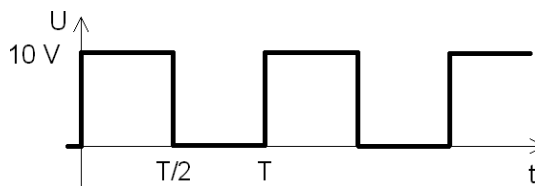


Nejistoty měření, chyba metody (podobné příklady řešeny ve druhé přednášce)

1. Určete rozšířenou nejistotu typu B (s koeficientem rozšíření $k_r = 2$) při měření napětí číslicovým voltmetrem, je-li použitý rozsah voltmetru 0,3 V a chyba voltmetru je dána hodnotami $\pm 0,1 \%$ údaje $\pm 0,05 \%$ rozsahu. Voltmetr ukazuje 30 mV.
[0,208 mV]
2. Vypočtěte rozšířenou nejistotu typu B (koeficient rozšíření $k_r = 2$) při měření proudu stejnosměrným číslicovým miliampérmetrem na rozsahu 30 mA, ukazuje-li hodnotu 10 mA a je-li dána chyba miliampérmetru hodnotami $\pm 0,2 \%$ z údaje $\pm 0,1 \%$ z rozsahu?
[0,058 mA]
3. Určete rozšířenou nejistotu typu B (koeficient rozšíření $k_r = 2$) při měření proudu střídavým číslicovým miliampérmetrem na rozsahu 300 mA, ukazuje-li miliampérmetr s 4-místným displejem hodnotu 50 mA a je-li dána chyba miliampérmetru hodnotami $\pm 0,7 \%$ z údaje ± 6 digitů?
[1,10 mA]
4. Určete rozšířenou nejistotu typu B (koeficient rozšíření $k_r = 2$) při měření napětí střídavým číslicovým voltmetrem s rozsahem 300 V a 4-místným displejem, ukazuje-li hodnotu 100 V a jeho chyba je dána hodnotami $\pm 0,1 \%$ z údaje ± 3 digity.
[0,462 V]
5. Určete relativní chybu metody (v %) při měření voltmetrem, který je připojen k většímu ze dvou odporů děliče 10 k Ω a 20 k Ω . Vstupní napětí děliče je 3 V. Voltmetr má odpor 40 k Ω .
[- 14,3 %]
6. Zdroj napětí 400 mV má vnitřní odpor 10 Ω a úkolem je změřit jeho zkratový proud. K dispozici je miliampérmetr s rozsahem 20 mA a úbytkem napětí 200 mV při plném využití rozsahu. Vypočtěte relativní chybu metody v % způsobenou odporem miliampérmetru.
[50 %]
7. Vypočtěte poměrnou chybu metody (v %), která vzniká při měření napětí spotřebou voltmetru. Odpor voltmetru je 10 000 Ω/V , naměřená hodnota je 3 V a rozsah voltmetru 6 V. Vnitřní odpor měřeného zdroje napětí je 300 Ω .
[-0,5 %]

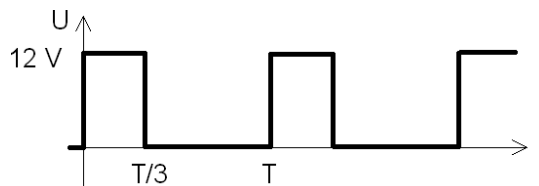
Výpočet velikosti měřené veličiny (viz přednáška 1 a 3)

8. Napětí s průběhem podle obrázku se měří a) číslicovým voltmetrem s operačním usměrňovačem bez oddělovací kapacity na vstupu, b) číslicovým voltmetrem s operačním usměrňovačem s oddělovací kapacitou na vstupu, c) číslicovým voltmetrem s převodníkem pro měření skutečné efektivní hodnoty (true RMS). Určete údaje jednotlivých přístrojů, mají-li všechny přístroje odpovídající rozsahy.
[a) 5,55 V; b) 5,55 V c) 7,07 V;] **ŘEŠENÍ**



9. Napětí s průběhem podle obrázku se měří a) číslicovým voltmetrem s operačním usměrňovačem bez oddělovací kapacity na vstupu, b) číslicovým voltmetrem s operačním usměrňovačem s oddělovací kapacitou na vstupu, c) číslicovým voltmetrem s převodníkem pro měření skutečné efektivní hodnoty (true RMS). Určete údaje jednotlivých přístrojů, mají-li všechny přístroje odpovídající rozsahy.

