

Diseño y análisis de algoritmos
Examen-Tarea 3
Profesores Armando Castañeda y Sergio Rajsbaum
Ayudantes Luis Gómez y Diego Velázquez
Viernes 30 de agosto de 2019

INSTRUCCIONES:

- Se puede hacer en equipos de 2 o 3 personas, pero hay que entregarla individualmente. La resuelven entre todos, pero cada quien la escribe en sus palabras. Anotar en cada tarea el nombre de todos los miembros del equipo.
- Las respuestas deben estar escritas con claridad, todos los enunciados demostrados.
- No se aceptan tareas después de la fecha límite.
- No escribas la implementación de tus algoritmos.
- Si el ejercicio dice “prueba”, “demuestra” o “muestra”, no debes dejar ningún hecho sin justificar; esto significa que debes decir por qué lo que escribes es verdad. Si lo que se pide es una explicación, es suficiente que enuncies los hechos que explican lo que se pide sin decir por qué son verdaderos.

Ejercicio 1. Diseña un algoritmo que resuelva el siguiente problema: Dado un arreglo de n enteros diferentes y un entero fijo T , hallar dos elementos del arreglo cuya suma sea T . Demuestra que tu algoritmo es correcto definiendo claramente los invariantes que usas y demostrando que en efecto son invariantes. Finalmente analiza su complejidad

Ejercicio 2. Diseña un algoritmo que resuelva el siguiente problema: Dado un arreglo ordenado y rotado de n enteros diferentes y un entero fijo T , determinar si T pertenece al arreglo. Demuestra que tu algoritmo es correcto definiendo claramente los invariantes que usas y demostrando que en efecto son invariantes. Finalmente analiza su complejidad

Ejercicio 3. Escribe el algoritmo de búsqueda binaria recursiva y explícalo usando la analogía de los hermanos.

Ejercicio 4. Diseña un algoritmo que resuelva el siguiente problema: Dados n registros de tiempo x_1, \dots, x_n de la recepción de copias de un archivo por un servidor, encontrar cuál es el intervalo de tiempo más largo durante el cual no hubo recepción del archivo. Demuestra que tu algoritmo es correcto definiendo claramente los invariantes que usas y demostrando que en efecto son invariantes. Finalmente analiza su complejidad

Ejercicio 5. Explica por qué el número de subconjuntos de tamaño k de un conjunto de tamaño n con $0 \leq k \leq n$ es precisamente $\binom{n}{k}$. Muestra detalladamente por qué el algoritmo que vimos en clase para encontrar, en una gráfica con n vértices, un conjunto independiente de k vértices tiene complejidad $O(n^k)$

Ejercicio 6. Prueba con todo detalle que el algoritmo visto en clase para mezclar ordenadamente dos listas ordenadas de enteros tiene complejidad $O(n)$ si n es la longitud de las listas iniciales. En tu demostración debes definir claramente los invariantes que se mencionaron en clase y probar que en efecto son invariantes.

Ejercicio 7. Considera el algoritmo de exploración visto en clase, pero modificado para que reciba como entrada una gráfica dirigida G , y un vértice de inicio s . Córrelo dos veces, una sobre G y una segunda vez sobre \bar{G} , donde \bar{G} se obtiene de G invirtiendo la dirección de todos los arcos (ambas veces el algoritmo debe iniciar en s). Explica cómo usar esta información para obtener la subgráfica G' de G fuertemente conexa que incluye a s . Presenta un ejemplo de cómo corre sobre una gráfica G que te parezca interesante. Explica en detalle qué propiedades (y por qué) tiene G' .