

# B2B31ZEO - Základy elektrických obvodů

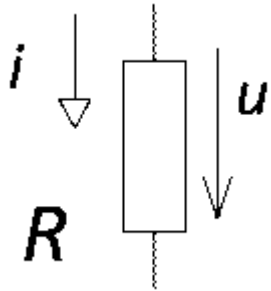
2. přednáška, 28. února 2024

## Základní zákony a teoremy

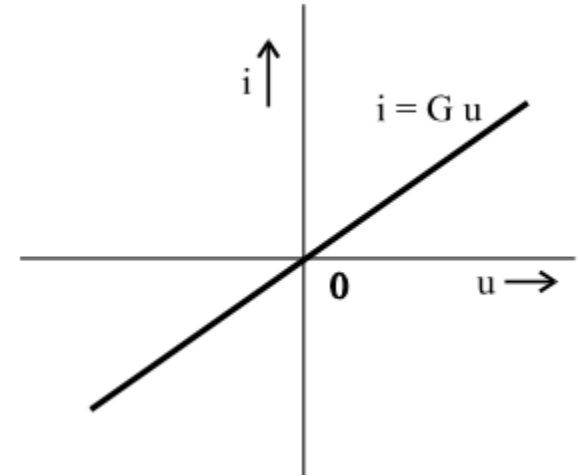
- Vztahy mezi  $u(t)$  a  $i(t)$  na obvodových prvcích
- Základní principy a teoremy v el. obvodech
  - ekvivalence obvodových prvků, děliče  $u$  a  $I$ , princip superpozice, Theveninův a Nortonův teorém
- Metody analýzy obvodů
- Stacionární ustálený stav
  - elementární metody v SUS

# Základní ideální obvodové prvky

- Rezistor** – vyjadřuje nevratné přeměny el. energie v obvodech



**Ohmův zákon**



- vztah mezi  $u(t)$  a  $i(t)$  na rezistoru  $R$*

$$u = R \cdot i$$

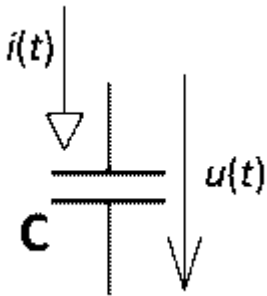
$$i = \frac{u}{R}$$

Okamžitý výkon

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad p(t) = R \cdot i^2(t) = G \cdot u^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

# Základní ideální obvodové prvky

- Kapacitor** – vyjadřuje energii el. pole akumulovanou v obvodech



$$q = C \cdot u$$

$$\frac{dq}{dt} = i$$

- vztah mezi  $u(t)$  a  $i(t)$  na kapacitoru  $C$*

$$i = C \frac{du}{dt}$$

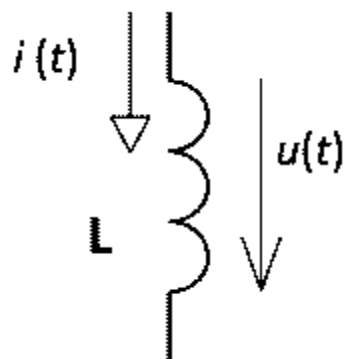
$$u = \frac{1}{C} \int i dt$$

Energie (el. pole kondenzátoru)

$$W = \frac{1}{2} C u^2$$

# Základní ideální obvodové prvky

- Induktor – zásobník energie magnetického pole



$$\Phi = L \cdot i$$

$$u = \frac{d\Phi}{dt}$$

- vztah mezi  $u(t)$  a  $i(t)$  na induktoru  $L$*

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int u dt$$

Energie (mag. pole cívky)

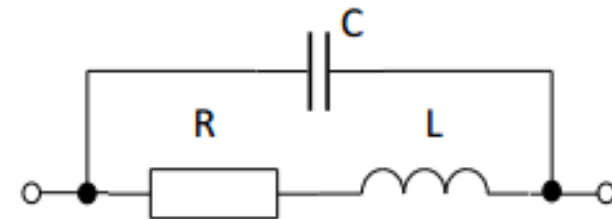
$$W = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

