

# Elektrická měření

## 7. MĚŘENÍ ODPORU

**2024/2025**

**Jakub Svatoš**

# 7. MĚŘENÍ ODPORU

- **Etalony odporu**
- **Měření odporu V-metrem a A-metrem** – chyby metody - měření malých a velkých odporů - rušivé vlivy a jejich odstranění
- **Sériová srovnávací metoda** – přesnost, užití, rušivé vlivy
- **Převodník  $R \rightarrow U$**
- **Wheatstoneův můstek** – podmínka rovnováhy - nevyvážený Wheatstoneův můstek (napájení ze zdroje  $U$  a zdroje  $I$ , linearizace)
- **Odporové senzory** – potenciometrické snímače polohy, odporové teploměry, tenzometry)

# Etalony odporu

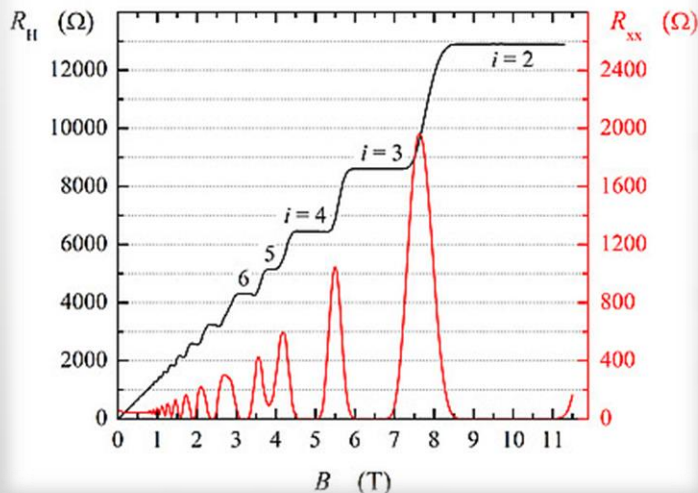
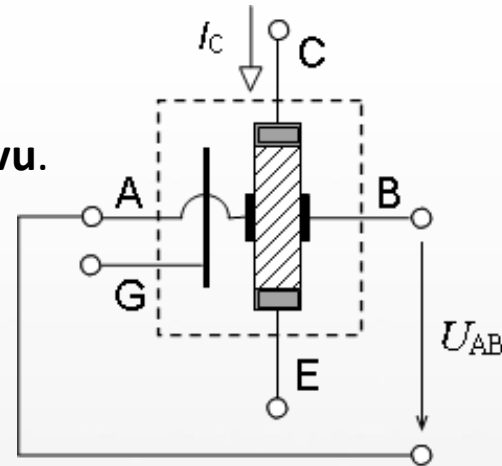
Definice jednotky el. odporu: na základě **kvantového Hallova jevu**.

Polovodičová struktura, teplota  $\rightarrow 0$  K; mg. pole  $B \approx 13$  T, pak

$$U_{CE} \rightarrow 0; \quad \frac{U_{AB}}{I_C} = R_H(k) = \frac{h}{e^2 k} = \frac{1}{k} 25812,809 \quad (\Omega)$$

kde:  $h$  je Planckova konstanta,  $e$  náboj elektronu,  $k$  celé číslo

Je potřeba **kryogenní technika** pro vlastní efekt i **supravodivý magnet** – zatím se nepodařilo příliš miniaturizovat...a je to drahé



## Sekundární etalony odporu

Slitiny kovů s nízkou teplotní závislostí a dobrou časovou stabilitou (např. manganin)

Odchylka od jmenovité hodnoty:  $10^{-3}$  až  $10^5 \Omega$  – 0,001 %, vně rozsahu větší

Pro měření stejnosměrným proudem:

$R \geq 1 \Omega$  - vinuté drátové rezistory

$R < 1 \Omega$  - tvarované pásky či plechy

Pro měření střídavým proudem (definována frekvenční závislost a časová konstanta):

*(více viz přednáška 8)*

$R \geq 1 \text{ k}\Omega$  - přeložená smyčka

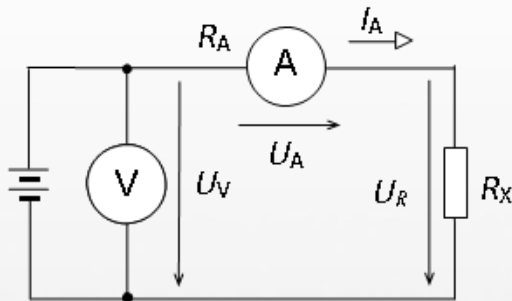
$R < 1 \text{ k}\Omega$  - koaxiální provedení



