

Elektrická měření

6. MĚŘENÍ KMITOČTU A FÁZOVÉHO ROZDÍLU

2024/2025

Jakub Svatoš

6. MĚŘENÍ KMITOČTU A FÁZOVÉHO ROZDÍLU

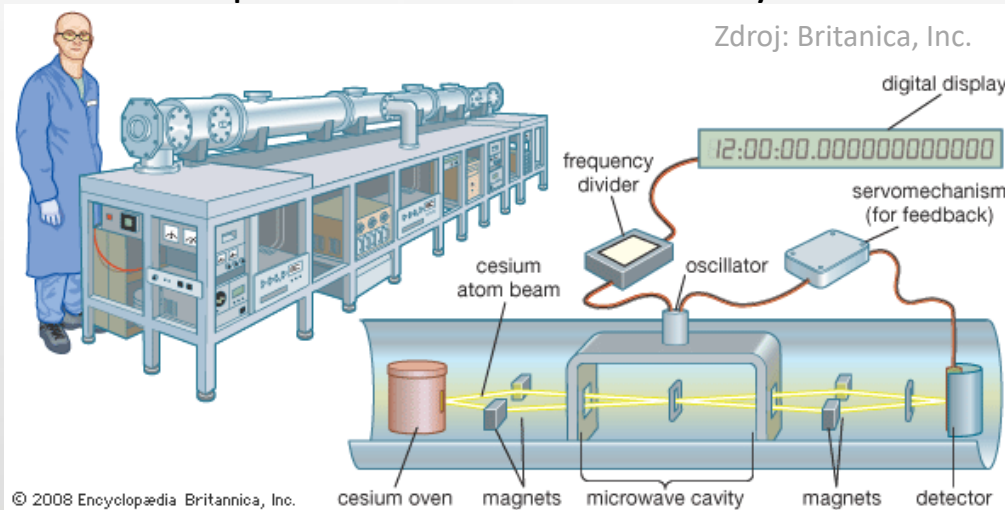
- **Měření kmitočtu** – zdroje etalonového kmitočtu, přímé měření osciloskopem,
- **Čítače** (měření f přímo, měření T , průměrování, možnost vzniku falešného údaje)
- **Elektronické analogové kmitoměry** - princip
- **Měření fázového rozdílu** – možnosti měření φ (přehled)

ETALONY KMITOČTU

Poznámka: frekvence a čas jsou navzájem svázané fyzikální veličiny

Jednotka času **1s** def. – Sekunda je doba trvání 9 192 631 770 period záření, které odpovídá přechodu mezi dvěma hladinami velmi jemné struktury základního stavu atomu cesia 133.

Primární etalon – cesiový rezonátor (stabilita až 10^{-14} /rok) - do rezonátoru je přiváděn vf signál o $f = 9\,192\,631\,770$ GHz. Frekvence je doladována zpětnou vazbou tak, aby na detektor dopadalo co nevíce excitovaných atomů cesia.



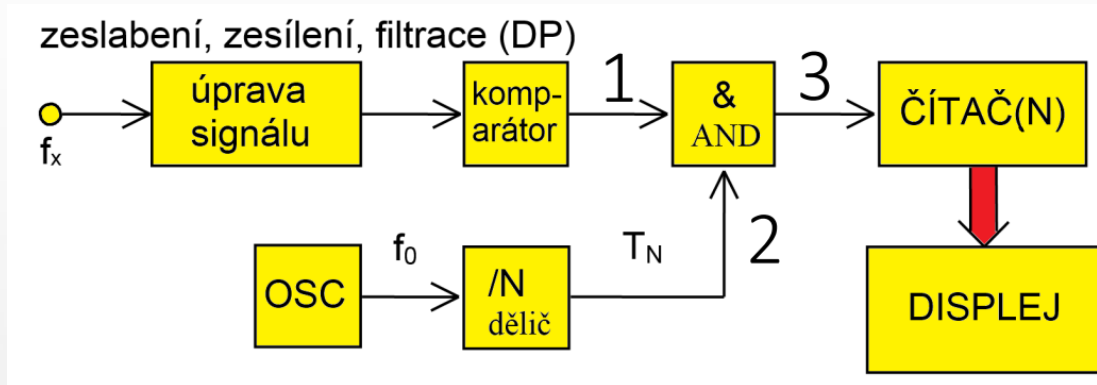
K dispozici „chip scale“ atomové hodiny, laboratorní & průmyslové provedení, stále ve vývoji...