# Příklad

*Vztahy mezi obvodovými veličinami*

# Reálné obvodové prvky

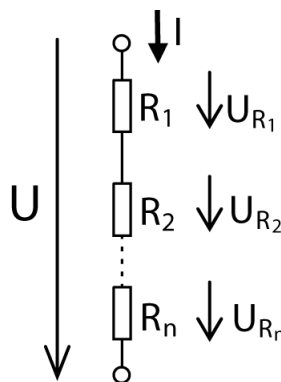
- **Ideální obvodové prvky** (hlavní parametr)
  - rezistor (odpor  $R$ )
  - kapacitor (kapacita  $C$ )
  - induktor (indukčnost  $L$ )
- **Reálné elektrické prvky**
  - odpor
  - kondenzátor
  - cívka
- Reálné prvky modelujeme propojením ideálních prvků (např. cívka)



# Ekvivalence obvodových prvků

- sériové řazení R

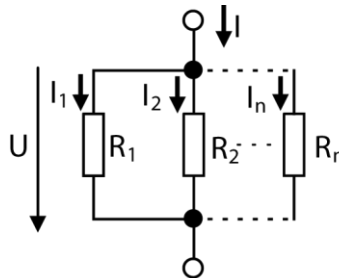
$$\begin{aligned} U &= R_1 I + R_2 I + \dots + R_n I \\ &= I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = IR \end{aligned}$$



$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

- paralelní řazení R

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n} \\ &= U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\right) = UG \end{aligned}$$

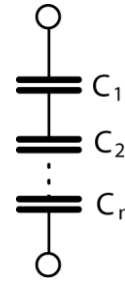


$$G = \sum_{i=1}^n G_i$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

# Ekvivalence obvodových prvků

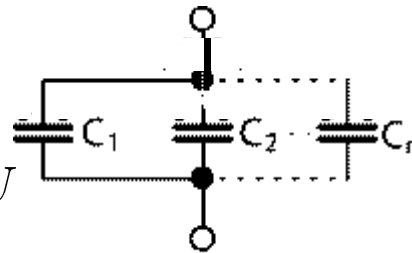
- sériové řazení C



$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n = \\ &= \left( \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \dots + \frac{Q_n}{C_n} \right) = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) = Q \frac{1}{C} \end{aligned}$$

- paralelní řazení C



$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = CU$$

$$Q = UC_1 + UC_2 + \dots + UC_n = U(C_1 + C_2 + \dots + C_n) = UC$$



# Ekvivalence obvodových prvků

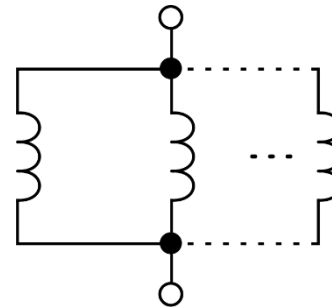
- sériové řazení L

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n = \\ &= L_1 I + L_2 I + \dots + L_n I = I(L_1 + L_2 + \dots + L_n) = I L\end{aligned}$$



$$L = \sum_{i=1}^n L_i$$

- paralelní řazení L

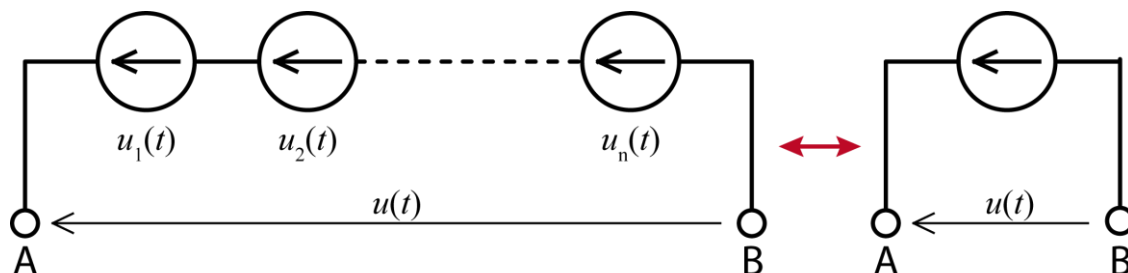


$$\frac{1}{L} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

$$I = \frac{\Phi}{L} = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{\Phi}{L_1} + \frac{\Phi}{L_2} + \dots + \frac{\Phi}{L_n} = \Phi \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right)$$

