

B2B31ZEO - Základy elektrických obvodů

4. přednáška, 13. března 2024

OBVODOVÉ ROVNICE

- **METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ (MUN)**
- **METODA SMYČKOVÝCH PROUDU (MSP)**

Obvodové rovnice

popis obvodů:

- **stacionární ustálený stav (SUS)**

- konstanty U , I
- algebraické rovnice

- **obecně**

- časové průběhy $u(t)$, $i(t)$, derivace, integrály
- diferenciální rovnice

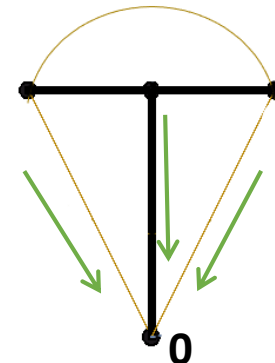
- **harmonický ustálený stav (HUS)**

- fázory (komplexní čísla) U , I
- algebraické rovnice

Metoda uzlových napětí

popis pomocí I. Kirchhoffova zákona

- popis všech uzlů vůči referenčnímu pomocí uzlových napětí $d = u - 1$
- celkový počet sestavovaných rovnic $X_{\text{MUN}} = d - Z_u$
- napětí na prvcích, které nejsou spojeny s referenčním uzlem, se vyjádří jako rozdíl uzlových napětí



Popis obvodů pomocí MUN

- a) zvolíme a označíme referenční uzel
- b) očíslovujeme všechny ostatní uzly
- c) v obvodech s plovoucími zdroji popíšeme řez (superuzel)
- d) pro zdroje napětí spojené s referenčním uzlem nesestavujeme rovnice
- e) pro uzly s neznámým napětím sestavíme obvodové rovnice (proudy vytékající z uzlu považujeme za kladné)
- f) nalezneme neznámá hledaná uzlová napětí ↓
- g) vypočteme všechna napětí ↓
- h) vypočteme všechny proudy

- **Příklad na MUN**
- **Příklad na MUN s plovoucím zdrojem**

Řízené zdroje

slouží pro modelování aktivních elektronických prvků (např. tranzistorů, OZ) nebo složitějších funkčních bloků

- zdroj napětí řízený napětím $U_2 = A U_1$
- zdroj proudu řízený proudem $I_2 = B I_1$
- zdroj proudu řízený napětím $I_2 = S U_1$
- zdroj napětí řízený proudem $U_2 = W I_1$

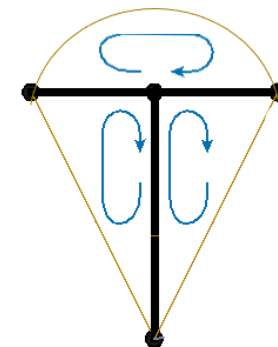
V obvodech s řízenými zdroji je nutné vyjádřit řídicí veličinu pomocí neznámých hledaných obvodových veličin

- **Příklad na MUN s řízeným zdrojem**

Metoda smyčkových proudů

popis pomocí II. Kirchhoffova zákona

- popis všech nezávislých smyček pomocí smyčkových proudů
- celkový počet sestavovaných rovnic $X_{\text{MSP}} = s - Z_i$
- proudy ve společných větvích jsou dány superpozicí příslušných smyčkových proudů

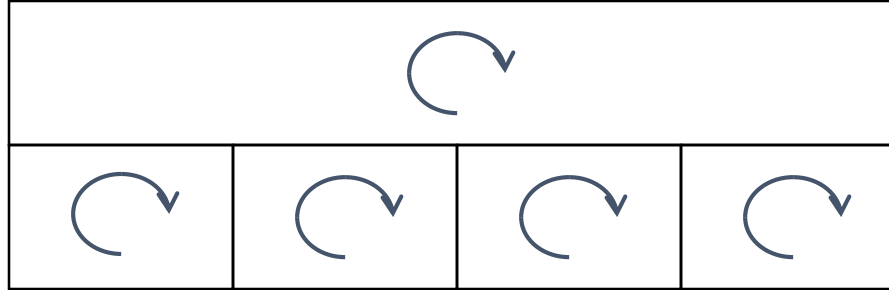


Popis obvodů pomocí MSP

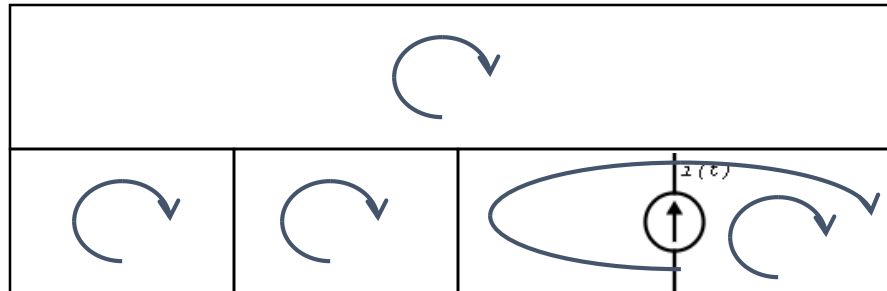
- a) zvolíme nezávislé smyčky
a vyznačíme smyčkové proudy
 - *kladné smysly proudů volíme*
 - *zdroje proudů musí být v nezávislé větvi*
- b) pro smyčky se zdroji proudu nesestavujeme rovnice
- c) sestavíme obvodové rovnice pro neznámé smyčkové proudy
- d) nalezneme neznámé hledané smyčkové proudy
- e) vypočteme všechny proudy
- f) vypočteme všechna napětí

- **Příklad na MSP**

MSP



- planární struktura -> není nutno kreslit graf obvodu
- soustava jednoduchých smyček = soustava nezávislých smyček



- hledaný neznámý smyčkový proud nelze vést zdrojem proudu
- **PRO SMYČKY SE ZDROJI PROUDU ROVNICI NESESTAVUJÍ**

- **Příklad MSP se zdrojem proudu ve smyčce**
- **Příklad MSP s řízeným zdrojem**

Obvodové rovnice

popis obvodů:

– stacionární ustálený stav (SUS)

- konstanty U , I
- algebraické rovnice

– obecně

- časové průběhy $u(t)$, $i(t)$, derivace, integrály
- diferenciální rovnice

– harmonický ustálený stav (HUS)

