Př. 11.1:

a) $R_Z = U/I_Z = 80\,\Omega$; $U_C = U = 24\,V$; $I_C = 0\,A$

b) pro $t \geqq 0$:

$u_C(t) = 24 \cdot e^{-2{,}5 \cdot t}$ [V];

$(u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_C = U = 24\,V)$

$i_C(t) = -0{,}3 \cdot e^{-2{,}5 \cdot t}$ [A];

$i_Z(t) = 0{,}3 \cdot e^{-2{,}5 \cdot t}$ [A]; $(= -i_C(t))$

c) (- proveďte samostatně -)

$$u_C(t) = \begin{cases} u_C(0) = U = 24\,V & \text{pro } t < 0 \\ 24 \cdot e^{-2{,}5 \cdot t}\,[V] & \text{pro } t \geqq 0 \end{cases}$$

$$i_C(t) = \begin{cases} i_C(0_-) = 0\,A & \text{pro } t < 0 \\ -0{,}3 \cdot e^{-2{,}5 \cdot t}\,[A] & \text{pro } t \geqq 0 \end{cases}$$

$$i_Z(t) = \begin{cases} i_Z(0_-) = I_Z = 0{,}3A & \text{pro } t < 0 \\ 0{,}3 \cdot e^{-2{,}5 \cdot t}\,[A] & \text{pro } t \geqq 0 \end{cases}$$

d)

$$t_0 = \tau \cdot \ln \frac{\overbrace{U}^{=u_C(0)}}{u_C(t_0)} \doteq 0{,}115\,s; \quad (u_C(t_0) = 18\,V)$$

e)

$$C = \frac{t_0}{R \cdot \ln \dfrac{U}{u_C(t_0)}} \doteq 86{,}9\,mF$$

Prakticky dostupná hodnota je 100mF (0,1F)

Př. 11.2:

a) pro $t \geqq 0$:

$i(t) = -120 \cdot e^{-4 \cdot t} + 120 = 120\,(1 - e^{-4 \cdot t})$ [A]

$u_L(t) = 12 \cdot e^{-4 \cdot t}$ [V]

$u_R(t) = 12\,(1 - e^{-4 \cdot t})$ [V]

b) (- proveďte samostatně -)

- pro $t < 0$:

$i(t) = i(0) = 0\,A$

$u_L(t) = 0\,V$

$u_R(t) = 0\,V$

- pro $t \geqq 0$: viz a)

c) $i(t_1) = 0{,}5 \cdot I_p = 0{,}5 \cdot 120 = 60\,A \Rightarrow t_1 = \tau \cdot \ln 2 \doteq 0{,}173\,s$

$i(t_2) = 0{,}95 \cdot I_p = 0{,}95 \cdot 120 = 114\,A \Rightarrow t_2 = \tau \cdot \ln 20 \doteq 0{,}749\,s$

Př. 11.3:

a) $u_C(t_0) = 0{,}99 \cdot \underbrace{U_{Cp}}_{=U=330V} = 326{,}7\,V$; $\Rightarrow t_0 = \tau_n \cdot \ln 100 \doteq 4{,}605 \cdot \tau_n \doteq 11{,}05\,s$

(t_0... doba „prvního" nabití; τ_n... čas. konst. nabíjení)

Př. 11.3: (pokračování)

b)

$$t_r = \tau_v \cdot \ln \frac{0{,}99 \cdot U}{u_c(t_r)} \doteq 3{,}377\,ms \quad ; \quad u_c(t_r) = U_{min} = 80V$$

(t_r... doba trvání výboje ; τ_v... čas. konstanta vybíjení)

c)

$$t_n = \tau_n \cdot \ln \frac{U - U_{min}}{U - 0{,}99 \cdot U} \doteq 10{,}39\,s \quad ; \quad U_{cp} = 0{,}99 \cdot U = 326{,}7\,V, \quad U_{min} = 80V$$

(t_n... doba nabití z U_{min} na $0{,}99 \cdot U$; τ_n... čas. konst. nabíjení)

d) (proveďte samostatně)

– ad a): $$u_c(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 0 \\ 330\left(1 - e^{-\frac{t}{2{,}4}}\right) & \text{pro } t \geqq 0 \end{cases}$$

– ad b): $$u_c(t) = \begin{cases} 326{,}7\,V & \text{pro } t < t_a \\ 326{,}7 \cdot e^{-\frac{t - t_a}{2{,}4 \cdot 10^{-3}}}\,[V] & \text{pro } t \geqq t_a \end{cases}$$

(t_a... čas. okamžik začátku výboje ; $t_a \geqq t_0$)

– ad c): $$u_c(t) = \begin{cases} 80\,V & \text{pro } t < t_b \\ -246{,}7 \cdot e^{-\frac{t - t_b}{2{,}4}} + 330\,[V] & \text{pro } t \geqq t_b \end{cases}$$

(t_b... čas. okamžik začátku opětného nabíjení ; $t_b \geqq t_a + t_r$)

e) $W_c = 10{,}67\ J$

f)* $\Delta W = W_c(0{,}99 \cdot U) - W_c(U_{min}) \doteq 10{,}03\,J$

Př. 11.4: a) $$u_c(t) = 20 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}94 \cdot 10^{-6}}}\,[V] \quad \text{pro } t \geqq 0$$

b) $$w_c(t) = 94 \cdot e^{-\frac{t}{0{,}47 \cdot 10^{-6}}}\,[\mu J] \quad \text{pro } t \geqq 0$$

c)

$$\Delta t = \frac{\tau}{2} \ln \frac{w_c(0)}{w_c(0) - w(\Delta t)} \doteq 0{,}3796 \cdot \tau \doteq 0{,}357\,\mu s$$