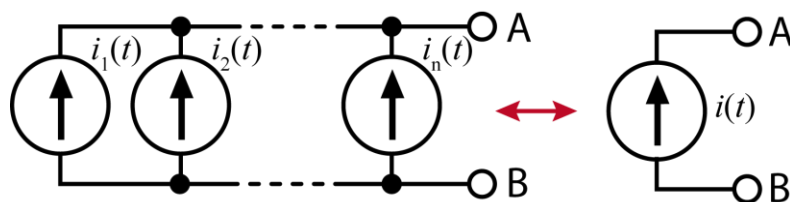
# Ekvivalence ideálních zdrojů

- ekvivalence zdrojů napětí



$$u(t) = \sum_{k=1}^n u_k(t)$$

- ekvivalence zdrojů proudu



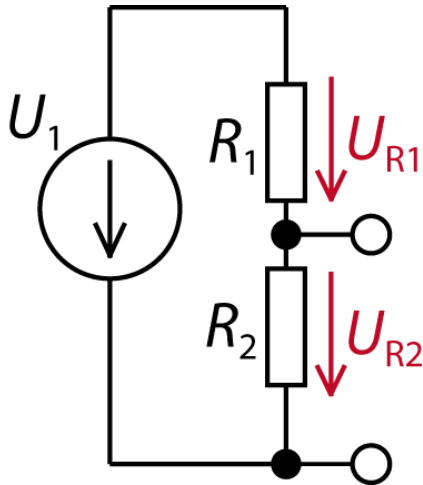
$$i(t) = \sum_{k=1}^n i_k(t)$$

# Dělič napětí

- Aplikace II. KZ***

**$N$  rezistorů:**

$$U_j = U_1 \frac{R_j}{\sum_{i=1}^N R_i}$$



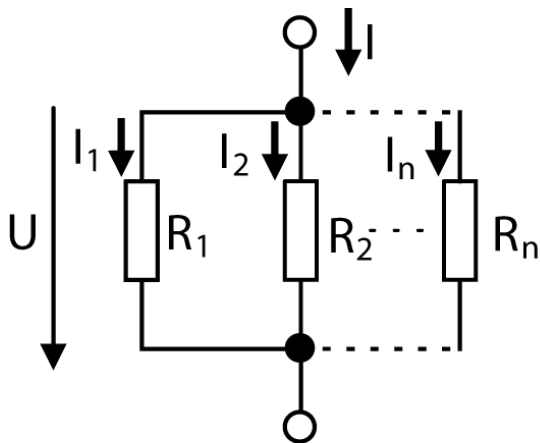
$$I = \frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = R_2 I = R_2 \frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

# Dělič proudu

- Aplikace I. KZ**  $N$  rezistorů: 
$$I_j = I \frac{G_j}{\sum_{i=1}^N G_i}$$



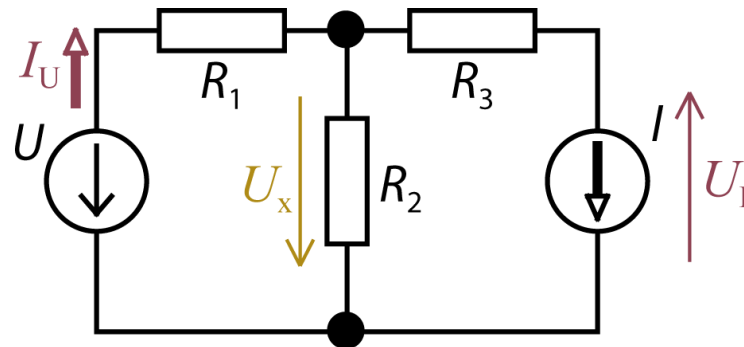
$$U = RI = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_2}$$

