

2.1 Elektron

Dualismus vlna-částice, volný elektron, elektron v potenciálové jámě
atomu elektron v krystalu

2.2 Pásová struktura pevných látek

Přímý a nepřímý pás/polovodič, elektron a díra, efektivní hmotnost,
hustota stavů a statistické rozložení energií elektronů

2.3 Elektrická vodivost pevných látek

Pásová struktura pevných látek, rozdíl mezi vodičem, polovodičem a
izolantem, pojem elektron a díra.

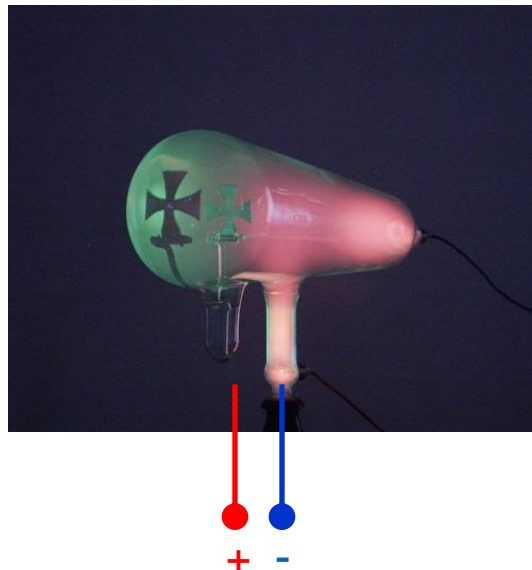
2.4 Vlastní a nevlastní polovodič

Koncentrace elektronů a děr, intrinzická koncentrace, polovodič typu N a
P, akceptory a donory, vliv teploty na koncentraci nositelů náboje,
Poissonova rovnice pro polovodič

2.1 Elektron - vlastnosti



Objeven J. J. Thomsonem
roku 1897



Elektron je elementární částice se záporným elektrickým nábojem, která tvoří obal atomu, má rozhodující vliv na jeho chemické a další (elektrické, optické..) vlastnosti.

hmotnost $m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$

náboj $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$

„poloměr“ $r_0 = 2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$

doba života $> 4,6 \times 10^{26} \text{ let}$

počet volných elektronů

v 1 cm^3 kovu $\sim 10^{23}$

Elektron má duální povahu – chová se jako částice i vlnění (lze jej popsat oběma způsoby).

2.1 Dualismus vlna-částice

světlo

de Broglie
1924



elektromagnetické vlnění



částice/kvantum světla - **foton**

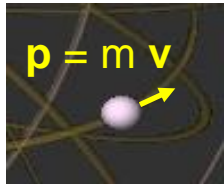
$E(x, t) = E_0(\sin \omega t + kx)$ intenzita elmg. pole

$k = 2\pi / \lambda$ vlnové číslo

$\omega = 2\pi\nu$ úhlová frekvence

energie fotonu $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

hybnost fotonu $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$



částice

elektron



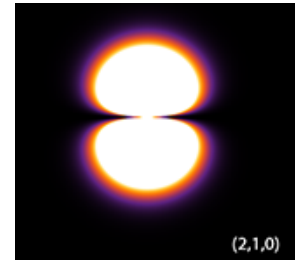
de Broglieho vlna

energie elektronu $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

hybnost elektronu $p = mv$

vlnová délka $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

Každou částici lze popsat komplexní vlnovou funkcí $\Psi(x, y, z, t)$.
Sama o sobě nemá význam, kvadrát její absolutní hodnoty $|\Psi|^2 = \Psi^*\Psi$ udává hustotu pravděpodobnosti výskytu částice.



$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js Planckova konstanta
 ν [s⁻¹] kmitočet
 c [m s⁻¹] rychlost světla
 λ [m] vlnová délka
 m [kg] hmotnost částice
 v [m s⁻¹] rychlost

2.1 Volný elektron ve vakuu

Ve vakuu je potenciál $V(x)$, který působí na elektron, nulový. Řešení vlnové (Schrödingerovy rovnice) představuje **rovinnou vlnu**

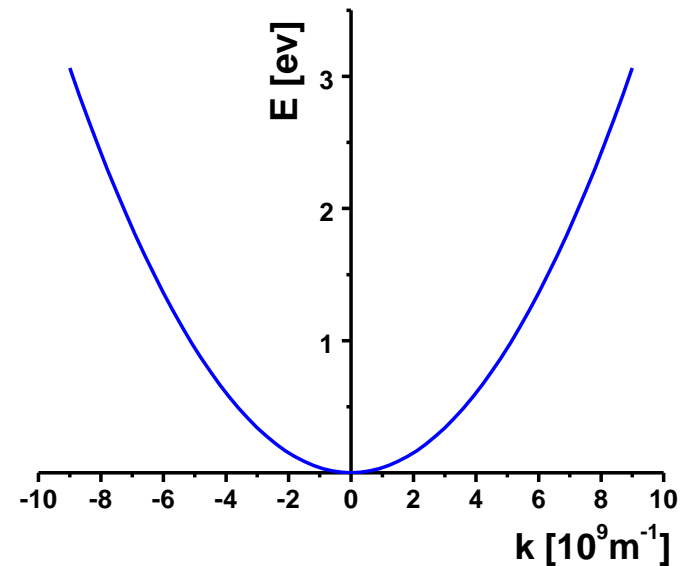
$$\Psi(x, t) = \psi_k \exp(-j\omega t) = A \exp[j(kx - \omega t)]$$

pohybující se doprava pro kladné hodnoty k a doleva pro záporné hodnoty k .

$$k \text{ [m}^{-1}\text{]} \text{ vlnové číslo} \quad k = 2\pi / \lambda \quad \omega \text{ [s}^{-1}\text{]} \text{ úhlový kmitočet} \quad \omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{2\pi h\nu}{h} = 2\pi\nu$$

$$\text{energie elektronu } E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

$$\text{hybnost elektronu} \quad p = mv = \hbar k$$



Rovnice má řešení pro libovolné k (libovolnou hybnost elektronu). Výsledné spektrum energií elektronu je proto **spojité**.

Volný elektron může mít libovolnou energii i hybnost.

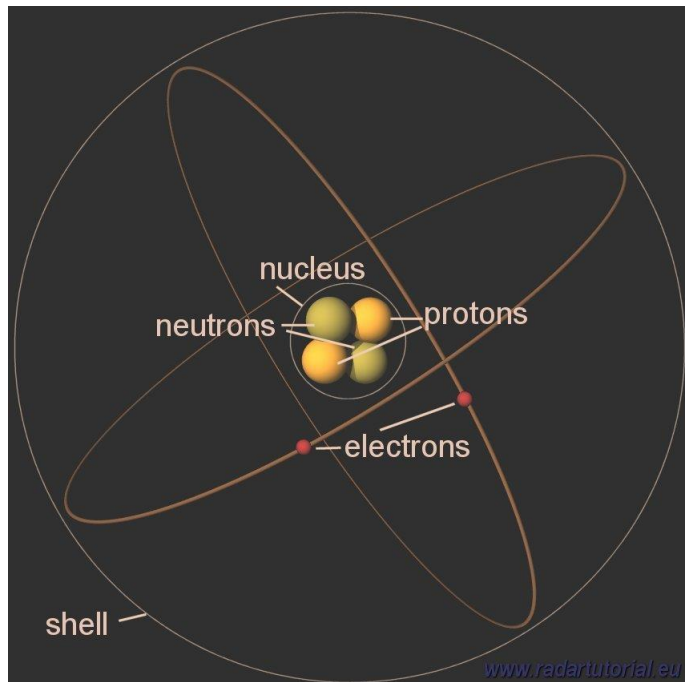
Vzájemná závislost mezi k (hybností) a energií volného elektronu.

2.1 Elektron v atomu

Bohrův historický planetární model atomu

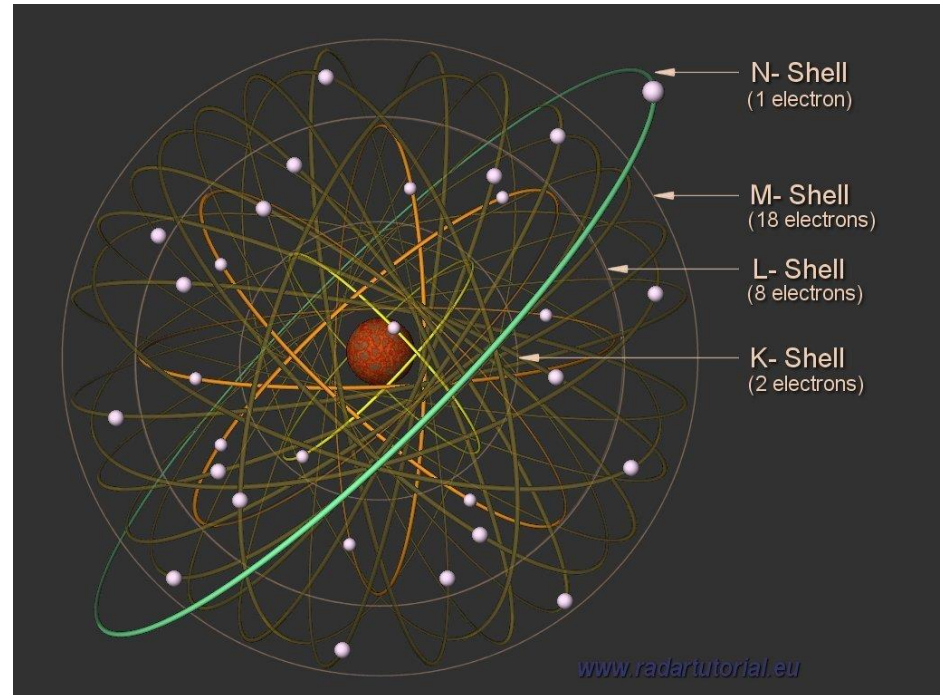
- ve středu je umístěno kladně nabitě jádro vytvářející potenciálovou jámu
- záporně nabitě elektrony přitahované coulombovou silou obíhají po planetárních drahách
- poloměr dráhy odpovídá energii elektronu, která může nabývat pouze diskrétních hodnot
- nejvyšší energii mají elektrony ve valenční slupce (nejvzdálenější od jádra) – určují materiálové chemické a elektrické vlastnosti

Atom helia ${}_2\text{He}^4$



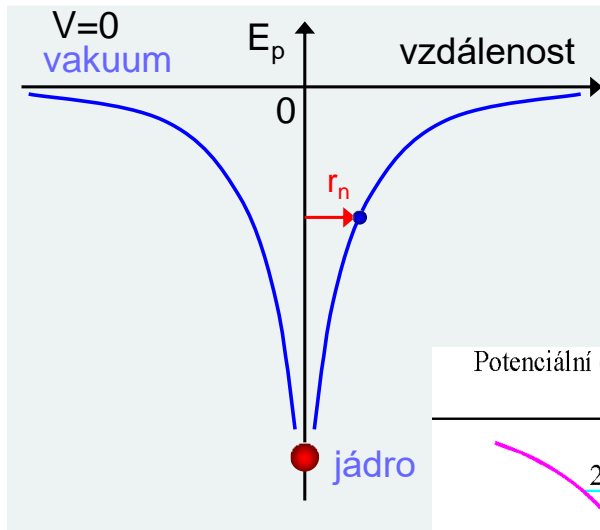
elektronová konfigurace $1s^2$

Atom mědi ${}_{29}\text{Cu}^{64}$



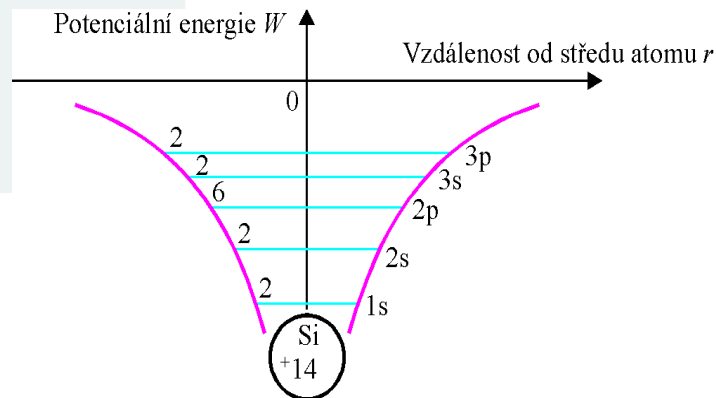
elektronová konfigurace $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$

2.1 Elektron vázaný v potenciálovém poli jádra

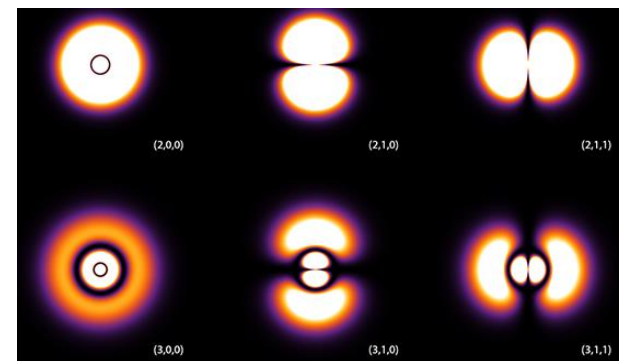


V atomu je elektron uvězněn v potenciálovém poli kladně nabitého jádra ($V \neq 0$) a řešení vlnové rovnice nabývá diskrétních hodnot.

Elektron vázaný v atomu tak může nabývat pouze **diskrétních hodnot energie a momentů hybnosti**, které udávají jeho **stav**, na němž závisí tvar jeho orbity (prostoru, kde se elektron vyskytuje).



Tvary orbitů pro jednotlivé konfigurace (stavy) elektronu



Stav elektronu v atomu je popsán elektronovou konfigurací, která je určena několika kvantovými čísly:

Hlavní kvantové číslo je určeno energií elektronu

$$n = 1, 2, \dots$$

Vedlejší kvantové číslo je určeno orbitálním momentem hybnosti elektronu

$$l = 0, 1, \dots, n-1$$

Magnetické kvantové číslo je určeno orbitálním magnetickým momentem hybnosti elektronu

$$m = -l, \dots, -1, 0, 1, \dots, l$$

Spin je určen spinovým momentem hybnosti m

$$s = +\frac{1}{2} \text{ nebo } -\frac{1}{2}$$

Elektron je fermion (spin $s = \frac{1}{2}$) – v každém stavu se mohou nacházet pouze 2 elektrony s opačným spinem

Vlastnosti atomů jsou dány zaplněním valenční slupky elektrony.