- fázory (komplexní čísla) U , I
- algebraické rovnice

video na MOODLE

Př.1: 20:44

Př.2: 35:37

Př.3: 43:05

Př.4: 48:31

Př.5: 52:52

Př.6: 1:00:44

Př.7: 1:07:32

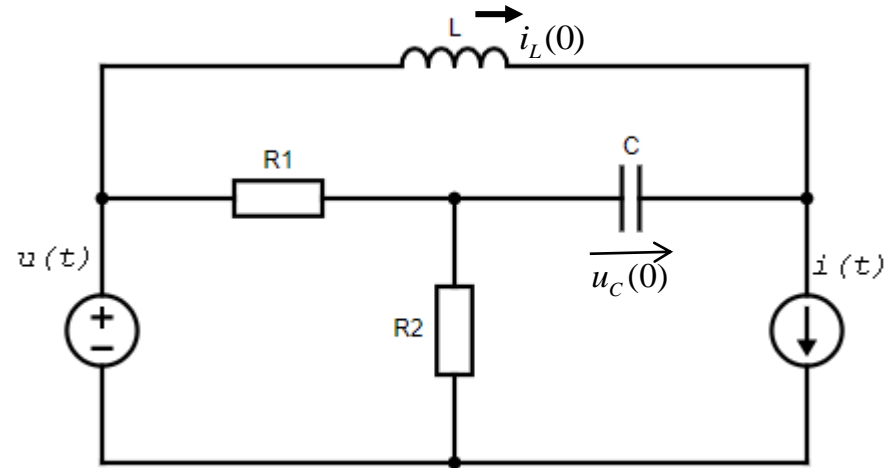
Př.8: 1:11:34

Př.9: 1:16:05

Př.10: 1:18:58

Zadání př. 1:

video na MOODLE Př.1: 20:44

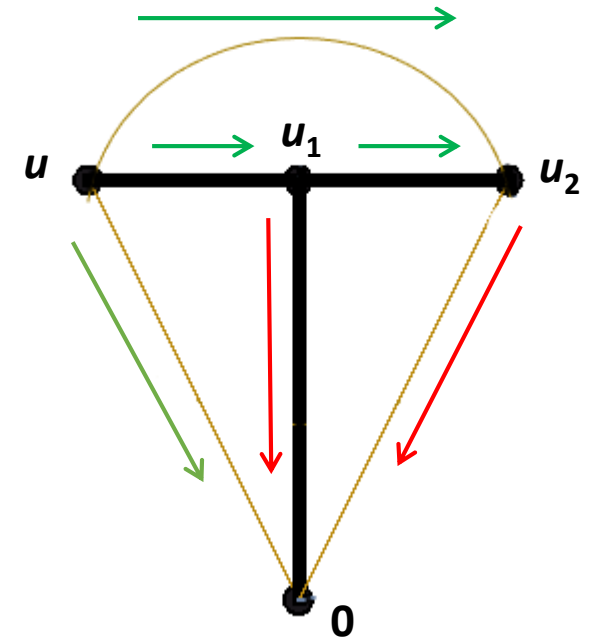
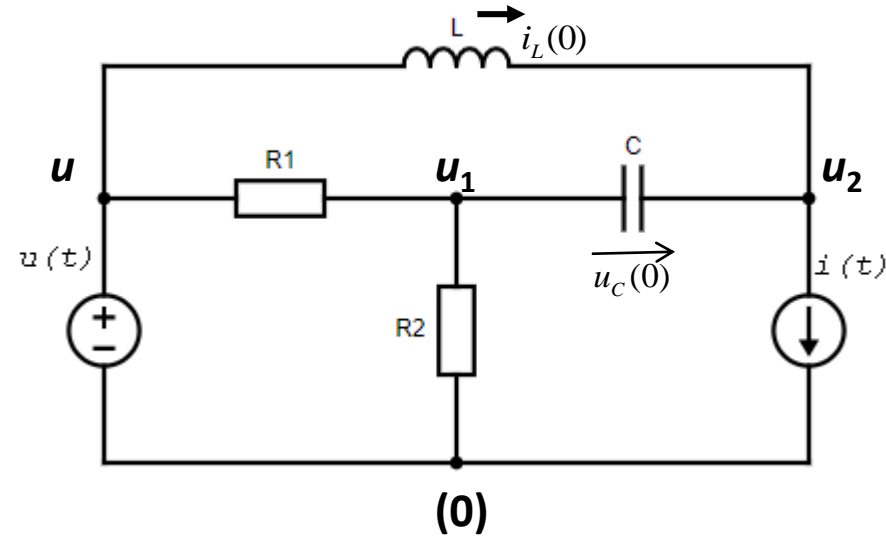


Pro obvod podle obrázku:

- A. Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- B. Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 1: MUN

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 4$ | $d = 3$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 2$ |
| $v = 6$ | $s = 3$ | $Z_i = 1$ | $X(\text{MSP}) = 2$ |

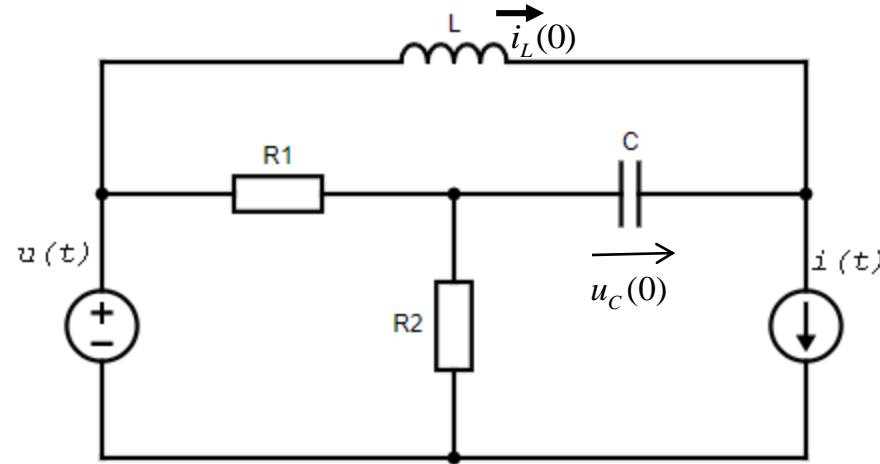


$$u_1: \frac{u_1 - u}{R_1} + \frac{u_1}{R_2} + C \frac{d(u_1 - u_2)}{dt} = 0$$

$$u_2: \frac{1}{L} \int_0^t (u_2 - u) d\tau - i_L(0) + C \frac{d(u_2 - u_1)}{dt} + i = 0$$