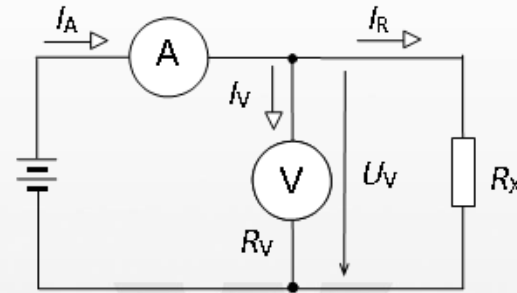
# Měření odporu

## Ohmovou metodou

a) velké  $R$ :



b) střední (a malé)  $R$ :



Ideální ampérmetr a voltmetr  $\rightarrow R_X = U_V / I_A$

a)  $R_A \neq 0 \rightarrow \Delta_M = R_A$

b)  $R_V < \infty \rightarrow \Delta_M = \frac{-R_X^2}{R_X + R_V}$

Není-li chyba metody zanedbatelná vůči nejistotě měření, je nutné ji korigovat:

$$R_X = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A$$

$$R_X = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - U_V / R_V}$$

## Standardní nejistota měření (po korekci chyby metody):

$$u_{R_X} = \sqrt{\left(\frac{1}{I_A} u_{U_V}\right)^2 + \left(-\frac{U_V}{I_A^2} u_{I_A}\right)^2}$$

*Poznámka:* vzhledem k velikosti korekčního členu vůči korigované hodnotě ( $R_A < R_X$ ;  $R_V > R_X$  – řádově) se nejistota korekčního členu obvykle neuvažuje.

Na tomto principu pracuje většina číslicových ohmmetrů s tím, že:

- a) u měření velkých odporů je zdroj a voltmetr nahrazen **zdrojem definovaného napětí**;
- b) u měření středních a malých odporů je zdroj a ampérmetr nahrazen **zdrojem definovaného proudu**.

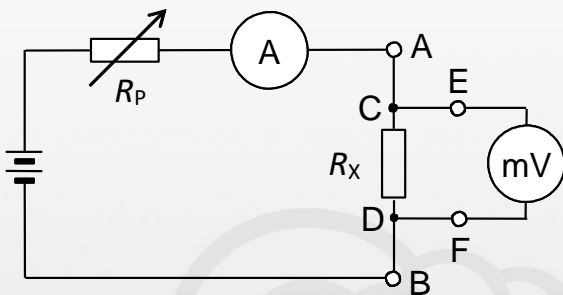


## Měření malých odporů

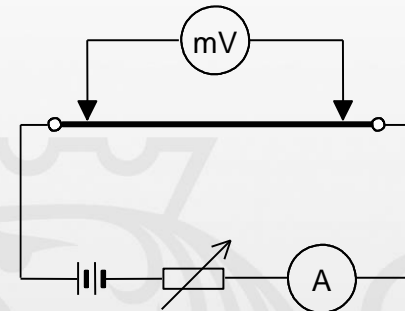
Velikost odporů přívodů a přechodových odporů je srovnatelná s nejistotou měření

(i odporový teploměr s odporem  $100\ \Omega$  je nutné považovat za „malý“, je-li připojen např. přes dlouhé vedení a polovodičový přepínač měřicích míst)

Eliminace odporů přívodů a přechodových odporů – čtyřsvorkové připojení:



Měření odporu vodiče:

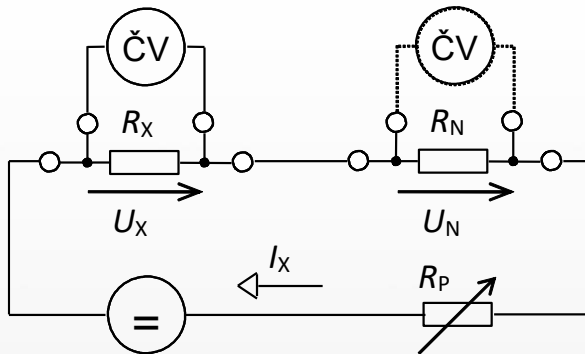


Další rušivé vlivy:

Malý odpor  $\rightarrow$  měření malých napětí  $\rightarrow$  termoel. napětí na kontaktech  $\rightarrow$  komutace proudu

$$\left. \begin{aligned} U_{mV1} &= I R_X + U_{t1} - U_{t2} \\ U_{mV2} &= -I R_X + U_{t1} - U_{t2} \end{aligned} \right\} \quad U_X = \frac{U_{mV1} - U_{mV2}}{2} = I R_X$$