Alkalické kovy

Inertní plyny

Kovy alkalických zemin

Halogeny

Přechodové kovy

Polokovy

PERIODIC TABLE OF THE ELEMENTS

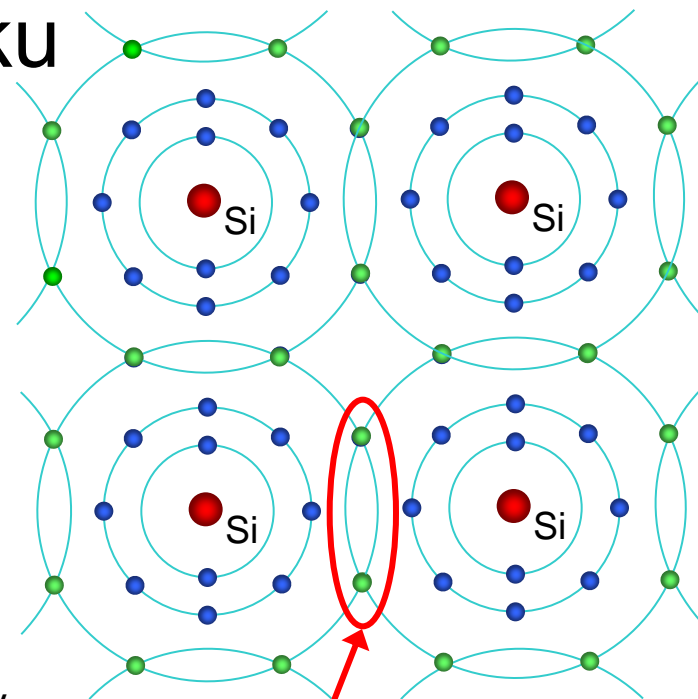
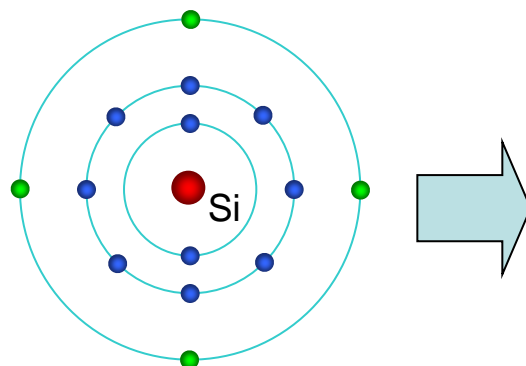
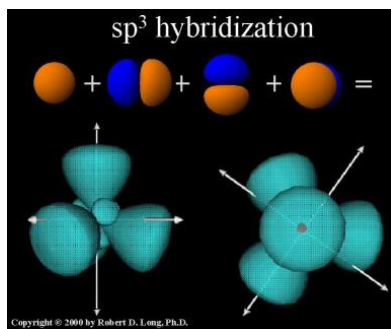
<http://www.ktf-split.hr/periodni/en/>

GROUP	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
PERIOD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 1.0079 H HYDROGEN																	2 4.0026 He HELIUM
2	3 6.941 Li LITHIUM	4 9.0122 Be BERYLLIUM											5 10.811 B BORON	6 12.011 C CARBON	7 14.007 N NITROGEN	8 15.999 O OXYGEN	9 18.998 F FLUORINE	10 20.180 Ne NEON
3	11 22.990 Na SODIUM	12 24.305 Mg MAGNESIUM											13 26.982 Al ALUMINIUM	14 28.086 Si SILICON	15 30.974 P PHOSPHORUS	16 32.065 S SULPHUR	17 35.453 Cl CHLORINE	18 39.948 Ar ARGON
4	19 39.098 K POTASSIUM	20 40.078 Ca CALCIUM	21 44.956 Sc SCANDIUM	22 47.867 Ti TITANIUM	23 50.942 V VANADIUM	24 51.996 Cr CHROMIUM	25 54.938 Mn MANGANESE	26 55.845 Fe IRON	27 58.933 Co COBALT	28 58.693 Ni NICKEL	29 63.546 Cu COPPER	30 65.39 Zn ZINC	31 69.723 Ga GALLIUM	32 72.64 Ge GERMANIUM	33 74.922 As ARSENIC	34 78.96 Se SELENIUM	35 79.904 Br BROMINE	36 83.80 Kr KRYPTON
5	37 85.468 Rb RUBIDIUM	38 87.62 Sr STRONTIUM	39 88.906 Y YTRBIUM	40 91.224 Zr ZIRCONIUM	41 92.906 Nb NIOBIUM	42 95.94 Mo MOLYBDENUM	43 (98) Tc TECHNETIUM	44 101.07 Ru RUTHENIUM	45 102.91 Rh RHODIUM	46 106.42 Pd PALLADIUM	47 107.87 Ag SILVER	48 112.41 Cd CADMIUM	49 114.82 In INDIUM	50 118.71 Sn TIN	51 121.76 Sb ANTIMONY	52 127.60 Te TELLURIUM	53 126.90 I IODINE	54 131.29 Xe XENON
6	55 132.91 Cs CAESIUM	56 137.33 Ba BARIUM	57-71 La-Lu Lanthanide	72 178.49 Hf HAFNIUM	73 180.95 Ta TANTALUM	74 183.84 W TUNGSTEN	75 186.21 Re RHENIUM	76 190.23 Os OSMIUM	77 192.22 Ir IRIDIUM	78 195.08 Pt PLATINUM	79 196.97 Au GOLD	80 200.59 Hg MERCURY	81 204.38 Tl THALLIUM	82 207.2 Pb LEAD	83 208.98 Bi BISMUTH	84 (209) Po POLONIUM	85 (210) At ASTATINE	86 (222) Rn RADON
7	87 (223) Fr FRANCIUM	88 (226) Ra RADIUM	89-103 Ac-Lr Actinide	104 (261) Rf RUTHERFORDIUM	105 (262) Db DUBNIUM	106 (266) Sg SEABORGIUM	107 (264) Bh BOHRORIUM	108 (277) Hs HASSIUM	109 (268) Mt MEITNERIUM	110 (281) Uun UNUNNIUM	111 (272) Uuu UNUNTRIUM	112 (285) Uub UNUNBIUM		114 (289) Uuq UNUNQUADIUM				

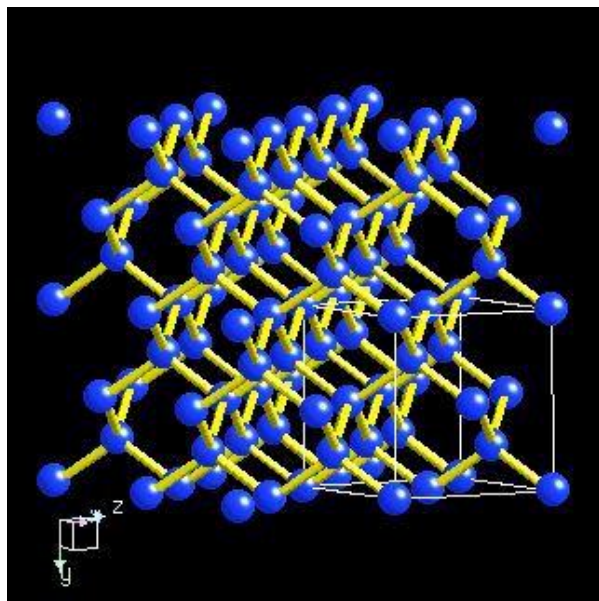
2.1 Elektrony v krystalu křemíku

elektronová konfigurace $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ $^{14}\text{Si}^{28}$

tři elektronové slupky, ve valenční (poslední obsazené) 4 elektrony



kovalentní vazba :

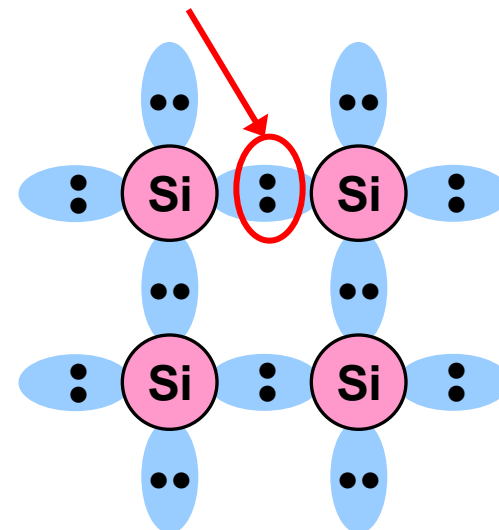


- doplnění valenční slupky (minimalizace celkové energie systému)
sdílením 8 elektronů se 4 okolními atomy

- význačná je směrovost daná polohou orbitálů hybridizace sp^3

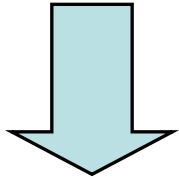
typ mřížky (diamantová)
je dána symetrií orbitálů hybridizace sp^3

sdílený pár elektronů

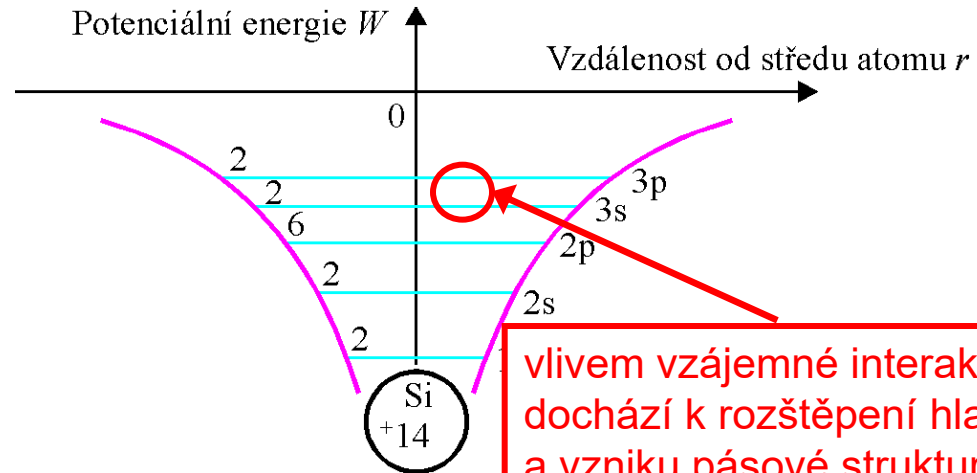


2.2 Vznik pásové struktury v krystalu křemíku

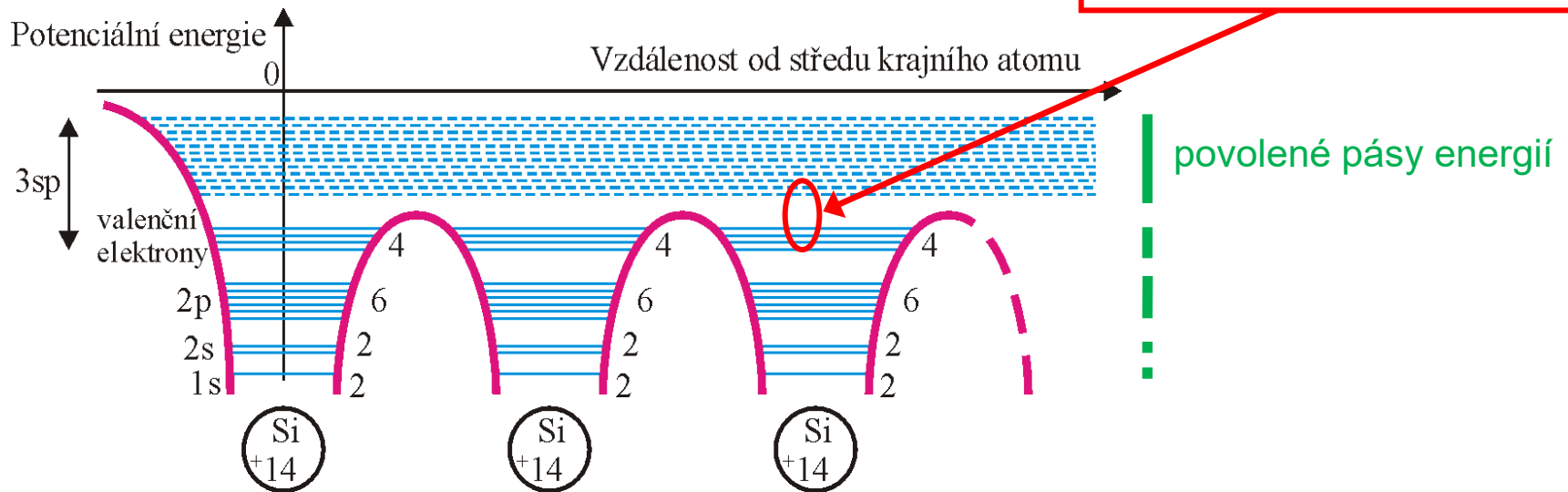
Izolovaný atom Si



3 atomy Si v mřížce



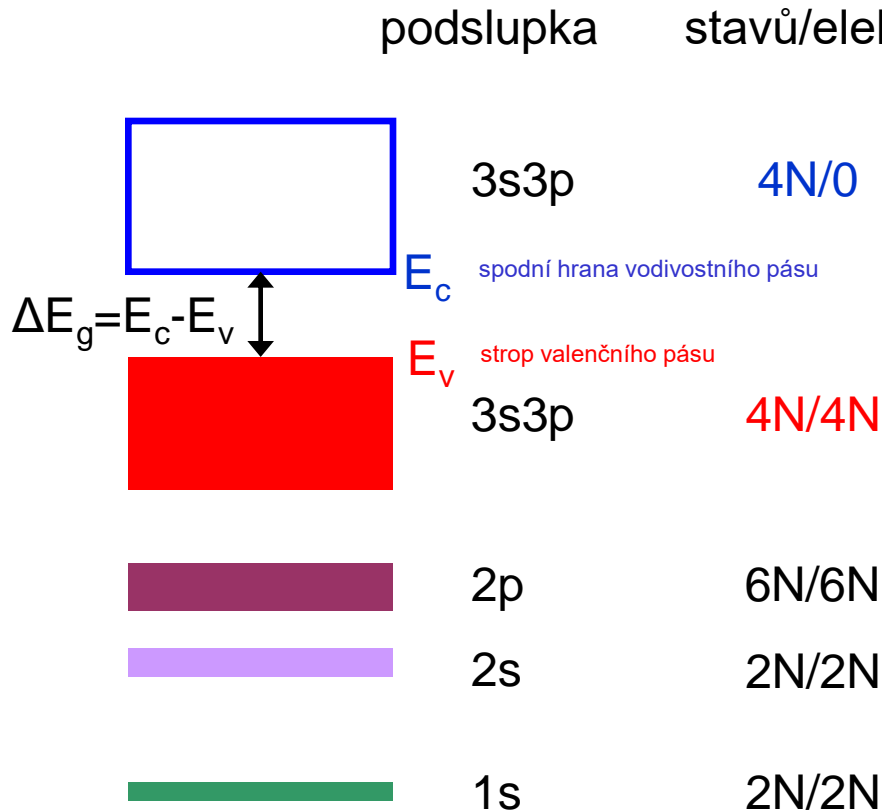
vlivem vzájemné interakce dochází k rozštěpení hladin a vzniku pásové struktury



povolené pásy energií

Velký počet atomů v krystalu křemíku ($5 \cdot 10^{22}$ atomů v cm^3) a malá meziatomová vzdálenost vede k rozštěpení diskrétních hladin a vzniku pásů dovolených a zakázaných hodnot energií.

