海滩上的人为沙堡，通常会先形成(构造)一个初始的地基，然后被切割并成形为可识别的3维几何形状，但是并不是所有的沙堡对波浪和潮汐的反应都是一样的。

为了构建一个用于沙堡的地基最佳的三维几何形状，根据我们的思考，我们需要从流体力学和结构力学进行考虑。

# 1 Overview

## 1.1问题背景

沙滩上有人们创造出各种各样的沙堡，在所有这些沙堡中，通常会先形成(构造)一个初始的地基，该地基由一个单一的，无形状的湿沙丘组成，然后将其切割并成形为可识别的3维几何形状。然而同一个海滩上，大小以及与海水的距离都相同的沙堡，并不是所有的沙堡对波浪和潮汐的反应都是相同的。因此，我们尝试探寻是否存在一个最佳的三维几何形状用于沙堡的地基。

## IMG_256

## 1.2我们的工作

为了解决这种情况(研究这个问题)，我们从结构力学和流体力学来进行考虑构建一个理想的三维结构(数学模型)以此研究湿砂砾之间的桥接力。在本文中我们先从动力(结构)力学方面来考虑使沙堡底部砂砾间的液体桥、砂砾半径，砂砾密度等对沙堡稳定性的影响，同时从流体力学方面来考虑海浪对沙堡底部的侵蚀作用

沙堡成型的很重要的原因是空气湿度，由于空气湿度而使沙粒之间形成液体桥。同时基于沙堡特殊性的考虑，我们认为沙堡的稳定性与颗粒介质中毛细血管的上升有关，从定性上讲，液体导致砂粒之间形成毛细桥，液体界面的曲率导致毛细压力，从而在砂粒之间产生引力。这就形成了一个由摆动桥连接的颗粒网络，并允许创建复杂的结构即沙堡。同时考虑沙堡自身自身高度稳定性的影响，我们发现砂柱在自身重量下发生屈曲过渡时，考虑达到不稳定性极限是足够的。当弹性杆超过临界高度hcrit时，弹性杆变得不稳定，并在自身重量下屈曲。

对于海浪对沙堡的侵蚀作用，我们从海浪的周期、平均作用力、海水质量、海水冲击时的速度以及海水反弹回的速度等角度考虑对沙堡稳定性的的影响。

在第二节中，我们陈述了几个基本假设。第3节包含模型语句中使用的术语。第4节提供了关于我们模型的足够详细信息，对模型进行了实验和分析。第5节进一步研究了我们模型，我们在第6节进行敏感性分析，在第7节进行敏感性分析，并在第8节得出了一些结论，最后在第9节给出XX点建议。

# 2 Assumptions and Justifications

# 为了简化我们的问题，我们做了以下基本假设，每一个假设都是合理的。

## 沙堡距离海浪的距离相等

## 沙砾与砂砾之间的作用力看成近似球体的作用力

## 沙堡距离海浪的距离在一个合理的范围内

## 雨水以一定概率降落在面积固定的一片砂砾上。

需要指出的是第一条和第三条，它们之间的关系可这样理解，每一个沙堡距离海浪的距离相等，对具体的一个沙堡，它到海浪的距离在一个合理的范围内。第三条假设基于这样一个事实，人们在创造沙堡时，会将沙堡的底座建得距离海浪足够远，但是过远就无法考虑海浪对沙堡底座的作用，所以这里会有第三条假设。

# 3 相关符号

# 4模型构建

**4.1湿润砂砾间桥接力**

将砂砾与砂砾之间的作用抽象为两个近似球体之间的attractive capillary force

因此根据 Modeling and measuring of cohesion in wet granular materials

可以得到为



with the Laplace pressure



在本项目的研究背景下为,故根据勾股定理可得为



故通过以上两个式子可以解得：



根据Theory of Elastic Stability可以知道，两半径为R球体间的桥接力

为*,*压力和杨式模量有下列关系为:



可以想象一个两个球体的结合体他们之间的距离为2R,其指向应力平面的

极角为,方位角为那么