

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE		KATEDRA FYZIKY	
LABORATORNÍ CVIČENÍ Z FYZIKY			
Jméno Miroslav Tržil		Datum měření 20.4.2017	
Stud. rok 2016-2017	Ročník První	Datum odevzdání 4.5.2017	
Stud. skupina 1-105-1051	Lab. skupina 10	Klasifikace	
Číslo úlohy 1	Název úlohy Určení modulu pružnosti ve smyku dynamickou metodou a stanovení momentu setrvačnosti		

1. Úkol měření

- Změřit modul pružnosti ve smyku ocelové struny.
- Určit moment setrvačnosti rotoru elektromotoru metodou torzních kmitů

2. Pomůcky

- Stopky
 - Odhadovaná přesnost: $\Delta_t = \pm 0,04s$
- Mikrometr
 - Rozsah (0 – 25) mm
 - Přesnost: $\Delta_m = \pm 0,01mm$
- Válcové závaží
 - Hmotnost $m = 5,13 \text{ Kg}$
 - Průměr $d_v = (0,213 \pm 0,001)m$
- Rotor motoru
- Torzní kyvadlo
 - Délka struny $l = (90 \pm 2) \text{ cm}$
 - Průměr struny $d_s = (1,19 \pm 0,16) \text{ mm}$

- Naměřené hodnoty

číslo měření	naměřená hodnota d_s [mm]
1	1,15
2	1,34
3	1,17
4	1,16
5	1,20
6	1,18
7	1,19
8	1,18
9	1,16
10	1,17

- Průměrná hodnota:

$$\bar{d}_s = \frac{\sum_{i=1}^N d_s}{N} = 1,19 \text{ mm}$$

- Nejistota typu A:

$$u_{A(\bar{d})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2}{N(N-1)}} = 0,156 \text{ mm}$$

- Nejistota typu B:

$$u_{B(\bar{d})} = \frac{\Delta_m}{\sqrt{12}} = 0,00289 \text{ mm}$$

- Kombinovaná nejistota:

$$u_c(\bar{d}) = \sqrt{u_A^2(\bar{d}) + u_B^2(\bar{d})} = 0,156 \text{ mm}$$

3. Postup měření

- Nejprve jsme určili průměr struny.
- Na kyvadlo jsme zavěsili válcové závaží, poté jsme jej vychýlili o přibližně 75° a změřili periodu kmitání 10 kmitů.
- Vydělením této periody deseti jsme získali přibližný čas jedno kmitu. Tento odhad jsme zpřesňovali postupným zvyšováním počtu kmitů. Abychom nemuseli počítat všechny kmity, stačí vyčkat dolního odhadu času a zastavit stopky v okamžiku kdy skončí poslední kmit.
- Stejný postup jsme opakovali u rotoru.

4. Tabulka naměřených period pro válcové závaží

počet kmitů	spodní odhad [s]	naměřený čas [s]	horní odhad [s]	Průměrný čas 1 kmitu [s]	Nejistota [s]	Rozdíl limitů [s]
10		42,510		4,251	0,0040	
20	84,850	86,020	85,820	4,301	0,0020	0,970
100	429,928	430,820	434,100	4,308	0,0004	4,172

- Spodní odhad = (předešlý naměřený čas - Δ_t) · počet kmitů
- Horní odhad = (předešlý naměřený čas + Δ_t) · počet kmitů
- Průměrný čas 1 kmitu = $\frac{\text{naměřený čas}}{\text{počet kmitů}}$
- Nejistota = $\frac{\Delta_t}{\text{počet kmitů}}$
- Rozdíl limitů = horní odhad – spodní odhad

5. Modul pružnosti struny ve smyku

- Moment setrvačnosti válce

$$J_v = \frac{m \cdot d_v^2}{8} = 0,029 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Nejistota momentu setrvačnosti

$$u_c(J_v) = \sqrt{\left(\frac{\partial m \cdot d_v^2}{8 \cdot \partial d_v}\right)^2} =$$

- Modul pružnosti

$$G = \frac{32 \cdot \pi \cdot l \cdot J_v}{d_s^4 \cdot T_k^2} = 7,05 \cdot 10^{10} \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{s}^{-2}$$

- Nejistota

$$\begin{aligned} u_c(G) &= \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial l} \cdot u_c(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial d_v} \cdot u_c(d_v)\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial d_s} \cdot u_c(d_s)\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial T_k} \cdot u_c(T_k)\right)^2} = \\ &= \sqrt{(1,566 \cdot 10^9)^2 + (6,63 \cdot 10^8)^2 + (3,617 \cdot 10^9)^2 + (1,964 \cdot 10^7)^2} = \\ &= 4,00 \cdot 10^9 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

6. Tabulka naměřených period kmitu pro válcové závaží

počet kmitů	spodní odhad [s]	Naměřený čas [s]	Horní odhad [s]	Průměrný čas 1 kmitu [s]	Nejistota [s]	Rozdíl limitů [s]
10		10,27		1,0270	0,004	
30	30,77	30,55	32,01	1,0183	0,00133333	1,24
40	40,69	41,09	42,33	1,0273	0,001	1,64
80	82,14	81,56	85,38	1,0195	0,0005	3,24

7. Výpočet momentu setrvačnosti rotoru

$$J_r = \frac{G \cdot d_s^4 \cdot T_k^2}{32 \cdot \pi \cdot l} = 7,25 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

8. Nejistota momentu setrvačnosti

$$\begin{aligned}
 u_c(J_r) &= \sqrt{\left(\frac{\partial J_r}{\partial l} \cdot u_c(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial J_r}{\partial G} \cdot u_c(G)\right)^2 + \left(\frac{\partial J_r}{\partial d_s} \cdot u_c(d_s)\right)^2 + \left(\frac{\partial J_r}{\partial T_k} \cdot u_c(T_k)\right)^2} = \\
 &= \sqrt{\left(\frac{G \cdot d_s^4 \cdot T_k^2}{32 \cdot \pi \cdot l^2} \cdot u_c(l)\right)^2 + \left(\frac{d_s^4 \cdot T_k^2}{32 \cdot \pi \cdot l} \cdot u_c(G)\right)^2 + \left(\frac{G \cdot d_s^3 \cdot T_k^2}{8 \cdot \pi \cdot l} \cdot u_c(d_s)\right)^2 + \left(\frac{G \cdot d_s^4 \cdot T_k}{16 \cdot \pi \cdot l} \cdot u_c(T_k)\right)^2} = \\
 &= \sqrt{2,60 \cdot 10^{-8} + 1,69 \cdot 10^{-7} + 1,45 \cdot 10^{-5} + 7,25 \cdot 10^{-12}} = 3,83 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

9. Výsledky

- Modul pružnosti struny ve smyku: $G = (70,5 \pm 4,0) \cdot 10^9 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{s}^{-2}$
- Moment setrvačnosti rotoru: $J_r = (7,3 \pm 3,8) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

10. Závěr

- Modul pružnosti mi vyšel $(70,5 \pm 4,0) \cdot \text{GPa}$ v tabulkách¹ je 79-89 GPa, což naznačuje, že materiál, ze kterého je vyrobena struna, je podobný oceli.

11. Literatura

- <http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/downloads/navody/torze.pdf>

¹ <http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/downloads/navody/torze.pdf>