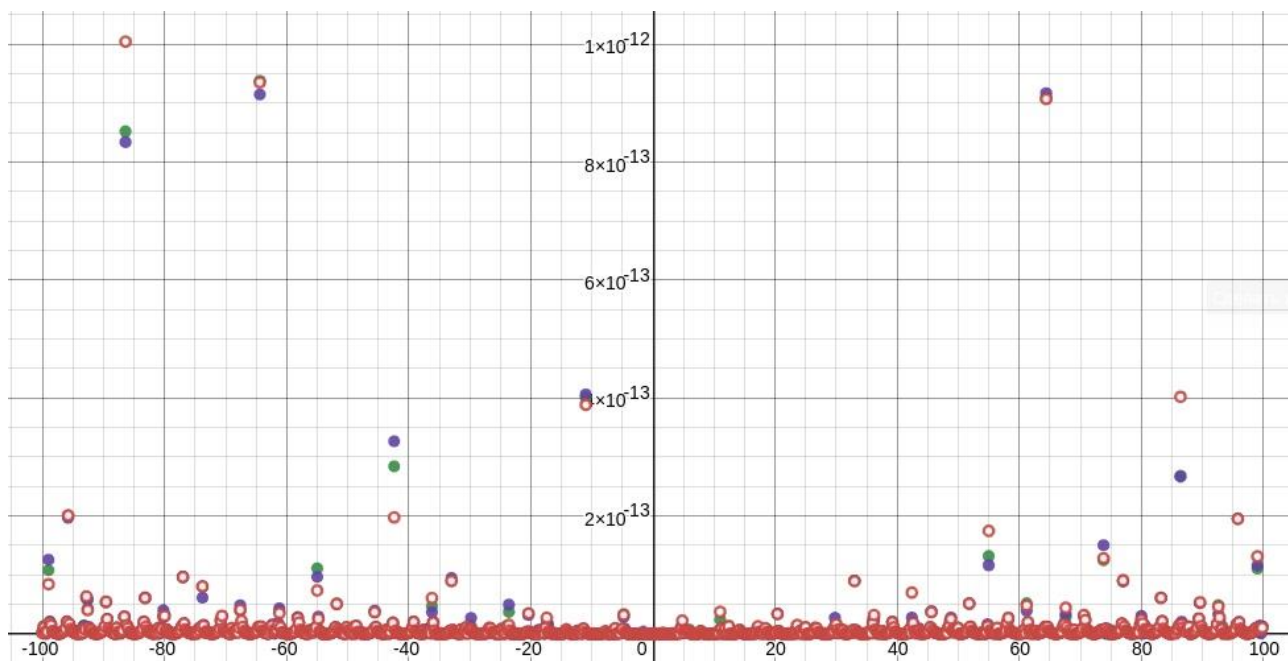


Рис.6.Относительная ошибка

3. SinCos(x)

а Sin(x)