($w(\Delta t) = 50\,\mu J$... teplo potřebné k „odpálení")

d)*

$$w(t) = w_c(0) - w_c(t) = 94\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}47 \cdot 10^{-6}}}\right)\,[\mu J]$$

pro $t < 0$: $w_c(t) = w_c(0) = 94\,\mu J$; $w(t) = 0$

pro $t \geqq 0$: $w_c(t)$ viz b); $w(t)$ viz

Př. 11.5:

a)

$$u_2(t) = \begin{cases} 0\,\text{V} & \text{pro } t<0 \\ -5\cdot e^{-1000\cdot t} + 10\ [\text{V}] & \text{pro } t \geqq 0 \end{cases}$$

b)

$$u_2(t) = \begin{cases} 10\,\text{V} & \text{pro } t<0 \\ 5\cdot e^{-1000\cdot t}\ [\text{V}] & \text{pro } t > 0 \end{cases}$$

Př. 11.6: a)

$$u_2(t) = \begin{cases} 0\,\text{V} & \text{pro } t<0 \\ -12\cdot e^{-200\cdot t} + 20\ [\text{V}] & \text{pro } t \geqq 0 \end{cases}$$

b) průběhy jsou stejného typu („vzhledu") a pro oba obvody platí:

$$u_2(0-) = 0\,\text{V}$$

$$u_2(0+) = U\,\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$u_2(\infty) = U$$

$$u_2(\infty) > u_2(0+)$$

(pro $U > 0$)

c)*

$$\hat{P}(j\omega) = \frac{1 + j\frac{\omega}{500}}{1 + j\frac{\omega}{200}}$$

$$\hat{P}(0) = 1 = u_2(\infty)/U$$

$$\lim_{\omega\to\infty} \hat{P}(j\omega) = \frac{R_2}{R_1+R_2} =$$

$$= u_2(0+)/U$$

Př. 11.7:

a)

$$u_2(t) = \begin{cases} 0\,\text{V} & \dots t<0 \\ 18\cdot e^{-\frac{t}{4{,}86\cdot 10^{-6}}} + 2\ [\text{V}] & \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

b)

$$u_2(t) = \begin{cases} 2\,\text{V} & \dots t<0 \\ -18\cdot e^{-\frac{t}{4{,}86\cdot 10^{-6}}}\ [\text{V}] & \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

Př. 11.8:

a)

$$u_2(t) = \begin{cases} 0\,\text{V} & \dots t<0 \\ 49\cdot e^{-2\cdot 10^4\cdot t} + 7\ [\text{V}] & \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

b)

$$u_2(t) = \begin{cases} 7\,\text{V} & \dots t<0 \\ -49\cdot e^{-2\cdot 10^4\cdot t}\ [\text{V}] & \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

Př. 11.9: a)

$$u_c(t) \doteq -3{,}33\cdot e^{-113{,}6\cdot t} + 5\ [\text{V}]$$

$$t_1 = \tau_1 \cdot \ln 2 \doteq 6{,}1\ \text{ms}$$

b)

$$u_c(t) \doteq 2{,}33\cdot e^{-568\,(t - 6{,}1\cdot 10^{-3})} + 1\ [\text{V}]$$

$$t_2 = \tau_2 \cdot \ln 7/2 \doteq 2{,}21\ \text{ms}$$

Př. 11.9: (pokračování)

c)

$$\underline{T} = t_1 + t_2 \doteq 8{,}31\ \mathrm{ms}\ ; \quad \underline{f} = 1/T \doteq 120{,}3\ \mathrm{Hz}$$

Př. 11.10:

a)

$$\underline{u_1(t)} = \begin{cases} 30\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 12\cdot e^{-200\cdot t}\ [\mathrm{V}] \ \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 0\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 12\cdot e^{-200\cdot t}\ [\mathrm{V}] \ \dots\ t \geqq 0 \\ (= u_1(t)) \end{cases}$$

b)

$$\underline{u_1(t)} = \begin{cases} 0\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 30\ \mathrm{V} \ \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

$$\underline{u_2(t)} = \begin{cases} u_1(t) = 0\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ -20\cdot e^{-333{,}3\cdot t}\ [\mathrm{V}] \\ \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

Př. 11.11:

a)

$$\underline{u_1(t)} = \begin{cases} 45\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 4{,}5\left(1-e^{-\frac{t}{4{,}86\cdot 10^{-6}}}\right)\ [\mathrm{V}] \\ \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

$$\underline{u_2(t)} = \begin{cases} 0\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 4{,}5\left(1-e^{-\frac{t}{4{,}86\cdot 10^{-6}}}\right)\ [\mathrm{V}] \\ (= u_1(t)) \quad \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

b)

$$\underline{u_1(t)} = \begin{cases} 4{,}5\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 45\ \mathrm{V} \ \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

$$\underline{u_2(t)} = \begin{cases} u_1(t) = 4{,}5\ \mathrm{V} \ \dots\ t<0 \\ 4{,}5\cdot e^{-\frac{t}{5{,}4\cdot 10^{-6}}}\ [\mathrm{V}] \\ \dots\ t \geqq 0 \end{cases}$$

Př. 11.12:

a)

$$\underline{i_L(t)} = 12\left(1-e^{-909\cdot t}\right)\ [\mathrm{mA}]$$

b)

$$\underline{t_1} = \tau_1 \cdot \ln 3 \doteq \underline{1{,}21\ \mathrm{ms}}$$

(„elektrické" zpoždění nemá podstatný vliv na celkové zpoždění přítahu)
($t_{zp-př} \doteq 6{,}21$ ms max.)

c)

$$\underline{i_L(t)} = 12\cdot e^{-7{,}55\cdot 10^4\cdot t}\ [\mathrm{mA}]$$

$$\underline{u_R(t)} = -984\cdot e^{-7{,}55\cdot 10^4\cdot t}\ [\mathrm{V}]$$

$$|u_R(t)|_{max} = 984\ \mathrm{V}$$

$$\underline{u_S(t)} = 984\cdot e^{-7{,}55\cdot 10^4\cdot t} + 12\ [\mathrm{V}]$$

$$|u_S(t)|_{max} = 996\ \mathrm{V}$$

d)