Sekundární etalony: *termostatované krystalem řízené oscilátory* (stabilita až 10^{-9} /rok)

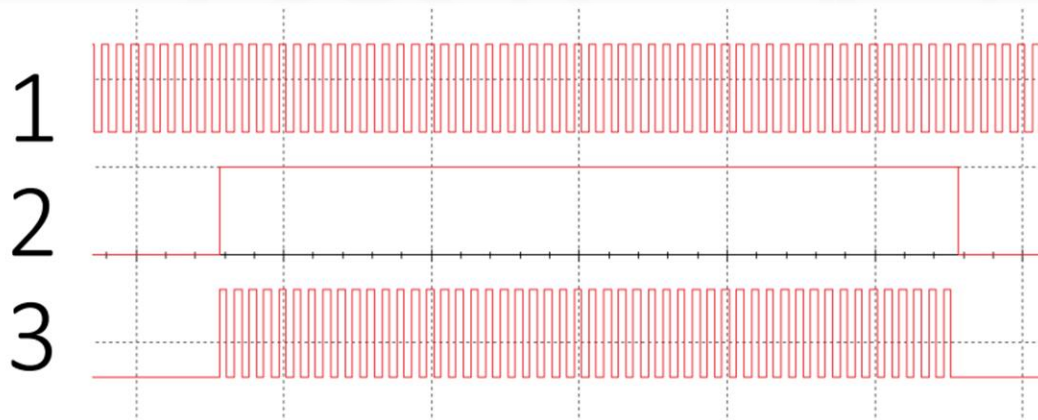
Číslicové měřiče kmitočtu – čítače

Režim *přímého měření kmitočtu*



$$f_x = \frac{N}{T_N}$$

N je počet pulzů načítaných za dobu T_N



Režim přímého měření f je vhodný např. pro $f_x > 10 \text{ kHz}$

Odhad nejistoty při přímém měření kmitočtu

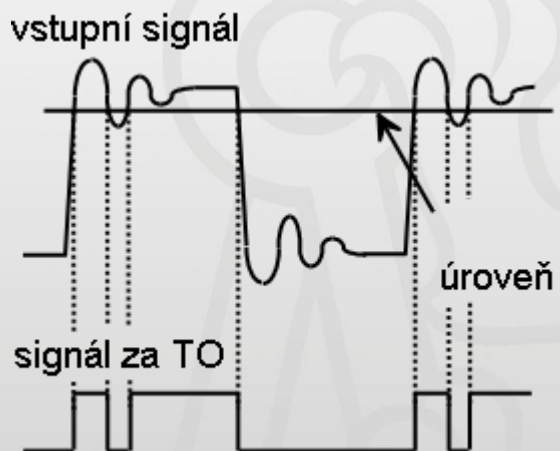
Standardní nejistota typu B při měření kmitočtu f_X : $u_{f_X} = \sqrt{(\Delta' f_X / \sqrt{3})^2 + (\Delta f_X / \sqrt{3})^2}$

kde, $\Delta' f_X = 1/T_N$ je rozlišovací schopnost čítače v režimu přímého měření frekvence

$$\Delta f_X = \frac{\delta f_o}{100} \frac{N}{T_N} = \frac{\delta f_o}{100} f_X$$

δf_o - udávaná nestabilita frekvence krystalového oscilátoru, která způsobuje chybu doby otevření hradla T_N ,