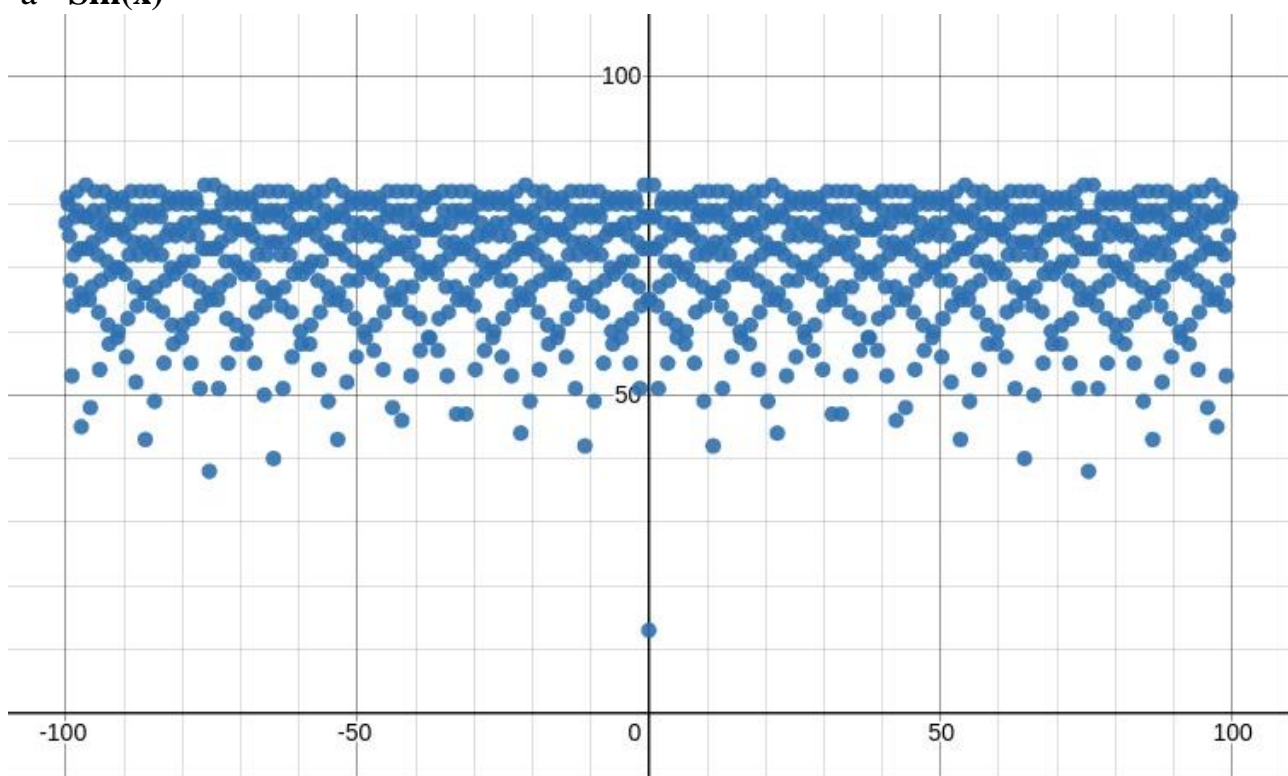


Рис.7.Число элементов массива

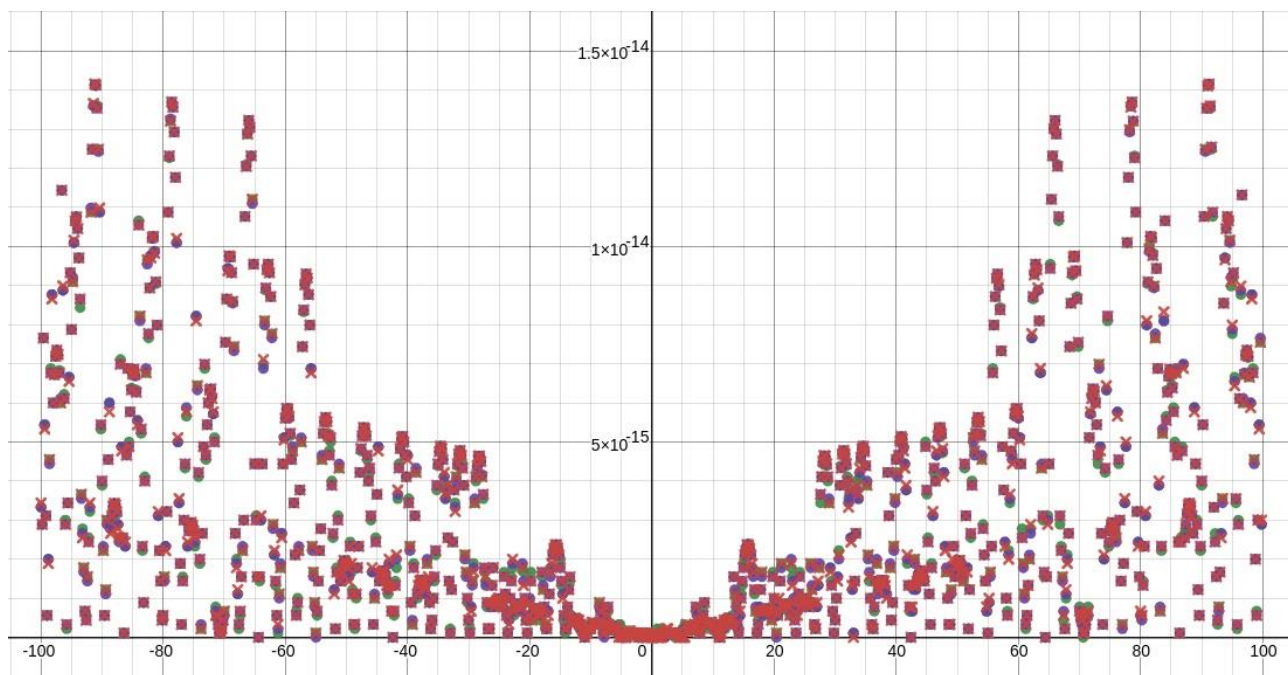


Рис.8. Абсолютная ошибка

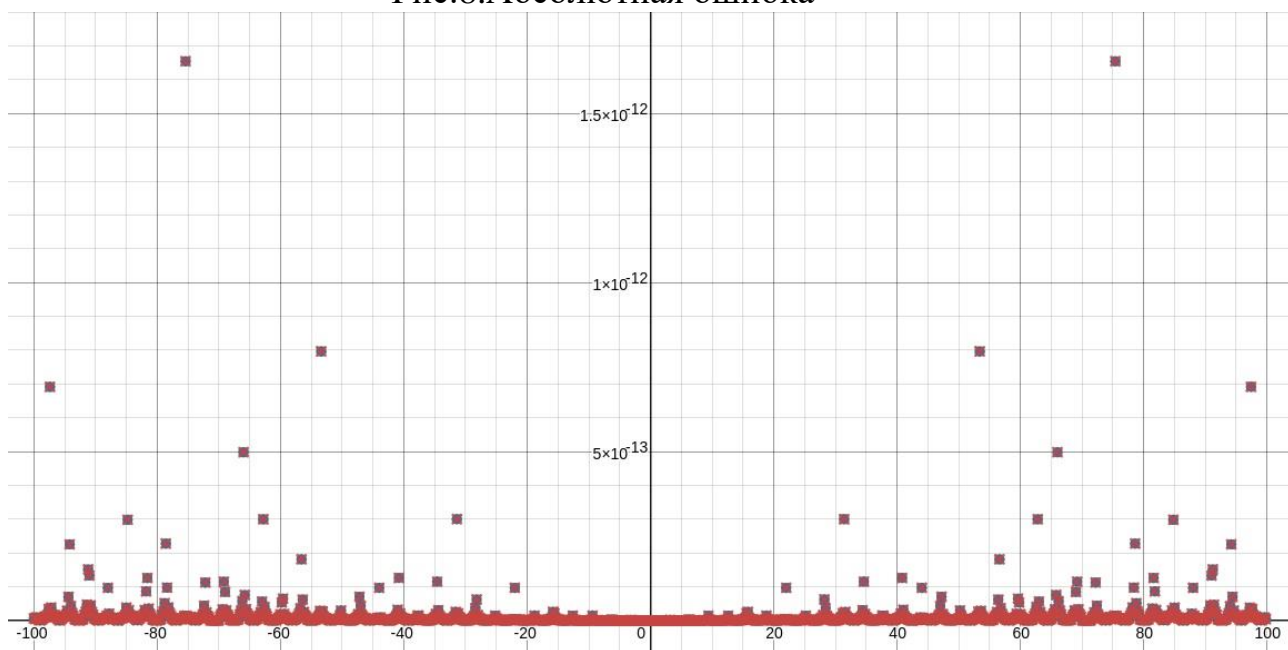