## Měření malých odporů sériovou srovnávací metodou **PRO ILUSTRACI**



$$R_X = \frac{U_X}{U_N} R_N$$

Standardní nejistota měření:

$$u_{R_X(id)} = \sqrt{\left(\frac{U_X}{U_N} u_{R_N}\right)^2 + \left(\frac{R_N}{U_N} u_{U_X}\right)^2 + \left(\frac{-U_X R_N}{U_N^2} u_{U_N}\right)^2}$$

kde  $u_{U_X}$  popř.  $u_{U_N}$  je standardní nejistota měření napětí  $U_X$  popř.  $U_N$

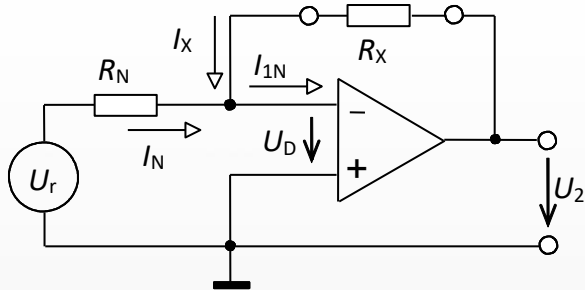
$$u_{R_N} = \Delta R_{N,max} / \sqrt{3} = \frac{\delta R_{N,max} / \sqrt{3}}{100} R_N$$

$\delta R_{N,max}$  - udávaná tolerance  $R_N$  v %

**Rušivé vlivy:** viz měření malých odporů



## Převodník $R \rightarrow U$ („střední“ odpory)



a) ideální OZ

$$I_N = -I_X$$

$$\frac{U_r}{R_N} = -\frac{U_2}{R_X}$$

$$\downarrow$$

$$R_X = -\frac{U_2}{U_r} R_N$$

Odhad nejistoty měření odporu  $R_X$

$$u_{R_X(\text{id})} = \sqrt{\left(-\frac{U_2}{U_r} u_{R_N}\right)^2 + \left(-\frac{R_N}{U_r} u_{U_2}\right)^2 + \left(\frac{U_2 R_N}{U_r^2} u_{U_r}\right)^2}$$

Kde  $u_{U_2}$  je standardní nejistota měření napětí  $U_2$

$$u_{R_N} = \Delta R_{N,\text{max}} / \sqrt{3} = \frac{\delta R_{N,\text{max}} / \sqrt{3}}{100} R_N$$

$\delta R_{N,\text{max}}$  - udávaná tolerance  $R_N$  v %

$$u_{U_r} = \Delta U_{r,\text{max}} / \sqrt{3} = \frac{\delta U_{r,\text{max}} / \sqrt{3}}{100} U_r$$

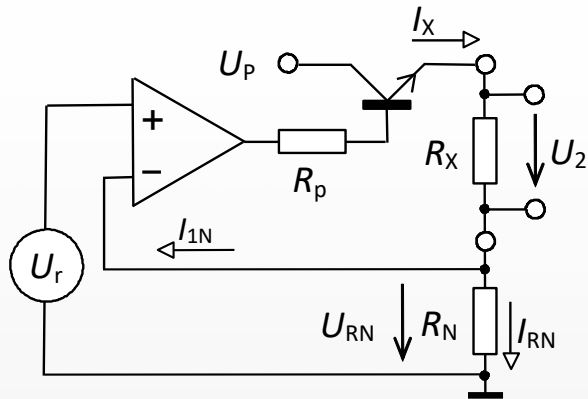
$\delta U_{r,\text{max}}$  - udávaná tolerance  $U_r$  v %

b) skutečný OZ ( $U_D$  je obvykle zanedbatelné vůči  $U_r$ )

$$R_X = -\frac{U_2}{U_r} R_N \pm I_{1N} \frac{R_N^2}{U_r^2} U_2$$

$$u_{R_X(\text{OZ})} = \sqrt{u_{R_X(\text{id})}^2 + \left(\frac{I_{1N}}{\sqrt{3}} \frac{R_N^2}{U_r^2} U_2\right)^2}$$

## Převodník $R \rightarrow U$ („malé“ odpory)



a) ideální OZ

$$U_r = U_{RN}$$

$$\frac{U_2}{R_X} = \frac{U_{RN}}{R_N}; \rightarrow R_X = \frac{U_2}{U_r} R_N$$

Odhad nejistoty měření odporu  $R_X$

$$u_{R_X} = \sqrt{\left(\frac{U_2}{U_r} u_{R_N}\right)^2 + \left(\frac{R_N}{U_r} u_{U_2}\right)^2 + \left(\frac{-U_2 R_N}{U_{RN}^2} u_{U_r}\right)^2}$$

