Cvičení 3 – Komplexní analýza 2024/2025 Dobrovolná domácí cvičení

Úloha 1. Nalezněte všechny funkce $v(x,y) \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ takové, že funkce f(z) = u(x,y) + iv(x,y) je celistvá, kde funkce u(x,y) je definována jako

$$u(x,y) = x^4 + y^4 - 6x^2y^2 + 3y, (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Dále určete v(x,y) tak, aby navíc platilo f(2+i) = -4 + 5i. Nakonec spočtěte f'(1-i).

Úloha 2. Určete velikost a v jakém leží kvadrantu komplexní číslo

$$z = -3ie^{-2 + \frac{98}{45}\pi i}.$$

 $Nakonec\ ur\check{c}ete\ tak\'e\ {\rm arg}\ z\ a\ {\rm ln}\ z.$

Úloha 3. Nalezněte všechna řešení rovnice

$$e^{2iz} = -\frac{i}{e^{iz+1}}.$$