Рис.9. Относительная ошибка

b $\cos(x)$

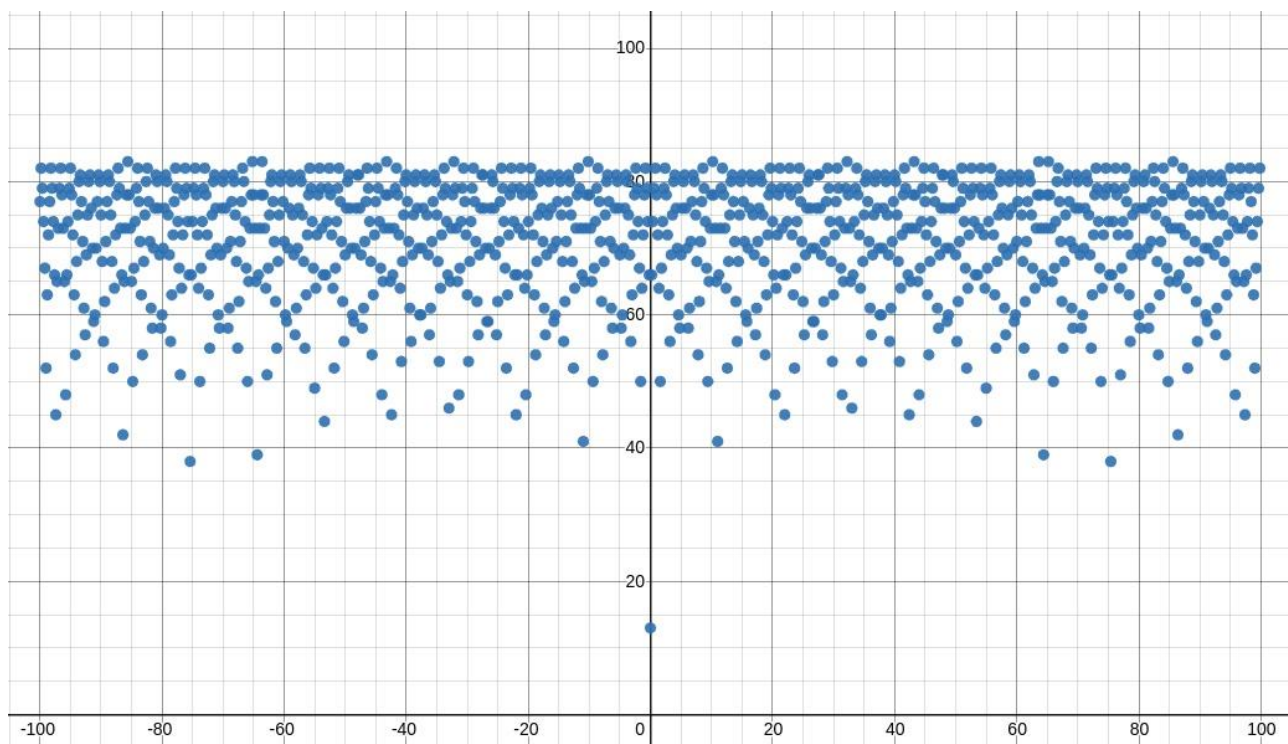


Рис.10.Число элементов массива

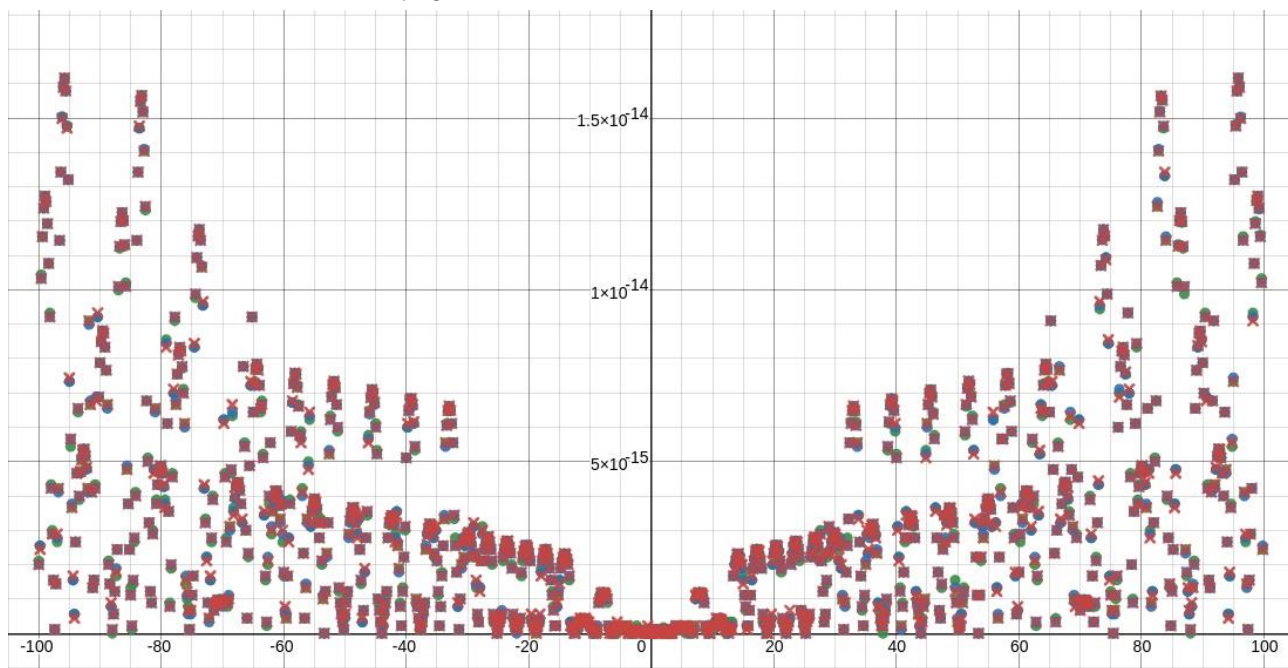


