

**WEIBULL DAĞILIMININ PARAMETRELERİ İÇİN İLERLEYEN TÜR TİP-II
SAĞDAN SANSÜRLÜ ÖRNEKLEME DAYALI İSTATİSTİKSEL SONUÇ
ÇIKARIMLAR**

Hanefi GEZER

Yüksek Lisans Tezi

İstatistik Teorisi Anabilim Dalı

İstatistik Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. İlhan USTA

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Ocak 2021

ÖZET

WEIBULL DAĞILIMININ PARAMETRELERİ İÇİN İLERLEYEN TÜR TİP-II SAĞDAN SANSÜRLÜ ÖRNEKLEME DAYALI İSTATİSTİKSEL SONUÇ ÇIKARIMLAR

Hanefi GEZER

İstatistik Teorisi Anabilim Dalı

İstatistik Bilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ocak 2021

Danışman: Prof. Dr. İlhan USTA

Bu tez çalışması, Weibull dağılımının bilinmeyen şekil ve ölçek parametrelerinin istatistiksel sonuç çıkarımlarını, ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem durumunda ayrıntılı bir şekilde incelenmesini amaçlamaktadır. Bu amaçla, Weibull dağılımının bilinmeyen parametrelerinin nokta tahmini için en çok olabilirlik, yaklaşık en çok olabilirlik, maksimum aralık, pivot, grafik ve en küçük kareler yöntemleri ele alınmış ve bu yöntemlere dayalı tahmin ediciler elde edilmiştir. Weibull dağılımının bilinmeyen şekil ve ölçek parametrelerinin aralık tahmini için pivota dayalı tam güven aralığı, asimptotik güven aralığı, Bootstrap-p ve Bootstrap-t örneklemlerine dayalı güven aralıkları açıklanmış ve uygun aralık tahmin edicileri elde edilmiştir. Nokta ve aralık tahminlerinin performansları farklı örneklem hacimlerine dayalı sansür şemaları ve farklı parametre değerleri için kapsamlı simülasyon çalışmasıyla ayrıntılı olarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre hem nokta hem de aralık tahmininde pivot yönteminin oldukça iyi performans sergilerken, grafik yönteminin yalnızca nokta tahmininde performansının iyi olduğu görülmüştür. Son olarak gerçek veri seti üzerinde uygulama yapılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Weibull dağılımı, İlerleyen tür tip-II sağdan sansürleme, Parametre tahmini, Nokta ve aralık tahmini, Pivot metodu, Simülasyon

ABSTRACT

STATISTICAL INFERENCES FOR THE PARAMETERS OF WEIBULL DISTRIBUTION BASED ON PROGRESSIVELY TYPE-II RIGHT CENSORED SAMPLE

Hanefi GEZER

Department of Statistical Theory
Programme in Statistics

Eskişehir Technical University, Institute of Graduate Programs, January 2021

Supervisor: Prof. Dr. İlhan USTA

This thesis aims to investigate in detail the statistical inference of unknown shape and scale parameters of Weibull distribution in the case of the progressively censored sample. For this purpose, the maximum likelihood, approximate maximum likelihood, maximum product spacing, pivot, graphical and least square estimation methods for the point estimation of unknown parameters of Weibull distribution were discussed and the estimators based on these methods were obtained. Asymptotic confidence intervals, confidence intervals, based on the pivot, confidence intervals relied on Bootstrap-p and Bootstrap-t methods for the interval estimation of the unknown shape and scale parameters of the Weibull distribution are explained and the corresponding interval estimators obtained. The performances of the point and interval estimates were examined in detail for different parameter values and different censored schemes based on different sample sizes through extensive simulation studies. According to the obtained results, it was seen that the pivot method performed quite well in both point and interval estimation, while the graphical method performed well in point estimation. Finally, an application was analyzed by using a real data set.

Keywords: Weibull distribution, Progressive type-II right censoring, Parameter estimation, Point and interval estimations, Pivot method, Simulation

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimi ve tezin hazırlanması sürecinde bana her daim zaman ayıran, yardımlarını esirgemeyen, değerli bilgilerini ve tecrübesini benimle paylaşan danışman hocam Sayın *Prof. Dr. İlhan Usta*'ya,

Hayatımın her basamağında beni destekleyen aileme,

Sabri ile her zaman yanımda olduğunu hissettiğim eşim *Fatma* ve motivasyon kaynağım kızlarım *İklimay ve Zehra Betül*'e,

En içten teşekkürü bir borç bilirim.



