

# **Digitální technika (B2B32DITA)**

## **2. cvičení – 2. října 2024**

# Hlavní témata

- Číselné soustavy, převody mezi soustavami
- Booleova algebra a její zákony
- Logické funkce
- Vyjadřování logických funkcí
  - pravdivostní tabulkou
  - zkráceným seznamem stavových indexů
  - algebraickým výrazem
  - mapou
  - tělesem

# Booleova algebra

Obsahuje:

- dva prvky: log. 0 a log. 1
- definované operace:
  - disjunkce (log. sčítání):  $\vee$  +
  - konjunkce (log. násobení):  $\wedge$  ·
  - negace:  $\bar{a}$
- pravidla a zákony pro úpravu a zjednodušování výrazů

# Některé zákony Booleovy algebry

	<i>Součtová forma</i>	<i>Součinová forma</i>
Axiomy	$0 + 0 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$
	$0 + 1 = 1 + 0 = 1$	$1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
	$1 + 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$
Zákon komutativní	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Zákon asociativní	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Zákon distributivní	$(a \cdot b) + (a \cdot c) = a \cdot (b + c)$	$(a + b) \cdot (a + c) = a + (b \cdot c)$
Zákon idempotence	$a + a = a$	$a \cdot a = a$
Zákon vyloučeného třetího	$a + \bar{a} = 1$	$a \cdot \bar{a} = 0$
Zákon agresivních hodnot	$a + 1 = 1$	$a \cdot 0 = 0$
Zákon neutrálních hodnot	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Zákon absorpce	$a + a \cdot b = a$	$a \cdot (a + b) = a$
Zákon absorpce negace	$a + \bar{a} \cdot b = a + b$	$a \cdot (\bar{a} + b) = a \cdot b$
Zákon dvojí negace	$\bar{\bar{a}} = a$	
Zákony deMorganovy	$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$

## Logické funkce

- Logická proměnná (proměnná, může nabývat konečného počtu hodnot, např. dvou)
- Logická funkce (přiřazení hodnot **závisle** proměnné ke kombinacím hodnot **nezávisle** proměnných)
- pro  $n$  NP existuje:
  - $2^n$  kombinací ZP
  - $2^{2^n}$  funkcí

## Příklady

- Funkce jedné proměnné
  - počet kombinací ZP
  - počet funkcí

a	$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

## Příklady

- Funkce dvou proměnných
  - počet kombinací ZP
  - počet funkcí
- Funkce tří a čtyř proměnných
  - dtto

# Funkce dvou proměnných

$a$	$b$	$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

- $f_{10}, f_{12}$  – negace ( $b, a$ )
- $f_3, f_5$  – identita ( $a, b$ )
- $f_1$  – log. součin
- $f_7$  – log. součet
- $f_{14}$  – NAND (Shafferova fce)
- $f_8$  – NOR (Piercova)
- $f_6$  – XOR (neekv.)
- $f_9$  – ekvivalence



# Vyjadřování logických funkcí

## Pravdivostní tabulka – úplná

stavový index

N	b	a	f
0	0	0	X
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

na hodnotě  
nezáleží

## Pravdivostní tabulka – neúplná

N	b	a	f
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

## Příklad

Ukažte pomocí tabulky, že platí:

1. platí zákon absorpce negace
2. de Morganova pravidla

N	b	a									
0	0	0									
1	0	1									
2	1	0									
3	1	1									

# Vyjadřování logických funkcí

## Zkrácený seznam stavových indexů

- seznam stavových indexů, pro něž nabývá funkce hodnoty 1
- $f = (0), 1, 2$

# Vyjadřování logických funkcí

Algebraický zápis

**a) Úplná normální disjunktivní forma (ÚNDF) – součtová**

- součet součinů
- tolik součinů, kolik má funkce jednotkových (podstatných) bodů
- $f_D = 1 \cdot \bar{a}\bar{b} + 1 \cdot a\bar{b} + 1 \cdot \bar{a}b + 0 \cdot ab$
- $f_D = \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} + \bar{a}b$

## Vyjadřování logických funkcí

### b) Úplná normální konjunktivní forma (ÚNKF) – součinnová

- součin součtů
- tolik součtů, kolik má funkce nulových bodů
- $f_K = (0 + \overline{a}\overline{b}) \cdot (1 + \overline{a}\overline{b}) \cdot (1 + \overline{a}\overline{b}) \cdot (0 + \overline{a}\overline{b})$
- $f_K = (0 + \overline{a}\overline{b}) \cdot (0 + \overline{a}\overline{b}) = \overline{a}\overline{b} \cdot \overline{a}\overline{b}$
- $f_K = (a + b) \cdot (\overline{a} + \overline{b})$

## Otázka

Kdy je vhodné použít:

- součtovou formu a kdy
- součinnovou formu?