2.2 Pásová struktura křemíku



Vnější valenční slupka ($n=3$) obsahuje 2N elektronů z 3s a 2N elektronů z 3p stavů. Vlivem sp^3 hybridizace se štěpí na dva pásy (každý obsahuje po 4N stavech) oddělené **zakázaným pásem**. Spodní (**valenční pás**) je zcela zaplněn 4N elektrony, horní (**vodivostní**) je prázdný.

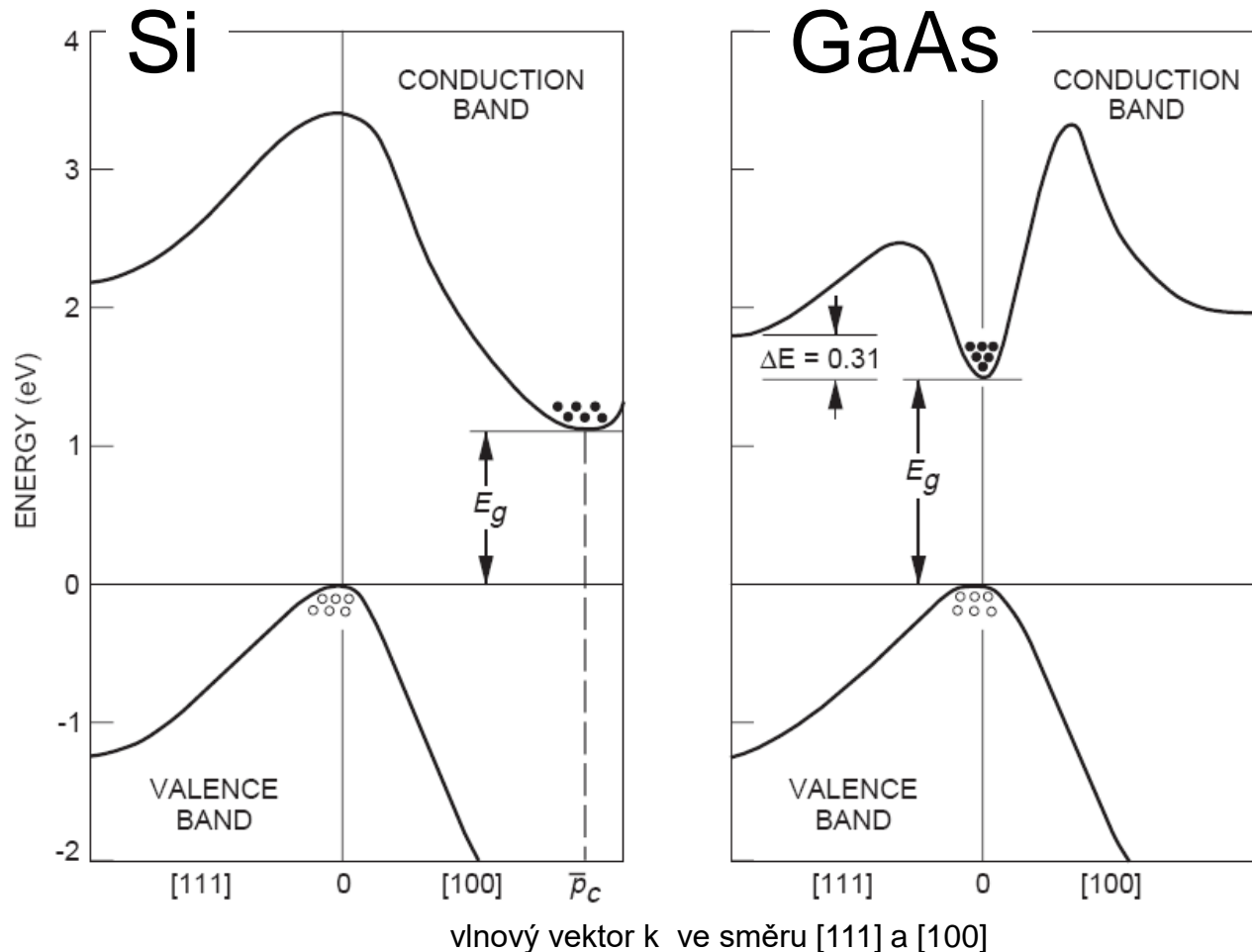
Střední slupka ($n=2$) je plně obsazena 2N elektrony z 2s a 6N elektrony z 2p stavů, které jsou pevně vázány k jádru.

Vnitřní slupka ($n=1$) je plně obsazena 2N elektrony z původních 1s stavů, které jsou pevně vázány k jádru.

N ... počet atomů v krystalu

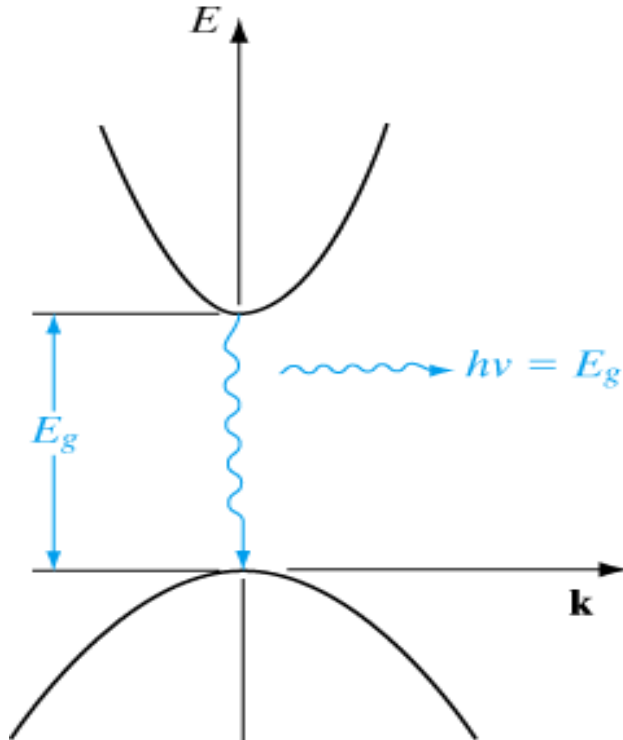
2.2 Pásový diagram polovodičů (Si a GaAs)

- rozdíly mezi polovodiči jsou dány především odlišnostmi v elektronické struktuře atomů a rozdílnou symetrií krystalů
- pásová struktura se liší pro různé krystalografické směry (odlišné rozložení potenciálu) – výsledkem může být anizotropie elektrických vlastností
- elektrony (díry) v minimech energií mohou mít odlišné hybnosti



2.2 Přímý polovodič

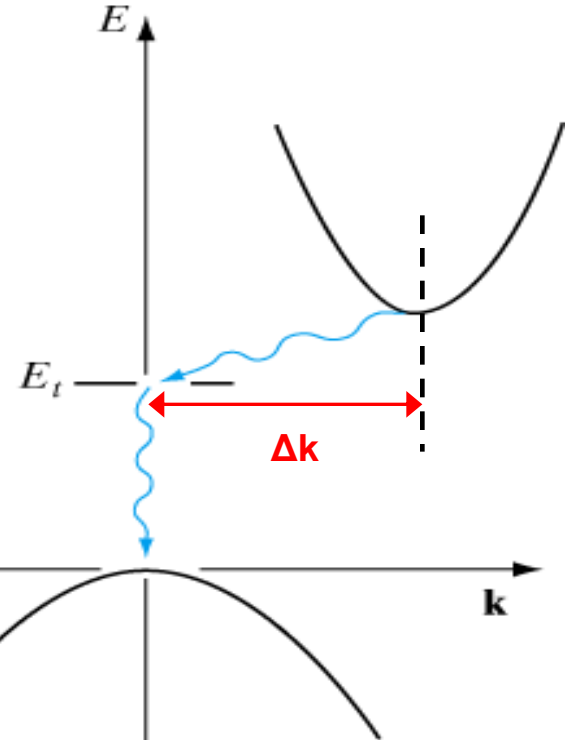
GaAs, GaP, GaN, GaAlAs



Minimum vodivostního a maximum valenčního pásu nastává pro shodná k (při přechodu není nutná změna hybnosti $\Delta k=0$). Přechod je možný jen interakcí s fotonem ($k \approx 0$).

Nepřímý polovodič

Si, Ge



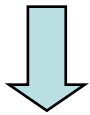
Minimum vodivostního a maximum valenčního pásu nastává pro různá k (při přechodu je nutné změnit hybnost $\Delta k \neq 0$). Pro přechod je nutná interakce s fononem (kmitem mříže).

2.2 Efektivní hmotnost elektronu

U elektronu v krystalu platí jiný vztah mezi hybností a energií než u volného elektronu. Pro zjednodušení se aproximuje pohyb elektronu v periodickém potenciálovém poli vztahem pro **volný elektron** uvažujícím s tzv. **efektivní hmotností m^***

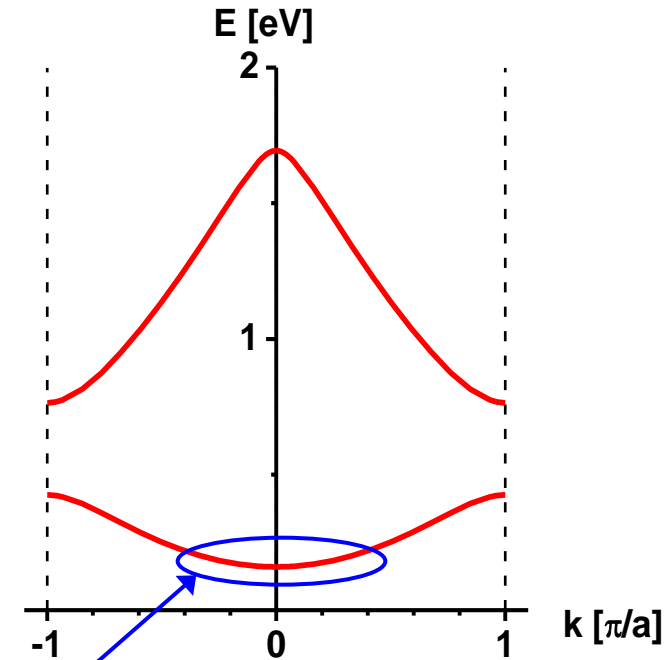
$$p = m^* v = \hbar k$$

$$E = \frac{1}{2} m^* v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m^*} = \frac{\hbar^2}{2m^*} k^2$$



$$\frac{d^2 E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m^*}$$

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

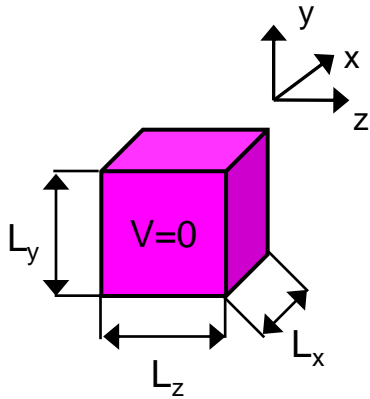


- efektivní hmotnost aproximuje průběh pásu parabolou (aproximace platí okolo počátku – malé hybnosti)
- efektivní hmotnost je nepřímo úměrná zakřivení (druhé derivaci) grafu $E(k)$ pro daný pás
- m^* závisí na orientaci (k -prostoru, krystalu)

Efektivní hmotnost (elektronu, díry) se udává v poměru ke klidové hmotnosti volného elektronu m_0 např.:

$$m_n^* = 0.98 m_0$$

2.2 Energie elektronů a hustota stavů



$$p = \hbar k \quad k_x = \pm n_x \left(\frac{\pi}{L_x} \right), \quad k_y = \pm n_y \left(\frac{\pi}{L_y} \right), \quad k_z = \pm n_z \left(\frac{\pi}{L_z} \right)$$

V důsledku prostorového 3D omezení jsou stavy elektronů v krystalu kvantovány. Jedné energetické hladině může odpovídat více stavů (např. stavy $\langle 1,1,0 \rangle$ a $\langle 0,1,1 \rangle$ mají shodnou hladinu je-li $L_x=L_y=L_z$)

Energie elektronů

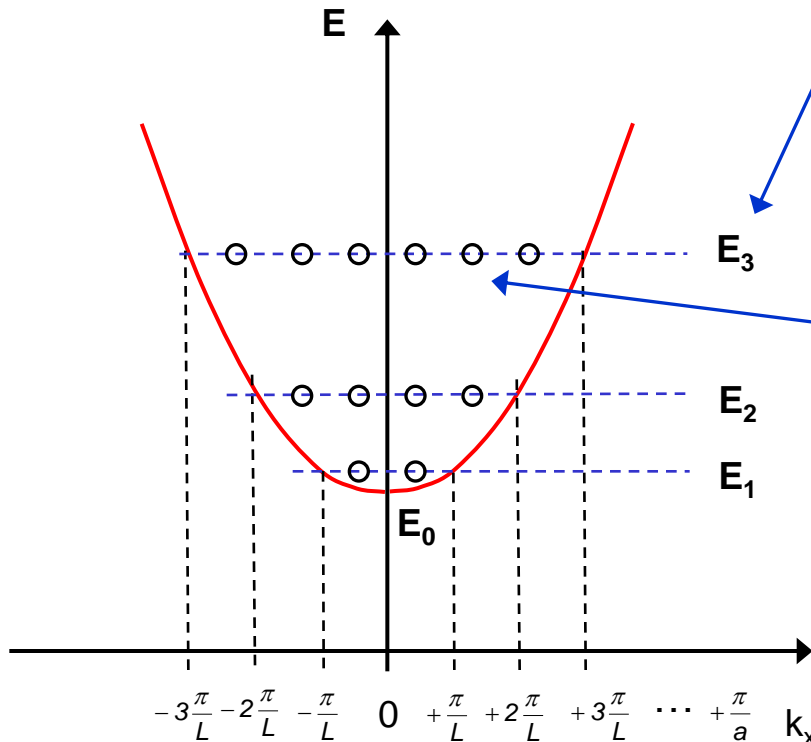
$$E_{x,y,z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right)$$

Stavy se stejnou energií např. $\langle 1,1,0 \rangle$ $\langle 0,1,1 \rangle$ $\langle -1,0,1 \rangle$ $\langle -1,-1,0 \rangle$ $\langle 1,0,-1 \rangle$ atd.

spektrum hybností a energií v pásu se jeví jako spojitě
neboť u většiny reálných součástí je π/L velmi malé
a kvantování je tedy zanedbatelné

hustota stavů $g(E)$ (počet stavů/elektronů, které se
mohou nacházet na určité energii) narůstá s
odmocninou energetické vzdálenosti od hrany pásu
u tzv. hrany pásu (nejmenší energie) je $g(E)$ nejnižší