[a) 4,44 V; b) 5,92 V; c) 6,93 V]



Měřicí zesilovače s OZ (viz přednáška 3 a 2)

10. Nakreslete zapojení převodníku $I \rightarrow U$ s použitím ideálního operačního zesilovače a pro přenos $-2 \text{ mA}/5 \text{ V}$ určete velikosti použitých součástek. Dále určete rozšířenou nejistotu měření proudu $I_x = 1 \text{ mA}$ při $k_r = 2$, je-li k dispozici voltmetr s rozsahem 5 V a třídou přesnosti $0,5$ a rezistor s tolerancí odporu $0,5 \%$.
[$R_2 = 2500 \Omega$; $12,9 \mu\text{A}$] [ŘEŠENÍ](#)
11. Nakreslete zapojení a navrhnete hodnoty použitých odporů měřicího zesilovače v invertujícím zapojení, který má měřit napětí termočlánku do 10 mV . Na výstupu zesilovače je voltmetr s rozsahem $2,4 \text{ V}$. Je požadován vstupní odpor zapojení větší než 1000Ω .
[např. $R_1 = 2000 \Omega$, $R_2 = 480\,000 \Omega$]
12. Nakreslete zapojení zdroje proudu $0,5 \text{ mA}$ řízeného napětím (s použitím operačního zesilovače). Napětí na vstupu zesilovače je maximálně 1 V . Určete hodnotu odporu, který v zapojení definuje hodnotu proudu.
[$R_1 = 2000 \Omega$]
13. Navrhnete invertující zapojení měřicího zesilovače s operačním zesilovačem, které má být použito k měření zdroje napětí 5 mV s vnitřním odporem $0,5 \Omega$. Navrhnete odpory v zapojení, je-li požadováno výstupní napětí zesilovače $|U_2| = 5 \text{ V}$ a chyba metody vlivem vstupního odporu zesilovače menší než 1% .
[$R_1 > 50 \Omega$, např. $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$]
14. Nakreslete zapojení s operačním zesilovačem, vhodné pro měření stejnosměrného proudu I_x do hodnoty $0,6 \text{ mA}$ a napište vztah pro určení I_x . Výstupní napětí U_2 operačního zesilovače je měřeno ručkovým voltmetrem s rozsahem 6 V . Určete hodnotu odporu R zpětnovazební sítě (OZ považujte za ideální).
[$R = 10 \text{ k}\Omega$]
15. Nakreslete zapojení převodníku $I \rightarrow U$ s operačním zesilovačem, vhodné pro měření stejnosměrného proudu do maximální hodnoty 2 mA . Výstupní napětí operačního zesilovače je měřeno A/Č převodníkem s rozsahem 2 V . Určete hodnotu odporu zpětnovazební sítě.
[$R_2 = 1000 \Omega$]
16. Zesilovač s operačním zesilovačem určený pro měření napětí termočlánku má mít tyto parametry: vstupní odpor větší než $10 \text{ k}\Omega$, zesílení 200 . Nakreslete schéma zesilovače a navrhnete odpory rezistorů zpětnovazební sítě. Výstupní napětí je měřeno číslicovým voltmetrem s rozsahem 1 V . Určete rozšířenou nejistotu měření vstupního napětí $2,5 \text{ mV}$, je-li chyba číslicového voltmetru $\pm 0,1 \%$ z údaje $\pm 0,05 \%$ z rozsahu a tolerance každého z použitých rezistorů $0,1 \%$. Předpokládejte ideální operační zesilovač.
[$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 199 \Omega$, $2u_{U_x} = 10 \mu\text{V}$]

