Cvičení 2 – Komplexní analýza 2024/2025 Dobrovolná domácí cvičení

Úloha 1. Určete reálnou a imaginární část funkce

$$f(z) = \frac{2z^2}{\overline{z-i}} + i|z-2+i|^2 + \mathrm{Re}(i^{13}z).$$

Úloha 2. Určete všechny hodnoty parametrů $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tak, aby funkce

$$\beta^2\operatorname{Im}(\bar{z}) - 2\operatorname{Im}(z^2) + i\alpha\left(\operatorname{Re}(z^2) + 2\left(\operatorname{Im}z\right)^2\right), \ z \in \mathbb{C},$$

byla diferencovatelná v bodě $-\frac{1}{2}-2i$. Pro tyto hodnoty parametrů dále určete $f'(-\frac{1}{2}-2i)$.

Úloha 3. Určete všechny hodnoty parametrů $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tak, aby funkce

$$u(x,y) = \alpha x^3 y^3 + x y^5 + x^5 y + e^{2x} \cos(\beta y), \ x, y \in \mathbb{R},$$

byla harmonická.