$\lvert u_R(t)\rvert_{max}$ [V]	≦500	≦ 50	0
R [kΩ]	≦ 41,7	≦4,17 (?)	0
R_{E12} [kΩ]	39	3,9	0
$\lvert u_R(t)\rvert_{max}$ [V]	468	46,8	0
$\lvert u_S(t)\rvert_{max}$ [V]	480	58,8	0

Př. 11.12: (pokračování)

e)

R [kΩ]	82	39	3,9	(?) 0
$(R+R_L)$ [kΩ]	83	40	4,9	1
t_2 [ms]	0,024	0,049	0,402	1,971
t_{zp-od} [ms]	4,024	4,049	4,402	5,971

$$t_2 = \tau_2 \cdot \ln \frac{i_L(0)}{I_{odp}};$$

$$t_{zp-od} = t_{odp} + t_2$$

(„elektrické" zpoždění nemá podstatný vliv (s výjimkou případu $R=0$) podstatný vliv na celkové zpoždění odpadu)

Př. 11.13: a)

$$i_L(t) = \begin{cases} 10\,\text{mA} \ldots t<0 \\ 5 \cdot e^{-5000 \cdot t} + 5\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 10\,\text{mA} \ldots t<0 \\ 1{,}25 \cdot e^{-5000 t} + 12{,}5\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_3(t) = \begin{cases} 6\,\text{V} \ldots t<0 \\ 3 \cdot e^{-5000 \cdot t} + 3\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 6\,\text{V} \ldots t<0 \\ -1{,}5 \cdot e^{-5000 \cdot t} + 3\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

b)

$$i_L(t) = \begin{cases} 5\,\text{mA} \ldots t<0 \\ -5 \cdot e^{-10^4 t} + 10\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 12{,}5\,\text{mA} \ldots t<0 \\ -5 \cdot e^{-10^4 t} + 10\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_3(t) = \begin{cases} 3\,\text{V} \ldots t<0 \\ -3 \cdot e^{-10^4 t} + 6\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 3\,\text{V} \ldots t<0 \\ 6 \cdot e^{-10^4 t} + 6\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

Př. 11.14: a)

$$u_C(t) = \begin{cases} 27\,\text{V} \ldots t<0 \\ 18 \cdot e^{-\frac{t}{3 \cdot 10^{-3}}} + 9\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$i_C(t) = \begin{cases} 0\,\text{mA} \ldots t<0 \\ -3 \cdot e^{-\frac{t}{3 \cdot 10^{-3}}}\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 0\,\text{V} \ldots t<0 \\ 18 \cdot e^{-\frac{t}{3 \cdot 10^{-3}}} + 9\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 0\,\text{mA} \ldots t<0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{3 \cdot 10^{-3}}}\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

b)

$$u_C(t) = \begin{cases} 9\,\text{V} \ldots t<0 \\ -18 \cdot e^{-\frac{t}{9 \cdot 10^{-3}}} + 27\ [\text{V}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$i_C(t) = \begin{cases} 0\,\text{mA} \ldots t<0 \\ e^{-\frac{t}{9 \cdot 10^{-3}}}\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 9\,\text{V} \ldots t<0 \\ 0\,\text{V} \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 1\,\text{mA} \ldots t<0 \\ e^{-\frac{t}{9 \cdot 10^{-3}}}\ [\text{mA}] \ldots t \geq 0 \end{cases}$$

Př. 11.15:

a)

$$u_C(t) = \begin{cases} 60\,V \dots t<0 \\ 40\cdot e^{-50\cdot t} + 20\,[V] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$i_4(t) = \begin{cases} 1\,mA \dots t<0 \\ -8\cdot e^{-50\cdot t} + 1\,[mA] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$u_1(t) = 60\,V$$

b)

$$u_C(t) = \begin{cases} 20\,V \dots t<0 \\ -40\cdot e^{-25\cdot t} + 60\,[V] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$u_1(t) = \begin{cases} 60\,V \dots t<0 \\ -25\cdot e^{-25\cdot t} + 60\,[V] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$i_4(t) = 1\,mA$$

Př. 11.16:

a)

$$i_L(t) = \begin{cases} 2\,mA \dots t<0 \\ 5\cdot e^{-4\cdot 10^4\cdot t} - 3\,[mA] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$u_3(t) = \begin{cases} -90\,V \dots t<0 \\ -60\cdot e^{-4\cdot 10^4\cdot t}\,[V] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$i_1(t) = \begin{cases} 2\,mA \dots t<0 \\ 0\,mA \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

b)

$$i_L(t) = \begin{cases} -3\,mA \dots t<0 \\ -5\cdot e^{-2{,}5\cdot 10^4\cdot t} + 2\,[mA] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$i_1(t) = \begin{cases} 0\,mA \dots t<0 \\ -3{,}125\cdot e^{-2{,}5\cdot 10^4\cdot t} + 2\,[mA] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

$$u_3(t) = \begin{cases} 0\,V \dots t<0 \\ -90\,V \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

Př. 11.17:

a)

$$u_C(t) = \begin{cases} 5\,V \dots t<0 \\ 10\cdot e^{-50\cdot t} - 5\,[V] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

b)

$$u_C(t) = \begin{cases} -5\,V \dots t<0 \\ -10\cdot e^{-100\cdot t} + 5\,[V] \dots t \geqq 0 \end{cases}$$

Př. 11.18:

$$\tau = L/R$$

a)

$$\Delta t_0 = \tau \cdot \ln \frac{U_1}{U_1 - R\cdot I_{Lmax}} \doteq 69{,}92\,\mu s$$

b)

$$\Delta t_1 = \tau \cdot \ln \frac{U_2 + R\cdot I_{Lmax}}{U_2 + R\cdot I_{Lmin}} \doteq 30{,}01\,\mu s$$

c)

$$\Delta t_2 = \tau \cdot \ln \frac{U_1 - R\cdot I_{Lmin}}{U_1 - R\cdot I_{Lmax}} \doteq 13{,}33\,\mu s$$

d)