17. Nakreslete zapojení převodníku $I \rightarrow U$ s převodem $1 \text{ mA}/10 \text{ V}$ s použitím operačního zesilovače. Vypočítejte hodnotu zpětnovazebního odporu a určete rozšířenou nejistotu typu B (pro $k_r = 2$) při měření proudu $0,5 \text{ mA}$. Máte k dispozici číslicový voltmetr s rozsahem 10 V a udávanou chybou $\pm 0,2 \%$ z údaje $\pm 0,1 \%$ z rozsahu. Tolerance velikosti zpětnovazebního odporu je $0,5 \%$, vstupní klidový proud OZ je max. $1 \mu\text{A}$.
 $[R_2 = 10 \text{ k}\Omega, 2 u_{IX} = 4 \mu\text{A}]$
18. Navrhněte zapojení zesilovače s operačním zesilovačem se zesílením 100 , které má být použito k měření zdroje napětí 5 mV s vnitřním odporem 1Ω . Navrhněte hodnotu odporů a určete relativní rozšířenou nejistotu typu B ($k_r = 2$) měření vstupního napětí. A/Č převodník připojený k výstupu má rozsah 1 V a chybu $0,25 \%$ z rozsahu, tolerance odporů použitých rezistorů je $0,1 \%$. Zapojení navrhněte tak, aby vliv vstupního odporu byl menší než $0,05 \%$ a bylo možno jej tedy zanedbat. Operační zesilovač považujte za ideální.
 $[R_1 = 1000 \Omega, R_2 = 100\,000 \Omega, \text{relativní rozšířená nejistota} = 0,6 \%]$
19. Nakreslete invertující zapojení měřicího zesilovače s operačním zesilovačem, které má být použito k měření napětí zdroje 200 mV s vnitřním odporem $0,5 \Omega$. Navrhněte odpory zapojení, je-li požadováno výstupní napětí zesilovače $U = 2 \text{ V}$ a chyba metody vlivem vstupního odporu zesilovače menší než 1% .
 $[R_1 > 50 \Omega; \text{např. } R_1 = 100 \Omega, R_2 = 1000 \Omega]$

Měření výkonů (viz přednáška 5 a 2)

20. Určete příkon jednofázové zátěže a rozšířenou nejistotu měření (koeficient rozšíření $k_r = 2$); nakreslete schéma zapojení pro případ, že napěťová cívka wattmetru je připojena paralelně k zátěži, chybu metody zkorigujte (nejistotu korekce zanedbejte).

Zadané a naměřené hodnoty: napěťový rozsah wattmetru ...	400	V
proudový rozsah wattmetru ...	2	A
třída přesnosti wattmetru ...	1,5	
délka stupnice wattmetru ...	100	dílků
výchylka wattmetru ...	80	dílků
odpor napěťové cívky wattmetru ...	8000	Ω
napětí na zátěži ...	380	V

$[622 \text{ W}, 13,9 \text{ W}]$ [ŘEŠENÍ](#)

21. Nakreslete zapojení pro měření jalového výkonu třífázového motoru (souměrné zátěže) jedním wattmetrem. Soustava napětí zdroje je souměrná. Napište vztah pro celkový jalový výkon a určete jeho velikost a rozšířenou nejistotu měření (koeficient rozšíření $k_r = 2$).

Je dáno: napěťový rozsah wattmetru ...	240	V
proudový rozsah wattmetru ...	10	A
třída přesnosti wattmetru ...	1,5	
délka stupnice wattmetru ...	120	dílků
výchylka wattmetru ...	80	dílků

$[2771,3 \text{ VAr}, 41,6 \text{ VAr}]$

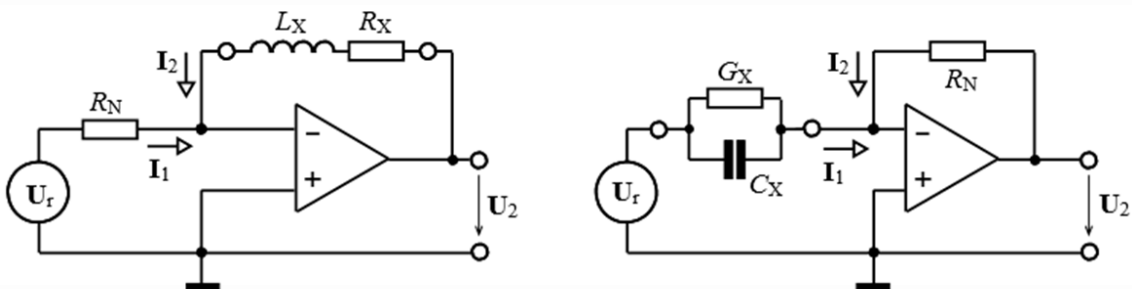
22. Nakreslete zapojení pro měření činného výkonu nesouměrné trojfázové zátěže dvěma wattmetry v síti $3 \times 380 \text{ V}$. Soustava napětí zdroje je souměrná. Určete příkon zátěže a rozšířenou nejistotu měření (koeficient rozšíření $k_r = 2$), chybu metody korigujte (nejistotu korekce zanedbejte).

