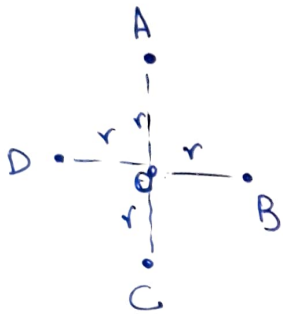


$$\sqrt{c}(\text{circle}) \geq 3 \quad (a)$$



۳ مقدار از نظر کمترین: و تریایح در حالت مساوی دایره ای را می بینیم که از AB می گذرد
و از C نیز و به شکلی که بتوان این سه را از هم جدا کرد



$$A, C \in C_1, \\ B, D \in C_2$$

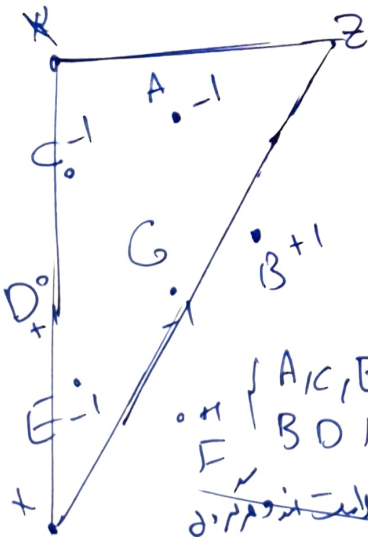
حل حالت زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید

در این حالت باید که A و C هر دو طرف دایره باشند و B و D در طرف دیگر

اما این کار غیر ممکن است چرا که

$$OA < r$$

$$OC < r \Rightarrow OB \text{ یا } OD < r \Rightarrow X$$



$$X \neq Z \Rightarrow \text{shatters} \checkmark$$

(b)

استعداد از نظر کمترین

$$\{A, C, E, G \in C_1, \\ B, D, F, H \in C_2\} \checkmark$$

حال فرض کنید که یک خط را به شکل یک دایره ای می بینیم

فرض کنید که X داخل دایره ای باشد که ABC نیز در آن قرار دارد

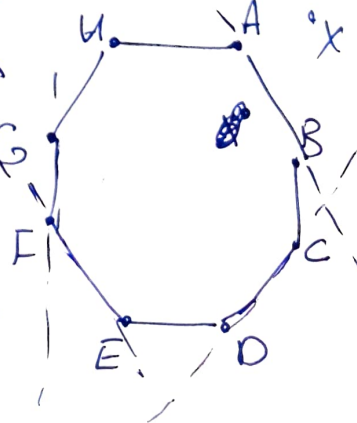
در نتیجه X و Z باید با هم از این خطی باشند

فرض کنید که X در بین AB باشد و حال برای E و G

در داخل دایره ای باشد و E و G در خارج دایره ای باشد

تک باید در دایره ای باشد و منطقه ای باشد که از آن جدا شود

شکل



$$\begin{cases} 1 & P=0,0 \\ -1 & P=0,2 \end{cases}, P(\bar{\sum x_i} > t \sqrt{\sum x_i^2})$$

$$= P\left(\frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}} > t\right)$$

$$\text{بنابراین } P\left(\frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}} > t\right) \leq e^{-\lambda t} E\left(\exp\left(\lambda \frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}}\right)\right)$$

$$\text{بنابراین: } \Rightarrow e^{-\lambda t} E_{X \sim \mathcal{E}}\left(\exp\left(\lambda \frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}}\right)\right) = e^{-\lambda t} E_X E_{\mathcal{E}}\left(\exp\left(\lambda \frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}}\right)\right)$$

$$= e^{-\lambda t} E_X\left(\prod E_{\mathcal{E}}\left(\exp\left(\lambda \frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}}\right)\right)\right)$$

$$= e^{-\lambda t} E_X\left(\prod \left(\frac{1}{c} \exp\left(\lambda \frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}}\right) + \left(1 - \frac{1}{c}\right) \exp\left(-\lambda \frac{\sum x_i}{\sqrt{\sum x_i^2}}\right)\right)\right)$$

$$\leq e^{-\lambda t} E_X\left(\prod \exp\left(\frac{\lambda^2 x_i^2}{c \sum x_i^2}\right)\right) = e^{-\lambda t} \cdot e^{\frac{\lambda^2}{c}} \leq e^{(-\lambda t + \frac{\lambda^2}{c})}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(e^{(-\lambda t + \frac{\lambda^2}{c})} \right) = 0 \Rightarrow -t + \lambda = 0 \Rightarrow \boxed{t = \lambda}$$

$$e^{-\lambda t + \frac{\lambda^2}{c}} = e^{-\frac{1}{c} t^2} \Rightarrow c = \frac{1}{c} \checkmark$$

سوال ۳

(a)

