

## **Elektrostatické pole**

**Coulombův zákon - síla působící mezi dvěma elektrickými bodovými náboji**

## **Definice intenzity elektrického pole**

**Siločáry elektrického pole**

**Intenzita elektrického pole buzená bodovým elektrickým nábojem**

**Siločáry elektrického pole kladného a záporného bodového náboje**

**Intenzita elektrického pole bodového náboje jako vektorová funkce ve sférické soustavě**

**Gaussova věta elektrostatiky**

**Platnost Gaussovy věty pro elektrický náboj libovolně rozmístěný v objemu, který je obklopen uzavřenou plochou obecného tvaru**

**Tok vektorové veličiny plochou, tok vektorové veličiny uzavřenou plochou**

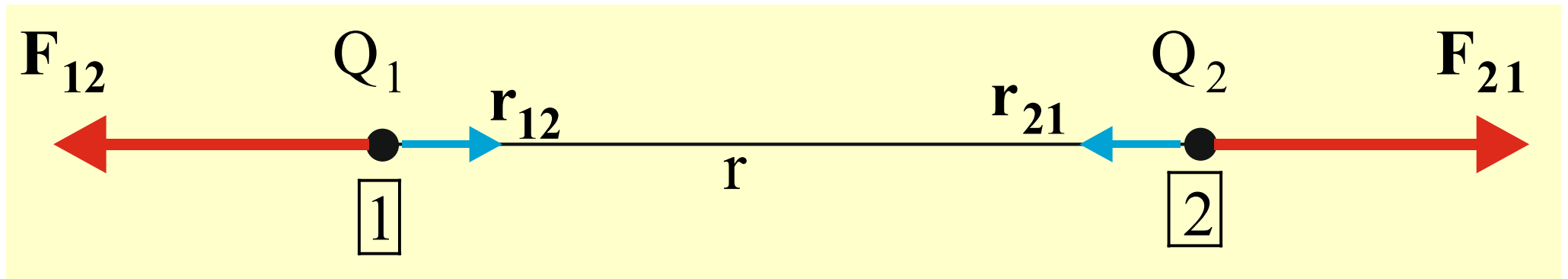
**Pojem prostorového úhlu**

# Elektrostatické pole

Časově neproměnné elektrické pole buzené nepohybujícími se volnými náboji se nazývá elektrostatické. Elektrostatické pole se vytvoří například mezi dvěma vodivými elektrodami, mezi které je přivedeno stejnosměrné napětí. Část elektronů se natrvalo přemístí z jedné elektrody na druhou. Jedna elektroda se bude jevit jako kladně nabitá, druhá záporně nabitá.

## Elektrická síla působící na dva bodové náboje

### Coulombův zákon



$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{r}_{21}$$

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{r}_{12}$$

$$|\mathbf{F}_{12}| = |\mathbf{F}_{21}|$$

## Definice intenzity elektrického pole

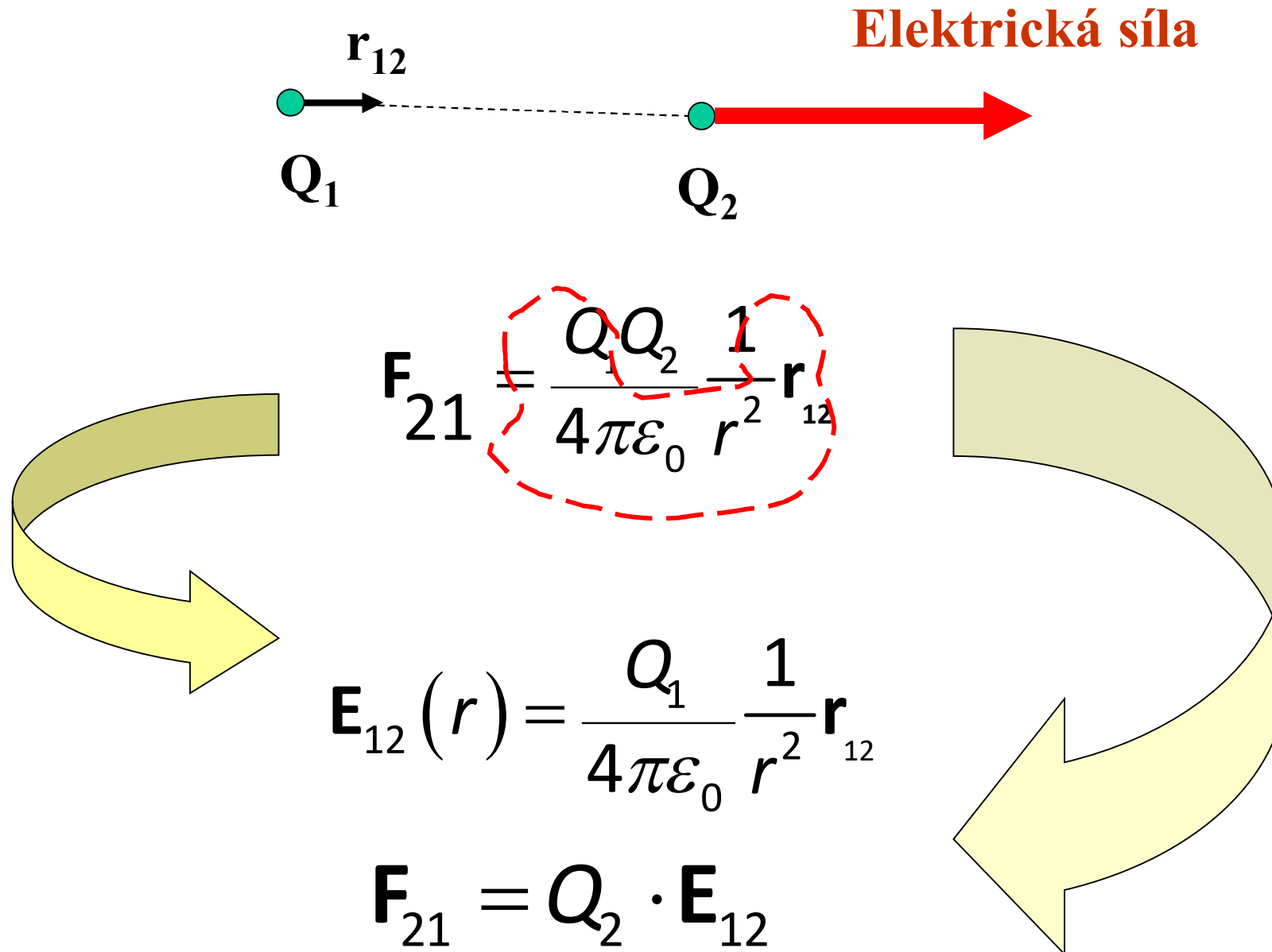
$$\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E}$$

$$\mathbf{F}\{Q = 1\} = (Q = 1) \cdot \mathbf{E} = \mathbf{E}$$

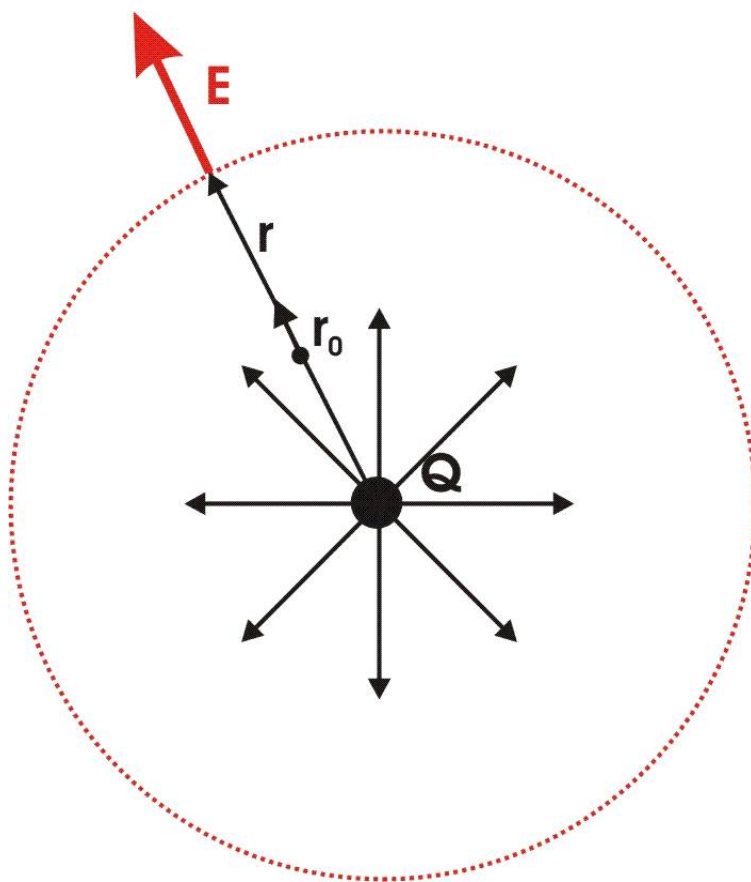
Vektor  $\mathbf{E}$  [ V/m ]:

- směr je dán směrem síly, která by působila na jednotkový bodový náboj
- velikost je číselně rovna velikosti síly působící na jednotkový bodový náboj

# Intenzita elektrického pole bodového náboje



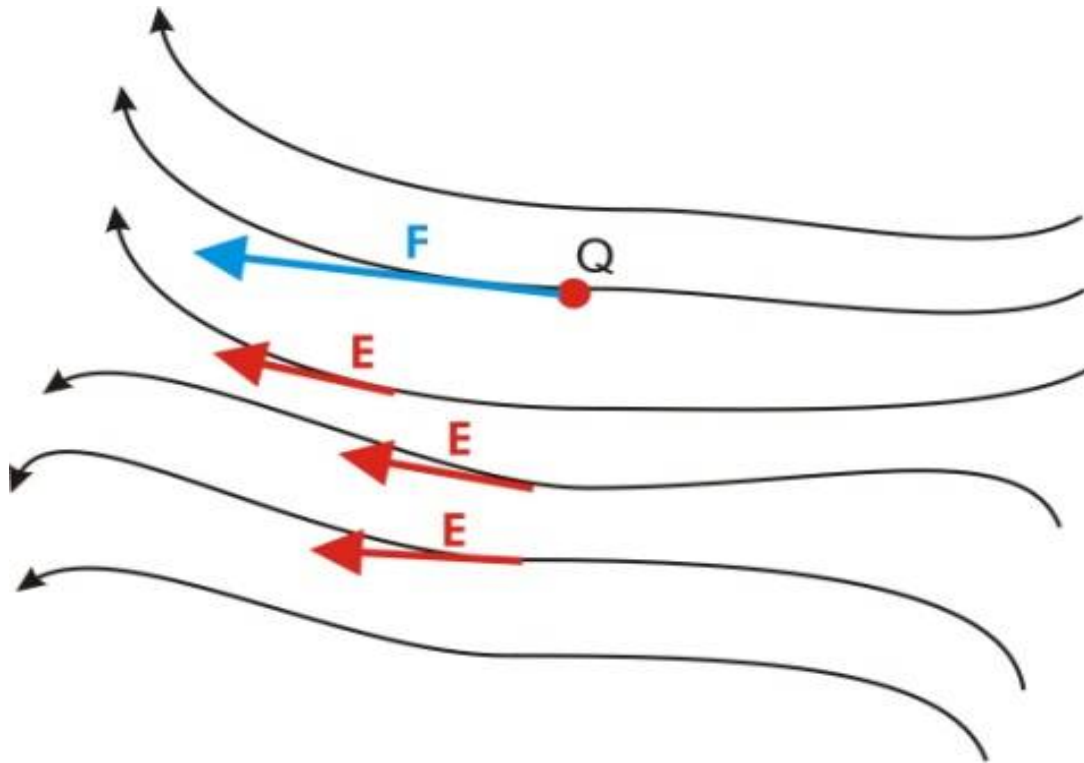
# Intenzita elektrického pole bodového náboje



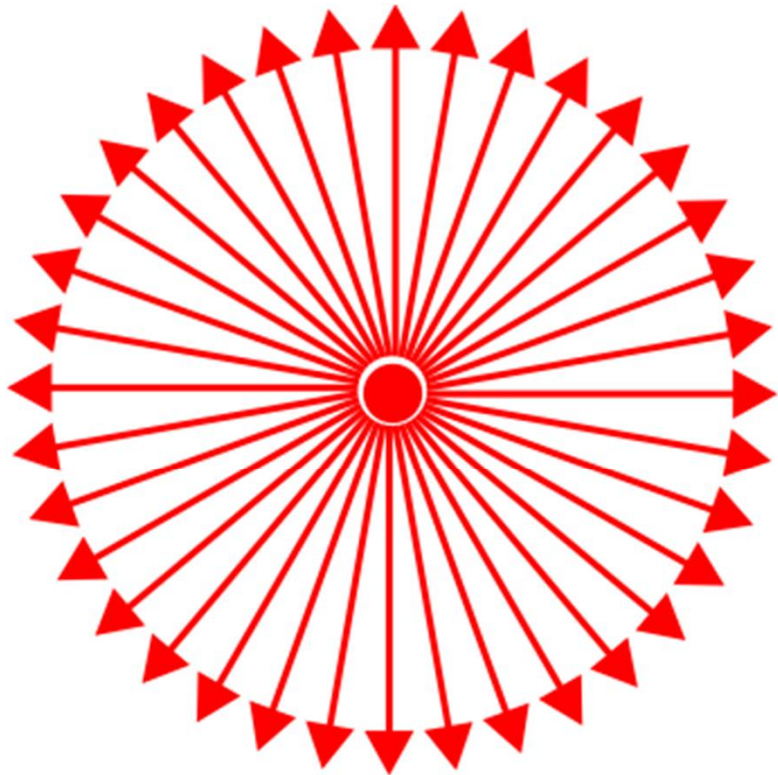
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \mathbf{r}_0$$

# Siločáry elektrického pole

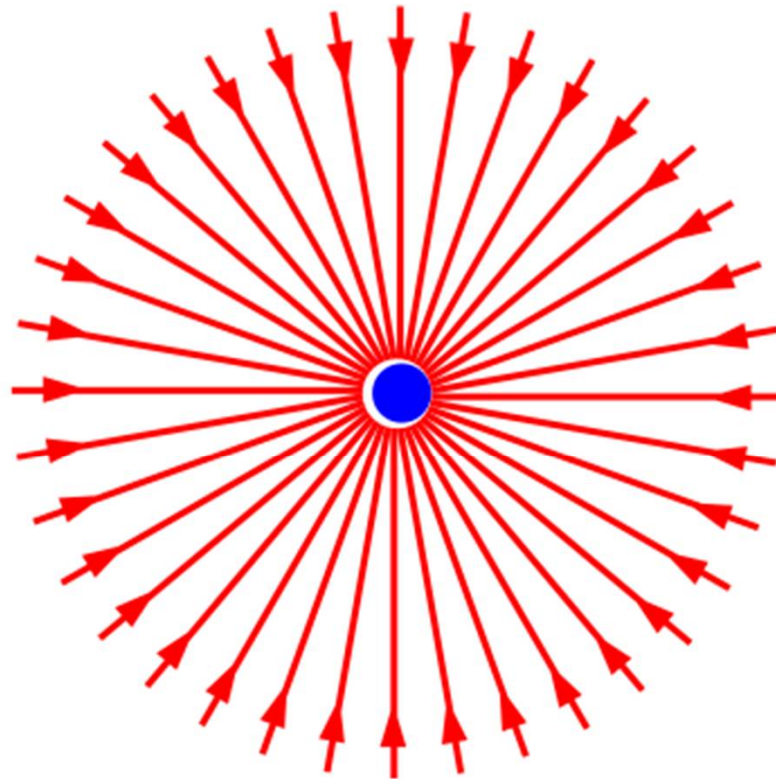
Směr působící intenzity elektrického pole je graficky znázorněn tzv. **siločárami**. Vektor intenzity elektrického pole je v každém místě k siločáře tečný. Siločára tedy ukazuje dráhu, po které by se v elektrickém poli pohyboval v daném směru libovolně veliký bodový kladný náboj.