Je dáno:

napěťový rozsah wattmetrů	...	500	V
proudový rozsah wattmetrů	...	2	A
třída přesnosti wattmetrů	...	0,5	
délka stupnice wattmetrů	...	100	dílků
výchylka wattmetru W1	...	60	dílků
výchylka wattmetru W2	...	80	dílků
odpor napěťové cívky wattmetru	...	10	kΩ

[1371,1 W; 8,16 W]

Měření impedancí (viz přednáška 8)



23. Určete kapacitu C_X a ztrátový činitel $\text{tg}\delta_X$ kondenzátoru, zapojeného dle obrázku. Hodnoty prvků a naměřené hodnoty: $R_N = 10 \text{ k}\Omega$, $U_1 = 10 \text{ V}$, $\text{Re}U_2 = -0,4 \text{ V}$, $\text{Im}U_2 = -5,2 \text{ V}$, $f = 10 \text{ kHz}$.

[$C_X = 827,6 \text{ pF}$, $\text{tg}\delta_X = 0,077$] [ŘEŠENÍ](#)

24. Měříte parametry cívky v zapojení dle obrázku. Odvoďte vztah pro určení L_X a R_X a vypočítejte jejich velikost pro hodnoty: $R_N = 10 \text{ k}\Omega$; $U_1 = 1 \text{ V}$; $\text{Re}U_2 = -0,03 \text{ V}$; $\text{Im}U_2 = -0,6 \text{ V}$; $f = 1 \text{ kHz}$. Zakreslete zapojení stínění měřené impedance a rozhodněte, jak se uplatní parazitní admitance měřeného prvku vůči stínění (své rozhodnutí odůvodněte).

[0,96 H, 300 Ω]

25. Měříte parametry kondenzátoru C_X v zapojení dle obrázku. Hodnoty prvků a naměřené hodnoty: $R_N = 10 \text{ k}\Omega$, $U_1 = 10 \text{ V}$, $\text{Re}U_2 = -0,2 \text{ V}$, $\text{Im}U_2 = -6,3 \text{ V}$, $f = 1592 \text{ Hz}$. Určete C_X a ztrátový činitel $\text{tg}\delta_X$, potřebné vztahy odvoďte. Zakreslete stínění vhodné pro měření průchozí kapacity měřeného kondenzátoru a rozhodněte, jak se uplatní parazitní admitance měřeného prvku vůči stínění (své rozhodnutí odůvodněte).

[$C_X = 6,3 \text{ nF}$, $\text{tg}\delta_X = 0,032$]

Měření magnetických veličin (viz přednáška 11)

26. Toroidní jádro je magnetováno střídavým proudem harmonického průběhu tak, že maximální hodnota intenzity magnetického pole $H_{\text{max}} = 120 \text{ A/m}$. Parametry toroidního jádra jsou: vnější průměr $D_1 = 70 \text{ mm}$, vnitřní průměr $D_2 = 50 \text{ mm}$, magnetovací vinutí má $N_1 = 40$ závitů. Jakou hodnotu proudu ukáže ampérmetr zapojený v sérii s vinutím N_1 ?