$1 < p \leq q \leq \infty$

$$N_p(F, \alpha, X^n) \leq N_q(F, \alpha, X^n)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n} \sum |f(x_t) - x_t|^p \right)^{1/p} &= \left(\left(\frac{1}{n} \sum |f(x_t) - x_t|^p \right)^{q/p} \right)^{1/q} \\ &\leq \left(\frac{1}{n} \sum |f(x_t) - x_t|^q \right)^{1/q} \\ &= \left(\frac{1}{n} \sum |f(x_t) - x_t|^q \right)^{1/q} \leq \alpha \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_p(F, \alpha, X^n) \leq n \leq N_q(F, \alpha, X^n) \quad \checkmark$$

$$\hat{R}(F) = E_{\sigma} \left(\sup \left\{ \frac{1}{n} \sum \sigma_i f(x_i) \right\} \right)$$

$\sigma_i \sim \text{Rad}(1/2)$ (b)

$$= E \left(\sup \left\{ \frac{1}{n} \sum \sigma_i (f(x_i) - \eta_i(f)) + \frac{1}{n} \sum \sigma_i \eta_i(f) \right\} \right)$$

$$\leq E \left(\sup \left(\frac{1}{n} \sum \sigma_i (f(x_i) - g(f)) \right) \right) + E_{\sigma} \left(\sup \left(\frac{1}{n} \sum G(f) \sigma_i \right) \right)$$

$$\begin{aligned} H: \cup H_i &\Rightarrow |H \cap \{x_1, \dots, x_n\}| \leq \sum |H_i \cap \{x_1, \dots, x_n\}| \\ &\leq \sum \frac{en}{\text{val}(H_i)} \leq r \left(\frac{en}{d}\right)^d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{val}(H) = n &\Rightarrow |H \cap \{x_1, \dots, x_n\}| = r^n \\ &\Rightarrow r^n \leq r \left(\frac{en}{d}\right)^d \end{aligned}$$

$$n = \varepsilon d \log(rd) + \log(r)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (rd)^{\varepsilon d} r^{\log(r)} \leq r \left(e \log(rd) + \frac{\log(r)}{d} \right)^d \\ &\Rightarrow r \leq \left(e \frac{\log(rd)}{(rd)^{\varepsilon}} + \frac{\log(r)}{d(rd)^{\varepsilon}} \right)^d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{val}(H_1 \cup \dots \cup H_r) \leq rd+1 &\Rightarrow |H \cap \{x_1, \dots, x_n\}| \leq \sum |H_i \cap \{x_1, \dots, x_n\}| \\ &\leq r \sum \binom{rd+r}{i} \\ &= r^{d+r} \binom{rd+r}{d+1} \\ &\leq r^{d+r} \end{aligned}$$

$$\text{val}(H_1 \cup \dots \cup H_r) \leq rd+1 = rd+1 \checkmark$$

Ca

نوعی که با این صاحب ضررت = به داخل از عبور است.

حالت فرض بر H تا زمانی که نتوانیم $\frac{1}{f_1}, \frac{1}{f_2}, \dots, \frac{1}{f_n}$ و x و y و z و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10 و 11 و 12 و 13 و 14 و 15 و 16 و 17 و 18 و 19 و 20 و 21 و 22 و 23 و 24 و 25 و 26 و 27 و 28 و 29 و 30 و 31 و 32 و 33 و 34 و 35 و 36 و 37 و 38 و 39 و 40 و 41 و 42 و 43 و 44 و 45 و 46 و 47 و 48 و 49 و 50 و 51 و 52 و 53 و 54 و 55 و 56 و 57 و 58 و 59 و 60 و 61 و 62 و 63 و 64 و 65 و 66 و 67 و 68 و 69 و 70 و 71 و 72 و 73 و 74 و 75 و 76 و 77 و 78 و 79 و 80 و 81 و 82 و 83 و 84 و 85 و 86 و 87 و 88 و 89 و 90 و 91 و 92 و 93 و 94 و 95 و 96 و 97 و 98 و 99 و 100 و 101 و 102 و 103 و 104 و 105 و 106 و 107 و 108 و 109 و 110 و 111 و 112 و 113 و 114 و 115 و 116 و 117 و 118 و 119 و 120 و 121 و 122 و 123 و 124 و 125 و 126 و 127 و 128 و 129 و 130 و 131 و 132 و 133 و 134 و 135 و 136 و 137 و 138 و 139 و 140 و 141 و 142 و 143 و 144 و 145 و 146 و 147 و 148 و 149 و 150 و 151 و 152 و 153 و 154 و 155 و 156 و 157 و 158 و 159 و 160 و 161 و 162 و 163 و 164 و 165 و 166 و 167 و 168 و 169 و 170 و 171 و 172 و 173 و 174 و 175 و 176 و 177 و 178 و 179 و 180 و 181 و 182 و 183 و 184 و 185 و 186 و 187 و 188 و 189 و 190 و 191 و 192 و 193 و 194 و 195 و 196 و 197 و 198 و 199 و 200 و 201 و 202 و 203 و 204 و 205 و 206 و 207 و 208 و 209 و 210 و 211 و 212 و 213 و 214 و 215 و 216 و 217 و 218 و 219 و 220 و 221 و 222 و 223 و 224 و 225 و 226 و 227 و 228 و 229 و 230 و 231 و 232 و 233 و 234 و 235 و 236 و 237 و 238 و 239 و 240 و 241 و 242 و 243 و 244 و 245 و 246 و 247 و 248 و 249 و 250 و 251 و 252 و 253 و 254 و 255 و 256 و 257 و 258 و 259 و 260 و 261 و 262 و 263 و 264 و 265 و 266 و 267 و 268 و 269 و 270 و 271 و 272 و 273 و 274 و 275 و 276 و 277 و 278 و 279 و 280 و 281 و 282 و 283 و 284 و 285 و 286 و 287 و 288 و 289 و 290 و 291 و 292 و 293 و 294 و 295 و 296 و 297 و 298 و 299 و 300 و 301 و 302 و 303 و 304 و 305 و 306 و 307 و 308 و 309 و 310 و 311 و 312 و 313 و 314 و 315 و 316 و 317 و 318 و 319 و 320 و 321 و 322 و 323 و 324 و 325 و 326 و 327 و 328 و 329 و 330 و 331 و 332 و 333 و 334 و 335 و 336 و 337 و 338 و 339 و 340 و 341 و 342 و 343 و 344 و 345 و 346 و 347 و 348 و 349 و 350 و 351 و 352 و 353 و 354 و 355 و 356 و 357 و 358 و 359 و 360 و 361 و 362 و 363 و 364 و 365 و 366 و 367 و 368 و 369 و 370 و 371 و 372 و 373 و 374 و 375 و 376 و 377 و 378 و 379 و 380 و 381 و 382 و 383 و 384 و 385 و 386 و 387 و 388 و 389 و 390 و 391 و 392 و 393 و 394 و 395 و 396 و 397 و 398 و 399 و 400 و 401 و 402 و 403 و 404 و 405 و 406 و 407 و 408 و 409 و 410 و 411 و 412 و 413 و 414 و 415 و 4