# Siločáry elektrického pole kladného a záporného bodového náboje



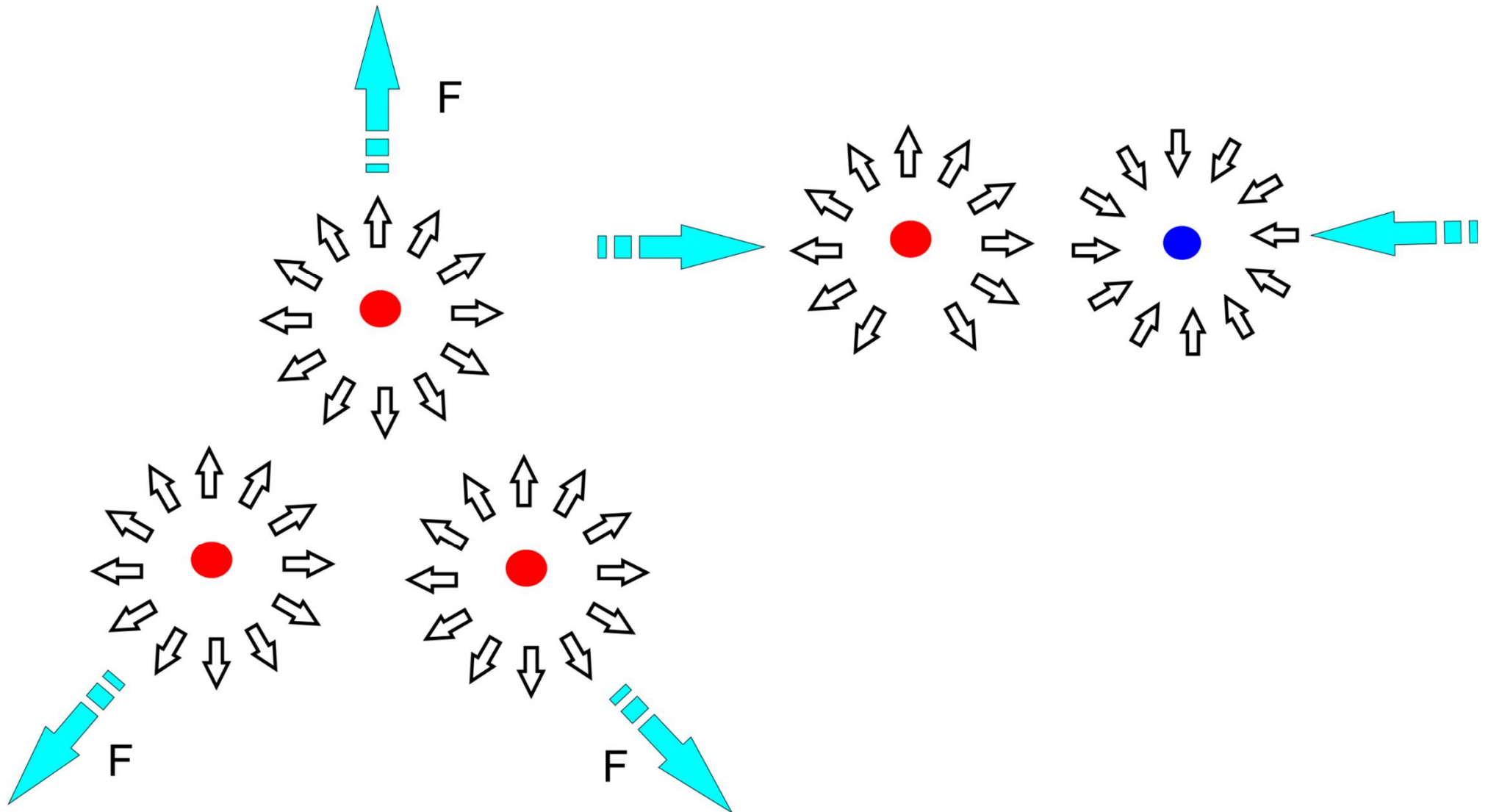
$+Q$



$-Q$

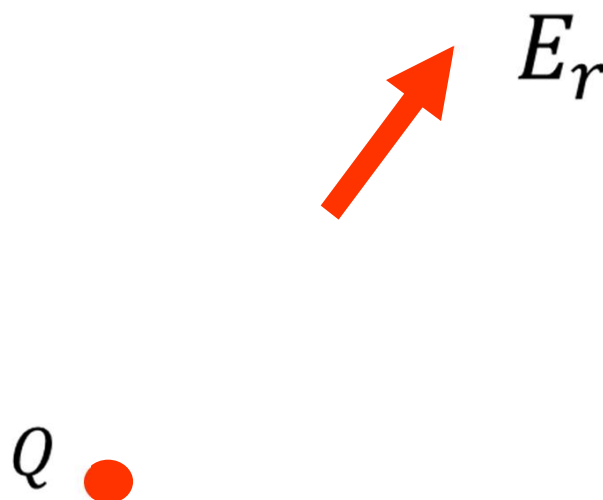


**Elektrické pole pomyslně vytéká z kladných nábojů –  
zřídla a vstupuje do záporných -nory**

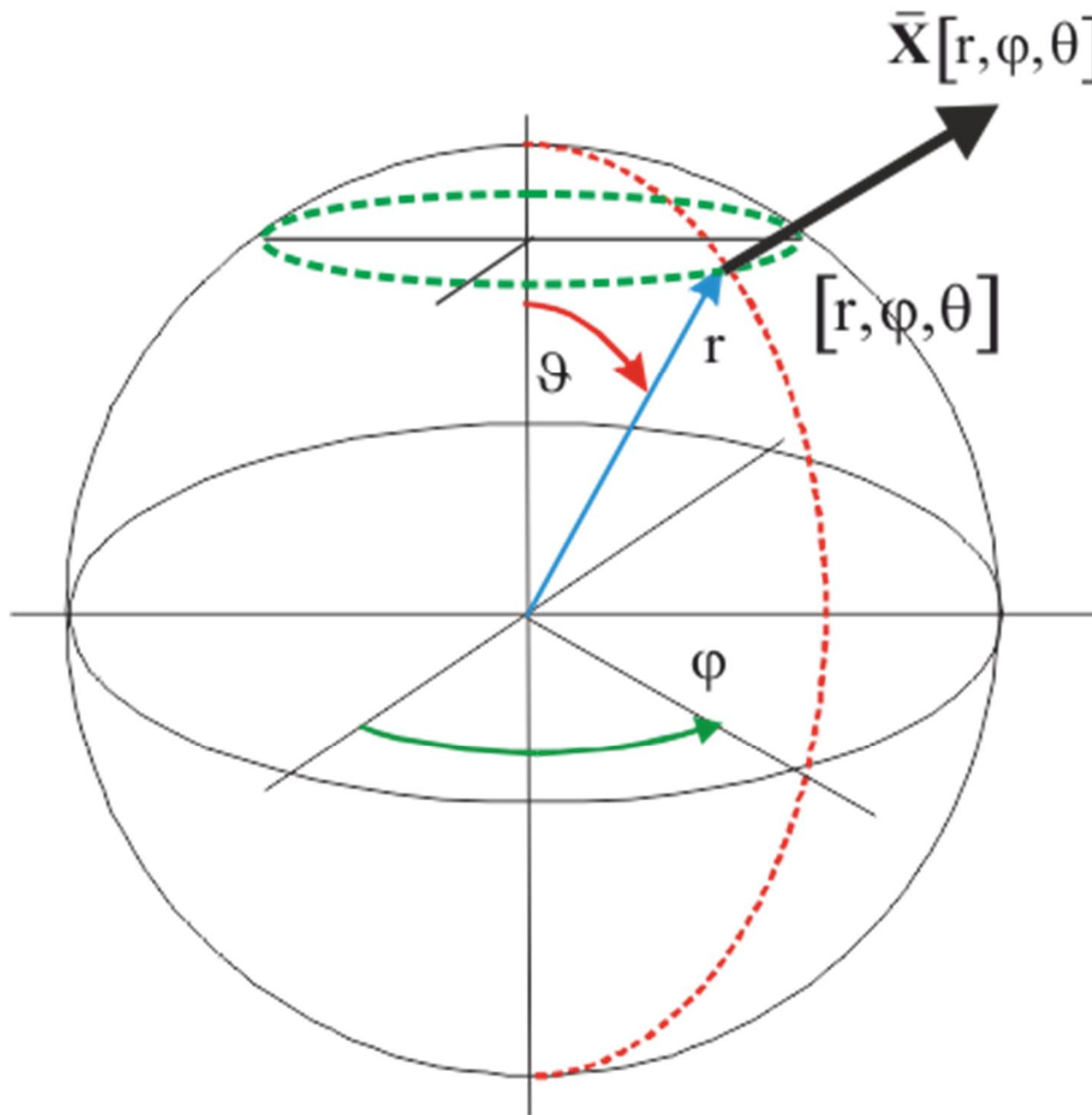


# Bodový náboj ve sférické soustavě

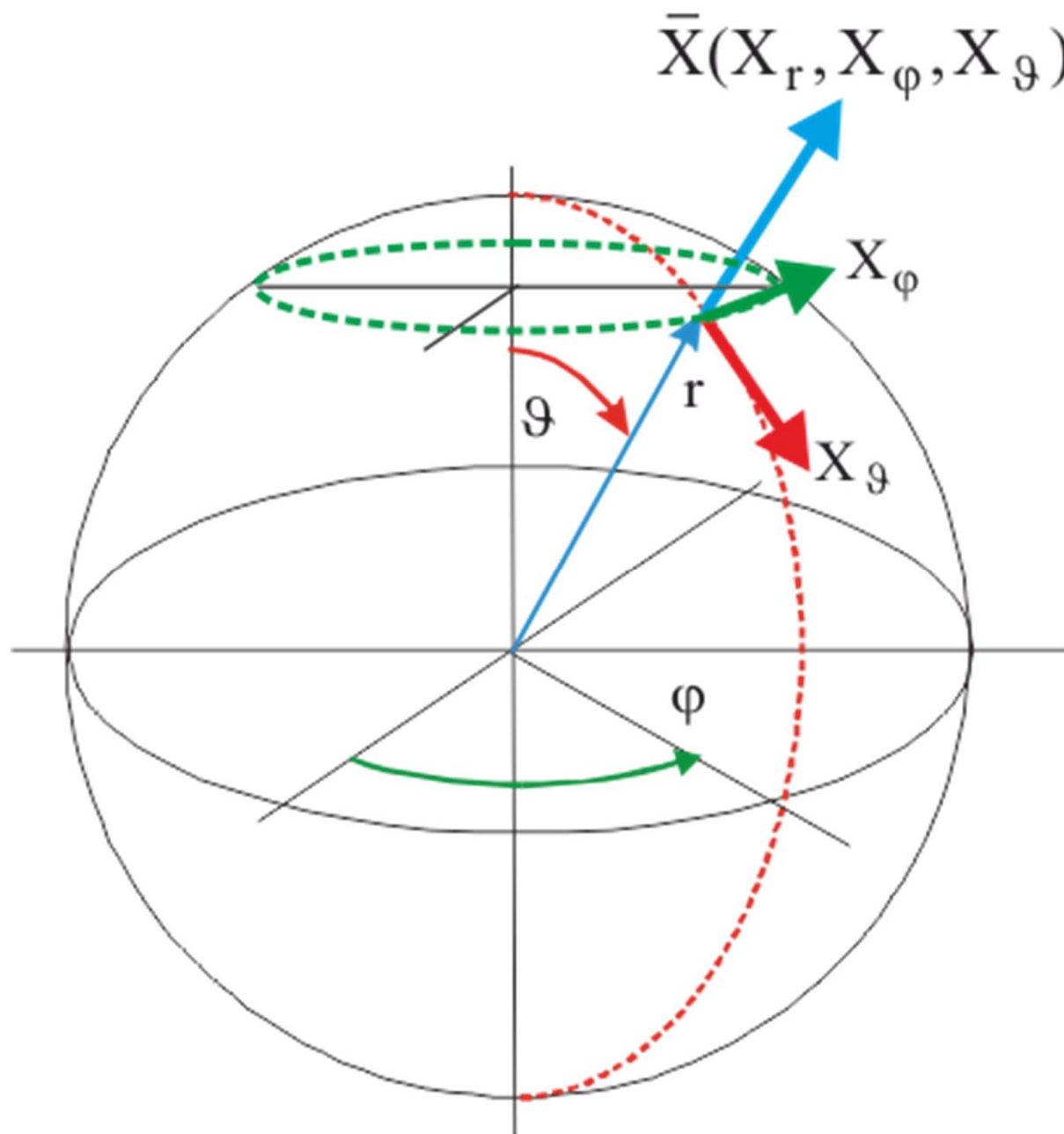
Z matematického pohledu představuje vztah pro intenzitu elektrického pole bodového náboje vektorovou funkci popsanou ve sférické soustavě souřadnic s počátkem v místě tohoto náboje. V této soustavě má intenzita