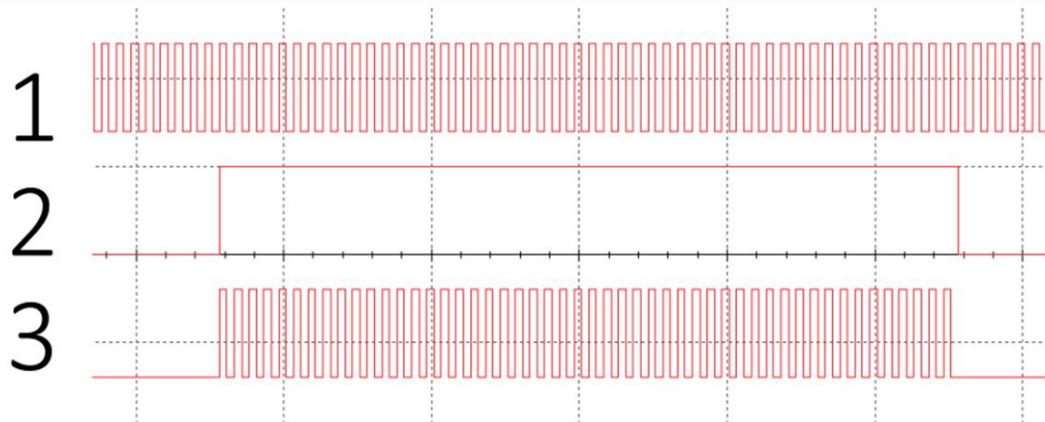
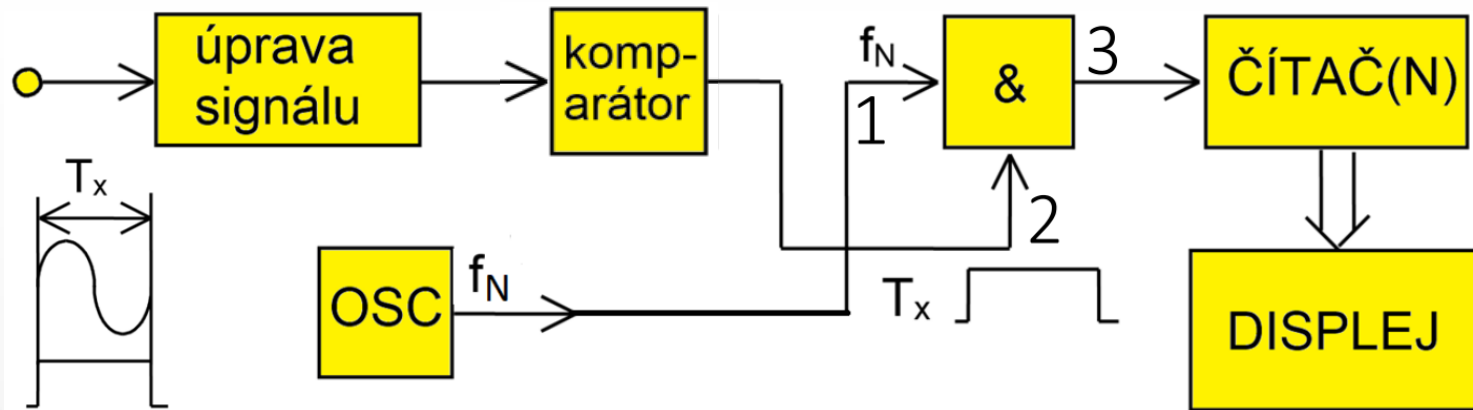
N - počet pulsů načítaných za dobu T_N .



Nevhodně nastavená úroveň spouštění může u signálů se zákmity vést k **hrubým chybám** měření.

V tomto případě určíme orientačně frekvenci osciloskopem a čítačem měření zpřesníme.