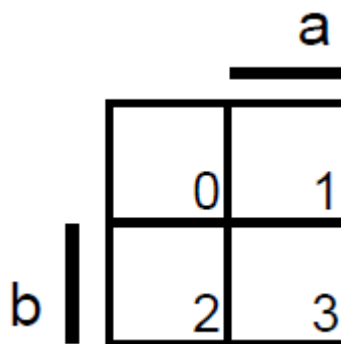
# Vyjadřování logických funkcí

## Karnaughovy mapy

- číslování políček pomocí Grayova kódu
- velikost odpovídá počtu proměnných

## Příklad – mapa pro dvě proměnné

- počet políček: 4



## Příklad

- Vyjádřete funkci pomocí KM

N	b	a	f
0	0	0	X
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

			a
			<hr/>
	X <sub>0</sub>	1 <sub>1</sub>	
b	1 <sub>2</sub>	0 <sub>3</sub>	



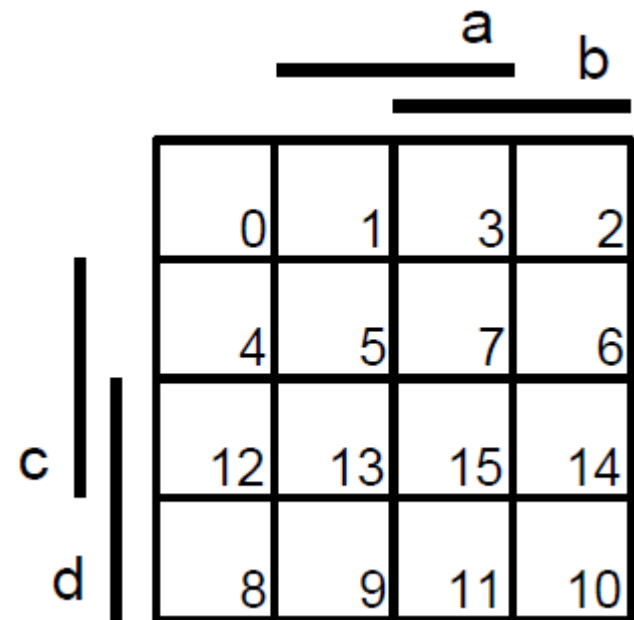
- první řádek (N): 0, 1, 3, 2
- druhý řádek (N): 1. řádek +4

$\begin{array}{c} \text{a} \\ \text{b} \end{array}$

	0	1	3	2
c	4	5	7	6

# Mapa pro čtyři proměnné

- 1. a 2. řádek (N): jako pro 3 proměnné
- 4. řádek (N): 2. řádek +4
- 3. řádek (N): 4. řádek +4