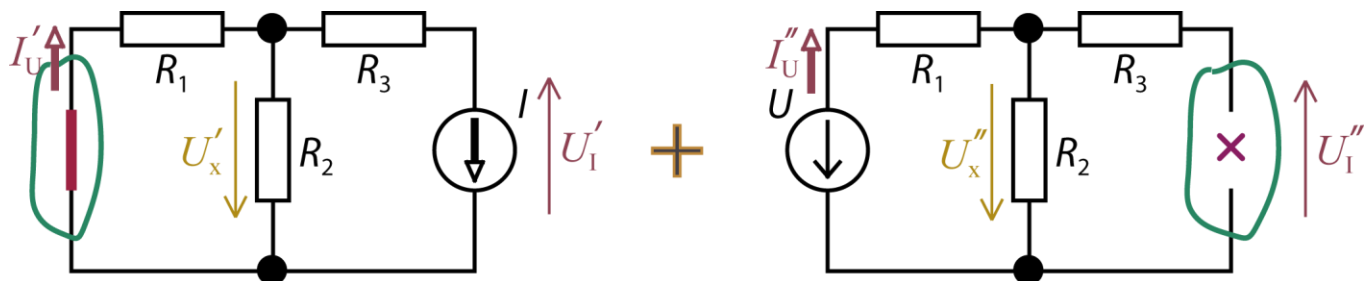
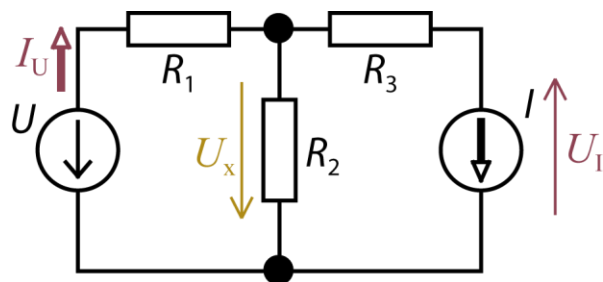
$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

# Princip superpozice

- platí pouze pro lineární obvody
  - Působí-li několik nezávislých zdrojů  $u$  a  $i$ , pak je možné libovolnou obvodovou veličinu zjistit jako součet odezev při působení každého zdroje zvlášť
  - Ostatní zdroje musíme korektně vyřadit

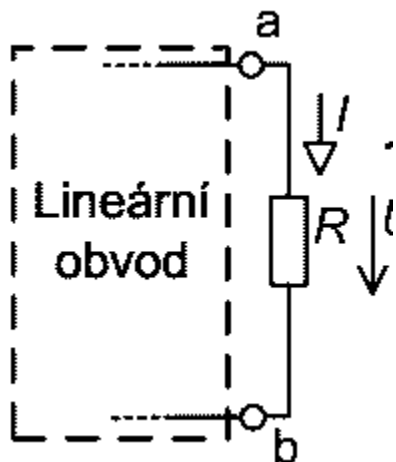


# Princip superpozice

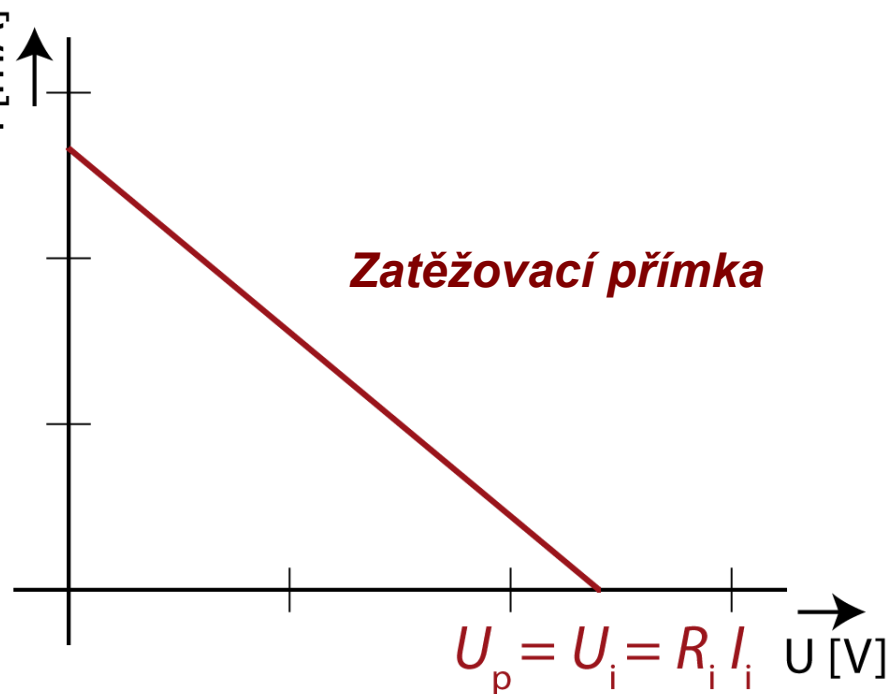


$$U'_x = -I \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad U''_x = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad U_x = U'_x + U''_x$$