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \doteq 43{,}34\,\mu s$$

$$f = 1/T \doteq 23{,}07\,kHz$$

Př. 11.18: d) (pokračování)

$t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle \Rightarrow i_L(t) = 1 - e^{-\frac{t+\Delta t_0}{\tau}}$ [A] → přech. děj po zapnutí

$t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle \Rightarrow i_L(t) = 0{,}41 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - 0{,}3$ [A]

$t \in \langle \Delta t_1 ; \Delta t_1 + \Delta t_2 \rangle \Rightarrow i_L(t) = -0{,}91 \cdot e^{-\frac{t-\Delta t_1}{\tau}} + 1$ [A]

} 1. perioda ustálené funkce

($\Delta t_1 + \Delta t_2 = T$; τ, Δt_0, Δt_1, Δt_2 .... viz a) až c))

$t \in \langle T ; T + \Delta t_1 \rangle \Rightarrow i_L(t) = 0{,}41 \cdot e^{-\frac{t-T}{\tau}} - 0{,}3$ [A]

$t \in \langle T + \Delta t_1 ; 2T \rangle \Rightarrow i_L(t) = -0{,}91 \cdot e^{-\frac{t-(T+\Delta t_1)}{\tau}} + 1$ [A]

} 2. perioda

(– časový průběh vykreslete samostatně pomocí vhodného SW –)

---

e)*

$t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle$, $t \in \langle \Delta t_1 ; T \rangle$, $t \in \langle T + \Delta t_1 ; 2T \rangle$, ... $\Rightarrow$ $i_1(t) = i_L(t)$, $i_2(t) = 0$

$t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle$, $t \in \langle T ; T + \Delta t_1 \rangle$, ... $\Rightarrow$ $i_1(t) = 0$, $i_2(t) = i_L(t)$

---

f)*

$$p_1(t) = U_1 \cdot i_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle \cup \langle T ; T+\Delta t_1 \rangle \cup \ldots \\ U_1 \cdot i_L(t) & \text{pro } t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle \cup \langle \Delta t_1 ; T \rangle \cup \langle T+\Delta t_1 ; 2T \rangle \ldots \end{cases}$$

$p_1(0+) = p_1(\Delta t_1 -) = p_1(T+) = 0$

$t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle \Rightarrow p_1(t) = U_1 \cdot i_L(t) = 12\left(1 - e^{-\frac{t+\Delta t_0}{\tau}}\right)$ [W]

$t \in \langle \Delta t_1 ; T \rangle \Rightarrow p_1(t) = U_1 \cdot i_L(t) = -10{,}92 \cdot e^{-\frac{t-\Delta t_1}{\tau}} + 12$ [W]

$p_1(\Delta t_1 +) = U_1 \cdot I_{Lmin} = 1{,}08$ W ; $p_1(T-) = U_1 \cdot I_{Lmax} = 1{,}32$ W $= p_1(0-)$

$$p_2(t) = U_2 \cdot i_2(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle \cup \langle \Delta t_1 ; T \rangle \cup \langle T+\Delta t_1 ; 2T \rangle \ldots \\ U_2 \cdot i_L(t) & \text{pro } t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle \cup \langle T ; T+\Delta t_1 \rangle \cup \ldots \end{cases}$$

$p_2(0-) = p_2(\Delta t_1 +) = p_2(T-) = 0$

$t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle \Rightarrow p_2(t) = U_2 \cdot i_L(t) = 1{,}476 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - 1{,}08$ [W]

$p_2(0+) = U_2 \cdot I_{Lmax} = 0{,}396$ W ; $p_2(\Delta t_1 -) = U_2 \cdot I_{Lmin} = 0{,}324$ W

$p_R(t) = R \cdot i_L^2(t) \Rightarrow$

$t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle \Rightarrow p_R(t) = 12\left(1 - e^{-\frac{t+\Delta t_0}{\tau}}\right)^2$ [W]

Př. 1118: f)* (pokračování)

$t \in \langle 0; \Delta t_1 \rangle \Rightarrow p_R(t) = 12\left(0{,}41 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - 0{,}3\right)^2$ [W]

$t \in \langle \Delta t_1; T \rangle \Rightarrow p_R(t) = 12\left(-0{,}91 \cdot e^{-\frac{t-\Delta t_1}{\tau}} + 1\right)^2$ [W]

$p_R(0) = p_R(T) = R \cdot I_{Lmax}^2 = 0{,}1452\,W$; $p_R(\Delta t_1) = R \cdot I_{Lmin}^2 = 0{,}0972\,W$

Pozn.: je také možné vypočítat okamžitý výkon na induktoru L („tekoucí" do L): $\underbrace{\text{na}}_{p_L(t)}$

$$p_L(t) = u_L(t) \cdot i_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} i_L(t)$$; Bude zřejmě platit

$p_L(t) > 0$ pro $t \in \langle -\Delta t_0; 0 \rangle \cup \langle \Delta t_1; T \rangle \cup \langle T + \Delta t_1; 2T \rangle \cup \ldots$

$\Rightarrow$ induktor akumuluje energii dodávanou ze zdroje U_1

$p_L(t) < 0$ pro $t \in \langle 0; \Delta t_1 \rangle \cup \langle T; T + \Delta t_1 \rangle \cup \ldots$

$\Rightarrow$ induktor dodává energii do zdroje (akumulátoru) U_2

Okamžitý výkon $p_L(t)$ je také možno vypočítat z výkonové bilance: $p_1(t) = p_L(t) + p_R(t) + p_2(t) \Rightarrow$

$\Rightarrow p_L(t) = p_1(t) - p_R(t) - p_2(t)$

$p_L(0_-) = p_L(T_-) = p_1(0_-) - p_R(0) - p_2(0_-) = 1{,}32 - 0{,}1452 - 0 = 1{,}1748\,W$