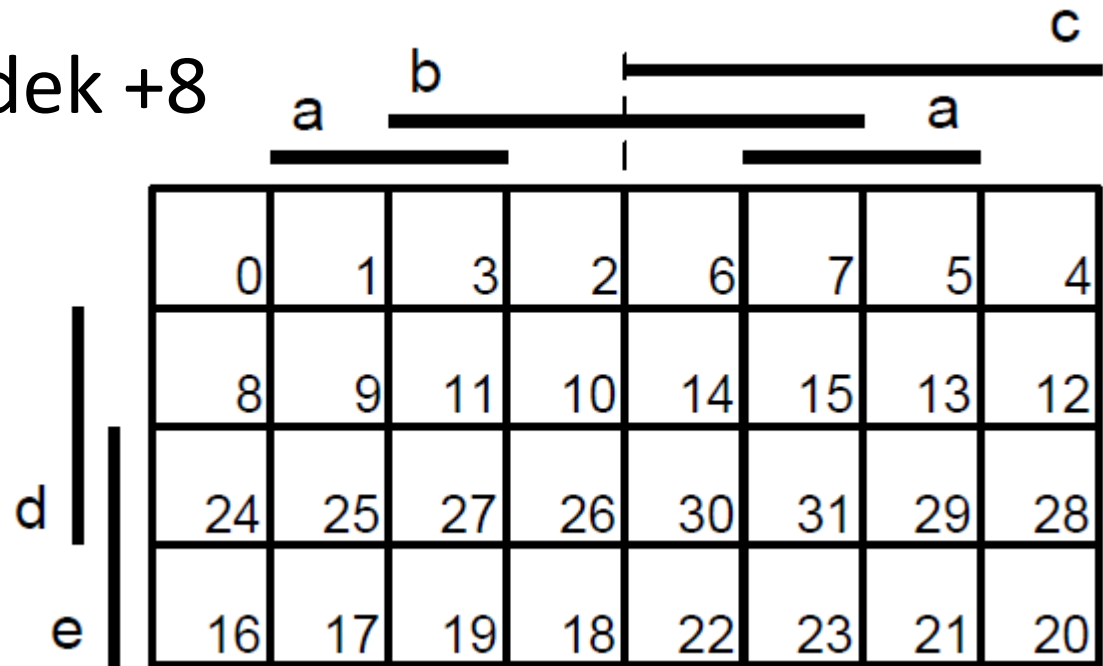


The diagram shows a 4-variable Karnaugh map. It consists of a 4x4 grid of cells. Above the grid, there are two horizontal bars labeled 'a' and 'b'. To the left of the grid, there are two vertical bars labeled 'c' and 'd'. The cells are numbered 0 through 15 in a specific order: 0, 1, 3, 2 in the first row; 4, 5, 7, 6 in the second row; 12, 13, 15, 14 in the third row; and 8, 9, 11, 10 in the fourth row.

	0	1	3	2
	4	5	7	6
	12	13	15	14
	8	9	11	10

## Mapa pro pět proměnných

- 1. řádek (N): 0, 1, 3, 2, zbytek zrcadlově +4
- 2. řádek (N): 1. řádek +8
- 4. řádek (N): 2. řádek +8
- 3. řádek (N): 4. řádek +8



The diagram shows a 4x8 grid of cells. Above the grid, there are labels 'a', 'b', and 'c' with horizontal lines indicating their spans. 'a' spans the first two columns, 'b' spans the next two columns, and 'c' spans the last four columns. To the left of the grid, there are labels 'd' and 'e' with vertical lines indicating their spans. 'd' spans the first two rows, and 'e' spans the last two rows. A vertical line is drawn between the fourth and fifth columns of the grid.

0	1	3	2	6	7	5	4
8	9	11	10	14	15	13	12
24	25	27	26	30	31	29	28
16	17	19	18	22	23	21	20

## Otázka

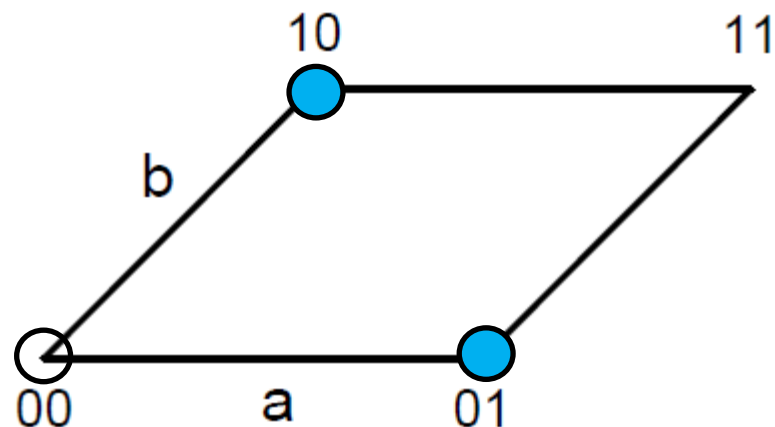
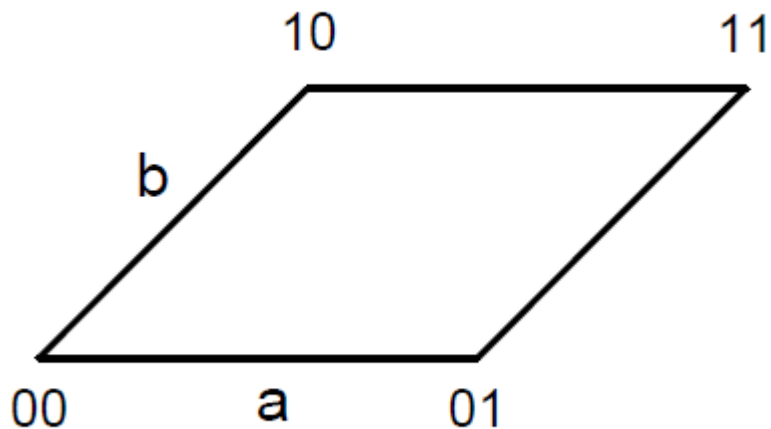
Máme Karnaughovu mapu pro 5 proměnných. Každé políčko má tedy 5 sousedních políček. V hodnotách kolika proměnných se liší sousední dvě políčka:

- a) nejméně a
- b) nejvíce?

# Vyjadřování logických funkcí

## Tělesa

- pro 2 proměnné
- vyjádření funkce  $f = (0), 1, 2$



# Vyjadřování logických funkcí

## Tělesa

- pro 3 a 4 proměnné (rovinný rozvoj)