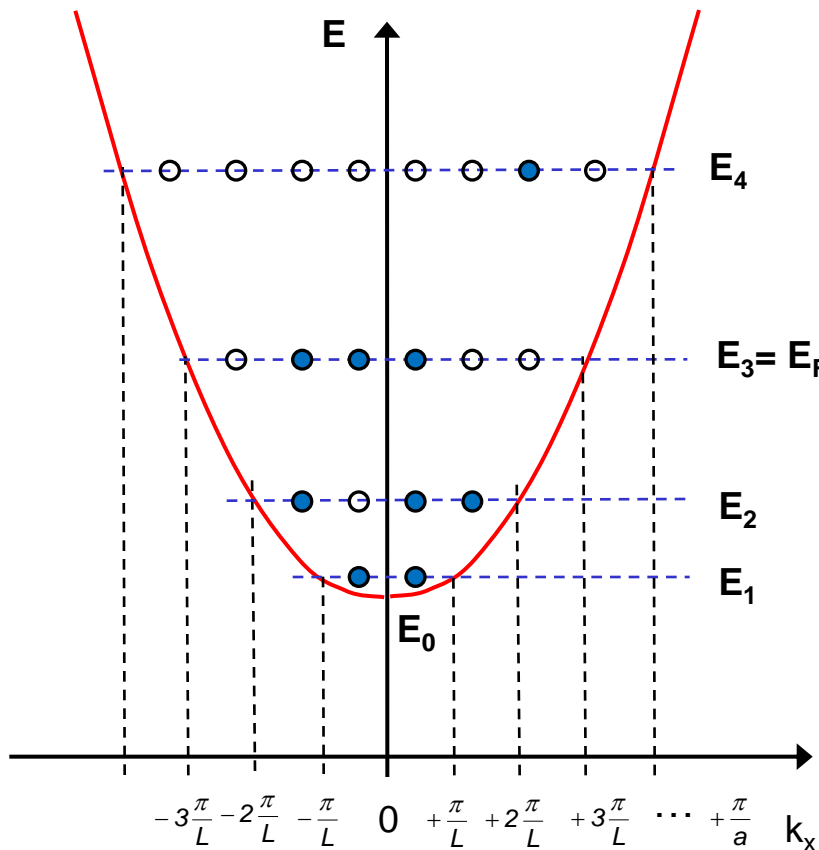
$$g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad [\text{m}^{-3} \text{eV}^{-1}]$$



$$p = \hbar k$$

2.2 Pravděpodobnost obsazení stavů

- elektrony obsazují přednostně nejnižší energetické hladiny
- vlivem tepelných fluktuací je však jejich rozložení náhodné
- rozložení elektronů je popsáno jedinou statistickou veličinou, která popisuje celý statistický soubor elektronů tzv. **Fermiho hladinou**



Fermiho hladina = energetická hladina,
jejíž pravděpodobnost obsazení je 1/2
význam chemický potenciál

Při $T = 0 \text{ K}$ (neexistují tepelné fluktuace) je Fermiho hladina poslední obsazenou energetickou hladinou v pásu.

2.2 Pravděpodobnost obsazení stavů



elektrony musí splňovat Pauliho vylučovací princip (v jednom kvantovém stavu může být pouze jeden elektron) – platí pro ně tzv. Fermi-Diracova statistika

Fermi-Diracova rozdělovací funkce

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

E energie elektronu

E_F ... Fermiho hladina

k ... Boltzmannova konstanta

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

T ... absolutní teplota

Fermiho hladina = energie, kde $f_{FD}=1/2$
význam chemický potenciál

Je-li $E - E_F > 4kT$ lze F-D rozdělovací funkci nahradit **Maxwell-Boltzmannovou** rozdělovací funkcí (využívá se pro zjednodušení výpočtů)

$$f_{FD} \approx f_{MB}(E) = \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)$$

Pravděpodobnost obsazení dané energetické hladiny E elektronem exponenciálně klesá s rostoucí hodnotou energie E této hladiny.

Pravděpodobnost obsazení dané energetické hladiny E exponenciálně roste s rostoucí teplotou T.

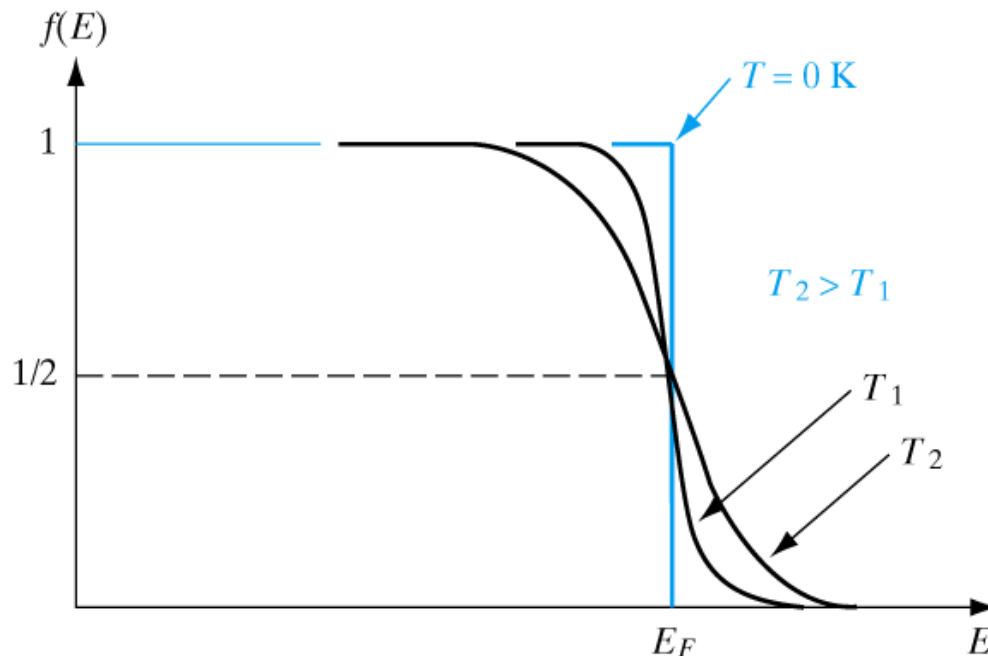
2.2 Fermi-Diracova rozdělovací funkce

pro $T = 0\text{K}$

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}}$$

$$E < E_F : f(E) = \frac{1}{1 + e^{-\infty}} = 1$$

$$E > E_F : f(E) = \frac{1}{1 + e^{\infty}} = 0$$



Při $T = 0\text{K}$ jsou všechny stavy pod Fermiho hladinou E_F obsazeny a stavy nad ní jsou prázdné.

Při $T > 0\text{K}$ existuje nenulová pravděpodobnost $f_{FD}(E)$ toho, že stav nad E_F je zaplněn, a odpovídající pravděpodobnost $[1-f_{FD}(E)]$, že stav pod E_F je prázdný.

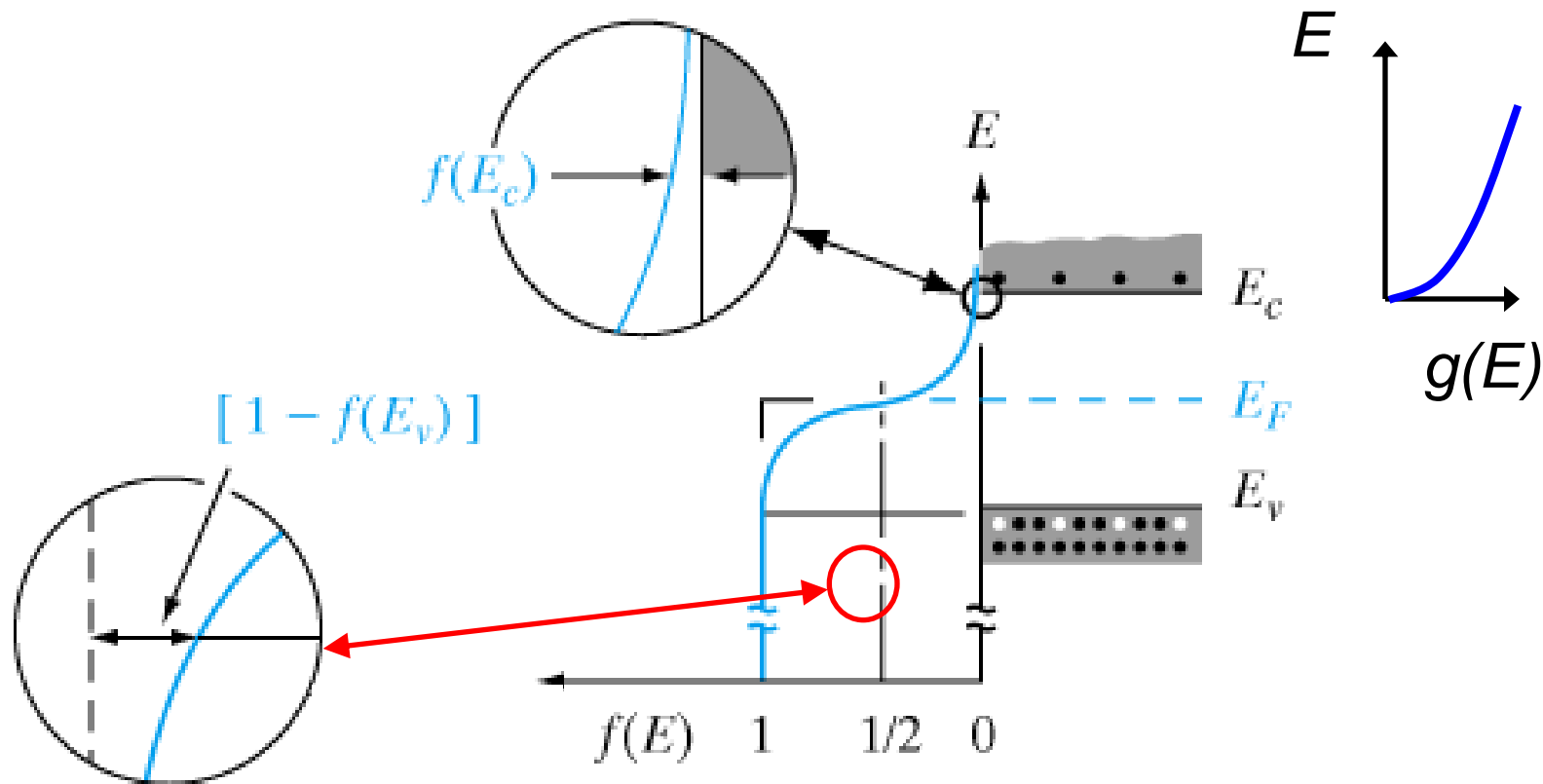
Pravděpodobnost toho, že stav s energií $E_F + \Delta E$ je zaplněn je shodná s pravděpodobností toho, že hladina $E_F - \Delta E$ je prázdná, tj. f_{FD} je symetrická okolo E_F .

$$f_{FD}(E_F + \Delta E) = [1 - f_{FD}(E_F - \Delta E)]$$

2.2 Obsazení energetických hladin v polovodiči

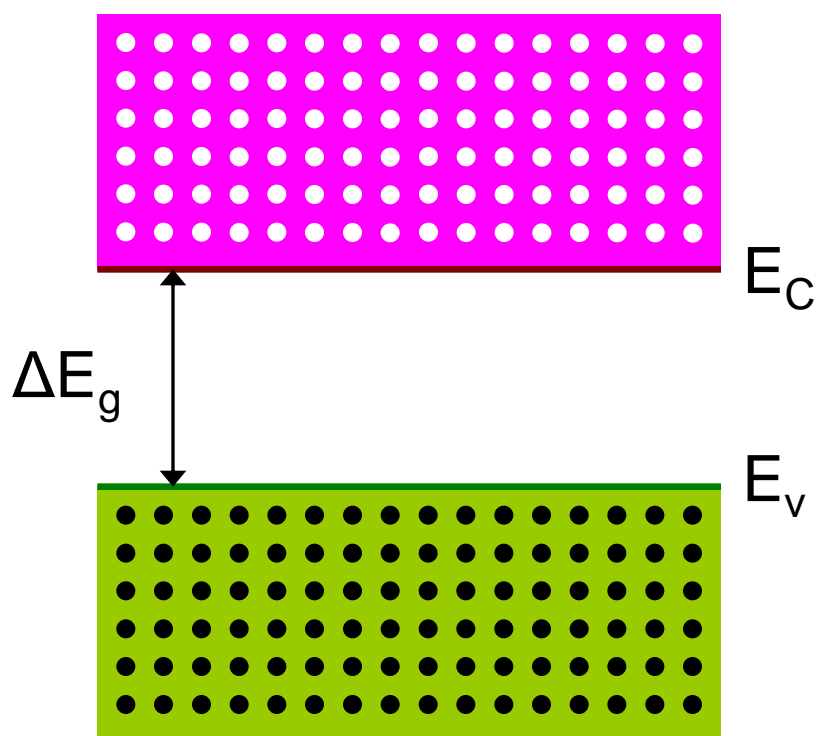
Koncentrace elektronů $n(E)$ na dané energetické hladině E je dána součinem hustoty stavů $g(E)$ násobené pravděpodobností jejich obsazení $f(E)$

$$n(E) = g(E) \cdot f(E)$$



2.3 Elektrická vodivost je schopnost látky transportovat nositele elektrického náboje po přiložení vnějšího elektrického pole.

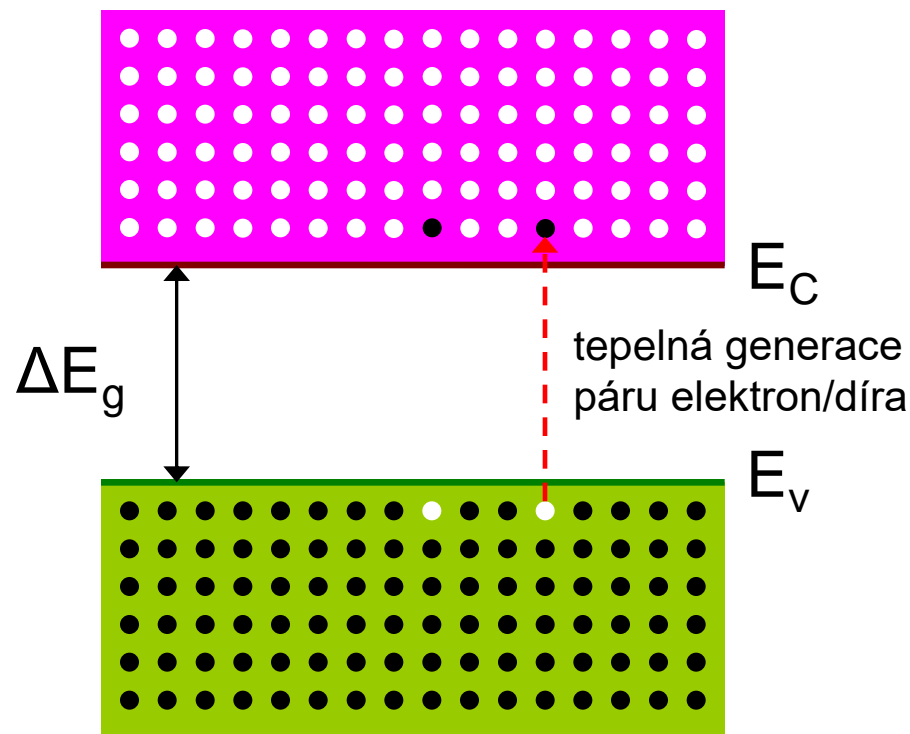
Elektron pro svůj pohyb potřebuje měnit energii a hybnost, tj. musí přecházet mezi jednotlivými energetickými stavy. Pro existenci elektrické vodivosti tedy je nutná **současná přítomnost elektronů a volných stavů**, které mohou elektrony zaujmout.