$p_L(0_+) = p_L(T_+) = p_1(0_+) - p_R(0) - p_2(0_+) = 0 - 0{,}1452 - 0{,}396 = -0{,}5412\,W$

$t \uparrow$

$p_L(\Delta t_{1-}) = p_1(\Delta t_{1-}) - p_R(\Delta t_1) - p_2(\Delta t_{1-}) = 0 - 0{,}0972 - 0{,}324 = -0{,}4212\,W$

$p_L(\Delta t_{1+}) = p_1(\Delta t_{1+}) - p_R(\Delta t_1) - p_2(\Delta t_{1+}) = 1{,}08 - 0{,}0972 - 0 = 0{,}9828\,W$

g) pro výpočet činných výkonů (střední hodnoty okamžitého výkonu za periodu) musíme uvažovat ustálenou periodickou činnost nabíječe, kdy průběhy obvodových veličin (včetně výkonů) jsou periodické (jedná se o „Periodický Neharmonický Ustálený Stav"). Ustálená periodická činnost nabíječe nastává pro $t \geq 0$. Pro $t \in \langle -\Delta t_0; 0 \rangle$ v obvodu probíhá počáteční přechodný děj vzniklý připojením původně „vypnutého" nabíječe ke zdroji U_1.

Př. 11.18: g)* (pokračování)

Výpočet činných výkonů provedeme z první periody činnosti nabíječe, tedy pro $t \in \langle 0; T \rangle$.
Pro výpočet použijeme vztah

$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\cdot dt$. Protože však může být zajímavé sledovat toky („přesuny") energie v průběhu jedné periody, vypočítáme pro každý činný výkon napřed množství dodané, spotřebované nebo akumulované (uschované) energie během jedné periody T.

$$W_T = \int_0^T p(t)\cdot dt \Rightarrow P = \frac{W_T}{T}.$$

Energie W_{1T} dodaná zdrojem U_1 během periody T:

$$W_{1T} = \int_0^T p_1(t)\,dt = \int_{\Delta t_1}^{T}\left(-10{,}92\cdot e^{-\frac{t-\Delta t_1}{\tau}}+12\right)dt = \int_0^{\Delta t_2}\left(-10{,}92\cdot e^{-\frac{t^*}{\tau}}+12\right)dt^* \doteq 16\,\mu J$$

$$(t^* = t-\Delta t_1)$$

Energie W_{2T} spotřebovaná zdrojem U_2 během periody T (nabíjení)

$$W_{2T} = \int_0^T p_2(t)\,dt = \int_0^{\Delta t_1}\left(1{,}476\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - 1{,}08\right)dt \doteq 10{,}79\,\mu J$$

Energie W_{RT} spotřebovaná rezistorem R během periody T (ztráty)

$$W_{RT} = \int_0^T p_R(t)\,dt = \int_0^{\Delta t_1} 12\left(0{,}41\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}-0{,}3\right)^2 dt + \int_{\Delta t_1}^{T} 12\left(-0{,}91\cdot e^{-\frac{t-\Delta t_1}{\tau}}+1\right)^2 dt = \ldots$$

To by byl dosti obtížný výpočet, proto bude snazší využít pro výpočet W_{RT} bilanci energií během periody (zákon zachování energie):

$$W_{1T} = W_{LT} + W_{RT} + W_{2T} \Rightarrow$$

$\Rightarrow W_{RT} = W_{1T} - W_{LT} - W_{2T}$. Pro tento výpočet zatím neznáme energii W_{LT} „spotřebovanou" (naakumulovanou) induktorem L během periody T:

$$W_{LT} = \int_0^T p_L(t)\,dt = W_L(T) - W_L(0) = \frac{1}{2}L\left[\underbrace{i_L^2(T)}_{=I_{Lmax}^2} - \underbrace{i_L^2(0)}_{=I_{Lmax}^2}\right] = 0\,J \quad !$$

Tzn., že energii, kterou si L „půjčí" od zdroje U_1 během $t \in \langle \Delta t_1; T \rangle$, zase během $t \in \langle 0; \Delta t_1 \rangle$ (resp. o T později) „vrátí", ale do zdroje U_2.

Př. 11.18: g)* (pokračování)

Energie akumulovaná v L je tedy na začátku i na konci periody stejná.

$\underline{W_L(0) = W_L(T)} = \frac{1}{2} L \cdot I_{Lmax}^2 = \underline{43{,}56\ \mu J} = W_{Lmax}$

$\underline{W_L(\Delta t_1)} = \frac{1}{2} L \cdot I_{Lmin}^2 = \underline{29{,}16\ \mu J} = W_{Lmin}$

účinnost η nabíječe

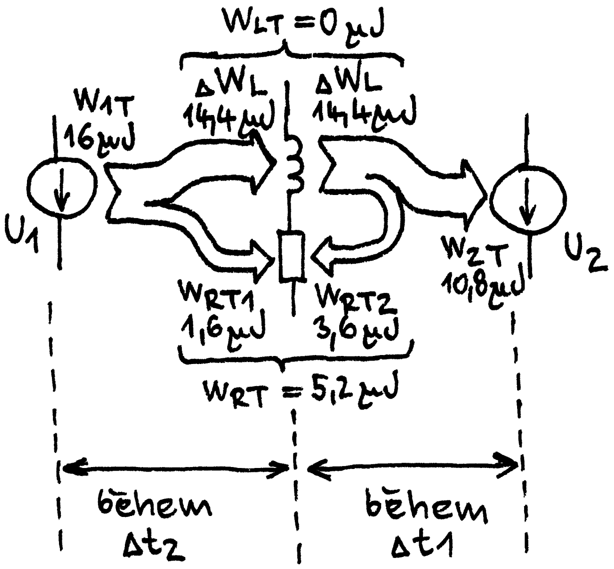
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \doteq 0{,}67$$