$\chi^2_{\alpha/2, n-1} \leq \frac{S^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{1-\alpha/2, n-1}$

$$\boxed{\dim VC = \text{el. in } \mathcal{N}} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\text{max}}_{\text{el. in}} VC \quad \leftarrow$$

$$|H| \leq \sum_i \binom{|X|}{i} k^i \leq k^{\dim(H)} \sim \dim(H) \quad \text{نمایی است از } \bar{\mu}$$

(a)

$$B \{ \|x\| < 1 \} \rightarrow g(B) = \sqrt{\log n}, r(B) = 1$$

$$r(B) = E \sup \langle \varepsilon, t \rangle \leq E \sup \|x\| = E(1) = 1$$

$$g(B) = E \sup \langle g, t \rangle = E(\max |g_i|) \sim \sqrt{\log n}$$

(b)

$$T_0 \subset T_1 + \bar{T}_c : g(T_0) \leq a \rightarrow r(T) \leq a$$

$$\sup_{t \in T_c} \|u\| \leq a$$

$$E \sup_{\varepsilon} \sup_{t \in T} \langle \varepsilon, t \rangle = E(\sup (\langle \varepsilon_1, t_1 \rangle + \langle \varepsilon_2, t_2 \rangle))$$

$$\leq E(\sup \langle \varepsilon_1, t_1 \rangle) + E(\sup \langle \varepsilon_2, t_2 \rangle)$$

$$\leq r(T_1) + \sup_{t \in \bar{T}_c} \|u\| \leq a + a = 2a \checkmark$$

$$|a_1|, \dots, |a_n| \leq 1, E(\sup \sum_{k=1}^n \varepsilon_k t_k a_k) \leq E(\sup \sum_{k=1}^n \varepsilon_k t_k)$$

(c)

$$a_i = \frac{g_i}{\varepsilon_i} \rightarrow \max |a_i| \leq \max |g_i| \leq \sqrt{\log n}$$

$$\rightarrow E(\sup \sum g_i t_i) \leq \sqrt{\log n} E \sup \sum \varepsilon_i t_i$$

$$\Rightarrow g(T) \leq \sqrt{\log n} r(T)$$

(d)

$$E(\sup \sum g_k f(x_k)) = E(\sup \sum g_k \varepsilon_k f(x_k))$$

$$\leq E(\sup (\varepsilon_k f(x_k) |g_k|))$$

$$= \int_0^\infty E(\sup \sum \varepsilon_k 1_{|g_k| > x}) dx$$

$$\leq \int_0^\infty E_\varepsilon(\sup E g_k \sum \varepsilon_k f(x_k))$$

$$\leq \int_0^\infty E_\varepsilon(\sup \sum \varepsilon_k f(x_k)) dx$$

$$\leq n P(|g_k| > x)$$

$$\leq \int_0^\infty n P(|g_k| > x) dx$$

$$\stackrel{C_{n\alpha}}{=} \int_0^\infty \phi(x) dx$$

$$= C \cdot \phi(n) \checkmark$$

†