elektrického pole pouze radiální složku a ta je funkcí pouze poloměru vzdálenosti. Není funkcí úhlů ve sférické soustavě - kdekoliv na sférické ploše o poloměru  $r$  je intenzita elektrického pole co do velikosti konstantní a má pouze radiální směr. Ostatní složky vektoru jsou nulové.



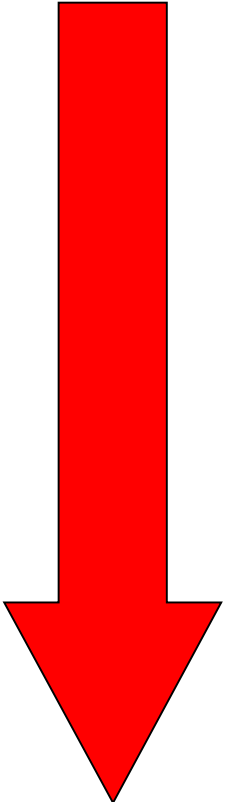
# Vektor ve sférické soustavě



# Složky vektoru ve sférické soustavě

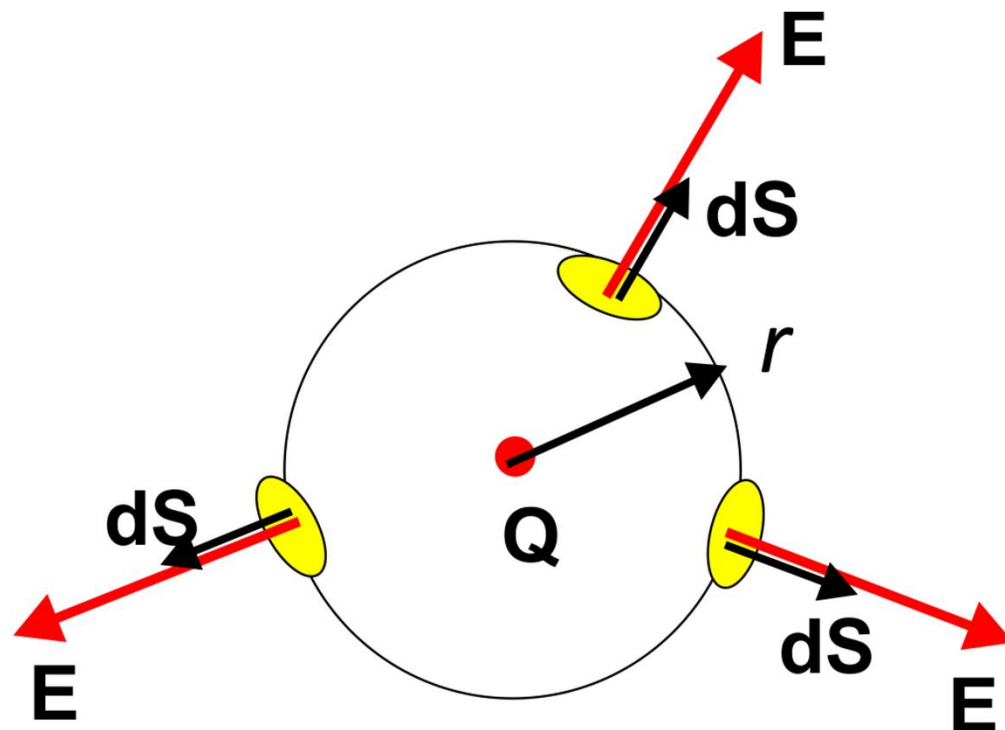


# Gaussova věta elektrostatiky – elektrický tok uzavřenou plochou


$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\iiint_V \rho \, dV}{\epsilon_0}$$