Režim *měření doby periody*



$$T_x = \frac{N}{f_N}$$

Režim měření periody je
vhodný např. pro $f_x < 10 \text{ kHz}$

Odhad nejistoty při přímém měření periody

Standardní nejistota typu B při měření periody T_X :

$$u_{T_X} = \sqrt{\left(\Delta' T_X / \sqrt{3}\right)^2 + \left(\Delta T_X / \sqrt{3}\right)^2 + 2u_K^2}$$

, kde $\Delta' T_X = 1/f_N$ je rozlišovací schopnost čítače v režimu měření periody

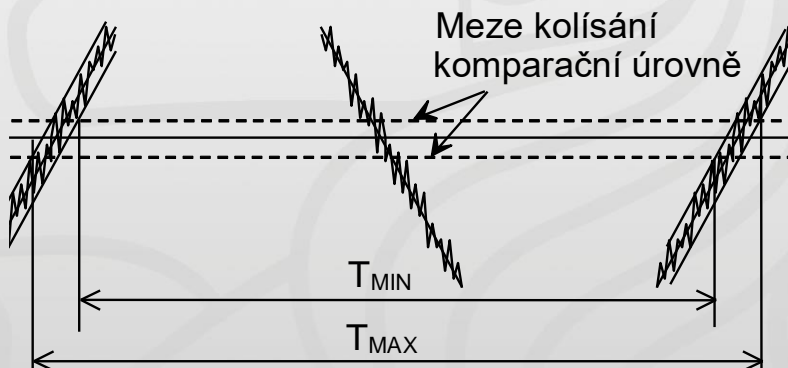
$$\Delta T_X = \frac{\delta f_o}{100} T_N N = \frac{\delta f_o}{100} T_X$$

δf_o - udávaná nestabilita frekvence krystalového oscilátoru f_o v %,

T_N - je doba periody normálové frekvence,

N - počet pulsů načítaných za dobu T_X .

u_K - je směrodatná odchylka jejímž zdrojem je kolísání komparační úrovně způsobené šumem



Odhad nejistoty při měření periody s průměrováním

Poznámka: Průměrování při měření T = změřením doby n period ($n = 10^k$).
Doba 1 periody se určí posunutím desetinné čárky vlevo o k pozic.

([Pozor, nesouvisí s nejistotou typu A](#)).

Složka $\Delta' T_x$ (dána rozlišovací schopností) se n -krát sníží, neboť rozlišitelnost odpovídá hodnotě $1/nf_N$. (Po posunutí desetinné čárky odpovídá váha posledního místa na displeji n krát menší hodnotě než při měření doby 1 periody.)

Složka ΔT_x (určena relativní nestabilitou frekvence krystalového oscilátoru f_0) průměrováním není ovlivněna, neboť

$$\Delta T_x = \frac{\delta f_0}{100} T_x \frac{n}{n} = \frac{\delta f_0}{100} T_x$$

Složka u_k je konstantní.

Posunutím desetinné čárky o k pozic se však její hodnota n -krát sníží.

Výsledný vztah pro stanovení standardní nejistoty typu B při měření **doby periody T_x s průměrováním** je tedy:

$$u_{T_x} = \sqrt{\left(\Delta' T_x / (n\sqrt{3})\right)^2 + \left(\Delta T_x / \sqrt{3}\right)^2 + 2(u_k / n)^2}$$

Univerzální čítač

kmitočtové pásmo (např. 0,1 Hz - 3000 MHz)

počet vstupů (např. A, B)

Funkce:

měření kmitočtu, měření periody,

měření časového intervalu A - B

měření poměru A/B

měření doby trvání impulsu

měření délky náběžné a sestupné hrany

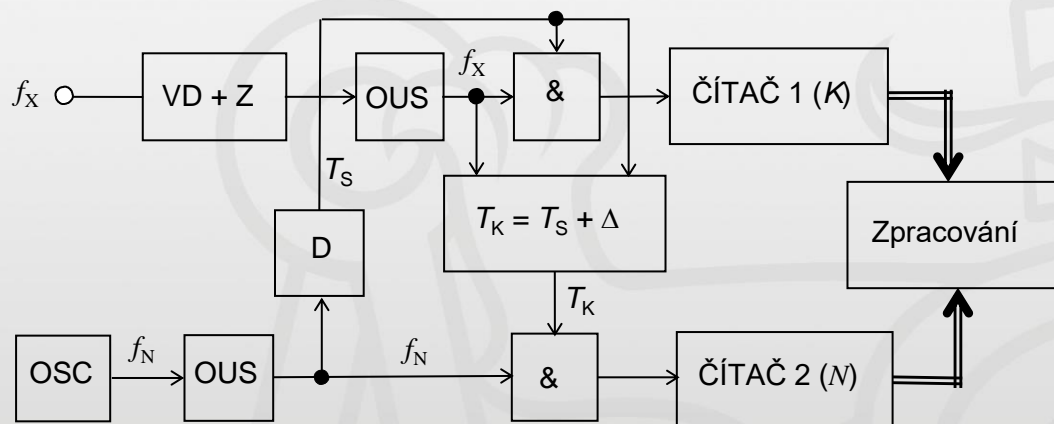
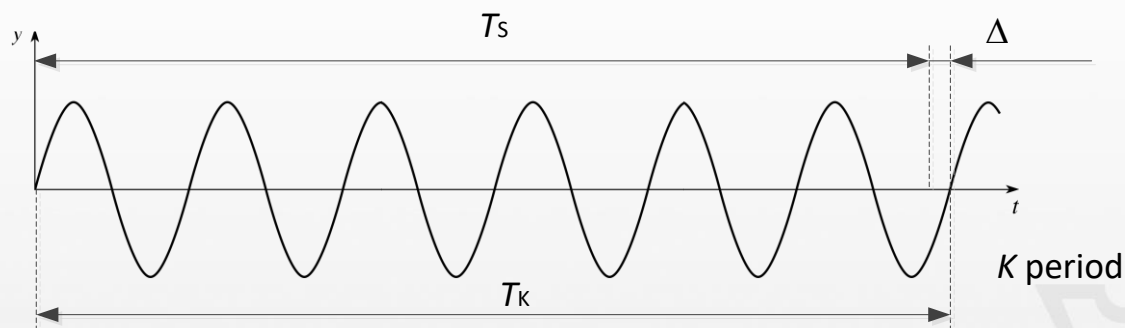
střída, fáze dvou signálů, Jitter



Poznámka: U většiny čítačů, které jsou v současné době na trhu, se režimy měření frekvence nebo měření periody přepínají automaticky dle hodnoty měřeného kmitočtu a výsledek se přepočte na požadovanou veličinu (frekvence / perioda)

Čítače – Reciproční měření

Čítač měří dobu trvání T_K nejbližšího celistvého počtu K period měřeného signálu po stanovenou dobu (např. $T_S \approx 0,3 \text{ s}$, 1 s , 10 s)



OSC - Oscilátor

VD + Z - Vstupní dělič a zesilovač

OUS - Obvod úpravy signálu

& - Hradla

D - Dělička frekvence

KO – Krystalový oscilátor

Čítače – Reciproční měření

Doba T_S dána frekvencí krystalového oscilátoru OSC =>

$$T_S = \frac{S}{f_N}$$

např, pro $T_S = 1$ s a $f_N = 100$ MHz bude $S = 10^8$.

Za tuto dobu otevření hradla H1 (1 s) načte ČÍTAČ 1 celistvý počet period vstupního signálu $K - 1$

Obvod $T_K = T_S + \Delta$ vyhodnotí dobu Δ a generuje impuls o délce $T_K = T_S + \Delta$, kterým se otvírá hradlo H2 a ČÍTAČ 2 načte N impulsů o frekvenci f_N

Měřená frekvence se pak vypočte

$$f_x = \frac{K}{T_K}; T_K = \frac{1}{f_N} N \rightarrow f_x = \frac{K}{\frac{1}{f_N} N} = f_N \frac{K}{N}$$

T_K je doba trvání nejbližšího celistvého počtu period K

N je počet načtených hodinových impulsů s frekvencí f_N .