# Věty o náhradních zdrojích



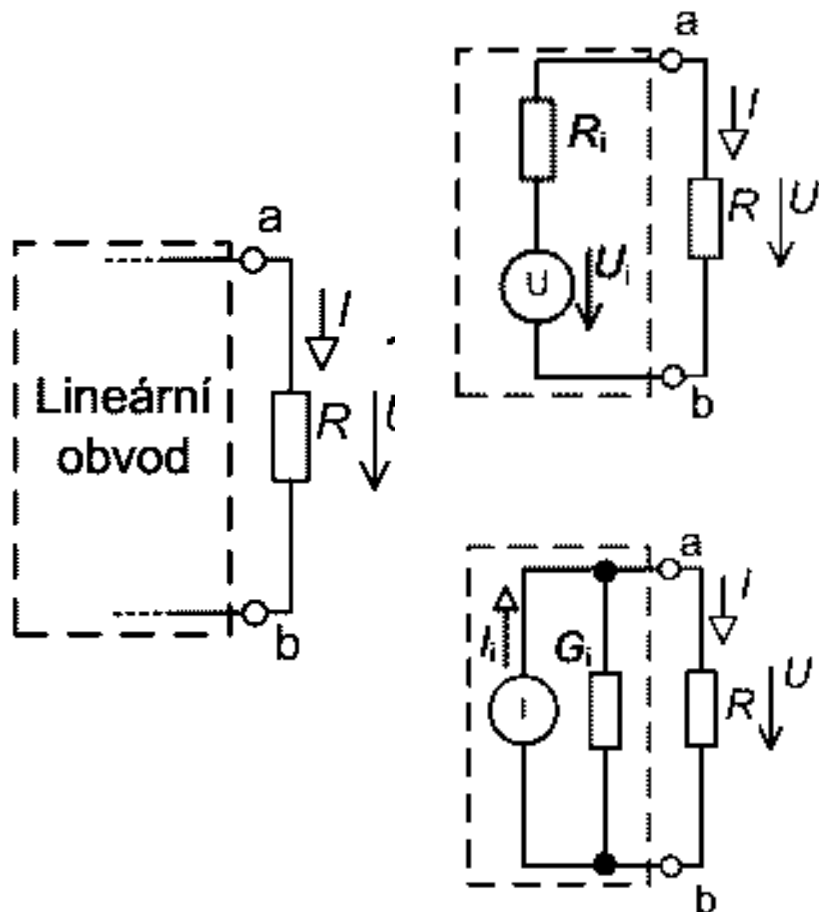
$$I_k = I_i = \frac{U_i}{R_i}$$



$$U = - (U_p / I_k) I + U_p = - R_i I + U_p$$

$$I = - (I_k / U_p) U + I_k = - G_i U + I_k$$

# Věty o náhradních zdrojích



*Théveninův teorém*

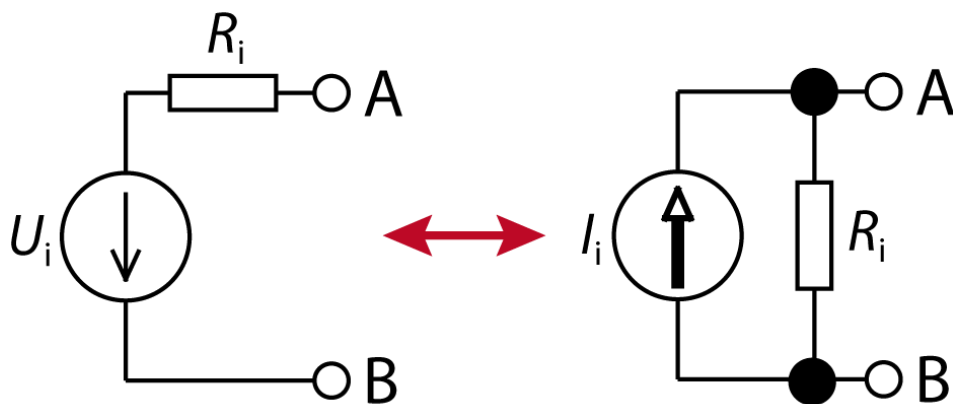
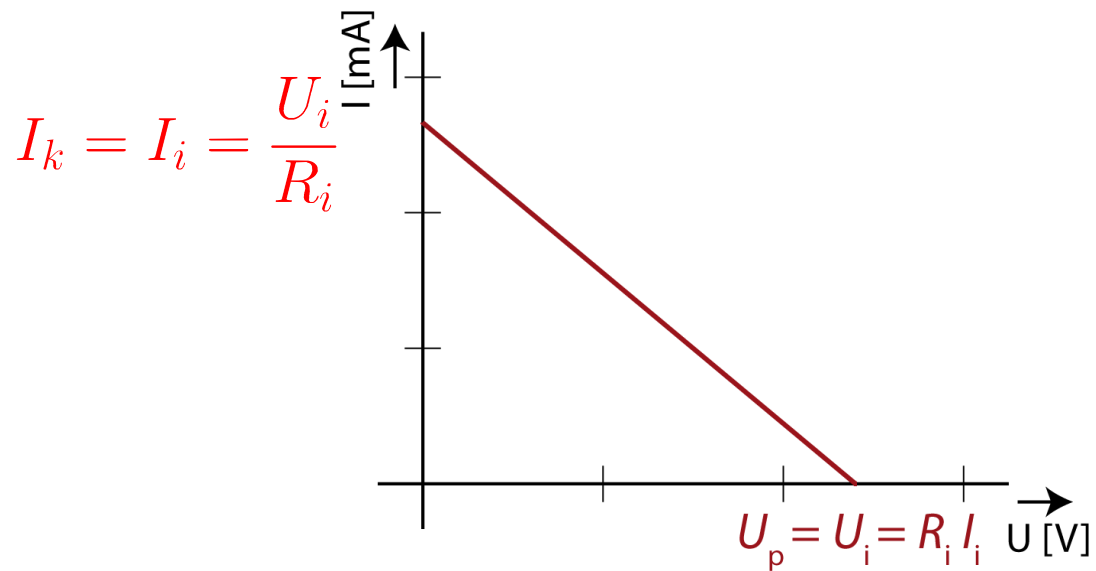
$$U = - (U_p / I_k) I + U_p = - R_i I + U_i$$

*Nortonův teorém*

$$I = - (I_k / U_p) U + I_k = - G_i U + I_i$$



# Věty o náhradních zdrojích



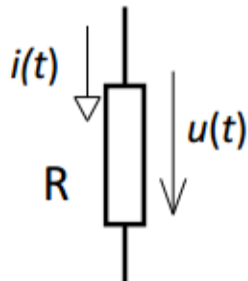
**Ekvivalence obou teorémů**

# Příklady

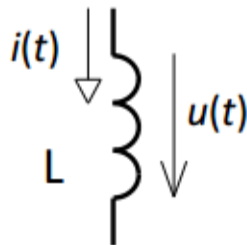
# Metody analýzy obvodů

- ***elementární (heuristické, speciální)***
  - jednoduché metody a postupy bez sestavování rovnic
  - řešitel volí metody podle znalostí a okolností, není dán pevný postup řešení
  - použitelné pro jednoduché obvody
- ***algoritmické***
  - pevný algoritmus, který vede k cíli
  - obvodové rovnice

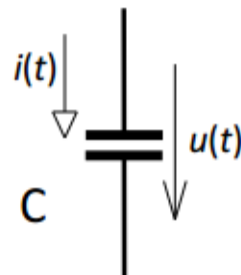
# Stacionární ustálený stav



$$u = R \cdot i$$



$$u = L \frac{di}{dt}$$



$$i = C \frac{du}{dt}$$

- *stejnoseměrné napětí a proud*
- *odeznění přechodných jevů*
- *ustálení obvodových veličin na konstantních hodnotách*

*induktor*

*kapacitor*

*$I = \text{konst.}$*

*$U = \text{konst.}$*

*$U = R I$*

*$U = 0 \rightarrow \text{zkrat}$*

*$I = 0 \rightarrow \text{rozpojení}$*

# Příklad

*Obvod ve stacionárním ustáleném stavu*

# Elementární analýza odporových obvodů

- ***Metoda postupného zjednodušování***

- princip řešení - postupné zjednodušování obvodu (sériově a paralelně řazených prvků) až na obvod obsahující jeden zdroj a jeden rezistor

- **výhody:**

- jednoduchá metoda
- použití základních matematických operací
- vhodné pro „ruční výpočty“

- **nevýhody:**

- zdlouhavá a pracná metoda
- analýza pouze jednodušších obvodů s jediným zdrojem
- postup řešení je „individuální“ (vyžaduje zkušenost)
- některé obvody nelze takto řešit

# Příklad

*Metoda postupného zjednodušování*