[$I_1 = 0,4 \text{ A}$] [ŘEŠENÍ](#)

27. Jádro tvaru toroidu má být magnetováno střídavým proudem tak, aby v něm bylo dosaženo maximální hodnoty intenzity magnetického pole $H_{\text{max}} = 100 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$. Vzorek má parametry: vnější průměr $D_1 = 55 \text{ mm}$, vnitřní průměr $D_2 = 45 \text{ mm}$, počet závitů magnetovacího vinutí $N_1 = 50$. Jakou maximální hodnotu magnetovacího proudu je nutné nastavit, aby bylo

dosaženo zadané hodnoty H_{\max} ? Nakreslete schéma zapojení pro měření maximální hodnoty proudu, je-li vzorek magnetován napětově (magnetovací proud není sinusový). [$I_{1\max} = 0,314 \text{ A}$]

28. Vzorek ve tvaru toroidu je magnetován střídavým proudem s maximální hodnotou $I_{\max} = 300 \text{ mA}$. Nakreslete zapojení pro měření amplitudové permeability při sinusovém průběhu B a vypočtete μ_a , byla-li zjištěna hodnota $B_{\max} = 0,6 \text{ T}$. Počet závitů magnetovacího vinutí $N_1 = 30$, délka střední siločáry vzorku je $l_s = 0,15 \text{ m}$.

[$\mu_a = 7958$]

Řešení vybraných příkladů – v případě potřeby konzultace výpočtu ostatních příkladů kontaktujte, prosím, svého cvičícího.

Výpočet velikosti měřené veličiny

a) Číslkový voltmetr s operačním usměrňovačem bez C.

– měří usměrněnou střední hodnotu a násobí údaj činitelem tvaru pro sinusový průběh ($k_k = 1,11$)

$$u = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} 10 dt = \frac{1}{T} [10t]_0^{T/2} = \frac{1}{T} 10 \frac{T}{2}$$

$$= \underline{5V} \cdot \text{Výsledek nesmíme zapomenout vynásobit 1,11}$$

změřené napětí tedy bude 5,55V

b) Číslkový voltmetr s operačním usměrňovačem s C.

– podobný případ jako v předchozím bodě s rozdílem že oddělovací kapacita od filtruje stejnosměrnou složku (střední hodnotu \rightarrow zde 5V).

Měřený signál tedy bude vypadat:



$$u = \frac{1}{T} \int_0^T 5 dt = \frac{1}{T} [5t]_0^T = \frac{1}{T} 5T = 5 \Rightarrow 5 \times 1,11 = \underline{5,55V}$$

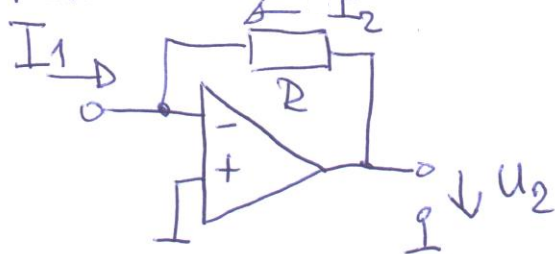
c) Číslkový voltmetr měřící True RMS

měří skutečnou efektivní hodnotu

$$u = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/2} 10^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} [100t]_0^{T/2}} = \sqrt{\frac{1}{T} 100 \frac{T}{2}} = \sqrt{50} = \underline{7,07V}$$

Měřicí zesilovače s OZ

Převodník $I \rightarrow U$ s OZ



$$\text{Přenos } -2\text{mA}/5\text{V} \Rightarrow I_1 = -I_2 = -\frac{U_2}{R} \Rightarrow R = -\frac{U_2}{I_1}$$

$$R = \frac{5\text{V}}{0,002\text{A}} = \underline{\underline{2500\Omega}}$$

$$\mu_{u_2} = \frac{TP}{100} \cdot \text{Rozsah} = \frac{0,5}{100} \cdot 5 = \frac{0,014\text{V}}{\sqrt{3}}$$

$$\mu_R = \frac{\sigma_R}{100} \cdot R = \frac{0,5}{100} \cdot 2500 = \frac{7,22\Omega}{\sqrt{3}}$$

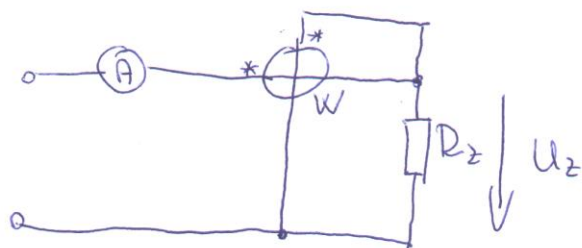
Proud měříme nepřímě, použitím vztah pro šíření nejistot a parciálně zderivujeme vztah pro výpočet I_1 .