Kde  $u_{U_2}$  je standardní nejistota měření napětí  $U_2$

$$u_{R_N} = \Delta R_{N,\max} / \sqrt{3} = \frac{\delta R_{N,\max} / \sqrt{3}}{100} R_N$$

$\delta R_{N,\max}$  - udávaná tolerance  $R_N$  v %

$$u_{U_r} = \Delta U_{r,\max} / \sqrt{3} = \frac{\delta U_{r,\max} / \sqrt{3}}{100} U_r$$

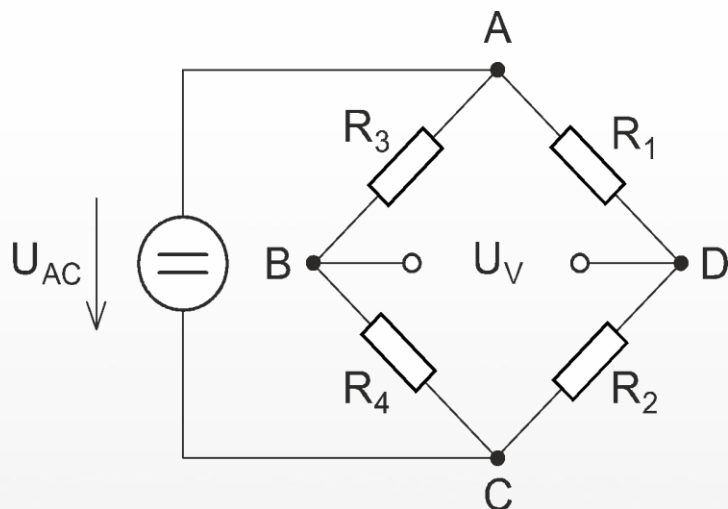
$\delta U_{r,\max}$  - udávaná tolerance  $U_r$  v %

b) skutečný OZ ( $I_{1N}$  je obvykle zanedbatelné vůči  $I_X$ )

$$R_X = \frac{U_2}{U_{RN}} R_N \mp U_{DO} \frac{U_2}{U_{RN}^2} R_N$$

$$u_{R_X(OZ)} = \sqrt{u_{R_X(id)}^2 + \left(\frac{U_{DO}}{\sqrt{3}} \frac{U_2}{U_{RN}^2} R_N\right)^2}$$

## Wheatstoneův můstek



$$U_{BD} = U_{AC} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

$R_1 R_4 = R_2 R_3 \rightarrow$  vyvážený můstek -  $U_{BD} = 0$

Rozvážený můstek - převodník  $\Delta R \rightarrow U$

$$R_1 = R_0 + \Delta R; \quad R_2 = R_3 = R_4 = R_0$$

*Napájení ze zdroje napětí:*

$$U_{BD} = U_{AC} \left( \frac{R_0 + \Delta R}{2R_0 + \Delta R} - \frac{R_0}{2R_0} \right)$$

$$U_{BD} = \frac{U_{AC}}{4R_0} \frac{\Delta R}{1 + \Delta R/2R_0}$$

*Napájení ze zdroje proudu:*

$$U_{AC} = I_Z \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_{BD} = \frac{I_Z}{4} \frac{\Delta R}{1 + \Delta R/4R_0}$$