Рис.11.Абсолютная ошибка

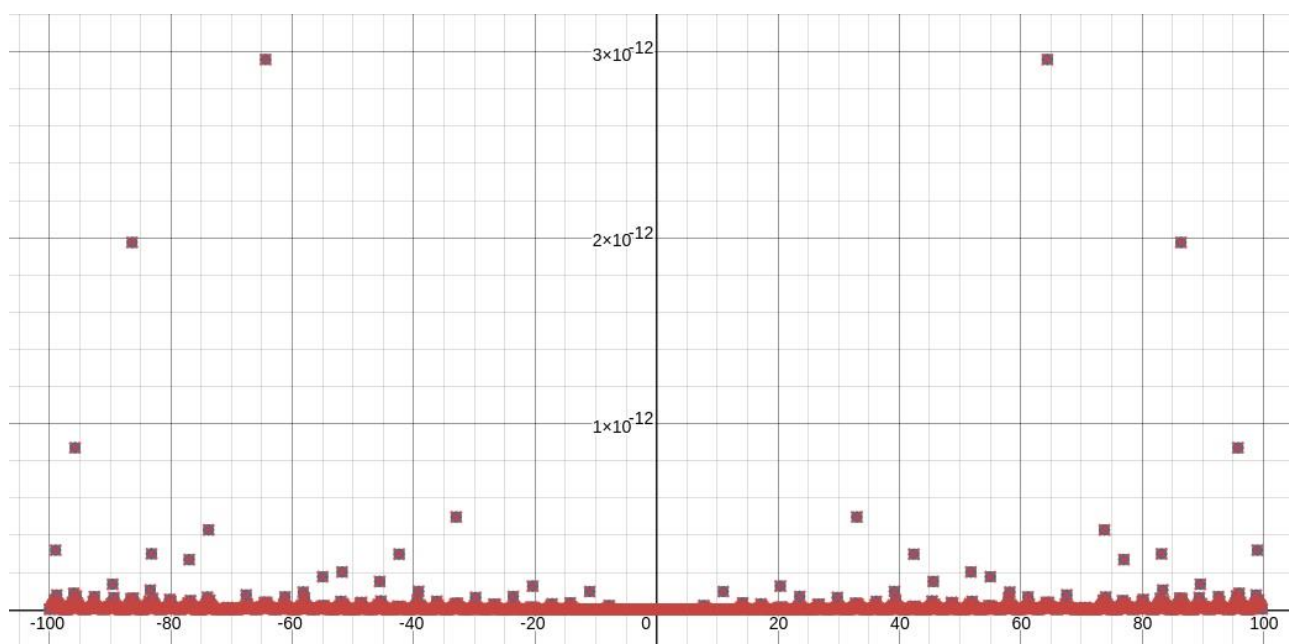


Рис.12.Относительная ошибка

4. $\text{Exp}(x)$

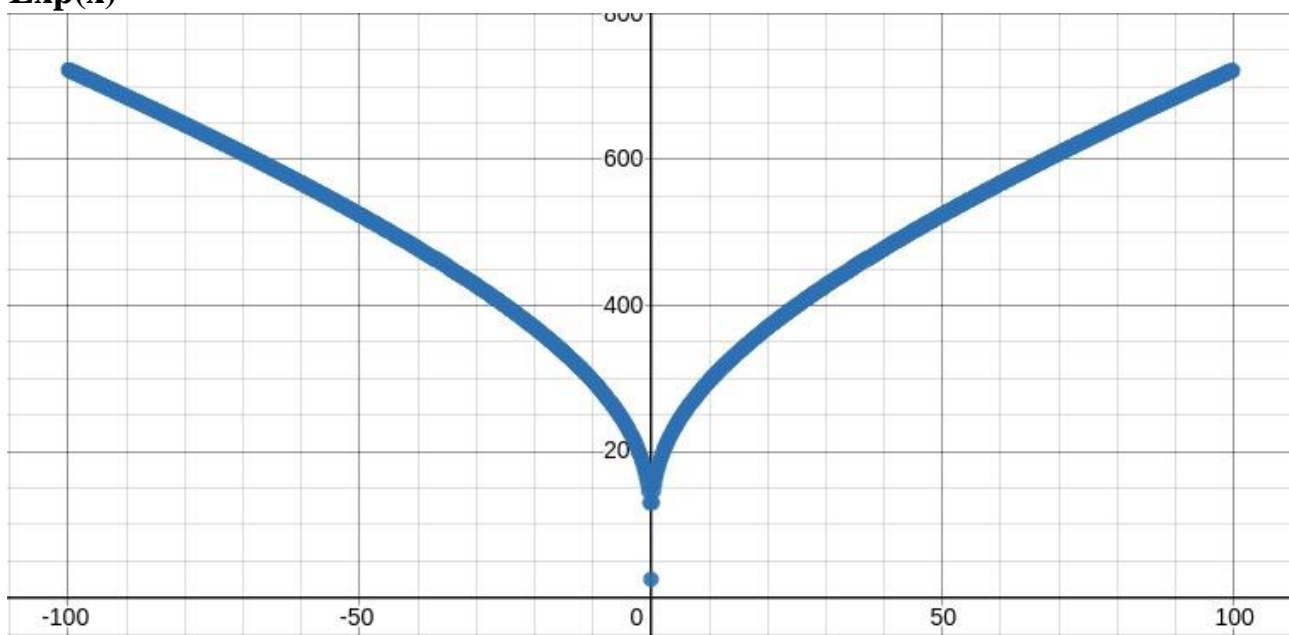