Vyjdeme-li z představy, že elektrické pole primárně vytéká z elektrických nábojů, potom zcela libovolnou uzavřenou plochou, uvnitř které jsou tyto náboje umístěny, musí prostoupit celé vytékající elektrické pole. Nezáleží na umístění nábojů v této ploše, pouze na jejich celkové velikosti.

Gaussova věta elektrostatiky platí pro bodový náboj umístěný uvnitř sférické plochy



$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = |\mathbf{E}| |d\mathbf{S}| \cos(0) = E dS$$

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_S E dS = E(r) \oiint_S dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

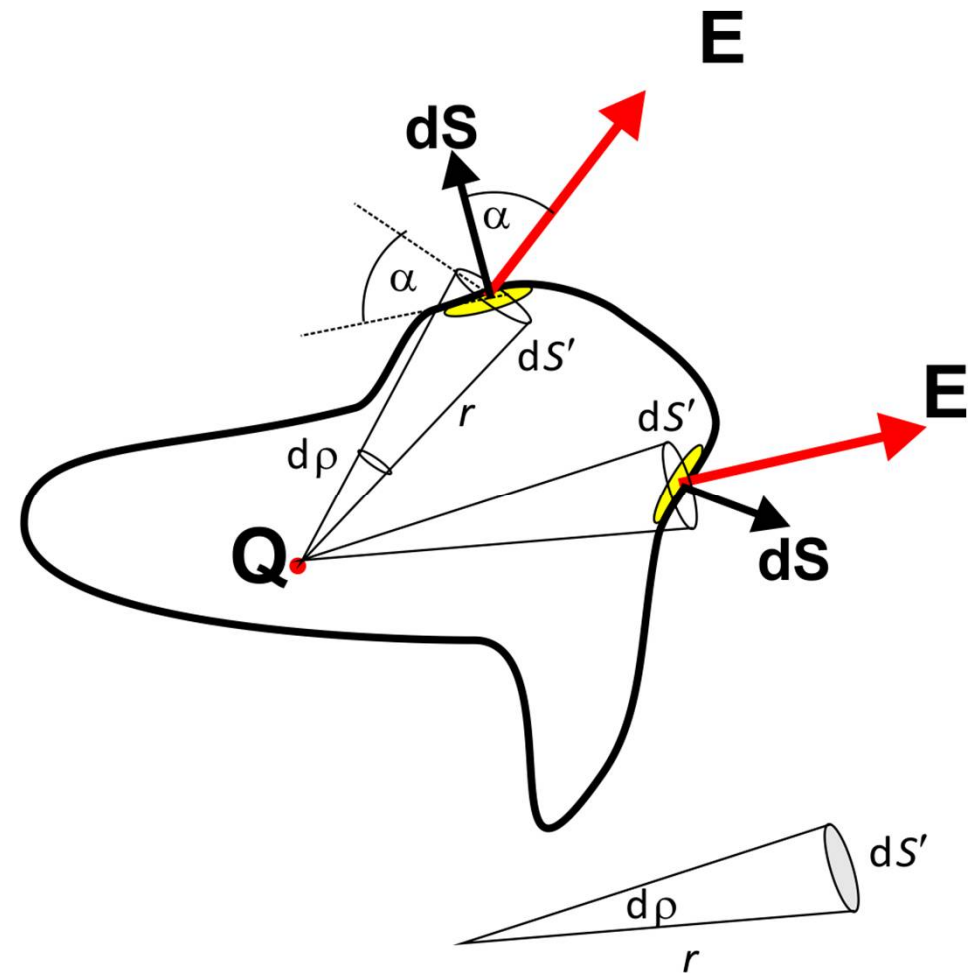
Gaussova věta elektrostatiky platí také pro bodový  
náboj umístěný uvnitř uzavřené plochy  
libovolného tvaru

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = |\mathbf{E}| |d\mathbf{S}| \cos(\alpha) = E(r) dS'$$

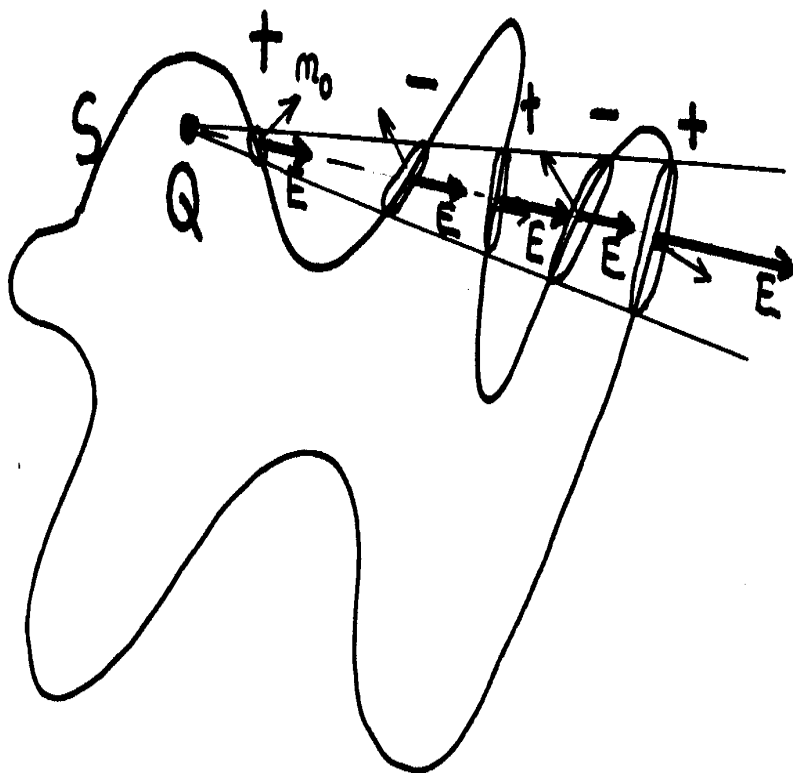
$$dS' = r^2 d\rho$$

$$E(r) dS' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} r^2 d\rho = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} d\rho$$

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^{4\pi} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} d\rho = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