Zadání př. 2:

video na MOODLE Př.2: 35:37

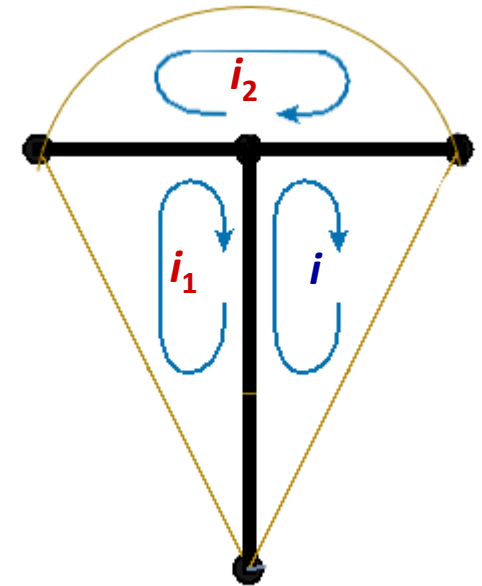
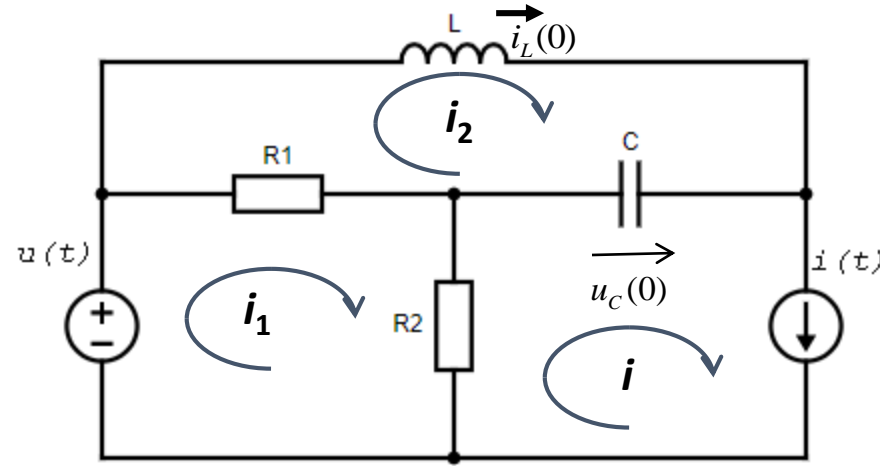


Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 2: MSP

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 4$ | $d = 3$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 2$ |
| $v = 6$ | $s = 3$ | $Z_i = 1$ | $X(\text{MSP}) = 2$ |

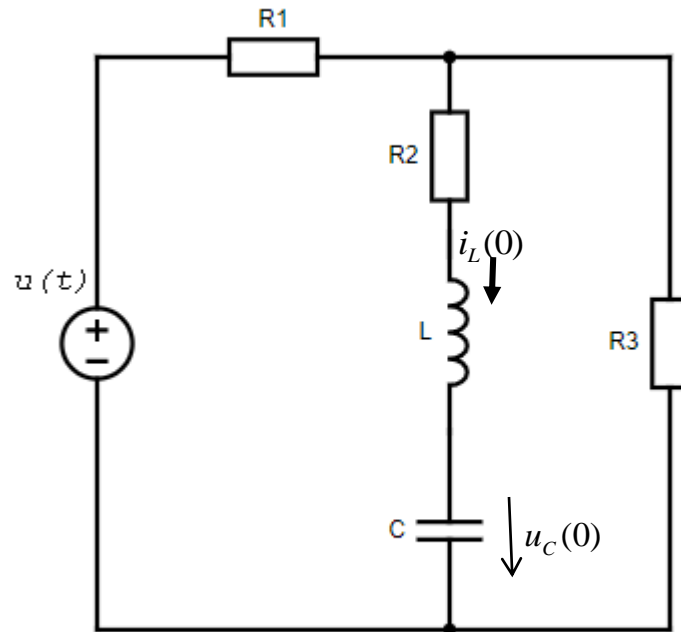


$$i_1: \quad -u + R_1(i_1 - i_2) + R_2(i_1 - i) = 0$$

$$i_2: \quad L \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t (i_2 - i) d\tau - u_C(0) + R_1(i_2 - i_1) = 0$$

Zadání př. 3:

video na MOODLE Př.3: 43:05



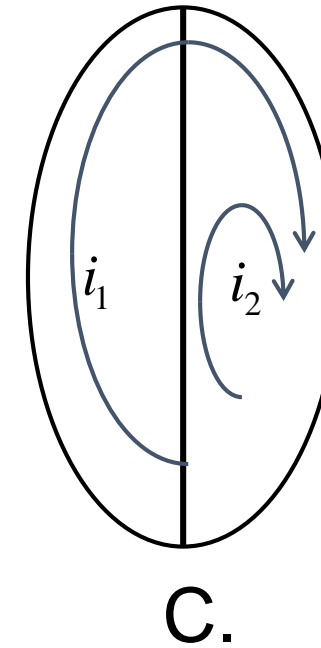
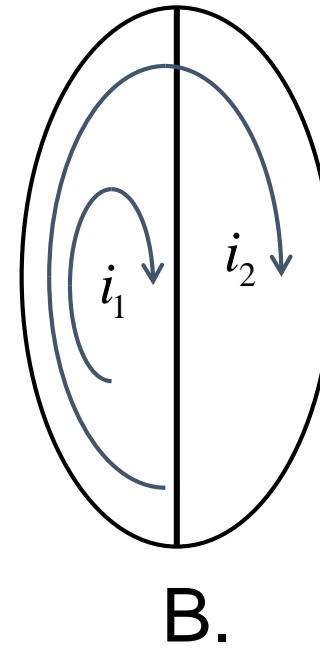
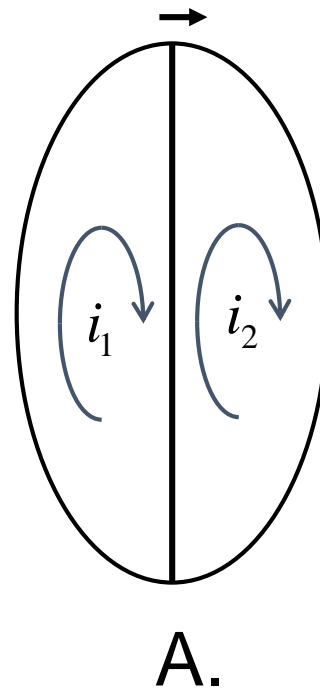
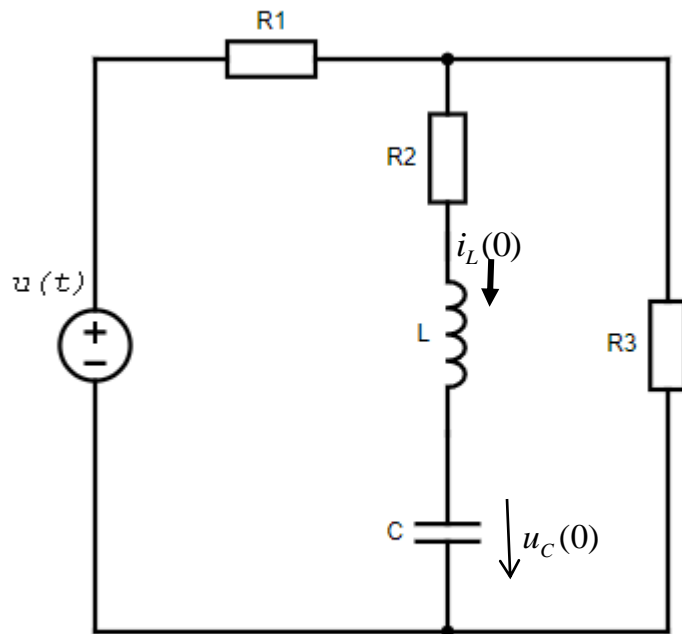
Pro obvod podle obrázku:

- A. Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- B. Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 3:

MSP

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 5$ | $d = 4$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 3$ |
| $v = 6$ | $s = 2$ | $Z_i = 0$ | $X(\text{MSP}) = 2$ |



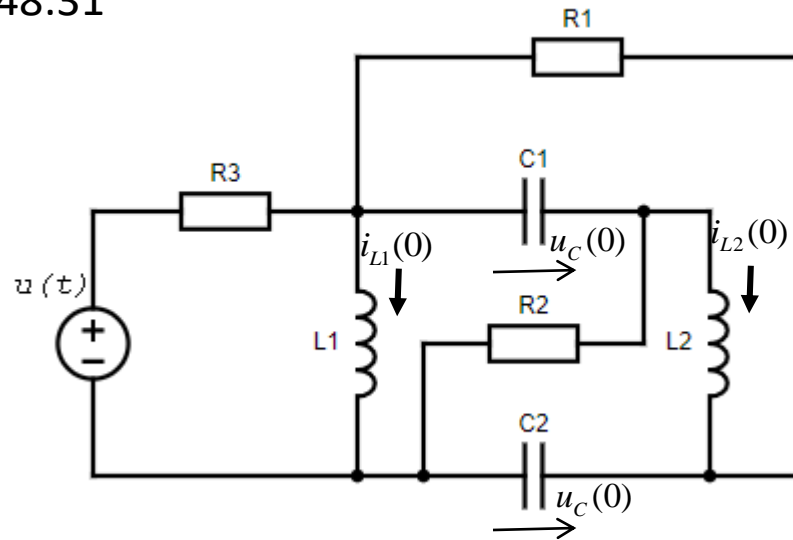
| graf | zdroj | R,L,C |
|------|-------|-------|
| A. | 1x | 2x |
| B. | 2x | 1x |
| C. | 1x | 1x |

$$i_1: -u + R_1 i_1 + R_3 (i_1 + i_2) = 0$$

$$i_2: R_3 (i_2 + i_1) + \frac{1}{C} \int_0^t i_2 d\tau - u_C(0) + L \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0$$

Zadání př. 4:

video na MOODLE Př.4: 48:31



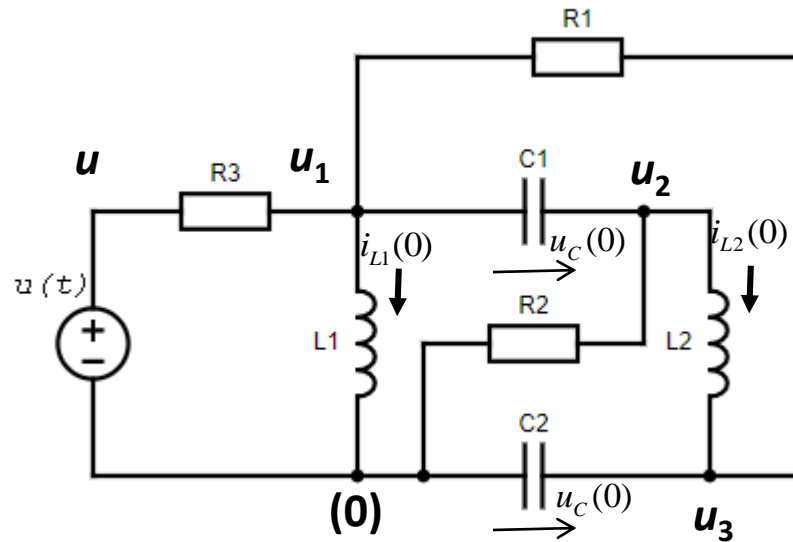
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 4:

MUN

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 5$ | $d = 4$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 3$ |
| $v = 8$ | $s = 4$ | $Z_i = 0$ | $X(\text{MSP}) = 4$ |



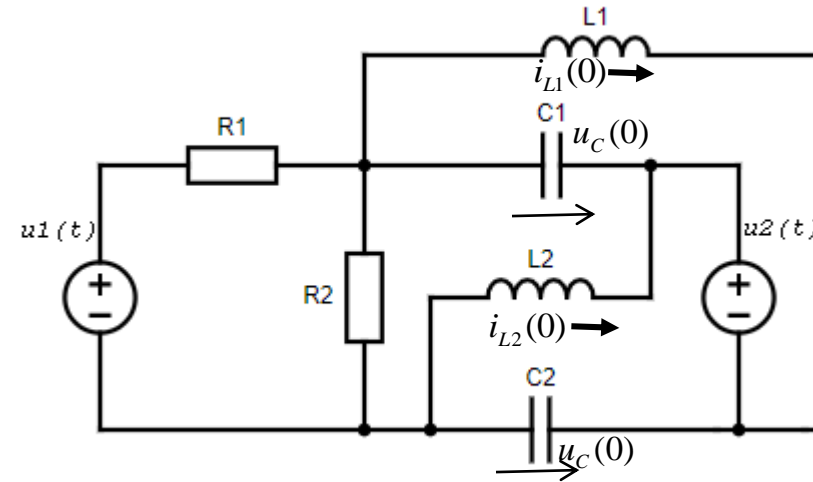
$$u_1: \frac{u_1 - u}{R_3} + \frac{1}{L_1} \int_0^t u_1 d\tau + i_{L1}(0) + \frac{u_1 - u_3}{R_1} + C_1 \frac{d(u_1 - u_2)}{dt} = 0$$

$$u_2: C_1 \frac{d(u_2 - u_1)}{dt} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_2 - u_3) d\tau + i_{L2}(0) = 0$$

$$u_3: \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_3 - u_2) d\tau - i_{L2}(0) + \frac{u_3 - u_1}{R_1} + C_2 \frac{du_3}{dt} = 0$$