Během jedné periody si tedy L „půjčí" a zase „vrátí" energii o velikosti $\underline{\Delta W_L} = W_L(0) - W_L(\Delta t_1) = W_{Lmax} - W_{Lmin} = \underline{14{,}4\ \mu J}$

$\Rightarrow$ nyní již můžeme vypočitat $\underline{W_{RT}}$:

$$\underline{W_{RT}} = W_{1T} - W_{LT} - W_{2T} = 16 \cdot 10^{-6} - 0 - 10{,}79 \cdot 10^{-6} = \underline{5{,}21\ \mu J},$$

tato energie se v rezistoru R nevratně přemění na teplo. „Toky" energie (přenesená množství) během jedné periody můžeme přehledně znázornit pomocí obrázku:



$\underline{W_{RT1}}$ ... energie přeměněná v R na teplo během každého intervalu $\underline{\Delta t_2}$ (cívka je připojena na zdroj $\underline{U_1}$

$$W_{RT1} = W_{1T} - \Delta W_L \doteq 1{,}6\ \mu J$$

$\underline{W_{RT2}}$ ... energie přeměněná v R na teplo během každého intervalu $\underline{\Delta t_1}$ (cívka je připojena na zdroj $\underline{U_2}$

$$W_{RT2} = \Delta W_L - \Delta W_{2T} \doteq 3{,}61\ \mu J$$

$$W_{RT} = W_{RT1} + W_{RT2} \doteq 5{,}21\ \mu J$$

Nyní již také můžeme vypočitat požadované činné výkony:

$\underline{P_1}$ dodávaný zdrojem $\underline{U_1}$:

$$P_1 = \frac{W_{1T}}{T} \doteq 0{,}369\ W$$

$\underline{P_2}$ spotřebovávaný zdrojem $\underline{U_2}$:

$$P_2 = \frac{W_{2T}}{T} \doteq 0{,}249\ W$$

$\underline{P_R}$ spotřebovávaný rezistorem $\underline{R}$:

$$P_R = \frac{W_{RT}}{T} \doteq 0{,}12\ W$$

$\underline{P_L}$ „spotřebovávaný" induktorem $\underline{L}$:

$$P_L = \frac{W_{LT}}{T} = 0\ W$$

výkon. bilance: $\underline{P_1 = P_R + P_L + P_2}$

η účinnost

Př. 11.18: (pokračování)

h)*

$$\underline{\underline{\Delta Q_2}} = \int_0^T i_2(t)\cdot dt = \int_0^{\Delta t_1} i_L(t)\cdot dt \doteq \underline{\underline{3\,\mu C}}$$

(výpočet doby Δt pro nabití akumulátoru U_2 na 100% viz též Př. 2.6)

$$\underline{\underline{\Delta t}} = \frac{Q_{aku}}{\Delta Q_2} T \doteq \underline{41\,628\ s} \doteq \underline{694\ min} \doteq \underline{\underline{11,56\ hod}}$$

$(Q_{aku} = 2880\ C)$

Pro zajímavost můžeme také spočítat náboj ΔQ_1 „odebraný" během jedné periody z akumulátoru U_1 (nebylo v zadání):

$$\underline{\Delta Q_1} = \int_0^T i_1(t)\cdot dt = \int_{\Delta t_1}^T i_L(t)\cdot dt \doteq \underline{1,33\,\mu C}$$

Pozn.: pro výpočet „přenesených" nábojů ΔQ_1 a ΔQ_2 zde je také možno s výhodou využít definici elektrického napětí (práce potřebná pro přenesení jednotkového náboje)

$$u = \frac{dA}{dq}$$

Vzhledem k tomu, že se zde náboj přenáší přes časově neproměnný potenciálový rozdíl (stejnosměrná napětí U_1 nebo U_2), je možno derivaci nahradit podílem přírůstků (ΔA i ΔQ uvažujeme za dobu jedné periody T).

$$U = \frac{\Delta A}{\Delta Q} \Rightarrow \Delta Q = \frac{\Delta A}{U}.$$

$$\Delta Q_2 = \frac{\Delta A_2}{U_2} = \frac{W_{2T}}{U_2} = \frac{10,79\cdot 10^{-6}}{3,6} \doteq 3\,\mu C$$

$$\Delta Q_1 = \frac{\Delta A_1}{U_1} = \frac{W_{1T}}{U_1} = \frac{16\cdot 10^{-6}}{12} \doteq 1,33\,\mu C$$

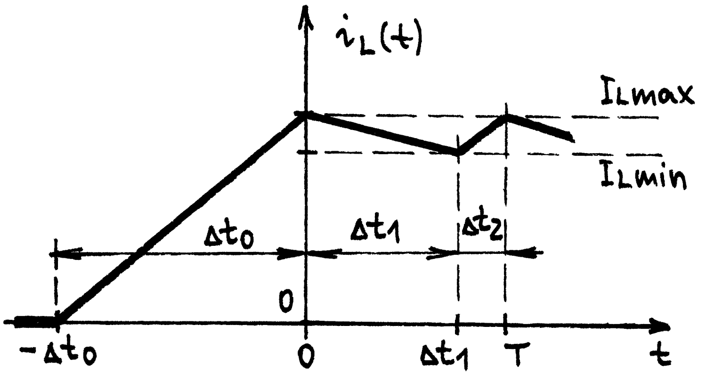
i)*

$$\underline{\underline{I = \frac{1}{T}\int_0^T i_2(t)\cdot dt = \frac{\Delta Q_2}{T} = \frac{Q_{aku}}{\Delta t} \doteq 69,2\ mA}} = I_{2ss}$$

Jedná se o tzv. „stejnosměrnou složku proudu $i_2(t)$ (střední hodnota za periodu). Ss složku lze pro zajímavost vypočítat také pro proud $i_1(t)$.

