TV

برای نشان دادن $\text{vcdim} = d$

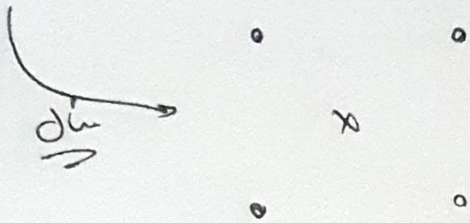
الف)

۱. دسته‌ای به اندازه d وجود دارد که C می‌تواند جدا کند

۲. C نمی‌تواند d+1 را جدا کند.

برای ۴ نقطه می‌توان دسته‌بندی درست را طراحی کرد که ۴ نقطه در مستطیل باشند ولی برای ۵ نقطه ممکن نیست

مثال



b)

قضیه ۶.۸ کتاب

1. H has the uniform conv. property with sample complexity

$$C_1 \frac{d+\log(\frac{1}{\delta})}{\epsilon^2} \leq m_H^{UC}(\epsilon,\delta) \leq C_2 \frac{d+\log(\frac{1}{\delta})}{\epsilon^2}$$

2. H is agnostic PAC learnable with sample complexity

$$C_1 \frac{d+\log(1/\delta)}{\epsilon^2} \leq m_H(\epsilon,\delta) \leq C_2 \frac{d+\log(\frac{1}{\delta})}{\epsilon^2}$$

3. H is PAC learnable with complexity

$$C_1 \frac{d+\log(1/\delta)}{\epsilon} \leq m_H(\epsilon,\delta) \leq C_2 \frac{d\log(\frac{1}{\epsilon})+\log(\frac{1}{\delta})}{\epsilon}$$

c)

درست است که باید دقت را بالا ببریم اما مهم‌ترین نکته آن این است که ارتباط آن با ε بیشتر می‌شود و این باعث می‌شود که راحت‌تر به نمونه سایز اطلاعاتی به دست آوریم.

T5

Realizability, $|H|<\infty$, $0\leq l(h,z)\leq 1$, $z=(x,y)$ ✓

A1 $L_D(h^*)=0$ $\rightarrow$ PAC Learnable : $L_D(h)\leq\varepsilon$

A. PAC " : $L_D(h)\leq L_D(h^*)+\varepsilon=\varepsilon$

$\rightarrow$ PAC زیرمجموعه‌ای از A.PAC است

A2 Colab 4.6 (عکس درست است.) $m_H(\varepsilon,\delta)\leq m_H^{uc}(\varepsilon/2,\delta)\leq\left\lceil\frac{2\log(2|H|/\delta)}{\varepsilon^2}\right\rceil$

B1 $L_D(h)=L_D(h)-L_D(h^*)\leq\varepsilon$

B2 4.3 تمرین (عکس صورت درست است.)

B3 با توجه به A_2

$$m_H(\varepsilon,\delta)=m_H^{uc}(\varepsilon,\delta)\leq\left\lceil\frac{\log(2|H|/\delta)}{2\varepsilon^2}\right\rceil$$

$m_H^{uc}(\varepsilon,\delta)\leq m$

B4 با توجه به در نظر گرفتن $\frac{1}{2}$ کران بالای جمع قابل است.

C1 $\bar{x}=1\times p(1)+0\times p(0)\Rightarrow\bar{x}=p(1)\Rightarrow p(0)+p(1)=1$

$\rightarrow$

T9

$$\ell(h(x,y)) = \begin{cases} 1 & h(x) \neq y \\ 0 & h(x) = y \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & p(y=1 \mid x) \geq 1/2 \\ 0 & p(y=1 \mid x) < 1/2 \end{cases} \rightarrow = \text{Berneuli}$$

$$L_D(h) = E(\ell(h(x,y))) = 0 \times p(h(x)=y) + 1 \times p(h(x) \neq y)$$

$$= p(h(x) \neq y)$$

$$\rightarrow p(h(x) \neq y) \begin{cases} p(y=1 \mid x) & h(x)=0 \\ p(y=0 \mid x) & h(x)=1 \end{cases} = \begin{cases} p(y=1 \mid x) & h(x)=0 \\ 1-p(y=1 \mid x) & h(x)=1 \end{cases}$$