Zadání př. 5:

video na MOODLE Př.5: 52:52



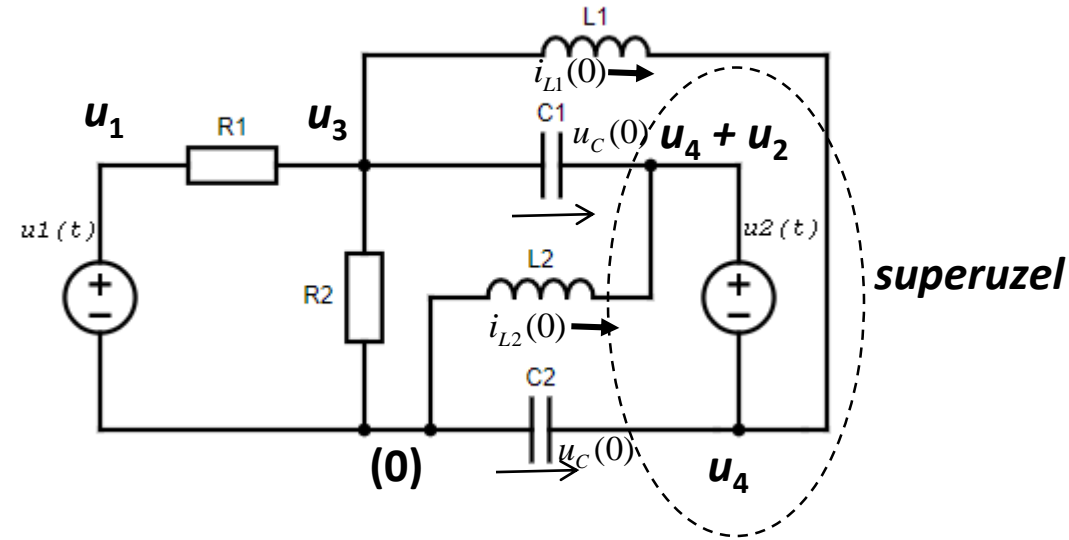
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 5:

MUN – plovoucí zdroj

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 5$ | $d = 4$ | $Z_u = 2$ | $X(\text{MUN}) = 2$ |
| $v = 8$ | $s = 4$ | $Z_i = 0$ | $X(\text{MSP}) = 4$ |



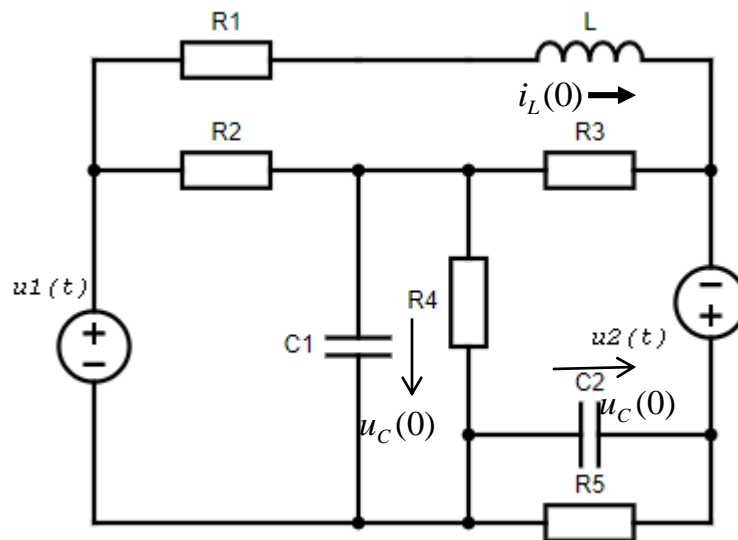
$$u_3: \quad \frac{u_3 - u_1}{R_1} + \frac{u_3}{R_2} + \frac{1}{L_1} \int_0^t (u_3 - u_4) d\tau + i_{L1}(0) + C_1 \frac{d(u_3 - u_4 - u_2)}{dt} = 0$$

superuzel :

$$C_1 \frac{d(u_4 + u_2 - u_3)}{dt} + \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_4 + u_2) d\tau - i_{L2}(0) + \frac{1}{L_1} \int_0^t (u_4 - u_3) d\tau - i_{L1}(0) + C_2 \frac{du_4}{dt} = 0$$

Zadání př. 6:

video na MOODLE Př.6: 1:00:44



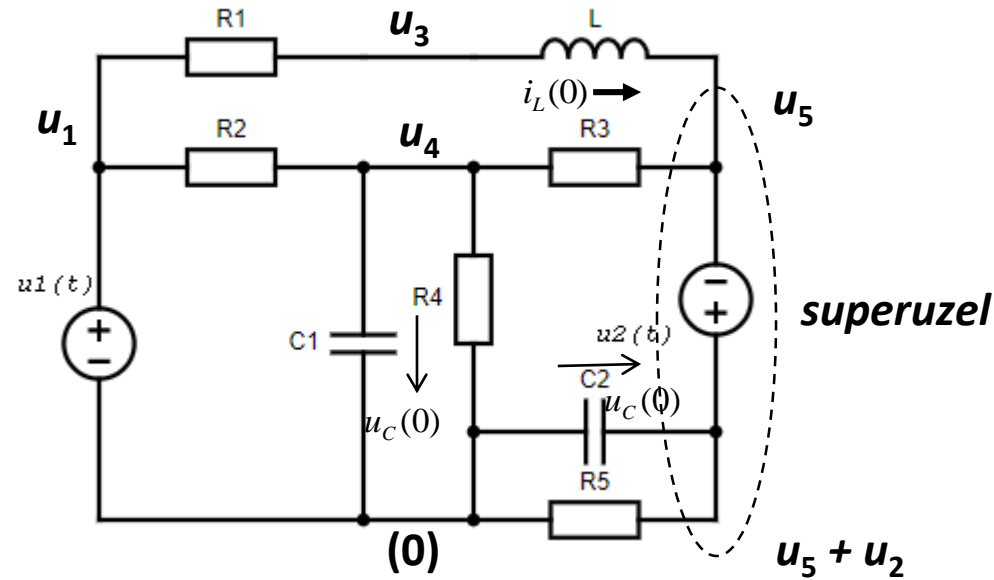
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 6:

MUN – plovoucí zdroj

| | | | |
|----------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 6$ | $d = 5$ | $Z_u = 2$ | $X(\text{MUN}) = 3$ |
| $v = 10$ | $s = 5$ | $Z_i = 0$ | $X(\text{MSP}) = 5$ |



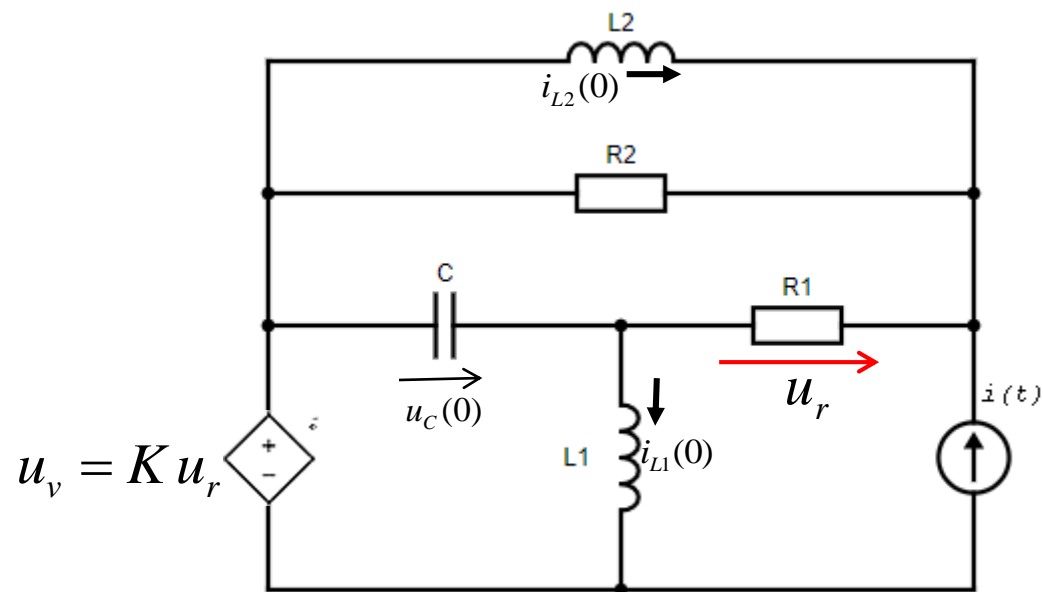
$$u_3 : \quad \frac{u_3 - u_1}{R_1} + \frac{1}{L} \int_0^t (u_3 - u_5) d\tau + i_L(0) = 0$$