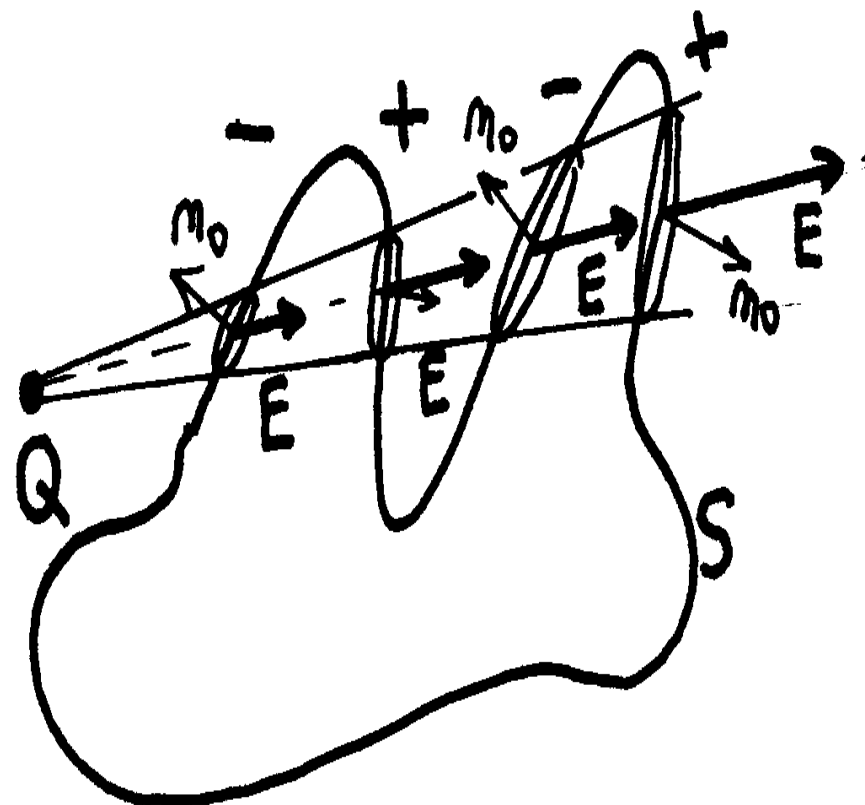


## Složitě členěná uzavřená plocha



$$\oiint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

## Náboj mimo uzavřenou plochu



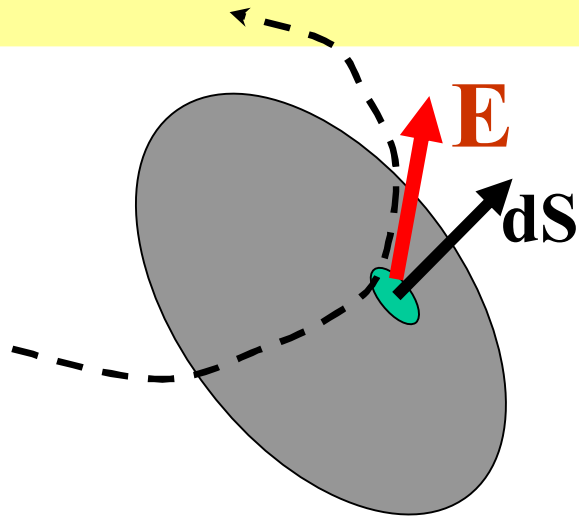
$$\oiint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{Q = 0}{\epsilon_0} = 0$$



Pro jednoduchou představu lze vytvořit model, ve kterém **elektrické pole pomyslně vytéká z nábojů**. Fyzikální skutečnost i matematické vztahy popisující jevy v elektrickém poli této představě skutečně odpovídají, elektrické pole však není tokem něčeho hmotného ani viditelného.

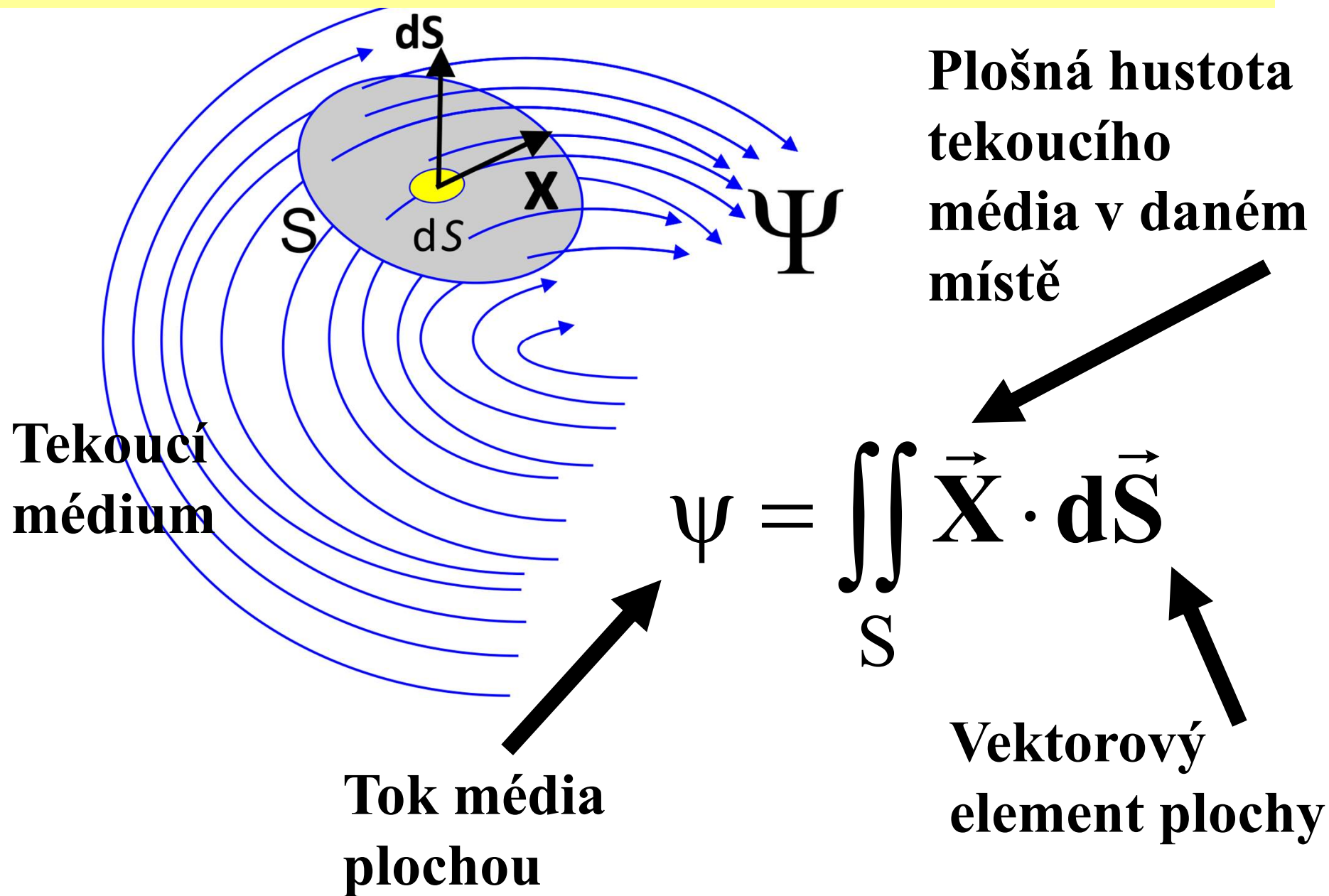
V tomto kontextu lze chápat intenzitu elektrického pole **E** jako vektorovou veličinu, jejíž směr v určitém místě souhlasí se směrem hypoteticky vytékajícího elektrického pole a velikost je dána plošnou hustotou vytékajícího pole v daném místě.

Potom pomyslně celkové elektrické pole, které „proteče“ libovolně natočenou plochou je dáno **tokem vektoru intenzity elektrického pole E**