Měření kmitočtu

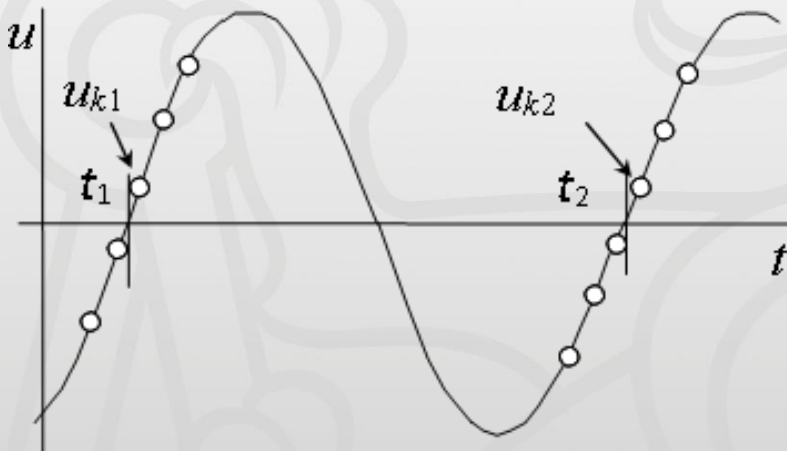
Určení kmitočtu (periody) z ovzorkovaného průběhu (např. v digitálním osciloskopu)

k_1 – číslo vzorku po 1. průchodu signálu u nulou

k_2 – číslo vzorku po 2. průchodu signálu u nulou (se stejnou derivací)

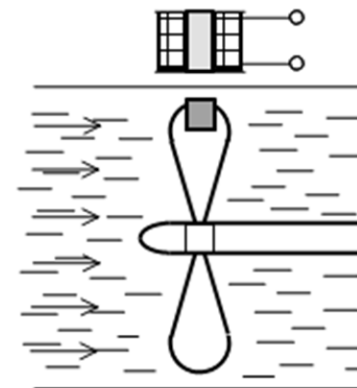
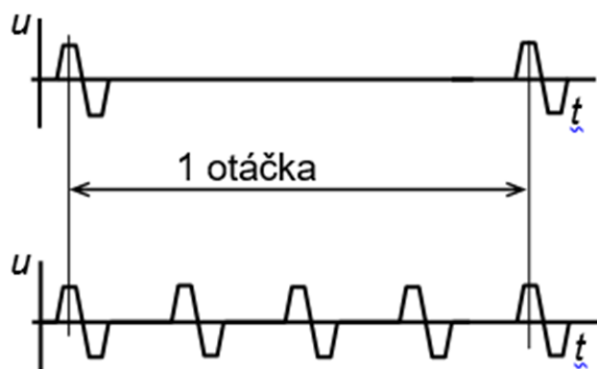
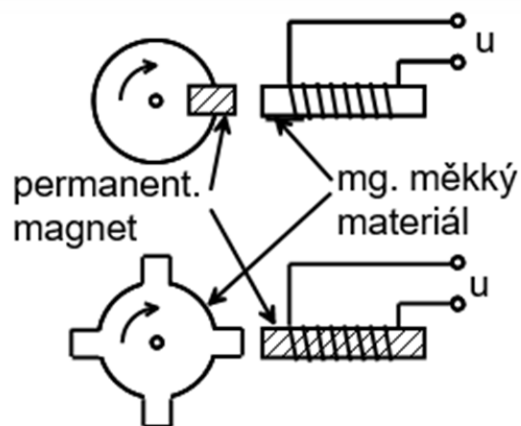
$$T = (k_2 - k_1)T_s \quad T_s \text{ je perioda vzorkování}$$

Zpřesnění: t_1, t_2 lze určit lin. interpolací



Měření otáček, měření průtoku

Signál z indukčních snímačů při měření otáček nebo u průtokoměrů je vyhodnocován buď čítačem nebo analogovým kmitoměrem