Рис.13.Число элементов массива

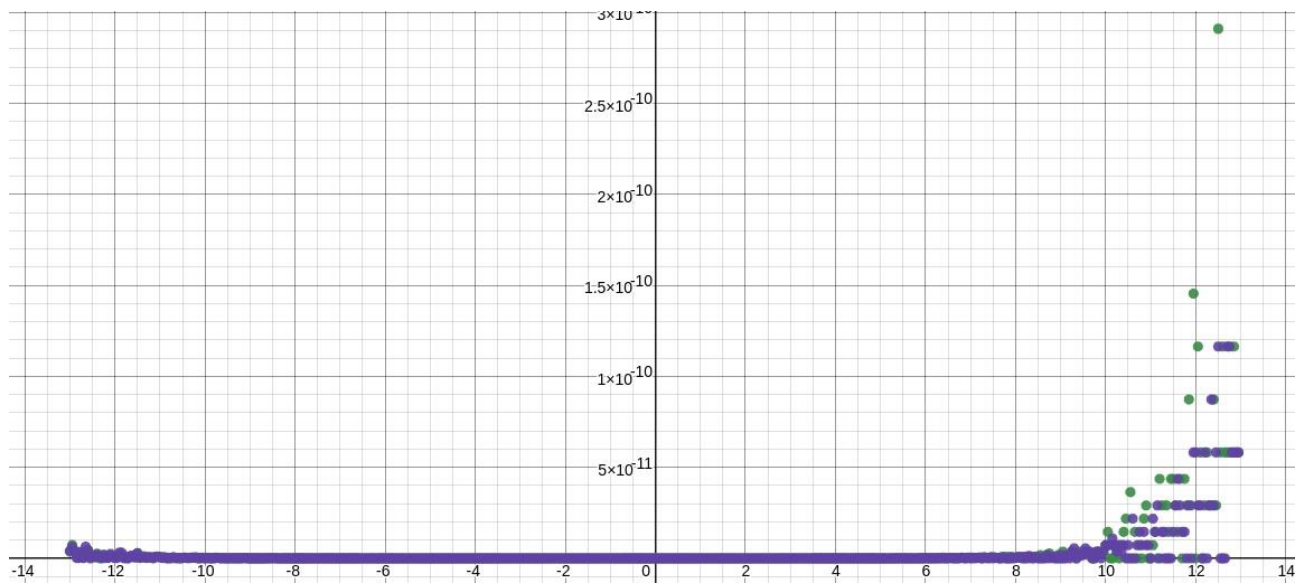


Рис.14. Абсолютная ошибка

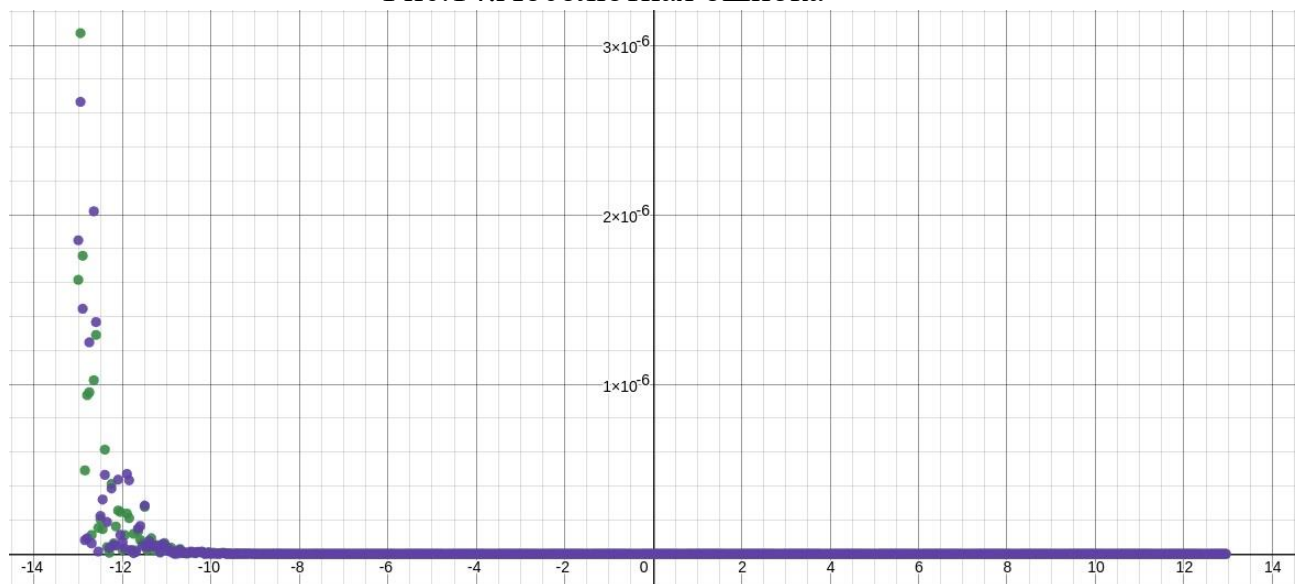


Рис.15. Относительная ошибка