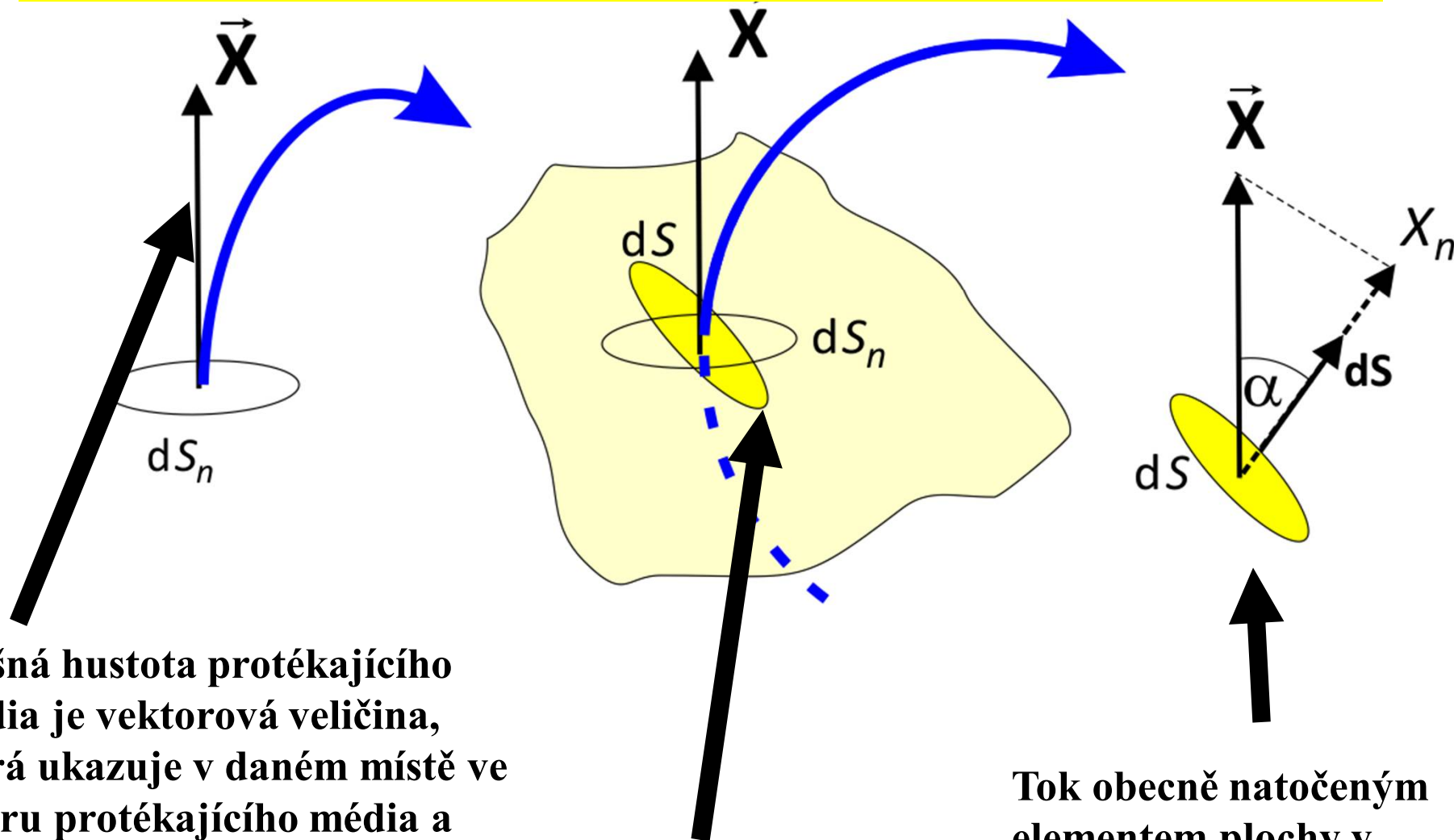


$$\Psi_E = \iint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

# Pojem toku vektorové veličiny plochou



# Tok elementární plochou, vektorová veličina plošné hustoty protékajícího média



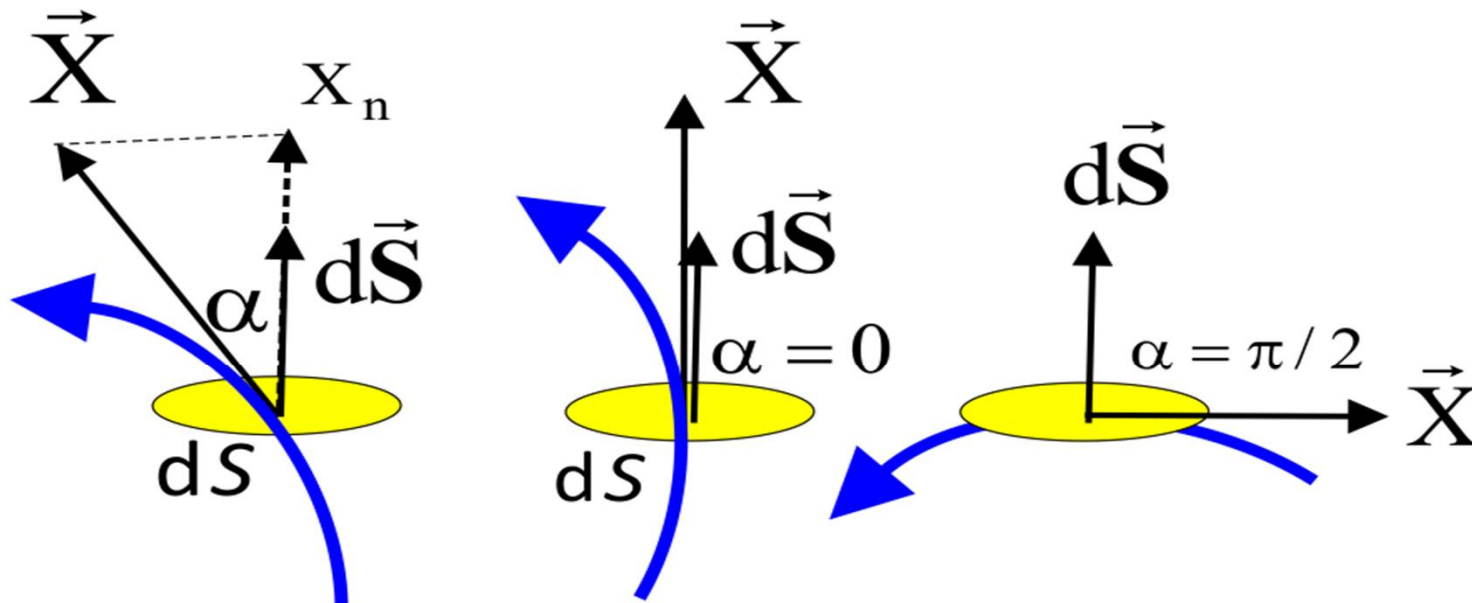
Plošná hustota protékajícího média je vektorová veličina, která ukazuje v daném místě ve směru protékajícího média a absolutní hodnotou udává množství média protékajícího kolmo natočenou jednotkovou plochou

Obecně natočený element plochy v daném místě

Tok obecně natočeným elementem plochy v daném místě

$$d\psi = \vec{X} \cdot d\vec{S}$$

# Tok elementární plochou, vektorový element plochy, význam skalárního součinu



a)

Medium  
prostupuje  
obecným směrem

$$\vec{X} \cdot d\vec{S} = |\vec{X}| |d\vec{S}| \cos(\alpha)$$

b)

Medium prostupuje  
kolmo

$$\vec{X} \cdot d\vec{S} = |\vec{X}| |d\vec{S}|$$

c)