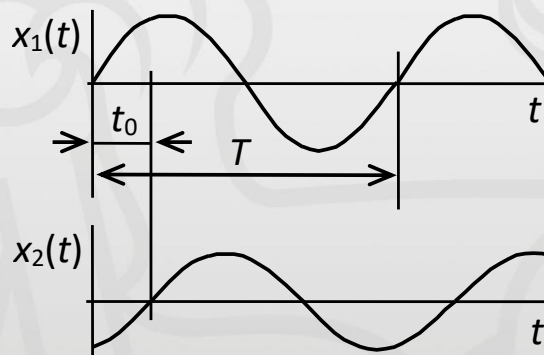
Měření fázového rozdílu

Dva harmonické průběhy stejné frekvence

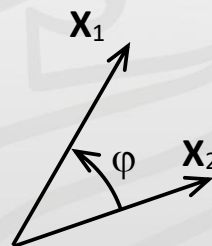
$$x_1(t) = X_{1,m} \sin \omega t \quad \text{a} \quad x_2(t) = X_{2,m} \sin (\omega t - \varphi)$$

pak je fázový rozdíl definován jako

$$\varphi = \omega t_0 = 2\pi f t_0 = \frac{2\pi t_0}{T} \text{ (rad)} \quad \text{nebo} \quad \varphi = \frac{360 t_0}{T} \text{ (}^\circ\text{)}$$



a) časový průběh



b) fázorový diagram

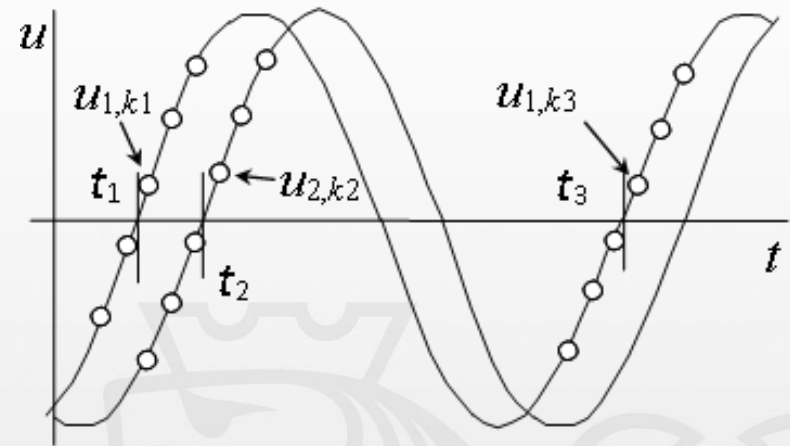
Určení fázového rozdílu z ovzorkovaného průběhu pomocí digitálního osciloskopu

z ovzorkovaného průběhu

k_1 – číslo vzorku po 1. průchodu signálu u_1 nulou

k_2 – číslo vzorku po 1. průchodu signálu u_2 nulou (se stejnou derivací)

k_3 – číslo vzorku po 2. průchodu signálu u_1 nulou (se stejnou derivací)



$$\left. \begin{array}{l} T = (k_3 - k_1)T_s \\ t_0 = (k_2 - k_1)T_s \end{array} \right\} \rightarrow \varphi = 2\pi \frac{t_0}{T} = 2\pi \frac{k_2 - k_1}{k_3 - k_1}$$