$T = 0K$

nulová vodivost

zcela obsazený / prázdný pás



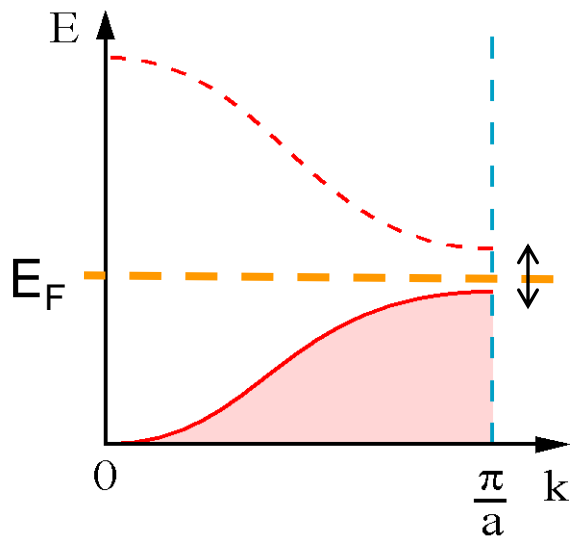
$T > 0K$

nenulová vodivost

v pásu jsou obsazené i volné stavy



IZOLANT POLOVODIČ

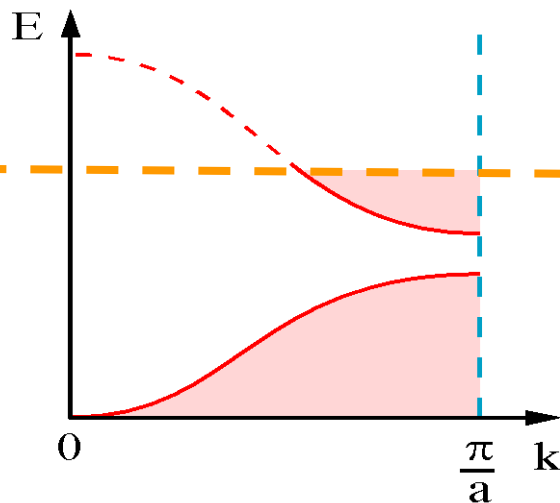


prázdný pás

zakázaný pás

obsazený pás

KOV

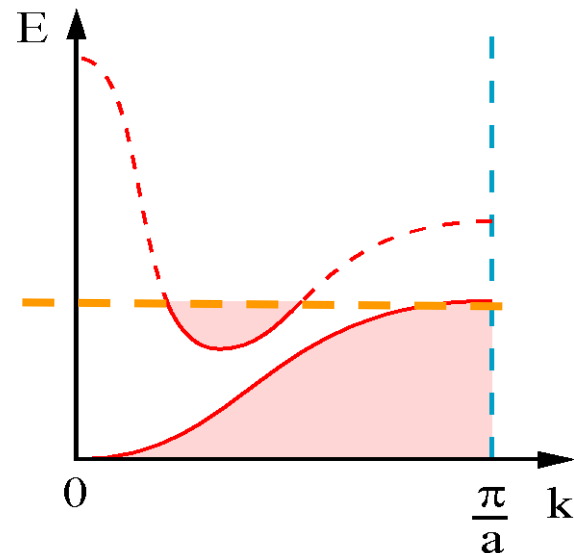


částečně
obsazený pás

zakázaný pás

obsazený pás

KOV POLOKOV



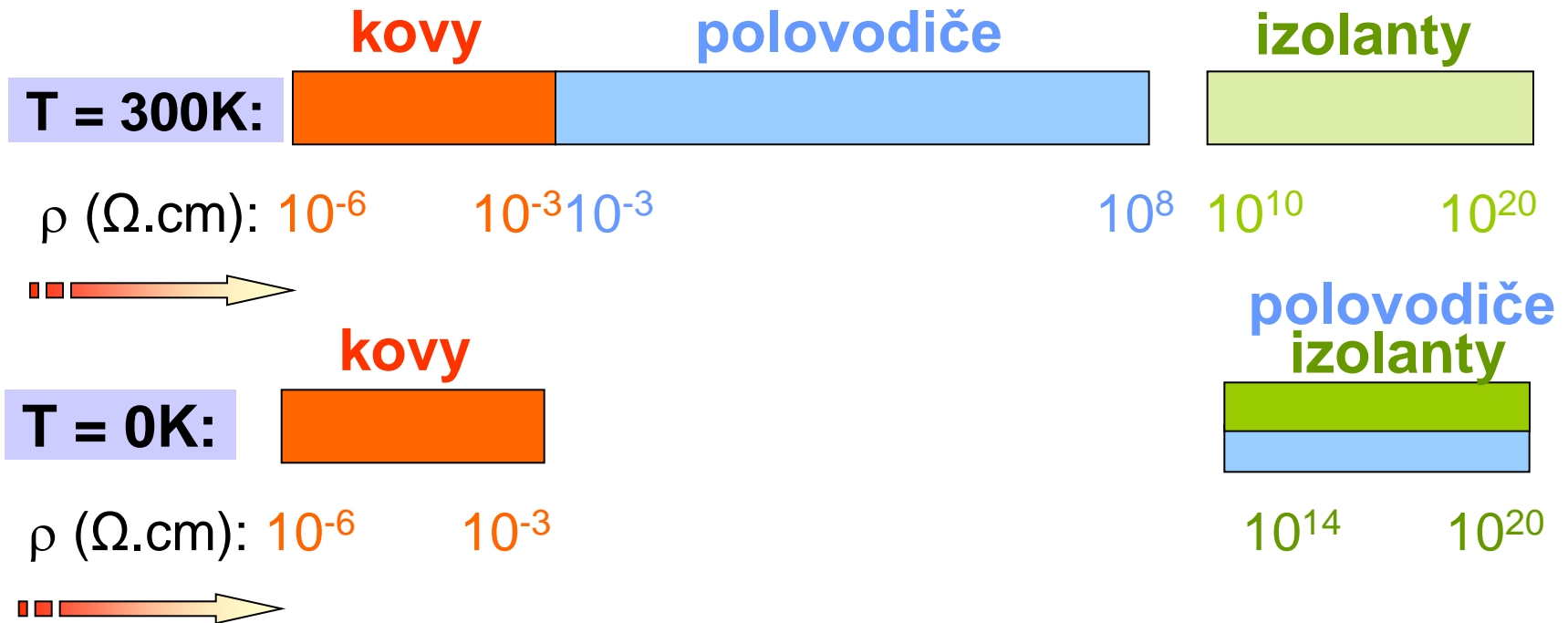
částečně
obsazený pás

částečně
obsazený pás

Izolant/polovodič se vyznačuje plně obsazeným valenčním a prázdným vodivostním pásem, které jsou odděleny zakázaným pásem o šířce ΔE_g . Kovy mají valenční pás buď jen částečně obsazen, nebo se valenční a vodivostní pás překrývají.

2.3 Polovodiče

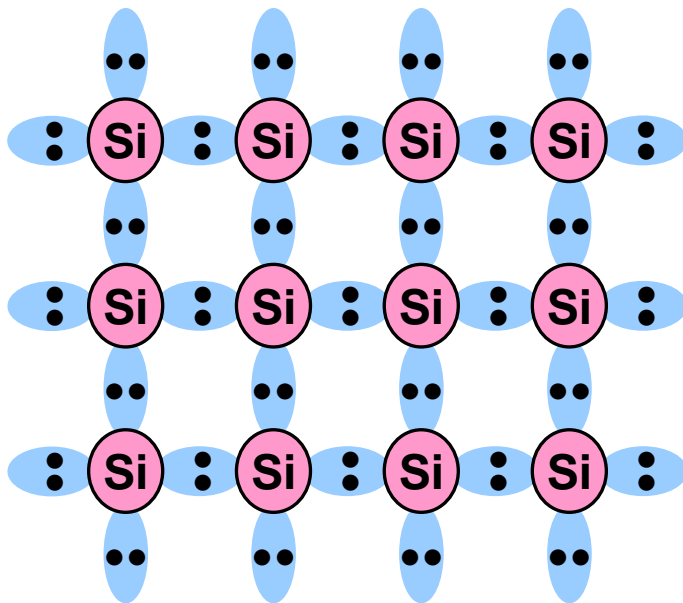
jsou materiály s měrnou elektrickou vodivostí σ (odporem ρ) silně závislou na teplotě a koncentraci nečistot. Hodnoty vodivosti/odporu leží mezi kovy a izolanty a lze je měnit v rozsahu více než 10 řádů. Měrná vodivost, narozdíl od kovů, s teplotou roste. Polovodiče mají nenulový zakázaný pás energií, jehož šířka určuje obor teplot, kdy sledujeme prudký nárůst vodivosti.



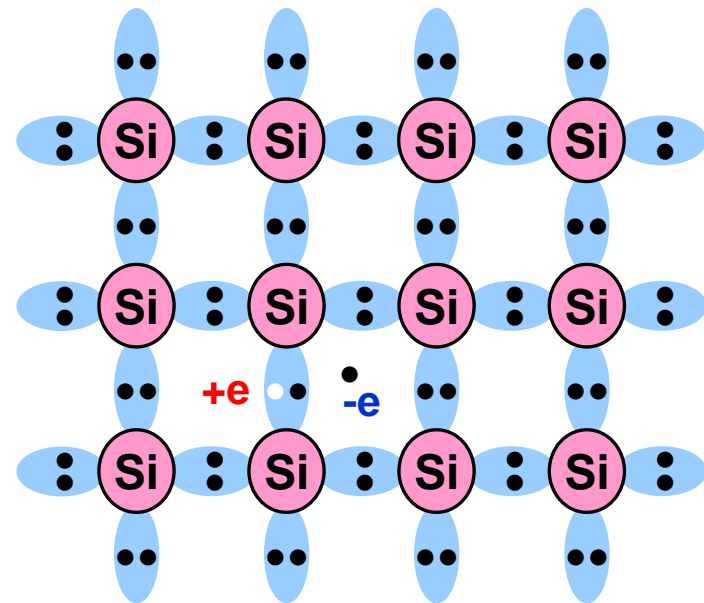
2.3 Vznik elektron-děrového páru

Elektron-děrový pár vzniká nejčastěji tepelnou generací – elektron ve valenčním pásu získá dostatečnou energii k překonání zakázaného pásu (uvolnění z vazby).

- volní nositelé náboje:
- **elektron** ve vodivostním pásu
 - **díra** uvolněný stav ve valenčním pásu (může být zaujat jiným valenčním elektronem, nese efektivní kladný náboj – nevykompenzovaný náboj jádra)