$$\mu_{I_1} = \sqrt{\left(-\frac{1}{R} \cdot \mu_{u_2}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{R^2} \cdot \mu_R\right)^2} \Rightarrow \text{Pozor! dle zadání se má počítat nejistota měření proudu } I_x = 1\text{mA, tedy } U_2 = 2,5\text{V !!!}$$

$$\mu_{I_x} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2500} \cdot 0,014\right)^2 + \left(\frac{2,5}{2500^2} \cdot 7,22\right)^2} = 6,45 \mu\text{A}$$

$$\mu_{I_x} \text{ pro } k_f = 2 \text{ je } \underline{\underline{\mu_{I_x} = 12,9 \mu\text{A}}}$$

Měření výkonů



$$U_w \Rightarrow 400V$$

$$I_w \Rightarrow 2A$$

$$TP = 1/5 \quad \leftarrow \text{full scale nebo } \alpha_{max}$$

$$\text{dílkky (F.S.)} = 100$$

$$\alpha_w = 80$$

$$R_w = 8k\Omega \text{ (napětíová cívka, NC)}$$

$$U_2 = 380V$$

konstanta wattmetru

$$k_w = \frac{U_w \cdot I_w}{\alpha_{max}} = \frac{400 \cdot 2}{100} = 80$$

jeden dílek tedy odpovídá 80W.

$$P_w = 80 \cdot 8 = \underline{\underline{640W}}$$

Provedeme korekci NC wattmetru

$$P_c = P_w - \frac{U^2}{R_w} = 640 - \frac{380^2}{8000} = \underline{\underline{622W}}$$

(400x2)

$$\mu_{Pw} = \frac{TP \cdot R_{cizich}}{100} = \frac{1,5 \cdot \overset{(400 \times 2)}{800}}{100} = 6,95W$$

$$\text{pro } k_r = 2 \Rightarrow \mu_{Pw} = \underline{\underline{13,9W}}$$

Měření impedanci

$$R_N = 10 \text{ k}\Omega$$

$$U_1 = 10 \text{ V}$$

$$\operatorname{Re}\{U_2\} = -0,4 \text{ V}$$

$$\operatorname{Im}\{U_2\} = -5,2 \text{ V}$$

$$f = 10 \text{ kHz}$$

$$C_x = ?$$

$$\operatorname{tg} \delta_x = ?$$

viz předníška měření impedanci

$$C_x = - \frac{\operatorname{Im}\{U_2\}}{\omega U_1 \cdot R_N} = \frac{5,2}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 10^4} = \\ = 827,6 \cdot 10^{-12} = \underline{\underline{827,6 \text{ pF}}}$$

Pro výpočet $\operatorname{tg} \delta_x$ potřebujeme
znát R_x nebo G_x

$$R_x = \frac{1}{G_x}$$

$$G_x = - \frac{\operatorname{Re}\{U_2\}}{U_1 \cdot R_N} = \frac{0,4}{10 \cdot 10^4} = 0,4 \mu\text{S} \quad \leftarrow$$

$$\boxed{\text{odvození } \operatorname{tg} \delta_x \text{ viz předníška}} \quad \leftarrow R_x = \frac{1}{0,4 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{250 \text{ k}\Omega}}$$

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{1}{\omega C_x \cdot R_x} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 827,6 \cdot 10^{-12} \cdot 250 \cdot 10^3} = \underline{\underline{0,077}}$$

Měření magnetických veličin

$$H_{\max} = 120 \text{ A/m}$$

$$d_1 = 70 \text{ mm} \Rightarrow 0,07 \text{ m}$$

$$d_2 = 50 \text{ mm} \Rightarrow 0,05 \text{ m}$$

$$N_1 = 40$$

$$I_1 = ?$$

\Rightarrow střední délka siločar
resp. střední průměr (906m)

$$l_s = \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot \pi$$

$$l_s = 0,189 \text{ m}$$

$$H_m = \frac{N_1 \cdot I_1}{l_s} \Rightarrow I_m = \frac{H_m \cdot l_s}{N_1} = \frac{120 \cdot 0,189}{40}$$

$$= 0,57 \text{ A}$$

!! jedná se o max. hodnotu

Ampérmetr měří efektivní hodnotu, musíme tedy výsledek přepočítat.

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{0,57}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{0,4 \text{ A}}}$$