5. $\text{Log}(x)$

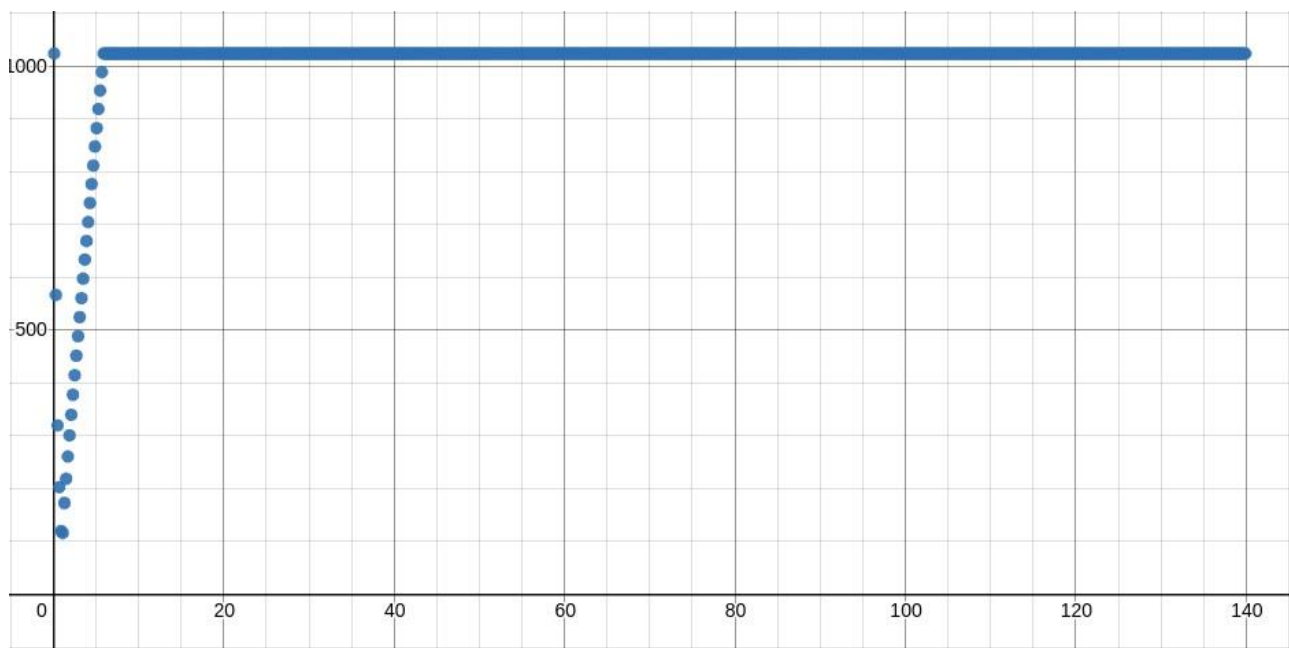


Рис.16.Число элементов массива



Рис.17.Абсолютная ошибка

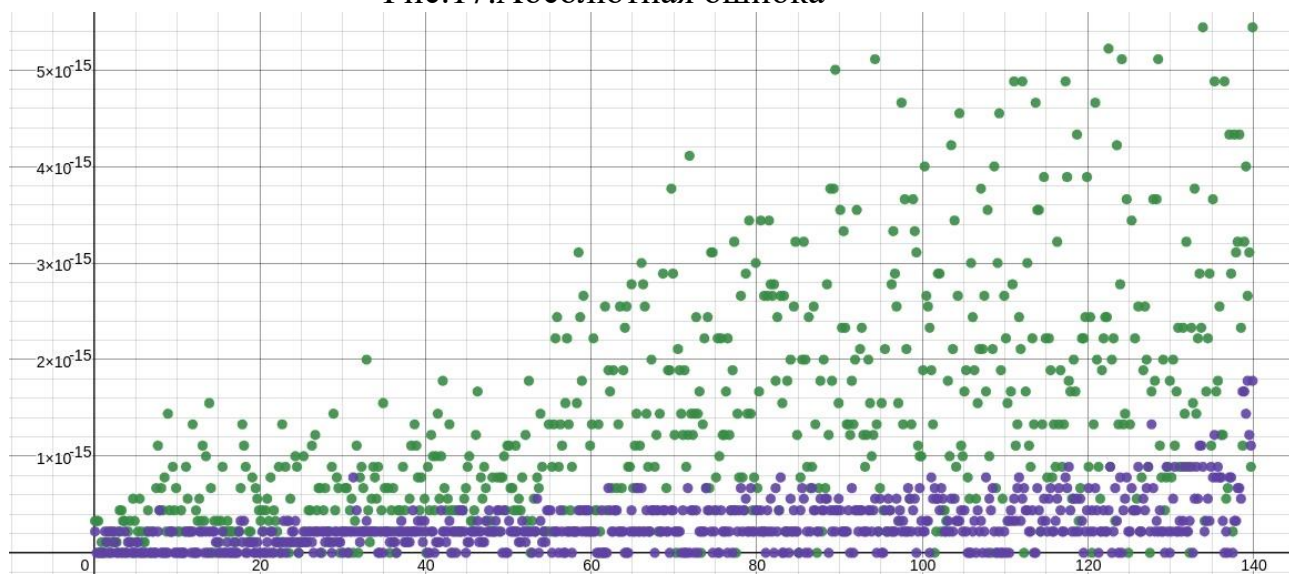


Рис.18.Относительная ошибка

Заключение

В ходе лабораторной работы были реализованы функции вычисления синуса, косинуса, экспоненты и логарифма. Выполнены замеры ошибки измерения и количество памяти, выполненное при каждом из вычислений. Поставлены эксперименты, показывающие отклонение от эталона.

Приложение

<https://github.com/SirTruber/mp1-3821B1PM2>