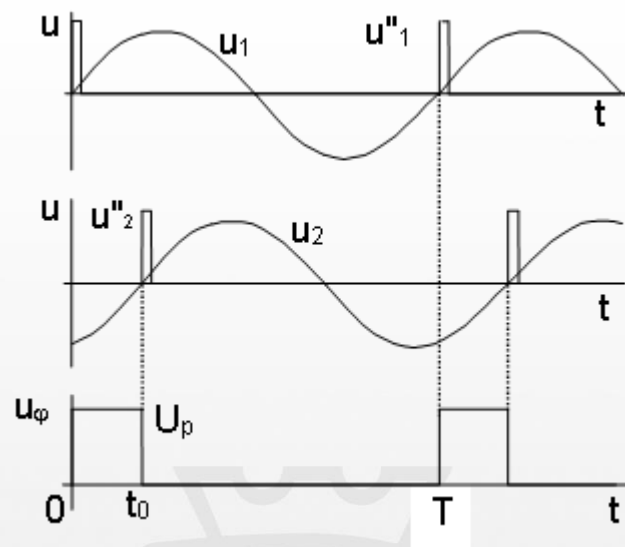
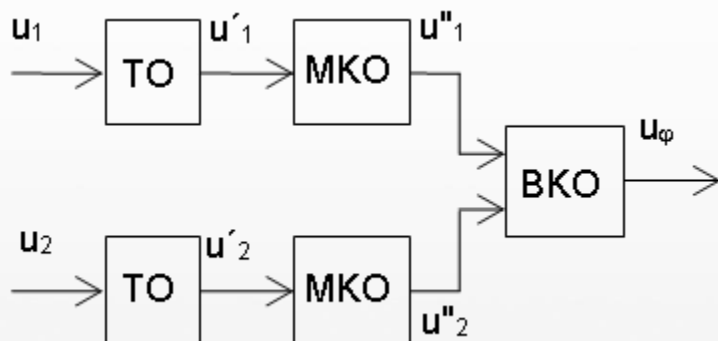
Zpřesnění:

t_1, t_2, t_3 lze určit
lin. interpolací:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 2\pi \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} \end{array} \right\}$$

Elektronické fázoměry

Princip



Vyhodnocení:

a) analogové – měřením střední hodnoty

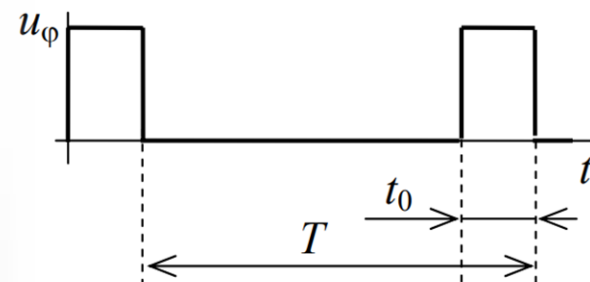
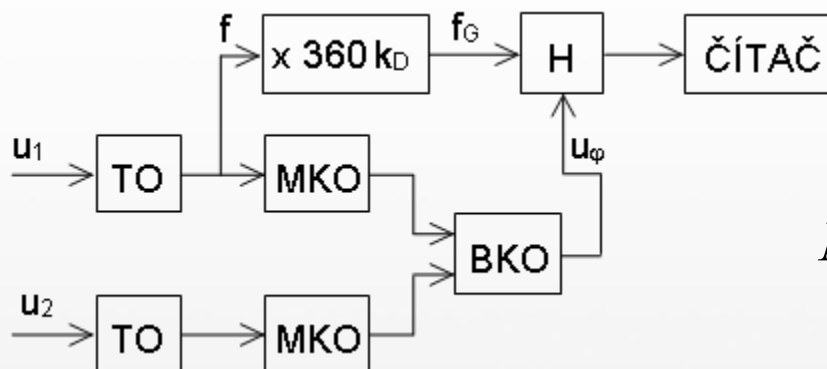
$$U_{0,\varphi} = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\varphi}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_0} U_P dt = U_P \frac{t_0}{T} = U_P \frac{\varphi}{2\pi} = c\varphi$$

b) čítačem (nutno měřit t_0 , T + výpočet)

$$\varphi = \frac{2\pi t_0}{T} \quad (rad) \quad \varphi = \frac{360 t_0}{T} \quad (^{\circ})$$

Číslicový fázoměr

Princip



$$N = t_0 f_G = t_0 k_N f = 360 k_D \frac{t_0}{T} = k_D \varphi$$

Další možnosti měření φ

- **Vektorvoltmetrem:** 1. signál – ref., 2. signál - U_x
- **Měření výkonů:** $\cos \varphi = P/S$
- **Analogovým osciloskopem:** režim X-Y Lissajousovy obrazce