$$u_4 : \quad \frac{u_4 - u_1}{R_2} + C_1 \frac{du_4}{dt} + \frac{u_4}{R_4} + \frac{u_4 - u_5}{R_3} = 0$$

$$\text{superuzel} : \quad \frac{1}{L} \int_0^t (u_5 - u_3) d\tau - i_L(0) + \frac{u_5 - u_4}{R_3} + C_2 \frac{d(u_5 + u_2)}{dt} + \frac{u_5 + u_2}{R_5} = 0$$

Zadání př. 7:

video na MOODLE Př.7: 1:07:32



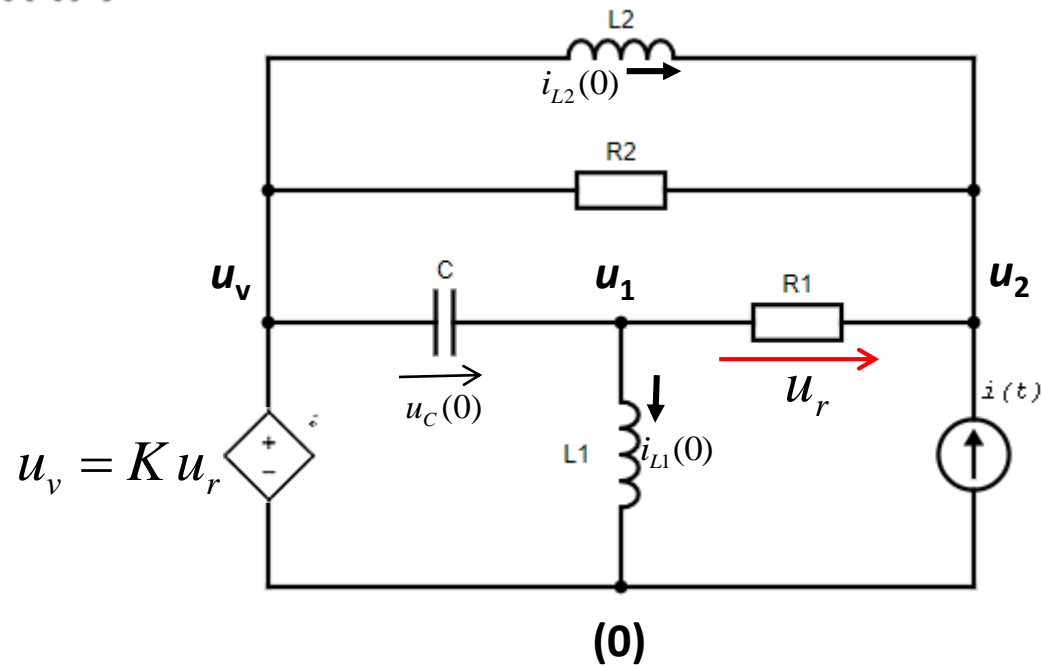
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 7:

MUN - ZNŘN

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 4$ | $d = 3$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 2$ |
| $v = 7$ | $s = 4$ | $Z_i = 1$ | $X(\text{MSP}) = 3$ |



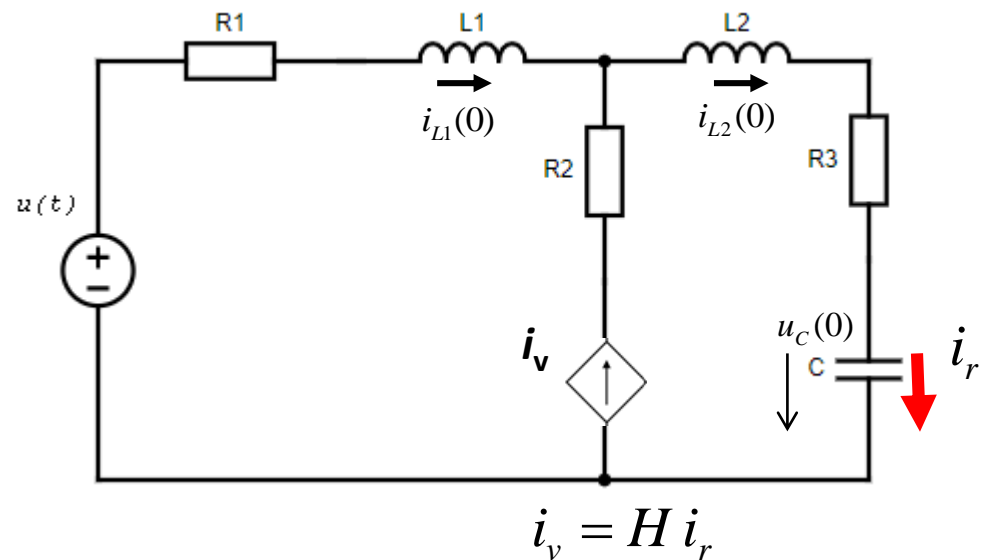
$$u_1: C \frac{d(u_1 - u_v)}{dt} + \frac{1}{L_1} \int_0^t u_1 d\tau + i_{L1}(0) + \frac{u_1 - u_2}{R} = 0$$

$$u_v = K u_r = K(u_1 - u_2)$$

$$u_2: -i + \frac{u_2 - u_1}{R_1} + \frac{u_2 - u_v}{R_2} + \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_2 - u_v) d\tau - i_{L2}(0) = 0$$