V obou případech **nelineární závislost**, ale pro

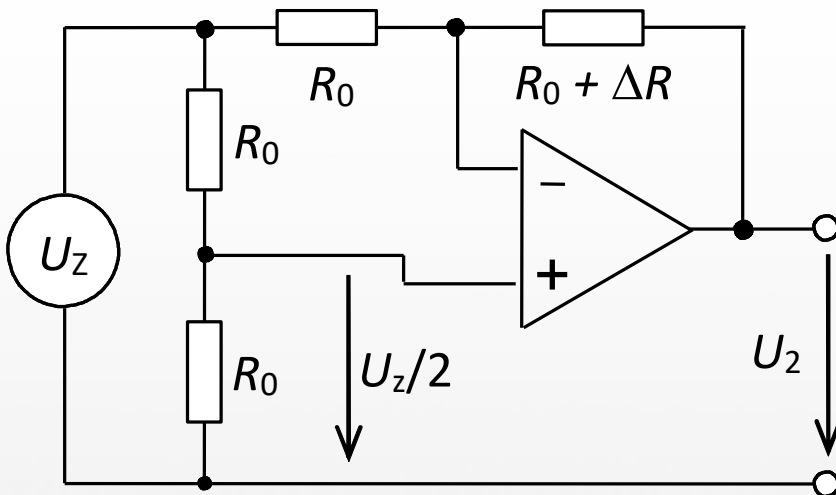
$$\Delta R \ll 2R_0$$

$$\Delta R \ll 4R_0$$

**lze nelinearitu zanedbat**

**(chyba ve skriptech v odvození vztahu při napájení ze zdroje proudu)**

**Převodník  $\Delta R \rightarrow U$  s OZ (tzv. linearizovaný Wheatstoneův můstek)**

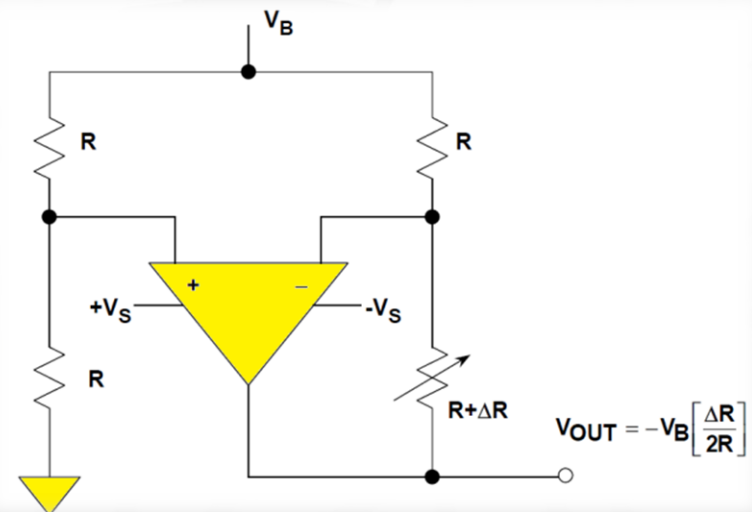


$$\frac{U_z/2}{R_0} = - \frac{U_2 - U_z/2}{R_0 + \Delta R}$$

↓

$$U_2 = -U_z \frac{\Delta R}{2R_0}$$

Jiný pohled na totéž zapojení – zapojení se označuje jako linearizovaný můstek.



zdroj: analog.com

# *Odporové senzory*

Odporové senzory polohy



Odporové teploměry

- lineární kovové (RTD) a polovodičové
- nelineární polovodičové (NTC termistory)

Odporové tenzometry

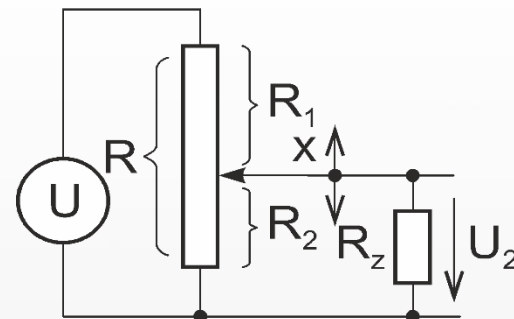
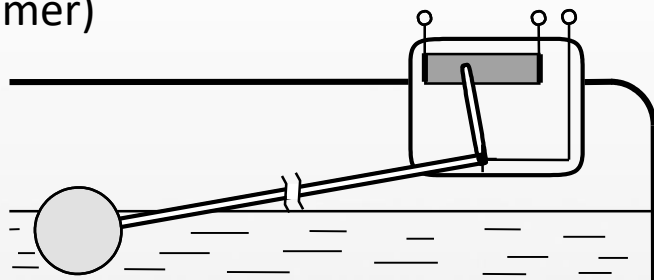
- kovové a polovodičové



# Potenciometrické snímače polohy

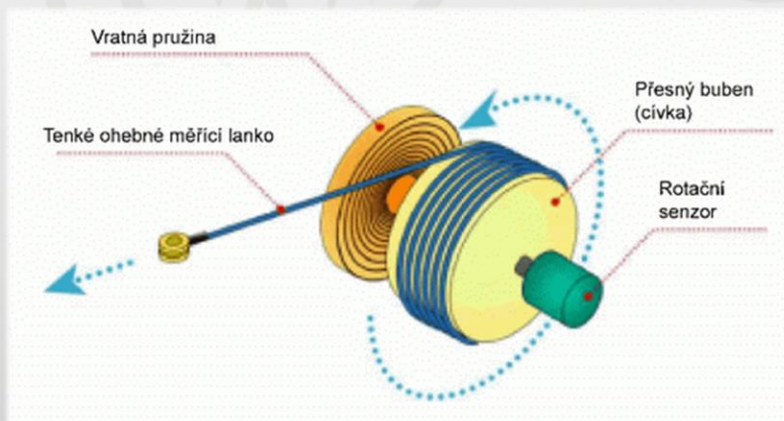
Potenciometr -> potlačení změn rezistivity

- lineární, možno realizovat nelineární průběhy (palivoměr)