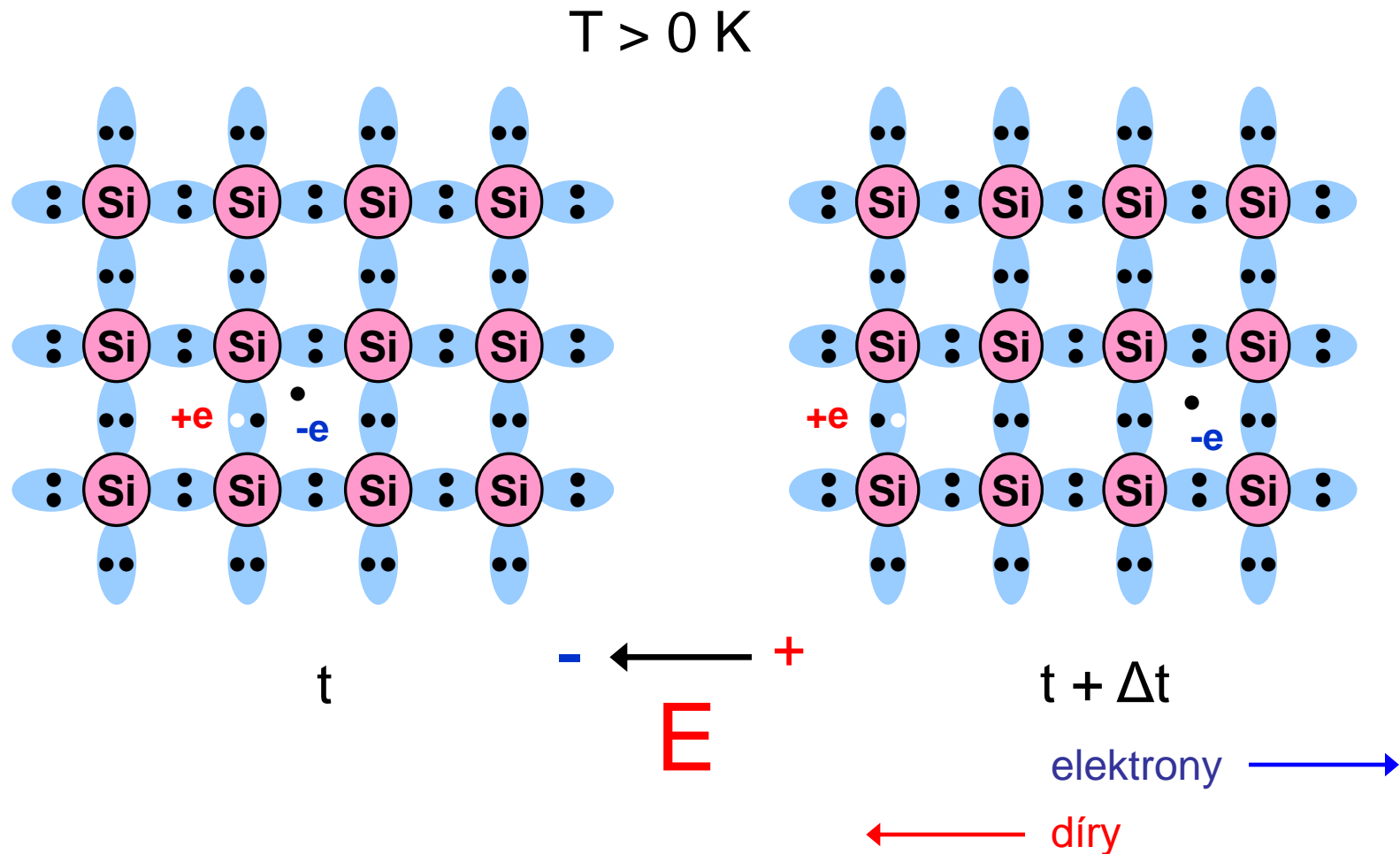
$T = 0 \text{ K}$



$T > 0 \text{ K}$

2.3 Pohyb elektronu a díry v elektrickém poli

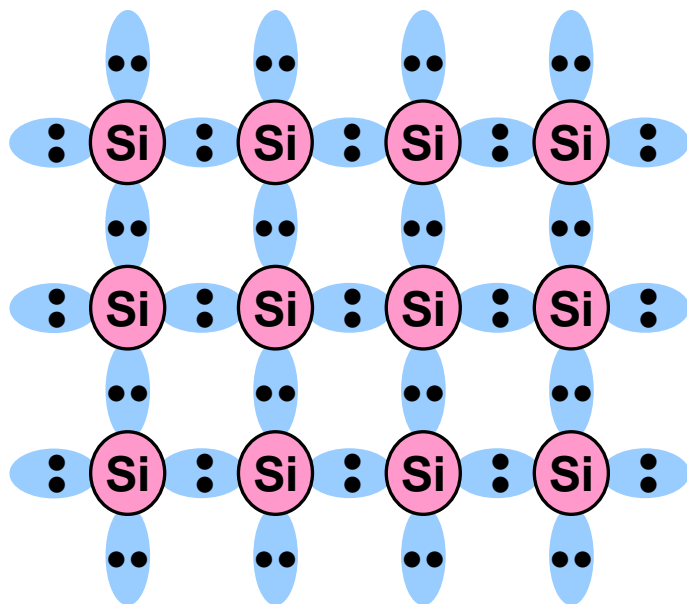
Elektron a díra se v elektrickém poli pohybují opačným směrem. Celkový proud teče ve směru děr (neboť elektron má záporný náboj).



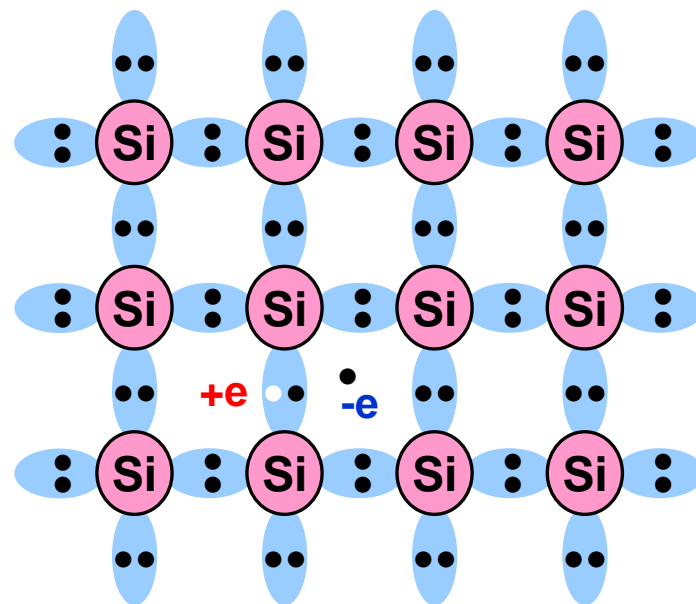
2.4 Vlastní (intrinzický) polovodič

je polovodič bez aktivních příměsí, elektrony se vodivostního pásu dostaly tepelnou excitací z pásu valenčního, počet volných elektronů ve vodivostním pásu je roven počtu volných stavů (děr) v pásu valenčním.

Pravděpodobnost excitace (tj. i vodivost) závisí na šířce zakázaného pásu, která odpovídá energii nutné k přerušení vazby, hodnota aktivační energie je relativně vysoká - pro křemík $\Delta E_g = 1.12 \text{ eV @ 300K}$.



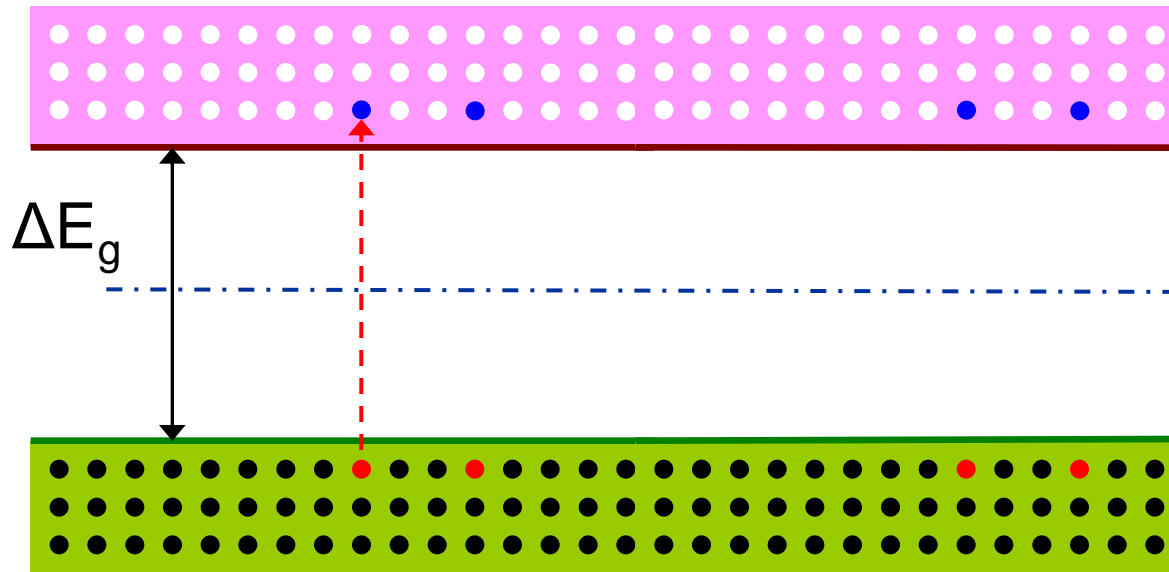
$T = 0 \text{ K}$



$T > 0 \text{ K}$

excitovaný pár elektron - díra

2.4 Vlastní polovodič



V důsledku nutnosti **nábojové neutrality** jsou si rovnovážné koncentrace elektronů n_0 a děr p_0 rovny

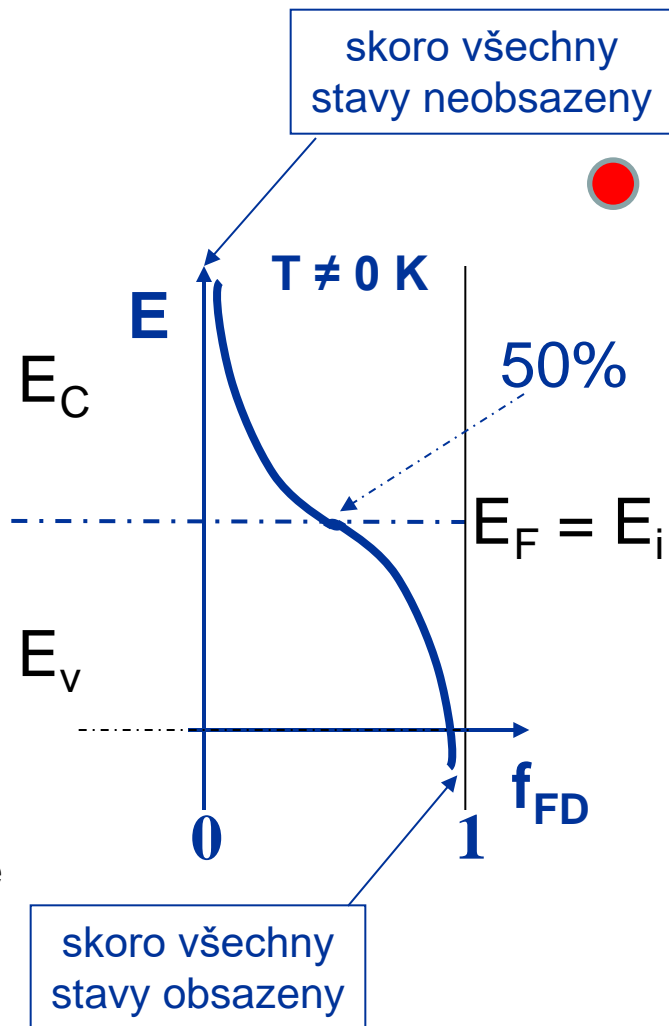
$$n_0 = p_0$$



Fermiho hladina vlastního polovodiče leží téměř uprostřed zakázaného pásu

$$E_F = E_i$$

$$E_i \dots \text{intrinzická hladina} \quad E_i = E_v + \Delta E_g / 2$$



2.4 Koncentrace volných nositelů náboje n_0 , p_0

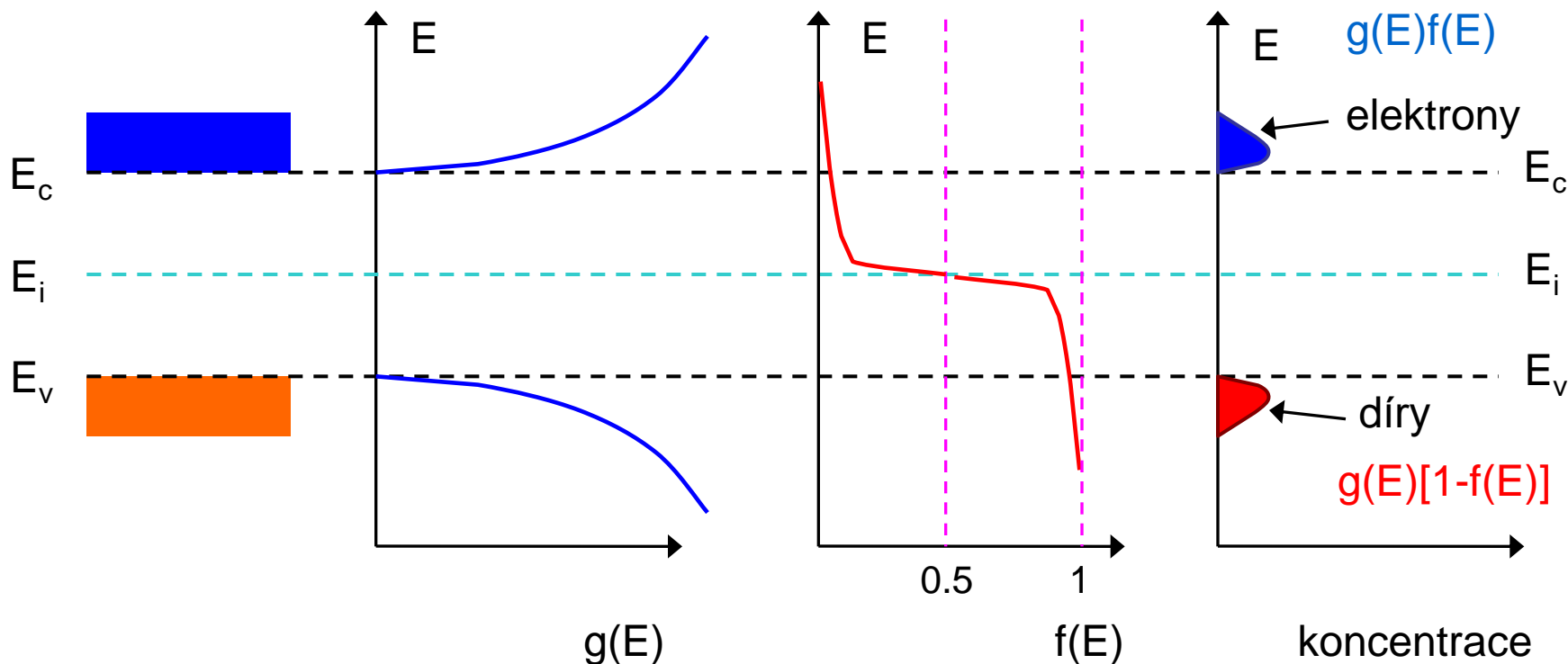
je dána integrálem součinu hustoty stavů $g(E)$ a pravděpodobností jejich obsazení $f_{FD}(E)$ přes celý energetický rozsah daného pásu (n_0 : $E_C \rightarrow \infty$ resp. p_0 : $E_V \rightarrow -\infty$).

$$n_0 = \int_{E_C}^{\infty} g_c(E) \cdot f_{FD}(E) \cdot dE$$

↑
pravděpodobnost obsazení elektronem

$$p_0 = \int_{-\infty}^{E_V} g_v(E) \cdot [1 - f_{FD}(E)] \cdot dE$$

↑
pravděpodobnost neobsazení elektronem (obsazení dírou)



2.4 Koncentrace volných nositelů náboje

pro elektrony

$$n_0 = N_C \cdot \exp \frac{(E_F - E_C)}{kT}$$

pro díry

$$p_0 = N_V \cdot \exp \frac{(E_V - E_F)}{kT}$$

N_C, N_V je efektivní hustota stavů

$$N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Si 300K

$$N_C = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_V = 1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Odvození

$$n_0 = \int_{E_C}^{\infty} g_c(E) \cdot f_{FD}(E) \cdot dE$$

Integrujeme hustotu stavů v daném pásu násobenou pravděpodobností jejich obsazení.

$$g_c(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_C)^{1/2}$$

$$f_{FD}(E) \approx f_{MB}(E) = \exp \frac{E_F - E}{kT}$$

integrál má tvar gama funkce: $\int_0^{\infty} \eta^{1/2} \exp(-\eta) d\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$

výsledek:
$$n_0 = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_F - E_C}{kT} \right)$$