$$\underline{I_{1ss}} = \frac{1}{T}\int_0^T i_1(t)\cdot dt = \frac{\Delta Q_1}{T} \doteq \underline{30,8\ mA}$$

Př. 11.18: (doplnění výpočtů dle 11.18 f)* a g)* pro příklad Př. 2.6)



$I_{Lmax} = 0{,}11\,A$

$I_{Lmin} = 0{,}09\,A$

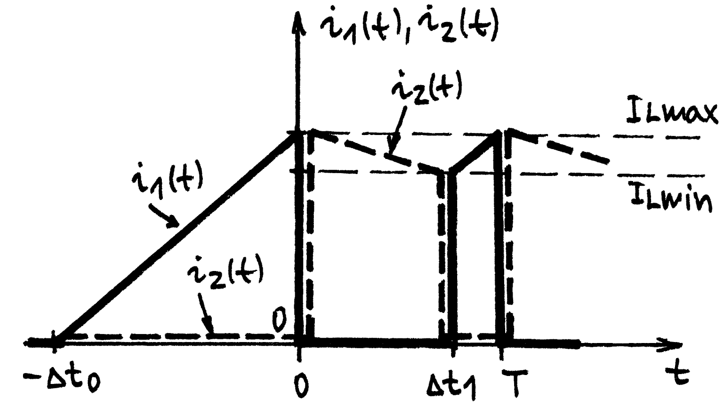
$\Delta t_0 = 66\,\mu s$

$\Delta t_1 = 40\,\mu s$

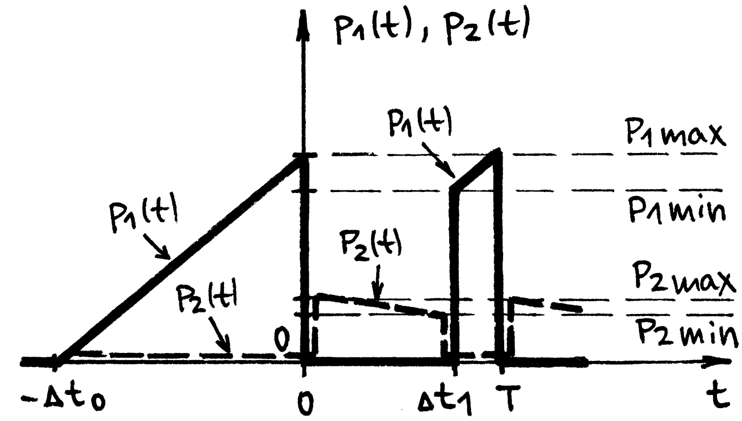
$\Delta t_2 = 12\,\mu s$

$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 52\,\mu s$

$f = 1/T \doteq 19{,}23\ kHz$



(hrany průběhu i_2 mají být pochopitelně „v zákrytu" s hranami i_1)



Vyjádření průběhů veličin pro jednotlivé časové úseky:

$t \in \langle -\Delta t_0 ; 0 \rangle \Rightarrow$

$i_L(t) = i_1(t) = 1666{,}\overline{6} \cdot t + 0{,}11\ [A]$

$p_1(t) = U_1 \cdot i_1(t) = 2 \cdot 10^4 \cdot t + 1{,}32\ [W]$

$i_2(t) = 0\,A$; $p_2(t) = 0\,W$; $p_L(t) = p_1(t)$

$t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle \Rightarrow$

$i_L(t) = i_2(t) = -500 \cdot t + 0{,}11\ [A]$

$p_2(t) = U_2 \cdot i_2(t) = -1800 \cdot t + 0{,}396\ [W]$

$i_1(t) = 0\,A$; $p_1(t) = 0\,W$; $p_L(t) = -p_2(t)$

$t \in \langle \Delta t_1 ; T \rangle \Rightarrow$

$i_L(t) = i_1(t) = 1666{,}\overline{6} \cdot t + 0{,}02\overline{3}\ [A]$

$p_1(t) = U_1 \cdot i_1(t) = 2 \cdot 10^4 \cdot t + 0{,}28\ [W]$

$i_2(t) = 0\,A$; $p_2(t) = 0\,W$; $p_L(t) = p_1(t)$

Pozn.: výkon „spotřebovávaný" induktorem je možno opět vypočítat např. z výkonové bilance: $p_1(t) = p_L(t) + p_2(t) \Rightarrow p_L(t) = p_1(t) - p_2(t)$

$p_L(0-) = p_L(T-) = p_1(0-) - p_2(0-) = p_1(0-) = P_{1max} = U_1 \cdot I_{Lmax} = 1{,}32\,W$

$p_L(0+) = p_L(T+) = p_1(0+) - p_2(0+) = -p_2(0+) = -P_{2max} = -U_2 \cdot I_{Lmax} = -0{,}396\,W$

$p_L(\Delta t_1-) = p_1(\Delta t_1-) - p_2(\Delta t_1-) = -p_2(\Delta t_1-) = -P_{2min} = -U_2 \cdot I_{Lmin} = -0{,}324\,W$

$p_L(\Delta t_1+) = p_1(\Delta t_1+) - p_2(\Delta t_1+) = p_1(\Delta t_1+) = P_{1min} = U_1 \cdot I_{Lmin} = 1{,}08\,W$

$t \in \langle -\Delta t_0, 0 \rangle \cup \langle \Delta t_1, T \rangle \cup \ldots \Rightarrow p_L(t) > 0$ … induktor akumuluje energii …

$t \in \langle 0 ; \Delta t_1 \rangle \cup \langle T ; T + \Delta t_1 \rangle \cup \ldots \Rightarrow p_L(t) < 0$ … —〃— „odevzdává" energii …

Př. 11.18: (doplnění k Př. 2.6 – pokračování)

Výpočet činných výkonů P_1, P_2 a „toků" energie W_{1T}, W_{2T}, W_{LT} během jedné periody ustálené funkce nabíječe (počítáno z 1. periody, tedy pro $t \in \langle 0; T \rangle$).