- rotační: jednotáčkový, víceotáčkový

- lankový senzor polohy (až 40 m buben, pružina)



## Odporové teploměry

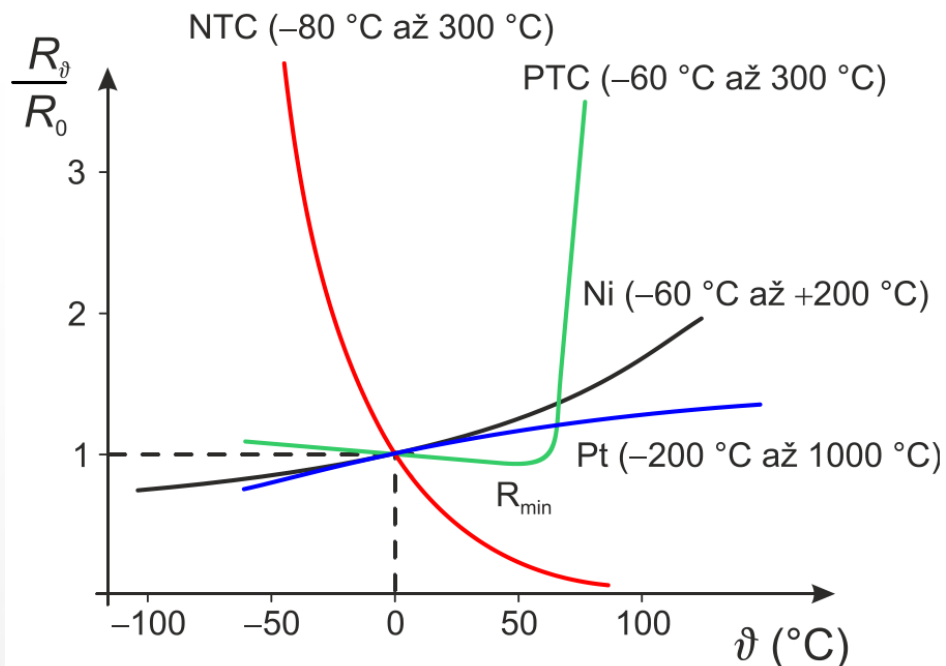
### 1) polovodičové (termistory):

NTC (negastory)  $\alpha < 0$

PTC (pozistory)  $\alpha > 0$

$$R(T) = R_0 e^{b \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

$R_0$  - odpor termistoru  
při  $T_r = 289,15$  K, tj.  $25^\circ\text{C}$



Výhoda: vyšší teplotní koef. než kovové.

Nevýhody: velká ne↓linearita, malý teplotní rozsah.

Nízké požadavky na přesnost, ale jednoduché vyhodnocovací obvody ( $R \rightarrow U$ ).



Použití: NTC: senzor teploty, omezovač nárazového proudu

PTC: pojistky (resetovatelné), topení (na konstantní teplotu)

## 2) kovové (Pt, Ni):

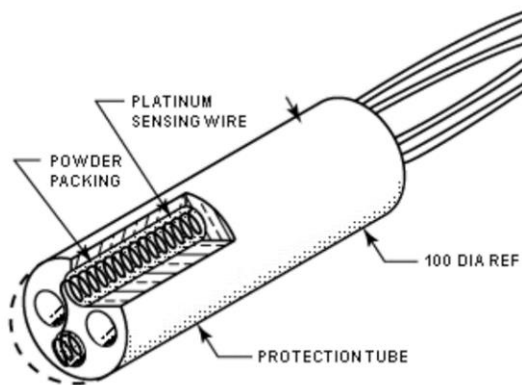
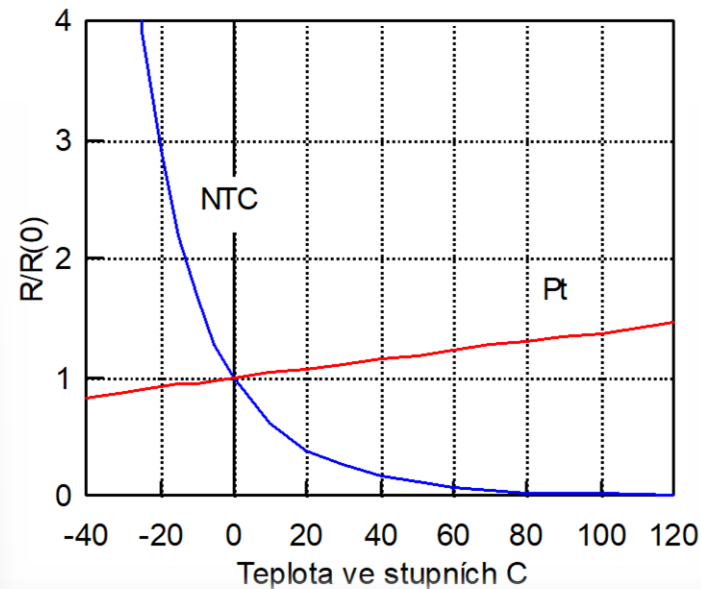
$$R(\vartheta) = R_0(1 + \alpha \Delta\vartheta + \beta\Delta\vartheta^2 + \dots)$$

pro Pt a běžná měření lze zanedbat členy vyššího řádu,  $\alpha_{Pt} = 3,91 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , tepl. rozsah – 200 až 850 °C.