2.4 Rovnovážná koncentrace elektronů a děr

Součin rovnovážných koncentrací elektronů a děr nezávisí na poloze Fermiho hladiny E_F . V termodynamické rovnováze je konstantní, roven kvadrátu tzv. intrinzické koncentrace n_i

$$n_0 \cdot p_0 = N_c e^{\frac{E_F - E_C}{kT}} N_v e^{\frac{E_V - E_F}{kT}} = n_i^2$$

$$n_i = (N_c N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \quad E_g = E_c - E_v$$

n_i **intrinzická koncentrace**

E_g šířka zakázaného pásu

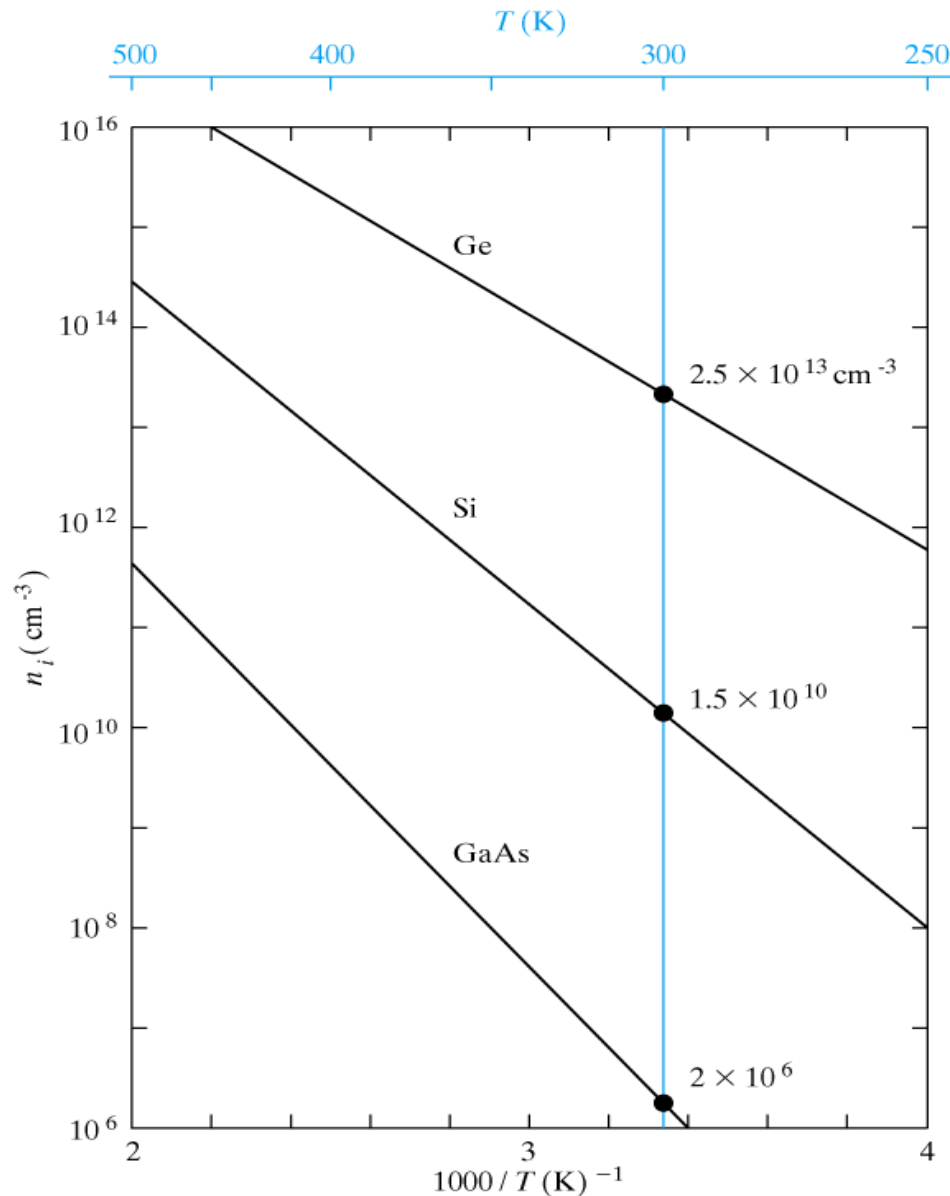
Koncentraci elektronů a děr lze také určit na základě polohy Fermiho hladiny ke středu zakázaného pásu tzv. intrinzické Fermiho hladině $E_i = \frac{1}{2} E_g$

$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$$

2.4 Koncentrace elektronů a děr v intrinzickém polovodiči

$$p_o = n_o = n_i$$



- koncentrace elektronů (děr) je rovna intrinzické koncentraci
- při pokojové teplotě má intrinzický polovodič nízkou vodivost
- koncentrace nositelů náboje exponenciálně narůstá s teplotou (nevýhodné)
- vliv teploty je u polovodiče v vyšší šířkou zakázaného pásu méně výrazný → vhodnější pro elektronické aplikace

$T = 300 \text{ K}$

$$\begin{aligned} n_i &= 2 \times 10^6 / \text{cm}^3 && \text{v GaAs} \\ &1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3 && \text{v Si} \\ &2.5 \times 10^{13} / \text{cm}^3 && \text{v Ge} \end{aligned}$$

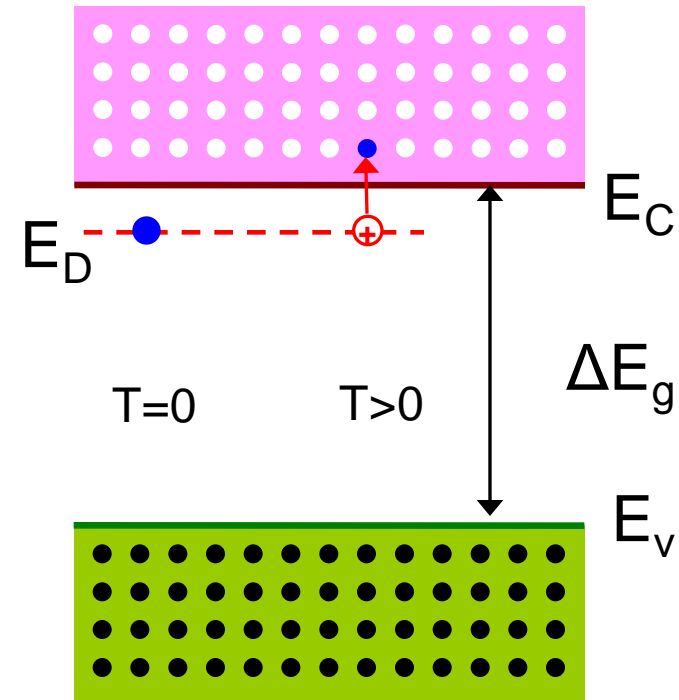
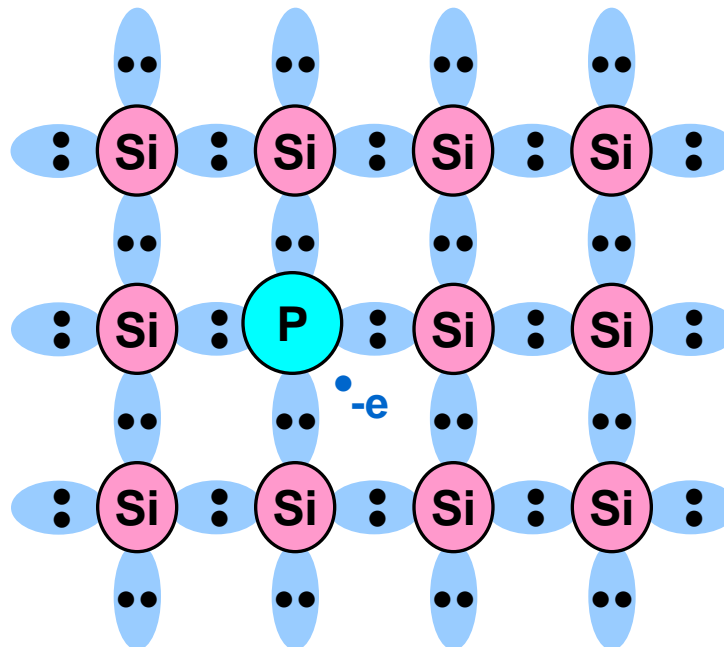
2.3 Nevlastní (příměsový) polovodič typ-N

vytvoří se zabudováním elektricky aktivních atomů do substitučních poloh ve vlastním polovodiči, dotací atomy pětimocných prvků (P, As, Sb) tzv. donorů vzniká **typ N** (koncentrace elektronů je větší než děr $n > p$)

donor = dárce volného elektronu

energetická bariéra $E_C - E_D$ je velmi malá (45 meV pro P v Si)
tepelná energie kmitů mřížky při pokojové teplotě stačí na ionizaci!

III	IV	V
s^2p^1	s^2p^2	s^2p^3
13 IIIA 5 10.811 B BORON	14 IVA 6 12.011 C CARBON	15 VA 7 14.007 N NITROGEN
13 26.982 Al ALUMINIUM	14 28.08 Si SILICON	15 30.974 P PHOSPHORUS
31 69.723 Ga GALLIUM	32 72.64 Ge GERMANIUM	33 74.922 As ARSENIC
49 114.82 In INDIUM	50 118.71 Sn TIN	51 121.76 Sb ANTIMONY
81 204.38 Tl THALLIUM	82 207.2 Pb LEAD	83 208.98 Bi BISMUTH
	114 (289) Uuq UNUNQUADIUM	

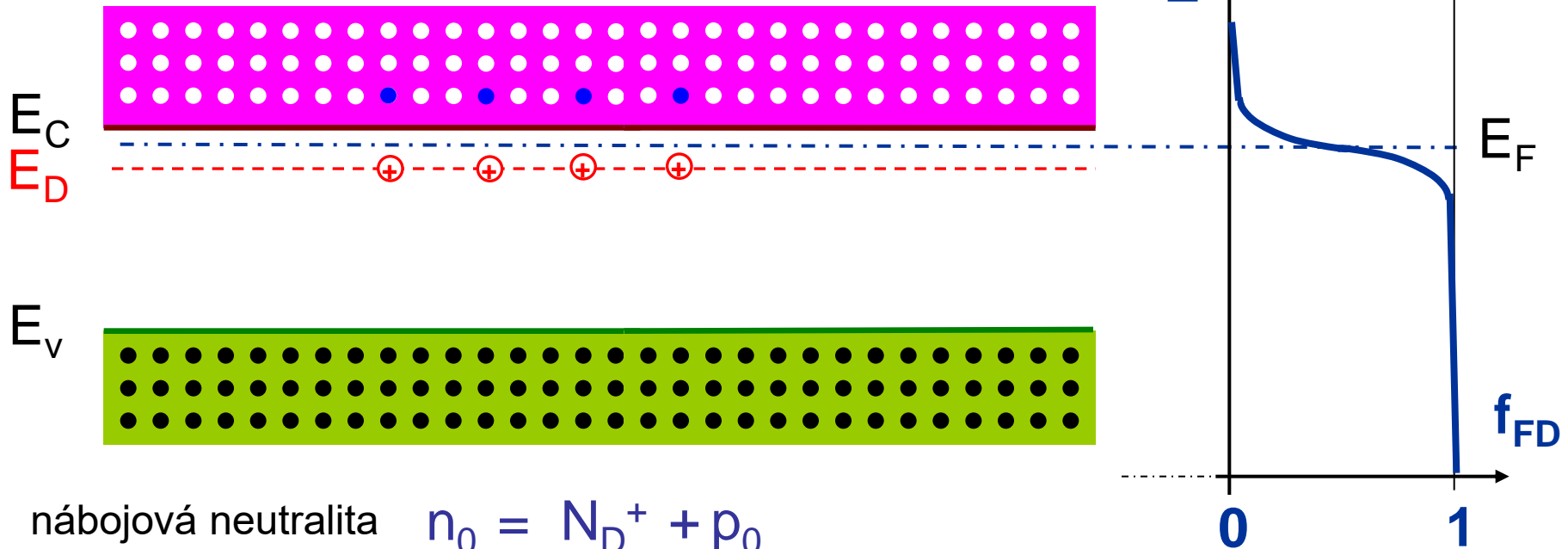


⊕ ionizovaný donor - nepohyblivý

2.3 Nevlastní polovodič typ-N

majoritní (většinoví) nositelé náboje - **elektrony**

minoritní (menšinoví) nositelé náboje - **díry**



nábojová neutralita $n_0 = N_D^+ + p_0$

N_D^+ je koncentrace ionizovaných (kladně nabitých) nepohyblivých donorů.

pro $N_D^+ \gg n_i$

$$n_0 = N_D^+$$

Při 300 K všechny příměsi ionizovány!
Koncentrace elektronů je dána N_D^+ !

Při nízkých teplotách $T \approx 10 K$ je Fermiho hladina polovodiče N-typu nad hladinou E_D . Pro $T > 100 K$ se postupně posouvá směrem ke středu pásu (E_i) – posun je nepřímo úměrný dotaci N_D . Při vysoké dotaci N^+ (degenerovaný polovodič) je $E_F \geq E_C$.

2.4 Nevlastní (příměsový) polovodič typ-P

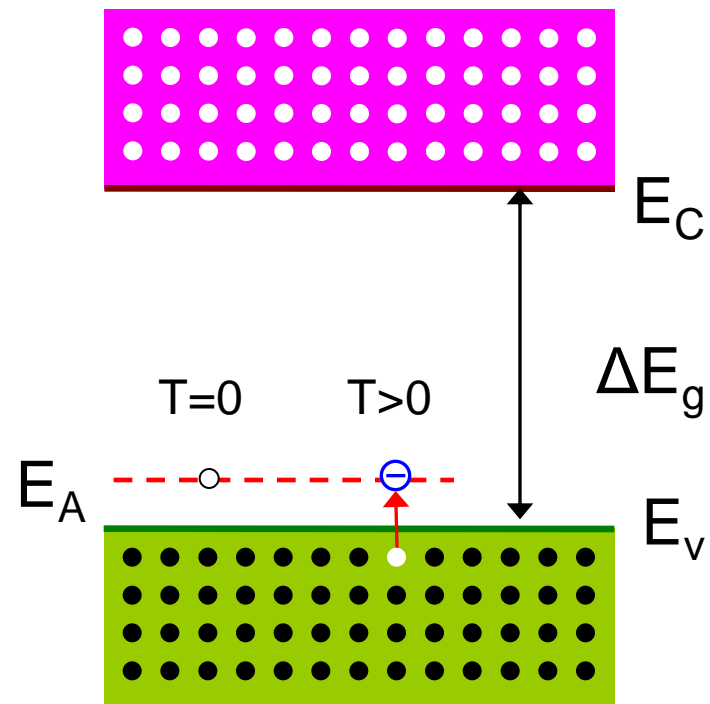
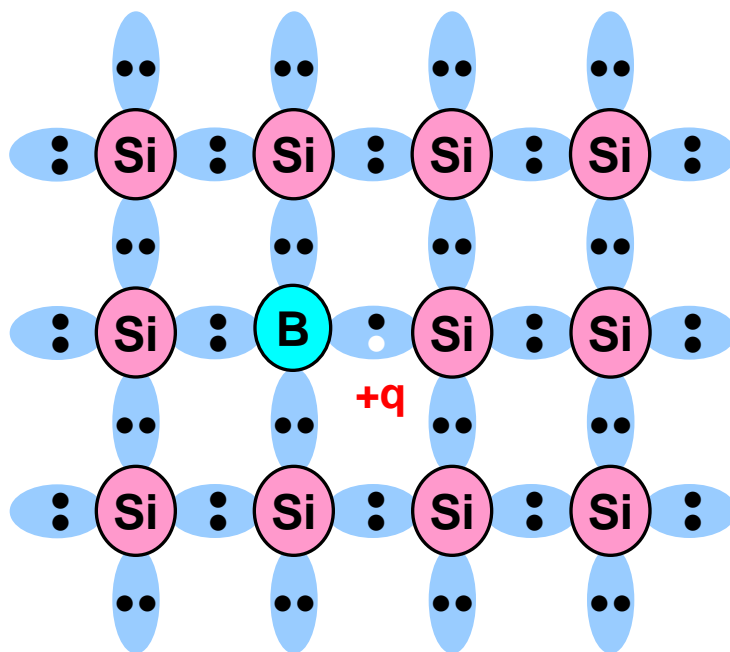


vytvoří se zabudováním elektricky aktivních atomů do substitučních poloh ve vlastním polovodiči, dotací atomů třímocných prvků (B, Al, Ga, In) tzv. akceptorů vzniká **typ P** (koncentrace děr je větší než elektronů $p > n$)

akceptor = příjemce valenčního elektronu

energetická bariéra $E_A - E_V$ je velmi malá (45 meV pro B v Si)
tepelná energie kmitů mřížky při pokojové teplotě stačí na ionizaci!

