Komplexní analýza 2024/2025

1. semestrální test (varianta XYZ)

Jméno a příjmení: ....

Odpovědi je třeba zdůvodnit.

Úloha 1 ([3 body])**.** Určete reálnou a imaginární část komplexního čísla

$$z = \frac{-2+i}{1-3i}.$$

Úloha 2 ([3 body])**.** Určete $r > 0$ a $\varphi \in \mathbb{R}$ tak, aby

$$-2-5i = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Úloha 3 ([4 body])**.** Určete reálnou část $u(x,y)$ a imaginární část $v(x,y)$ funkce

$$f(z) = |z+i|^2 - iz,\ z \in \mathbb{C},$$

a pomocí Cauchyovo-Riemannovo podmínek rozhodněte, zda je funkce diferencovatelná v bodě $z = -i$.

Komplexní analýza 2024/2025

1. semestrální test (varianta ZYX)

Jméno a příjmení: ....

Odpovědi je třeba zdůvodnit.

Úloha 1 ([3 body])**.** Určete velikost a v jakém leží kvadrantu komplexní číslo

$$z = -2ie^{1-\frac{4\pi}{5}i}.$$

Úloha 2 ([3 body])**.** Nalezněte všechna řešení rovnice $z^5 = -2 + 2i$.

Úloha 3 ([4 body])**.** Určete reálnou část $u(x, y)$ a imaginární část $v(x, y)$ funkce

$$f(z) = 2i(\operatorname{Im} z)\operatorname{Re}(z^2) - 2(z + \bar{z})\operatorname{Im} z, \ \ z \in \mathbb{C},$$

a rozhodněte, zda je její imaginární část $v(x, y)$ harmonická.

Komplexní analýza 2024/2025

2. semestrální test (varianta XYZ)

Jméno a příjmení: ....

Odpovědi je třeba zdůvodnit.

Úloha 1 ([2 body])**.** Určete reziduum funkce

$$f(z) = \frac{2}{(z-3)^2} + \frac{3}{z-3} + \sum_{n=-2}^{\infty} n^2 (z-3)^{2n+1}, \; z \in P(3),$$

v bodě $z = 3$.

Úloha 2 ([4 body])**.** Nalezněte součet mocninné řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n! 2^{n+2}} z^{2n+3}$$

v jejím kruhu konvergence a určete jeho poloměr.

Úloha 3 ([4 body])**.** Klasifikujte izolovanou singularitu funkce

$$f(z) = \frac{z^4 + z^2}{z + z^2 - \sin z}$$

v bodě $z = 0$.

Komplexní analýza 2024/2025

2. semestrální test (varianta ZYX)

Jméno a příjmení: ....

Odpovědi je třeba zdůvodnit.

Úloha 1 ([2 body])**.** Klasifikujte typ izolované singularity funkce

$$f(z) = -\frac{4}{(z+1)^4} + \frac{2}{(z+1)^3} + \sum_{n=2}^{\infty} 2^n (z+1)^{3n-10}, \ z \in P(-1),$$

v bodě $z = -1$.

Úloha 2 ([4 body])**.** Nalezněte rozvoj funkce

$$f(z) = \frac{z-3}{2z-8}$$

do mocninné řady na co největším okolí bodu $z_0 = 3$ a určete parametry tohoto okolí.

Úloha 3 ([4 body])**.** Spočtěte reziduum funkce

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{\sin(2z)}$$

v bodě $z = \frac{\pi}{2}$.