$R_0$  = nejčastěji 100  $\Omega$  popř. 1000  $\Omega$ , při teplotě 0°C; používá se i Ni (nižší teplotní rozsah, větší citlivost).

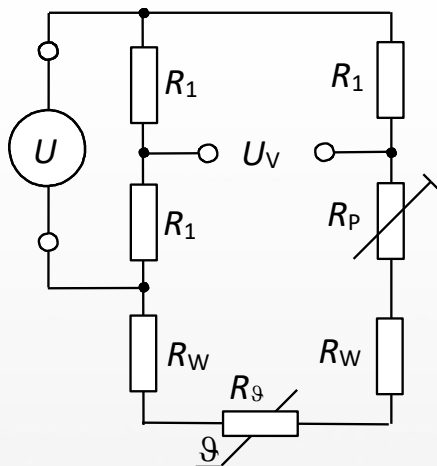
Vyhodnocovací obvody:

- převodník  $R \rightarrow U$  s 4-svorkovým připojením;
- rozvážený Wheatstoneův můstek.



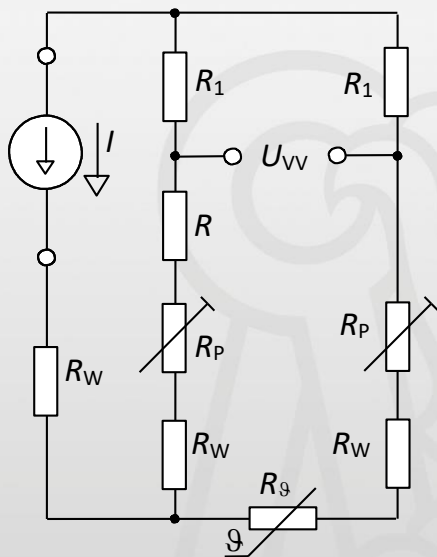


## Rozvážený Wheatstoneův můstek



$$\frac{R_1}{R_1} = \frac{R_p + 2R_W + R_g}{R_1}$$

Změna odporu  $R_W$  způsobená **změnou teploty přívodů** způsobí **rozvážení můstku** při konstantní měřené teplotě  $\vartheta$ , tj. způsobí chybu měření



$$\frac{R_1}{R_1} = \frac{R_p + R_W + R}{R_p + R_W + R_g}$$

Změna odporu přívodu  $R_W$  způsobená změnou teploty přívodů **nezpůsobí** rozvážení můstku při konstantní měřené teplotě  $\vartheta$ .

Při napájení ze zdroje proudu odpor přívodu  $R_W$  nezpůsobí ani změnu citlivosti

## Tenzometry

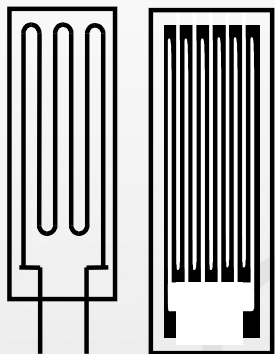
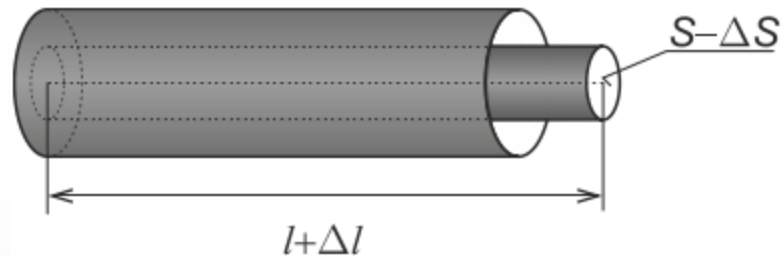
měří mechanické napětí

a) kovové

b) polovodičové

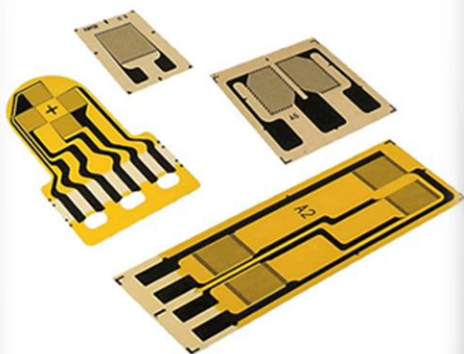
Změně prodloužení odpovídá změna odporu

$$R = \rho_0 \frac{l}{S}$$



Součinitel deformační citlivosti:

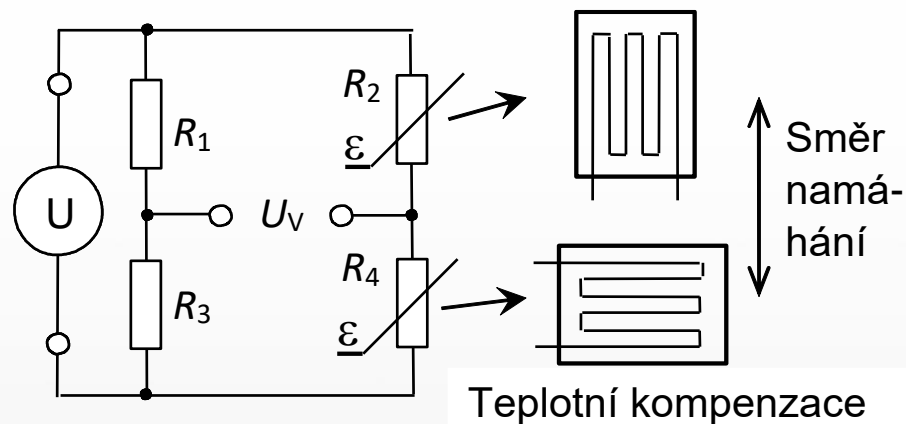
$$K_\varepsilon = \frac{\Delta R / R}{\Delta l / l}$$



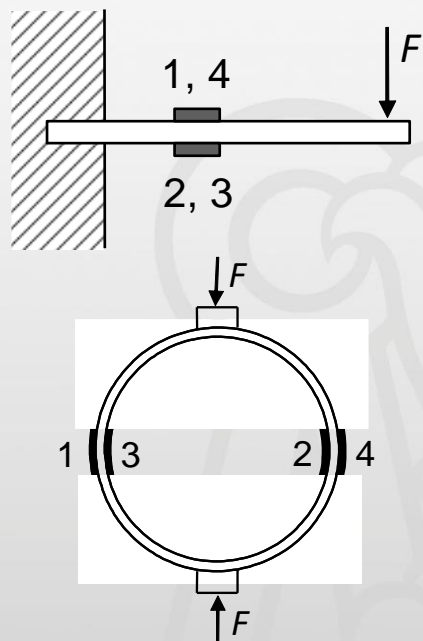
Vlastnost	Polo- vodičový	Kovový (materiál Karma NiCr)
součinitel K	125 (až 5000)	2,0
$\alpha_R$ [ppm/K]	12 (až 4000)	0,2
$\alpha_K$ [ppm/K]	16	5
$\alpha_t$ [ $\mu$ V/K] thermoel. napětí pro styk s Cu	600	40
dilatace $\alpha_D$ [ppm/K]	4	10
$R_0$	15 $\Omega$ až 1 k $\Omega$	120 $\Omega$ až 1 k $\Omega$

## Vyhodnocení

### Rozvážený Wheatstoneův můstek

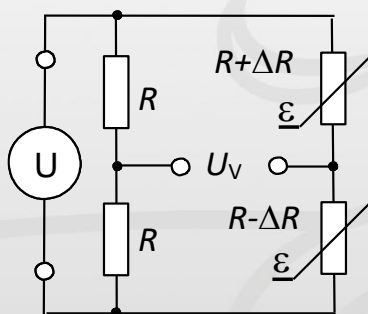


### Namáhání v tahu i tlaku

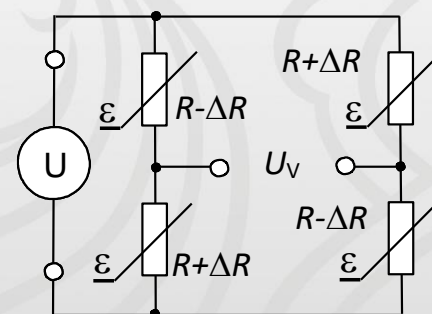


### Diferenční zapojení

#### 2 tenzometrů



#### 4 tenzometrů



- Výhody:
- zvýšení citlivosti (2x popř. 4x)
  - linearizace
  - kompenzace vlivu teploty