Medium  
elementární  
plochu obtéká

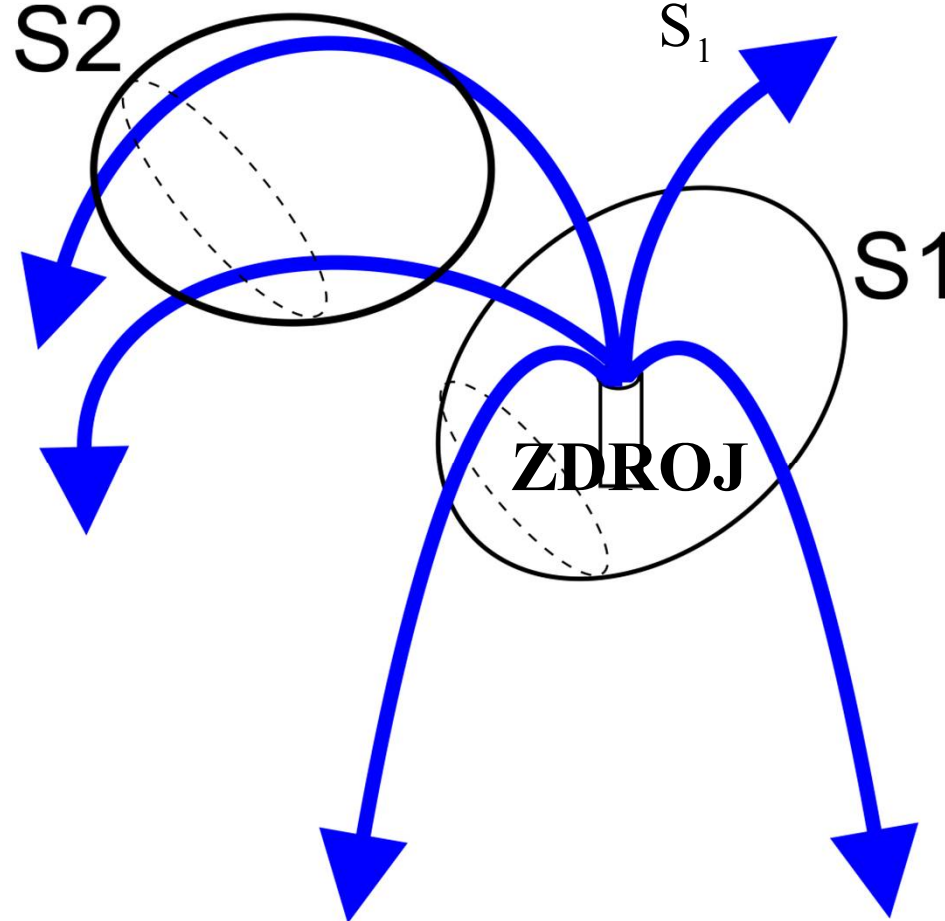
$$\vec{X} \cdot d\vec{S} = 0$$

# Pojem toku vektorové veličiny uzavřenou plochou

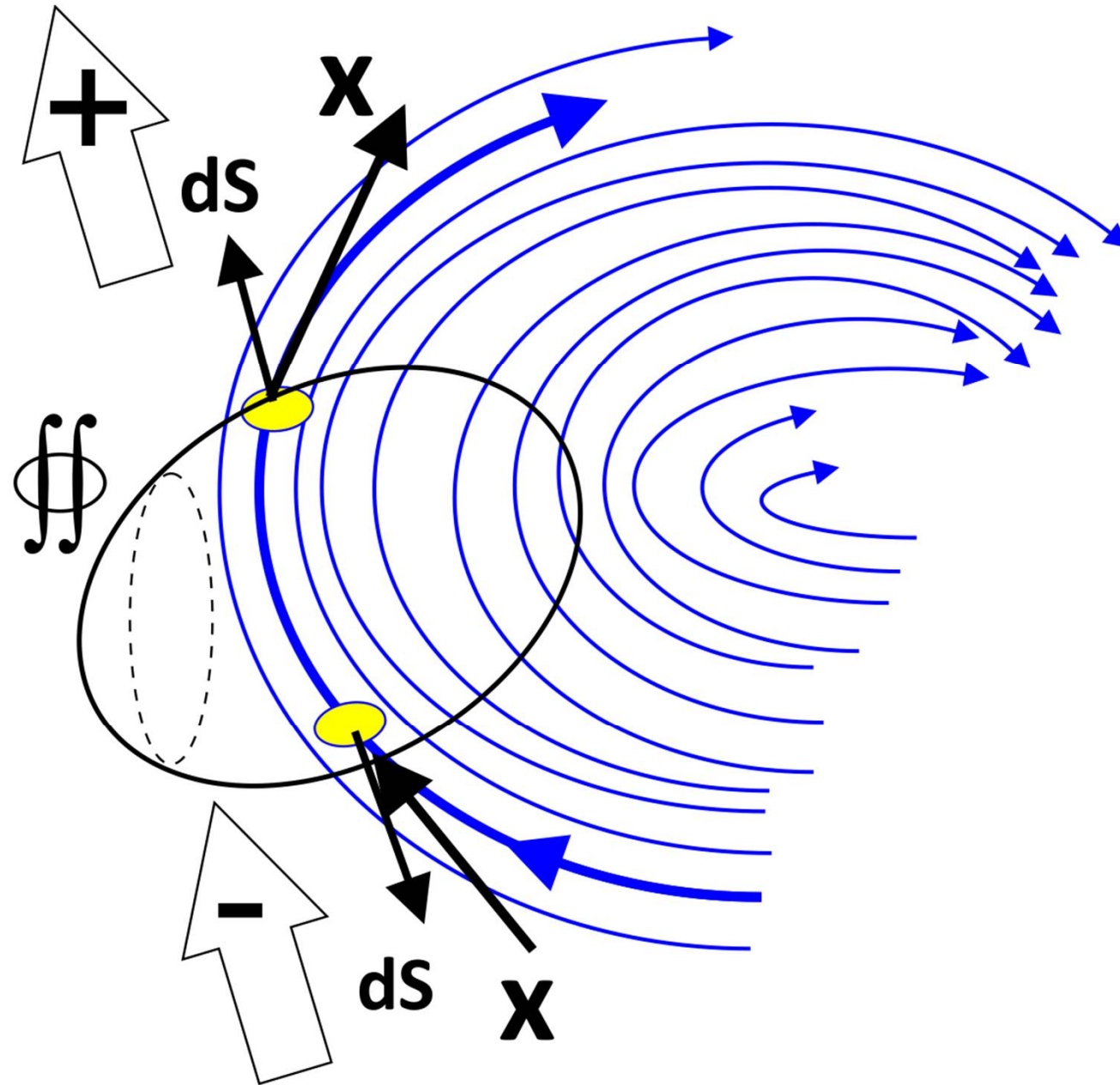
Zdroj vytékajícího média uvnitř a vně uzavřené plochy.

$$\oiint_{S_2} \mathbf{X} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oiint_{S_1} \mathbf{X} \cdot d\mathbf{S} = \text{ZDROJ}$$

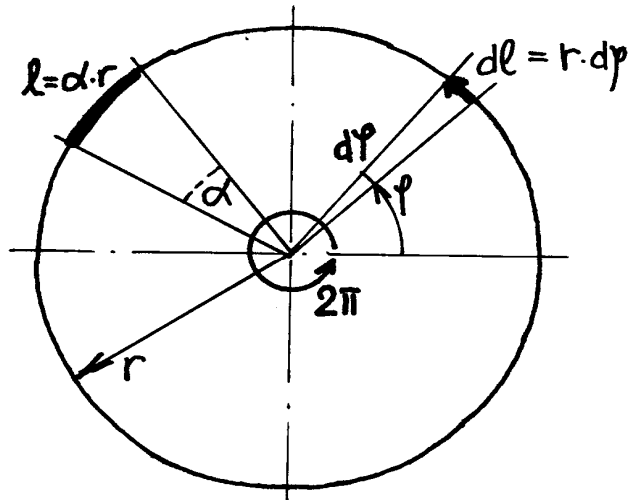


# Pojem toku vektorové veličiny uzavřenou plochou - zvolená orientace, smysly a znaménka



## Elementární kužel, pojem prostorového úhlu

Element obvodu vyjádřený pomocí středového úhlu

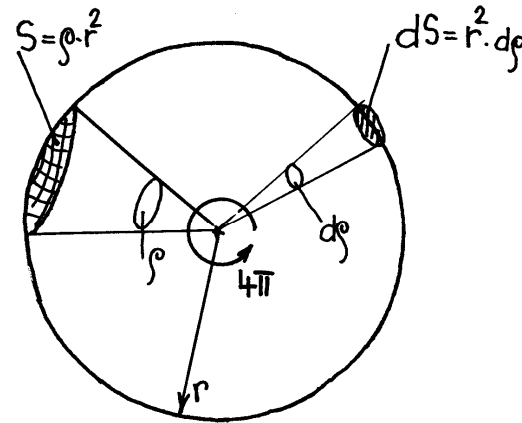


$$o = 2\pi r$$

$$o' = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = r \cdot \alpha$$

$$do = r \cdot d\alpha$$

Element plochy vyjádřený pomocí středového prostorového úhlu



$$S = 4\pi r^2$$

$$S' = 4\pi r^2 \cdot \frac{\rho}{4\pi} = \rho \cdot r^2$$

$$dS = r^2 \cdot d\rho$$