Zadání př. 8:

video na MOODLE Př.8: 1:11:34



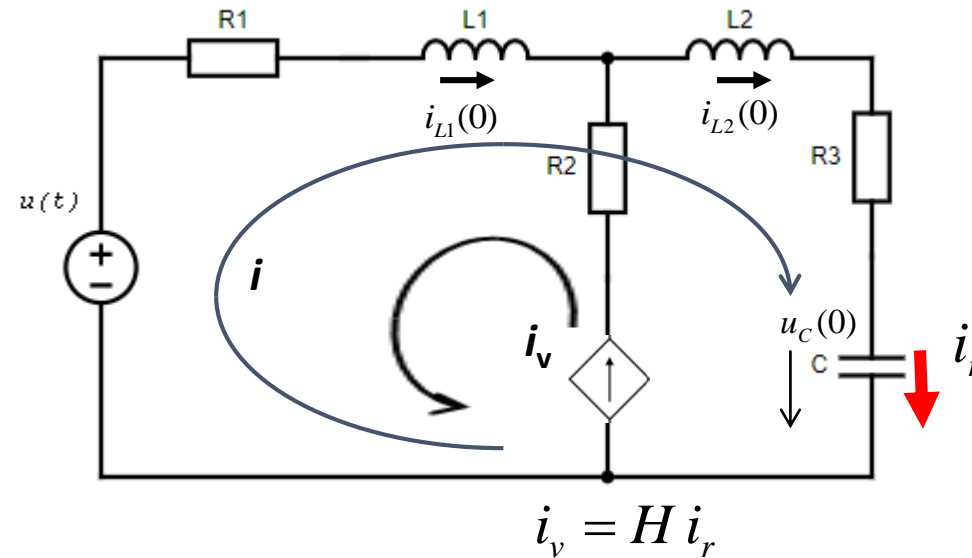
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 8:

MSP - ZPŘP

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 7$ | $d = 6$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 5$ |
| $v = 8$ | $s = 2$ | $Z_i = 1$ | $X(\text{MSP}) = 1$ |

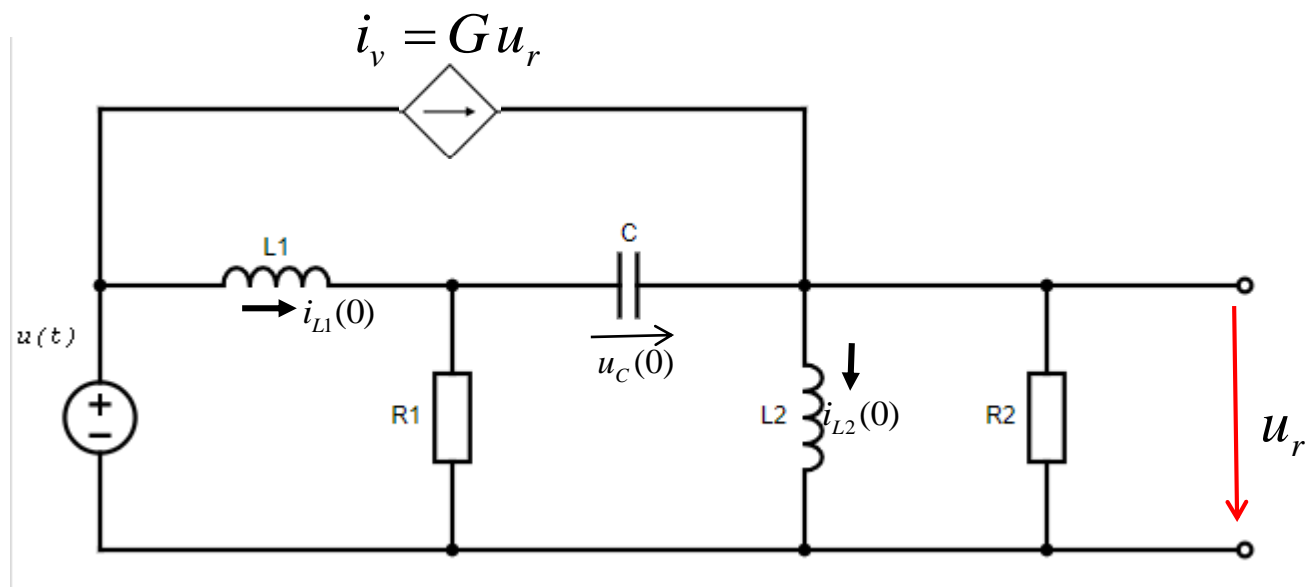


$$i_v = H i_r = H i$$

$$i: -u + R_1(i - Hi) + L_1 \frac{d(i - Hi)}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + R_3 i + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau + u_c(0) = 0$$

Zadání př. 9:

video na MOODLE Př.9: 1:16:05



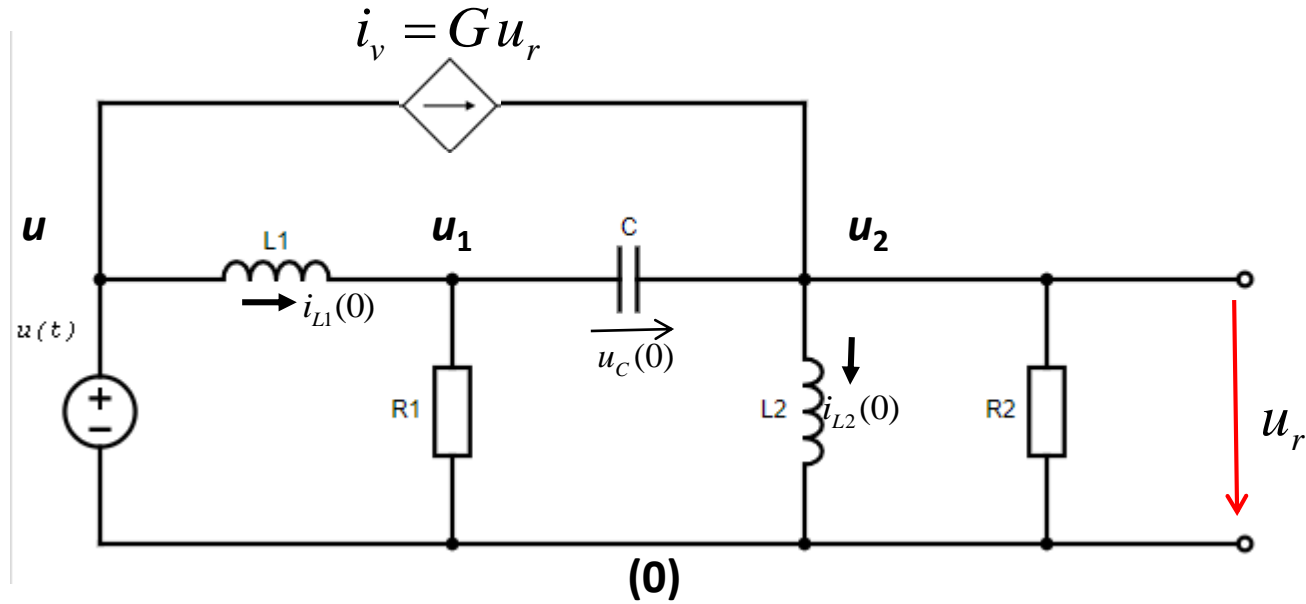
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 9:

MUN - ZPŘN

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 4$ | $d = 3$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 2$ |
| $v = 7$ | $s = 4$ | $Z_i = 1$ | $X(\text{MSP}) = 3$ |



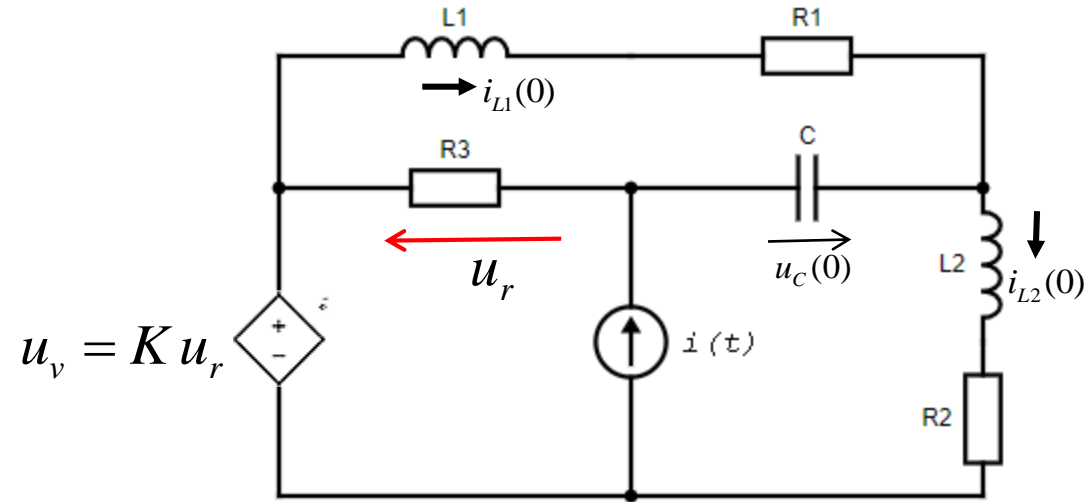
$$u_1: \quad \frac{1}{L_1} \int_0^t (u_1 - u) d\tau - i_{L1}(0) + \frac{u_1}{R_1} + C \frac{d(u_1 - u_2)}{dt} = 0$$

$$i_v = G u_r = G u_2$$

$$u_2: \quad -G u_2 + C \frac{d(u_2 - u_1)}{dt} + \frac{1}{L_2} \int_0^t u_2 d\tau + i_{L2}(0) + \frac{u_2}{R_2} = 0$$

Zadání př. 10:

video na MOODLE Př.10: 1:18:58



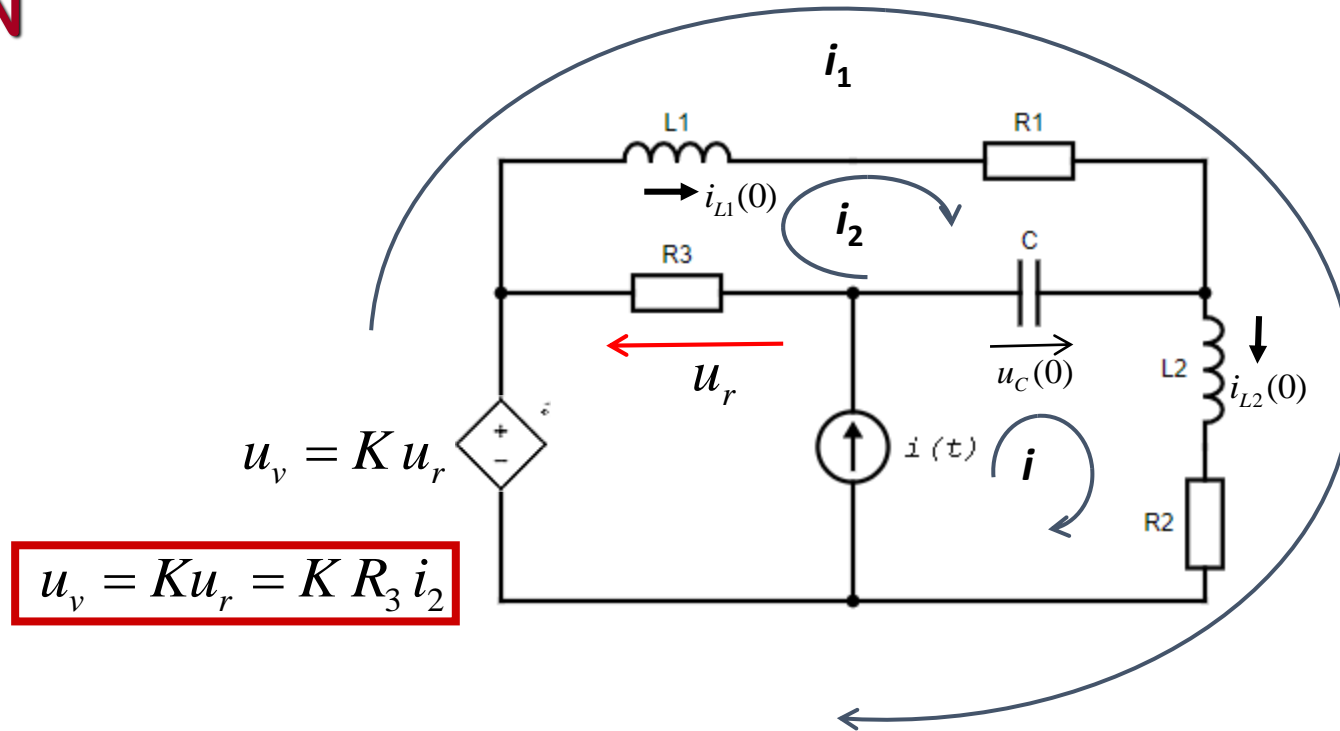
Pro obvod podle obrázku:

- Určete minimální **počty rovnic** potřebných pro popis obvodu metodou smyčkových proudů a metodou uzlových napětí.
- Sestavte obvodové rovnice pro **obecné časové průběhy** metodou vedoucí na menší počet rovnic (při stejném počtu zvolte libovolnou z metod).

Řešení př. 10:

MSP - ZNŘN

| | | | |
|---------|---------|-----------|---------------------|
| $u = 6$ | $d = 5$ | $Z_u = 1$ | $X(\text{MUN}) = 4$ |
| $v = 8$ | $s = 3$ | $Z_i = 1$ | $X(\text{MSP}) = 2$ |



$$i_1: -K R_3 i_2 + L_1 \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} + R_1 (i_1 + i_2) + L_2 \frac{d(i_1 + i)}{dt} + R_2 (i_1 + i) = 0$$

$$i_2: L_1 \frac{d(i_2 + i_1)}{dt} + R_1 (i_2 + i_1) + \frac{1}{C} \int_0^t (i_2 - i) d\tau - u_c(0) + R_3 i_2 = 0$$