Pozn.: vzhledem k jednoduchým tvarům časových průběhů okamžitých výkonů $p_1(t)$, $p_2(t)$ je možné hodnoty určitých integrálů počítat „geometricky" z plochy pod křivkou průběhu (průběhy jsou lichoběžníkové).

$$\underline{\underline{W_{1T}}} = \int_0^T p_1(t)\,dt = \int_{\Delta t_1}^{T} (2 \cdot 10^4 \cdot t + 0{,}28)\,dt = \frac{P_{1min} + P_{1max}}{2} \Delta t_2 = \underline{\underline{14{,}4\,\mu J}}$$

$$\underline{\underline{W_{2T}}} = \int_0^T p_2(t)\,dt = \int_0^{\Delta t_1} (-1800 \cdot t + 0{,}396)\,dt = \frac{P_{2min} + P_{2max}}{2} \Delta t_1 = \underline{\underline{14{,}4\,\mu J}}$$

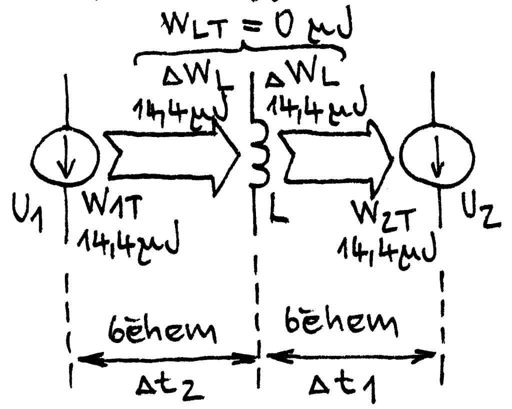
Energie „naakumulovaná" v induktoru v průběhu periody T:

$$\underline{\underline{W_{LT}}} = \int_0^T p_L(t)\,dt = W_L(T) - W_L(0) = 0\,J\ ! \quad (\text{viz } g)^*)$$

(Induktor si „půjčí" a zase „vrátí" energii $\underline{\Delta W_L = W_L(0) - W_L(\Delta t_1) =}$ $\underline{= 14{,}4\,\mu J}$)

Energetická bilance za periodu: $\underline{W_{1T} = W_{LT} + W_{2T}}$

„Toky" energie lze v tomto případě vyjádřit obrázkem:



Nyní vypočítáme činné výkony:

$$\underline{\underline{P_1}} = \frac{W_{1T}}{T} \doteq \underline{\underline{0{,}277\,W}}$$

$$\underline{\underline{P_2}} = \frac{W_{2T}}{T} \doteq \underline{\underline{0{,}277\,W}} = P_1$$

$$\underline{\underline{P_L}} = \frac{W_{LT}}{T} = \underline{\underline{0\,W}}$$

výkonová bilance:

$$\underline{P_1 = P_L + P_2}$$

účinnost:

$$\underline{\underline{\eta}} = \frac{P_2}{P_1} = 1$$

náboj „dodaný" do U_2 za periodu:

$$\underline{\underline{\Delta Q_2}} = \int_0^T i_2(t)\,dt = \int_0^{\Delta t_1} i_L(t)\,dt = \frac{W_{2T}}{U_2} = \underline{\underline{4\,\mu C}}$$

náboj „odebraný" z U_1 za periodu:

$$\underline{\underline{\Delta Q_1}} = \int_0^T i_1(t)\,dt = \int_{\Delta t_1}^{T} i_L(t)\,dt = \frac{W_{1T}}{U_1} = \underline{\underline{1{,}2\,\mu C}}$$

Př. 11.19:

1) $t<0$: (spínač S rozepnut)

$i_L(t) = U/R = 0{,}5\,A$; $u_L(t) = 0\,V$; $u_R(t) = U = 15\,V$; (obvod v SUS)

$i_L(0) = U/R = 0{,}5\,A$; $u_L(0_-) = 0\,V$; $u_R(0_-) = U = 15\,V$

2) $t \in \langle 0; t_0)$: (spínač S sepnut)

$u_L(t) = U = 15\,V$; $u_R(t) = 0\,V$

$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t u_L(\tau)\,d\tau + i_L(0) = 25 \cdot t + 0{,}5\ [A]$

$i_L(t_0 = 0{,}1\,s) = 3\,A$; $u_L(t_0-) = 15\,V$; $u_R(t_0-) = 0\,V$

3) $t \geqq t_0$: (spínač S rozepnut)

$i_L(t) = 2{,}5 \cdot e^{-50(t-t_0)} + 0{,}5\ [A]$

$u_L(t) = -75 \cdot e^{-50(t-t_0)}\ [V]$; $u_R(t) = 75 \cdot e^{-50(t-t_0)} + 15\ [V]$

Př. 11.20:

1) $t<0$: (spínač S sepnut)

$u_C(t) = R \cdot I = 20\,V$; $i_C(t) = 0\,A$; $i_R(t) = I = 2\,mA$; (obvod v SUS)

$u_C(0) = R \cdot I = 20\,V$; $i_C(0_-) = 0\,A$; $i_R(0_-) = I = 2\,mA$

2) $t \in \langle 0; t_0)$: (spínač S rozepnut)

$i_C(t) = I = 2\,mA$; $i_R(t) = 0\,A$

$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(\tau)\,d\tau + u_C(0) = 2 \cdot 10^3 \cdot t + 20\ [V]$

$u_C(t_0 = 0{,}1\,s) = 220\,V$; $i_C(t_0-) = 2\,mA$; $i_R(t_0-) = 0\,A$

3) $t \geqq t_0$: (spínač S rozepnut)

$u_C(t) = 200 \cdot e^{-100(t-t_0)} + 20\ [V]$

$i_C(t) = -20 \cdot e^{-100(t-t_0)}\ [mA]$; $i_R(t) = 20 \cdot e^{-100(t-t_0)} + 2\ [mA]$