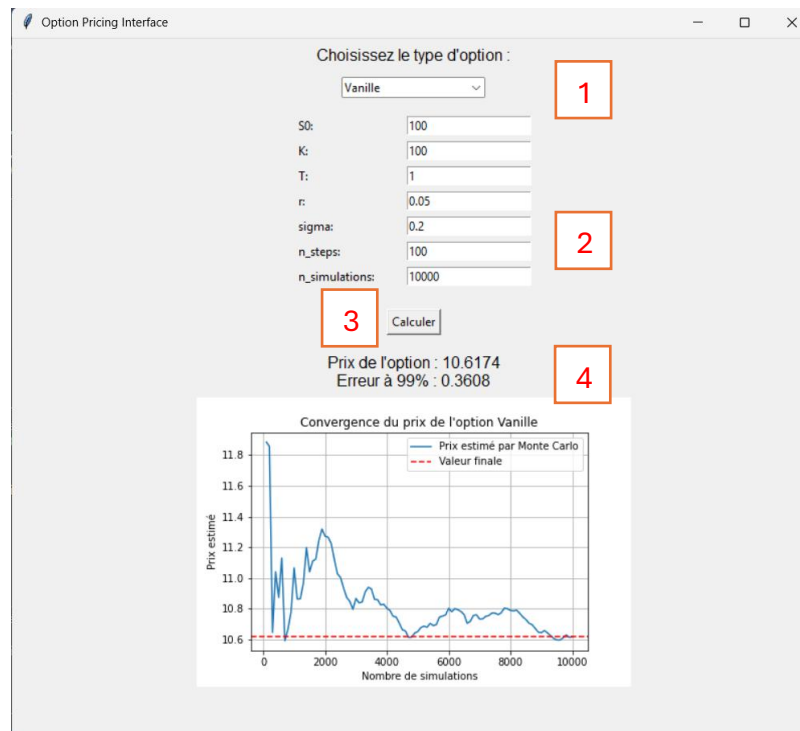


Projet 2 – présentation

Note : Il faut exécuter le code python pour que la fenêtre s'ouvre. On se concentre ici sur des option call.
Les détails des calculs des options sont décrits en annexe 1.



1: Choix du type d'option. Les champs à remplir apparaissent dynamiquement en fonction du choix d'option.

2: Paramètres à saisir: S0 :

- **S0** : Prix initial de l'actif sous-jacent (valeur de l'actif au moment de l'achat de l'option).
- **K** : Prix d'exercice (strike) - prix auquel l'acheteur de l'option peut vendre l'actif sous-jacent à l'échéance.
- **T** : Temps jusqu'à l'échéance (en années) - durée pendant laquelle l'option est valide avant son expiration.
- **r** : Taux sans risque — taux d'intérêt théorique d'un actif sans risque (exemple : rendement des obligations d'État).
- **sigma** : Volatilité de l'actif sous-jacent - mesure de la variation des prix de l'actif (augmente le prix de l'option).
- **n_steps** : Nombre de pas de temps - augmente la précision (mais le temps de calcul est plus long).
- **n_simulations** : Nombre de trajectoires simulées pour estimer le prix de l'option. Augmente la précision.
- **L** : Borne inf. du tunnel - niveau du prix qui, s'il est franchi vers le bas, rend l'option invalide (option knock-out).
- **H** : Borne sup. du tunnel - niveau du prix qui, s'il est franchi vers le haut, rend l'option invalide (knock-out).
- **n_assets** : Nombre d'actifs - nombre d'actifs dans le panier utilisé pour une option Himalaya
- **barrier** : Niveau de prix qui, s'il est atteint, désactive le paiement de l'option (exemple : option Napoléon).

3. Bouton calculer – après avoir rempli tous les champs précédents. Peut prendre longtemps si le nombre de steps ou de simulations est très grand. Typiquement on utilise 100 steps et 10k simulations. Pour l'Himalaya, qui est le plus long, on utilise 10 à 20 assets.

4. Résultats :

- Prix de l'option : Valeur estimée de l'option obtenue après la simulation Monte Carlo. Elle correspond à l'espérance mathématique du payoff actualisé.
- Erreur à 99% : Intervalle de confiance à 99% autour du prix estimé, basé sur la variance des payoffs simulés.
- Graphe de convergence : Représentation graphique du prix estimé de l'option en fonction du nombre de simulations. Il permet de vérifier si le prix converge vers une valeur stable avec l'augmentation du nombre de simulations.

Annexe 1

Option Vanille :

Le prix d'une option vanille (Call) est calculé en utilisant la méthode de Monte Carlo sur un modèle de mouvement brownien géométrique :

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} W_t \right)$$

On génère plusieurs trajectoires simulées, puis on calcule le payoff moyen à l'échéance :

$$\text{Payoff} = \max(S_T - K, 0)$$

Le prix de l'option est la valeur actualisée du payoff moyen, et l'erreur à 99% est déterminée par l'écart-type des payoffs.

Option Tunnel :

Le prix d'une option tunnel est basé sur le même modèle de diffusion géométrique que l'option vanille, mais avec une condition supplémentaire : l'option est invalidée (knock-out) si le prix dépasse une borne supérieure **H** ou une borne inférieure **L** à n'importe quel moment avant l'échéance. Le payoff est :

$$\text{Payoff} = \max(S_T - K, 0) \text{ si le prix reste dans le tunnel, } 0 \text{ sinon}$$

Option Himalaya :

L'option Himalaya est basée sur un panier d'actifs. À chaque date de constatation (à chaque pas de temps), on sélectionne la meilleure performance relative parmi les actifs :

$$\text{Performance} = \max \left(\frac{S_{i,t}}{S_{i,t-1}} - 1, 0 \right)$$

Le meilleur actif est ensuite retiré du panier pour les étapes suivantes. Le payoff final est la somme des meilleures performances sélectionnées, actualisée au taux sans risque.

Option Napoléon :

Le prix d'une option Napoléon dépend de la moyenne des prix de l'actif sous-jacent sur toute la durée de vie de l'option. Si le prix franchit une barrière donnée **barrier**, l'option est invalidée et le payoff est nul.

$$\bar{S} = \frac{1}{n_{\text{steps}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{steps}}} S_i$$

et

$$\text{Payoff} = \max(\bar{S} - K, 0)$$