$$\rightarrow p(f(x) \neq y) = \begin{cases} p(y=1 \mid x) < 1/2 & f(x)=0 \\ p(y=0 \mid x) < 1/2 & f(x)=1 \end{cases} = \min(p(y=1 \mid x), p(y=0 \mid x))$$

$$= \min\left(p(y=1 \mid x), 1-p(y=1 \mid x)\right) \checkmark$$

$$\leq p(h(x) \neq y) = L_D(h) \checkmark \Rightarrow L_D(f) \leq L_D(h) \checkmark$$

T15

$$L_S(h) = \frac{1}{m}\sum \theta_i = \frac{1}{m}\sum \ell(h(z_i)), \quad z_i = (x_i, y_i) \to \text{iid}$$

$$\Downarrow$$

$$\theta_i \to \text{iid}$$

$$\to E(L_S(h)) = E\left(\frac{1}{m}\sum \theta_i\right) = \frac{1}{m}E\left(\sum \theta_i\right) = \frac{1}{m}\sum E(\theta_i)$$

$$= \frac{m}{m}E(\theta) = E(\theta) = L_D(h) \checkmark$$

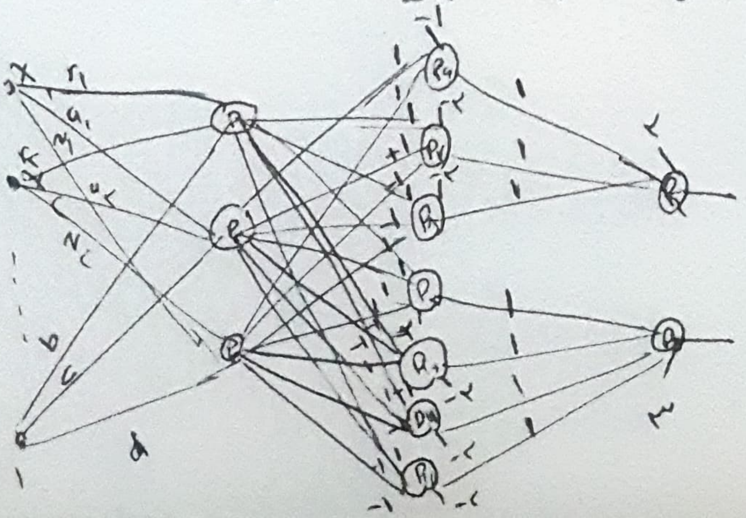
T4

$$S = \underbrace{sgn(r^T x + b)}_{P_1} + \underbrace{sgn(u^T x + c)}_{P_2} + \underbrace{sgn(v^T x + d)}_{P_3}$$

P_1	P_2	P_3	sum	P_4	P_5
1	1	1	3	1	1
-1	1	1	1	1	0
1	-1	1	1	1	0
-1	-1	1	-1	0	1
1	1	-1	1	1	0
-1	1	-1	-1	0	1
1	-1	-1	-1	0	1
-1	-1	-1	-3	0	0

$$\to P_4 = \overbrace{P_2 P_3}^{P_6} + \overbrace{P_1 P_2 P_3'}^{P_7} + \overbrace{P_1 P_2' P_3}^{P_8}$$

$$\to P_5 = \overbrace{P_1 P_2 P_3}^{P_9} + \overbrace{P_1' P_2' P_3}^{P_{10}} + \overbrace{P_1' P_2 P_3'}^{P_{11}} + \overbrace{P_1 P_2' P_3'}^{P_{12}}$$



B4.1

H be familyset,

$H' \subseteq H \Rightarrow H \wedge H' = H' \Rightarrow |H \wedge H'| = |H'| = 2^{|H'|}$

$\hookrightarrow$ H' is shattered by H ($h' \in H' \Rightarrow h' \in H$) $\rightarrow vcdim(H') \leq vcdim(H)$

(($h' \in H$) is shattered [illegible] h', [illegible] is h')