III	IV	V
s^2p^1	s^2p^2	s^2p^3
3 10.811 B BORON	6 12.011 C CARBON	7 14.007 N NITROGEN
13 26.982 Al ALUMINIUM	14 28.086 Si SILICON	15 30.974 P PHOSPHORUS
31 69.723 Ga GALLIUM	32 72.64 Ge GERMANIUM	33 74.922 As ARSENIC
49 114.82 In INDIUM	50 118.71 Sn TIN	51 121.76 Sb ANTIMONY
81 204.38 Tl THALLIUM	82 207.2 Pb LEAD	83 208.98 Bi BISMUTH
	114 (289) Uuq UNUNQUADIUM	



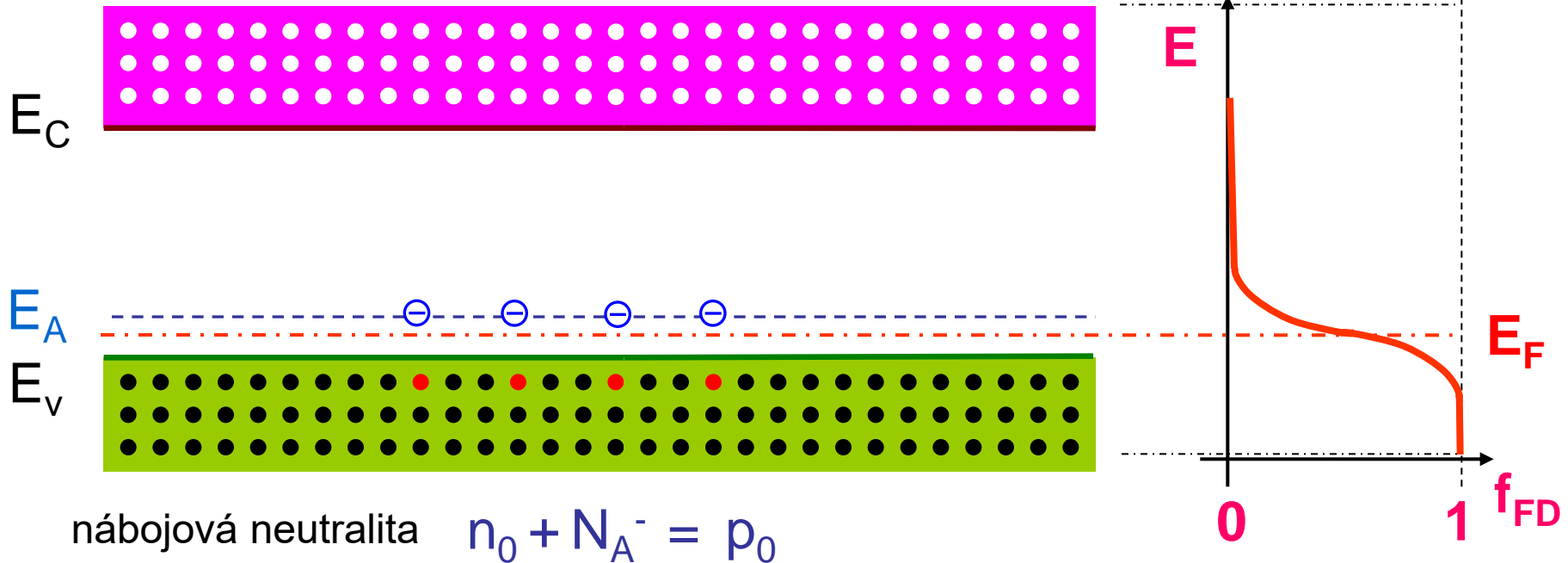
⊖ ionizovaný akceptor - nepohyblivý

2.4 Nevlastní polovodič typ-P



majoritní (většinoví) nositelé náboje - **díry**

minoritní (menšinoví) nositelé náboje - **elektrony**



nábojová neutralita $n_0 + N_A^- = p_0$

N_A^- je koncentrace ionizovaných (záporně nabitých) nepohyblivých akceptorů.

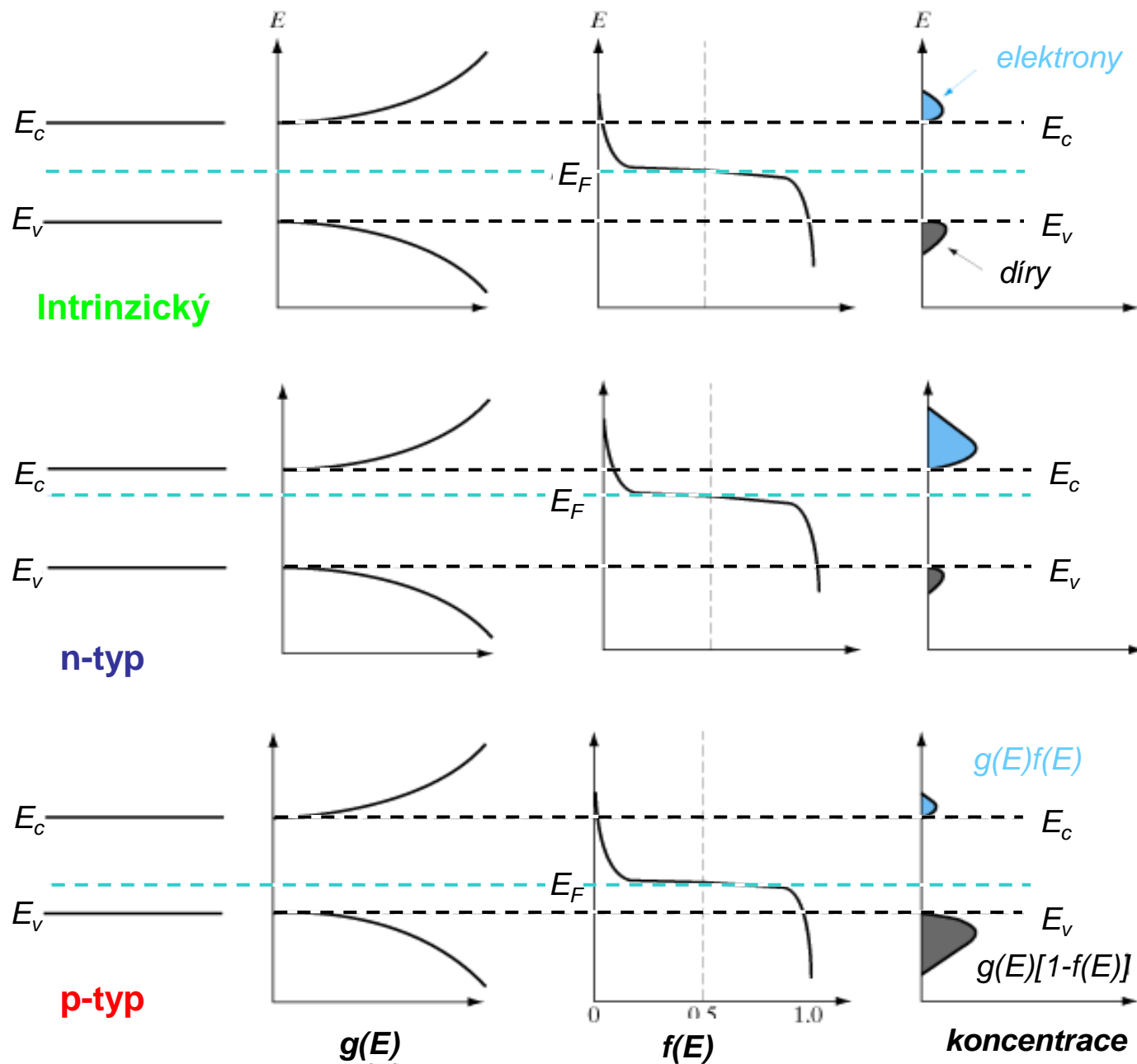
pro $N_A^- \gg n_i$

$$p_0 = N_A^-$$

Při 300 K všechny příměsi ionizovány!
Koncentrace děr je dána N_A^- !

Při nízkých teplotách $T \approx 10 K$ je Fermiho hladina polovodiče P-typu pod hladinou E_A . Pro $T > 100 K$ se postupně posouvá směrem ke středu pásu (E_i) – posun je nepřímo úměrný dotaci N_A . Při vysoké dotaci P^+ (degenerovaný polovodič) je $E_F \leq E_V$.

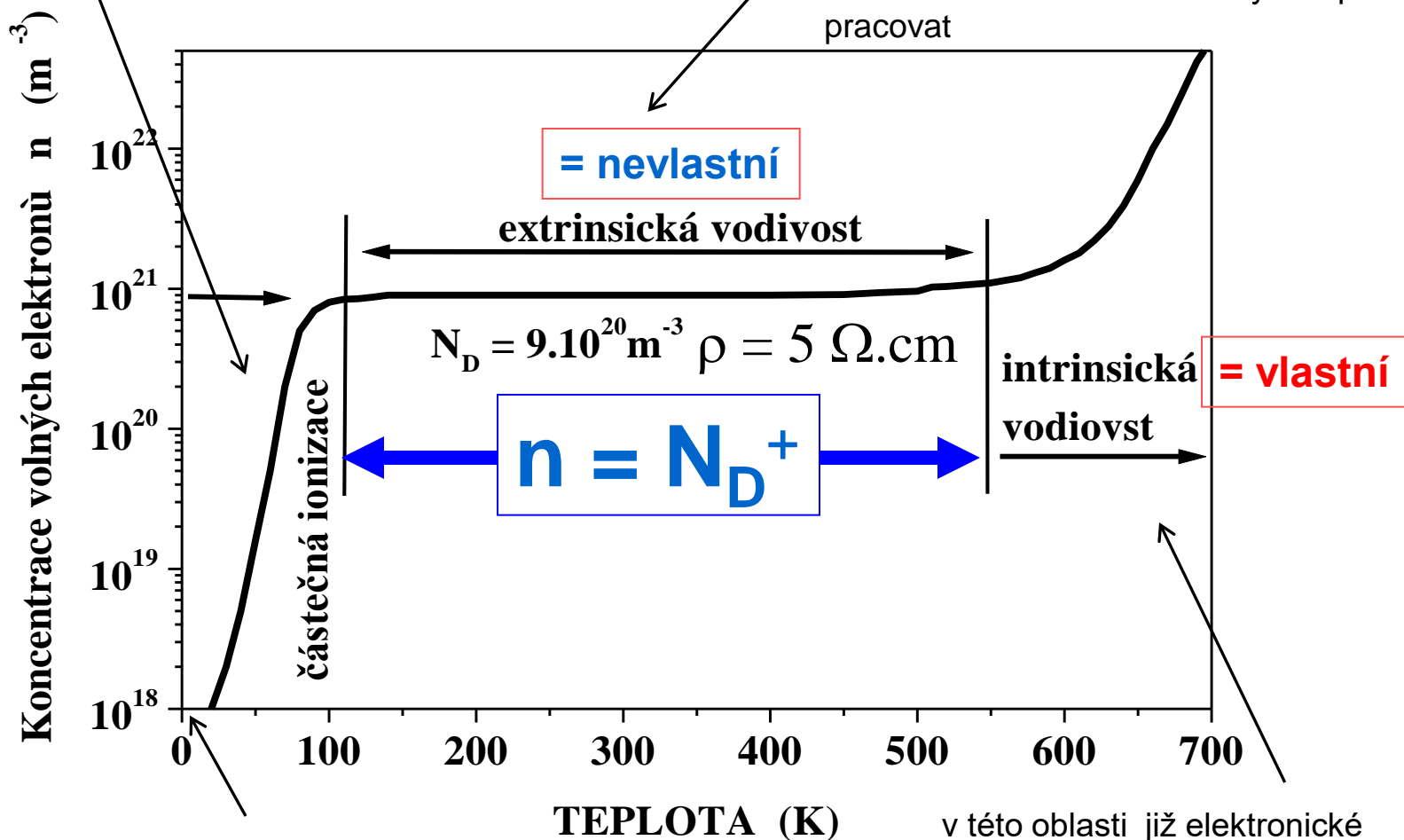
Obsazení pásů a koncentrace elektronů ve vlastním a nevlastním (P a N) polovodiči.



2.4 Teplotní závislost koncentrace elektronů v N-polovodiči

excitují se atomy příměsí (donorů), narůstá nevlastní vodivost

v této oblasti je možné množství nositelů náboje přesně ovládat → při těchto teplotách mohou elektronické součástky bez problémů pracovat



polovodič nevede (donory nejsou ionizovány, intrinzická vodivost je nulová)

v této oblasti již elektronické součástky nejsou funkční, polovodič je intrinzický, koncentrace elektronů a děr je vysoká

2.4 Nábojová neutralita a Poissonova rce pro polovodič

V tepelné rovnováze platí pro homogenní polovodič

Nábojová neutralita což znamená, že potenciál je konstantní $\phi = \text{konst}$

$$p + N_D^+ = n + N_A^-$$

p ... koncentrace děr

n ... koncentrace elektronů

N_D^+ ... koncentrace ioniz. donorů (fixní náboj)

N_A^- ... koncentrace ioniz. akceptorů (fixní náboj)

Pokud dojde k jejímu porušení (nerovnovážný stav, heterogenní struktura, přiložené napětí) je pro rozložení potenciálu nutné použít řešení **Poissonovy rovnice**

Gaussova věta

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Intenzita jako gradient potenciálu

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi$$

Celkový náboj v polovodiči

$$\rho = e(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

$$\nabla \cdot \nabla \phi = \Delta \phi = -\frac{e}{\epsilon} (p - n + N_D^+ - N_A^-)$$