

# Přehled látky ke zkoušce z předmětu B0B01MA1A - - Matematická analýza 1

ZS 2023/2024 – programy EEM+EK+ BIO – přednášející V. Sobotíková

Pro upřesnění většinou odkazují na věty či stránky z materiálů k přednáškám. Důkazy označené hvězdičkou budou požadovány jen pro hodnocení **A** a **B**, případně pokud student nebude spokojen s hodnocením navrženým zkoušejícím.

**Reálná čísla** Racionální a iracionální čísla - důkaz iracionality  $\sqrt{2}$  (V1.1); nevlastní čísla  $\pm\infty$  a operace s nimi; intervaly a jejich popis pomocí nerovnic s absolutní hodnotou; okolí a prstencové okolí bodu; množiny reálných čísel: omezenost, nejmenší a největší prvek (tj. maximum a minimum), supremum a infimum a jejich existence (V1.2).

**Funkce - úvod** Funkce, její definiční obor, obor hodnot, zúžení, rozšíření, graf; operace s funkcemi; prostá funkce, inverzní funkce; omezenost, monotonie, sudost, lichost, periodicitá; elementární funkce: obecná mocnina, exponenciální a logaritmické funkce, funkce goniometrické a cyklometrické, hyperbolické a hyperbolometrické.

**Funkce - limita a spojitost** Limita funkce - oboustranná, jednostranná (V3.1); funkce spojitá; jednoznačnost limity (V3.3), zachování znaménka (V3.4 - důkaz); lokální omezenost funkce s vlastní limitou v bodě (V3.5), limity monotónní funkce v krajích intervalu (V3.6), limita a spojitost součtu (důkaz), rozdílu, součinu (důkaz\*) a podílu, složené funkce (V3.7, D3.8, V3.9, V3.11, D3.12); věta o dvou polícajtech (tj. o sevření - důkaz) a další „počítací“ vlastnosti limit (V3.10), limita funkce typu  $f(x)^{g(x)}$ ; důležité limity funkcí ([P3.8]); vlastnosti funkcí spojitých na intervalu (V5.1 - V5.7), metoda půlení intervalu.

**Derivace** Derivace v bodě (oboustranná i jednostranná) a na intervalu; tečna a normála grafu funkce; spojitost funkce s vlastní derivací (V4.1 - důkaz); linearita derivace, derivace součinu (důkaz\*) a podílu, složené a inverzní funkce (V4.2 - V4.4); derivace funkce typu  $f(x)^{g(x)}$ ; určení jednostranné derivace pomocí jednostranné limity derivací (V4.5); derivace elementárních funkcí; derivace vyšších řádů, Leibnizův vzorec (V4.6); Rolleova věta (V5.8 - důkaz\*), Lagrangeova věta o střední hodnotě (tj. o přírůstku funkce- V5.9 - důkaz\*)s důsledky: funkce s nulovou derivací na intervalu (D5.10), l'Hospitalovo pravidlo (V5.12), Taylorův polynom a Taylorova věta (V5.13).

**Průběh funkce a aplikace derivací** Lokální a globální extrémy funkce; monotonie v bodě; funkce konvexní a konkávní, inflexní bod; asymptoty funkce; použití derivace při vyšetřování průběhu funkce (V6.1 - V6.4): zkoumání monotonie v bodě a na intervalu, hledání lokálních a globálních extrémů, vyšetřování konvexity a konkávnosti, inflexních bodů; hledání asymptot (V6.5 - důkaz\*).

**Primitivní funkce** Primitivní funkce na intervalu a její existence (V7.2); neurčitý integrál jako množina primitivních funkcí a jeho vlastnosti (V7.1) tabulkové integrály; věta o linearitě, integrace per partes a věta o substituci (V7.3 - V7.5); rozklad racionální funkce na součet polynomu a jednoduchých (parciálních) zlomků (V7.6) a její integrace; integrace funkcí typu  $R(e^{ax})$ ,  $R(\ln x)/x$ ,  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $R(x, \sqrt[n]{ax+b})$  ( $R$  je racionální funkce).

**Určitý a nevlastní integrál** Dolní a horní integrální součty a jejich vlastnosti (V8.1 a V8.2); Riemannův integrál a postačující podmínky jeho existence (V8.3, V8.4 a poznámka za V8.6); aditivita integrálu vzhledem k integračnímu oboru (V8.5); změna funkce v konečně mnoha bodech nemá vliv na existenci integrálu a jeho hodnotu (V8.6); linearita Riemannova integrálu a jeho monotonie (V8.7); funkce horní meze (V8.8 - důkaz\*); existence primitivní funkce k funkci spojitě; Newton-Leibnizův vzorec; (V8.9); integrace per partes a metoda substituce; věta o střední hodnotě (V8.10); nevlastní integrál, srovnávací kritérium (V9.1); aplikace určitého integrálu: obsah plochy, délka křivky, objem a povrch rotačního tělesa (V10.1 - V10.3).

**Posloupnosti** Posloupnost reálných čísel; monotonie posloupnosti; aritmetická a geometrická posloupnost; limita posloupnosti; vybraná posloupnost a vztah její limity k limitě celé posloupnosti (V11.2); Heineova věta (V3.2); omezenost konvergentní posloupnosti (V11.4 - důkaz); limita monotónní posloupnosti (V11.5).

**Číselné řady** Částečný součet řady, součet řady, konvergence, divergence a oscilace řady; geometrická řada; součet a násobek řad (V12.1), nutná podmínka konvergence (V12.3 - důkaz); řady s nezápornými členy: existence součtu (V12.4), kritéria konvergence: srovnávací (V12.5), srovnávací limitní, podílové (V12.6 - důkaz), podílové limitní (V12.7), odmocninové (V12.8 - důkaz), odmocninové limitní (V12.9), integrální s odhadem chyby aproximace částečným součtem (V12.10 - myšlenka důkazu\*); řady s obecnými členy: postačující podmínka pro divergenci reálné řady, (V12.11), absolutní a neabsolutní (relativní) konvergence, absolutně konvergentní řada konverguje (V12.12), Leibnizovo kritérium (V12.13 - důkaz\*).