Hanefi GEZER

25/01/2021

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ve kurallara uygun davranışımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğim ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdığımı; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Hanefi GEZER

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLOLAR DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiv
1. GİRİŞ.....	15
2. SANSÜRLEME TÜRLERİ	6
2.1. Soldan Sansürleme.....	6
2.2. Aralık Sansürleme	6
2.3. İkili Sansürleme	7
2.4. Sağdan Sansürleme.....	7
2.4.1. I. Tür sağdan sansürleme	7
2.4.2. II. Tür sağdan sansürleme	8
2.4.3. İlerleyen tür tip-II sağdan sansürleme.....	8
3. WEİBULL DAĞILIMI.....	10
4. WEİBULL DAĞILIMI İÇİN NOKTA TAHMİN EDİCİLERİ	12
4.1. En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi	12
4.2. Yaklaşık En Çok Olabilirlik Yöntemi.....	13
4.3. Maksimum Aralık Tahmin Yöntemi.....	15
4.4. Pivota Dayalı Tahmin Yöntemi	16
4.5. Lineer Regresyona Dayalı Weibull Grafik Yöntemi	20

4.6.	En küçük Kareler Yöntemi.....	22
5.	WEİBULL DAĞILIMI İÇİN ARALIK TAHMİNİ.....	24
5.1.	Pivot Tahmin Yöntemine Dayalı Tam Güven Aralığı.....	24
5.2.	En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemine Dayalı Asimptotik Güven Aralığı.....	26
5.3.	Bootstrap Örneklemesi.....	27
5.3.1.	Bootstrap-p yöntemine dayalı güven aralığı	27
5.3.2.	Bootstrap-t Örneklemesine Dayalı Güven Aralığı.....	29
6.	SİMÜLASYON ÇALIŞMASI	30
6.1.	Weibull(1;0,5) Dağılımı için Nokta Tahmin Edicilerinin Simülasyon Sonuçları	33
6.2.	Weibull(1;1,5) Dağılımı için Nokta Tahmin Edicilerinin Simülasyon Sonuçları	41
6.3.	Weibull(1;2,5) Dağılımı için Nokta Tahmin Edicilerinin Simülasyon Sonuçları	49
6.4.	Sansürsüz (Tam) Örneklem Durumunda Simülasyon Sonuçları.....	57
6.5.	Weibull(1;1,5) Dağılımı için Aralık Tahmini Simülasyon Sonuçları.....	61
6.6.	Weibull(1;2,5) Dağılımı için Aralık Tahmini Simülasyon Sonuçları.....	65
6.7.	Sansürsüz (Tam) Örneklem Aralık Tahmini Simülasyon Sonuçları.....	69
7.	UYGULAMA	72
	KAYNAKÇA	77
	ÖZGEÇMİŞ	

TABLOLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 6.1. $n = 20$ için sansürlü örneklem şemaları	32
Tablo 6.2. $n = 40$ için sansürlü örneklem şemaları	32
Tablo 6.3. $n = 80$ için sansürlü örneklem şemaları	33
Tablo 6.4. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	34
Tablo 6.5. $n = 20$ ve $m = 10$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	35
Tablo 6.6. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	35
Tablo 6.7. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	36
Tablo 6.8. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	36
Tablo 6.9. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	37
Tablo 6.10. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	37
Tablo 6.11. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	38
Tablo 6.12. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	38
Tablo 6.13. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	39
Tablo 6.14. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	39
Tablo 6.15. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;0,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	40
Tablo 6.16. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	42

Tablo 6.17. n=20 ve m=10 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	42
Tablo 6.18. n=20 ve m=15 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	43
Tablo 6.19. n=20 ve m=15 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	43
Tablo 6.20. n=40 ve m=20 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	44
Tablo 6.21. n=40 ve m=20 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	44
Tablo 6.22. n=40 ve m=30 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	45
Tablo 6.23. n=40 ve m=30 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	45
Tablo 6.24. n=80 ve m=40 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	46
Tablo 6.25. n=80 ve m=40 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	46
Tablo 6.26. n=80 ve m=60 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	47
Tablo 6.27. n=80 ve m=60 durumunda Weibull(1;1,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	47
Tablo 6.28. n=20 ve m=10 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları.....	50
Tablo 6.29. n=20 ve m=10 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	50
Tablo 6.30. n=20 ve m=15 için Weib (1;2,5) dağılıminin şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları.....	51
Tablo 6.31. n=20 ve m=15 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	51
Tablo 6.32. n=40 ve m=20 için Weibull(1;2,5) dağılıminin şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları.....	52

Tablo 6.33. n=40 ve m=20 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	52
Tablo 6.34. n=40 ve m=30 için Weibull(1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları.....	53
Tablo 6.35. n=40 ve m=30 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	53
Tablo 6.36. n=80 ve m=40 için Weibull(1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları.....	54
Tablo 6.37. n=80 ve m=40 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	54
Tablo 6.38. n=80 ve m=60 için Weibull(1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları.....	55
Tablo 6.39. n=80 ve m=60 durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları.....	55
Tablo 6.40. Weibull(1;0,5) dağılımının sansürsüz veri için sonuçlar	58
Tablo 6.41. Weibull(1;1,5)olması durumunda sansürsüz veri için sonuçlar.....	59
Tablo 6.42. Weibull(1;2,5) olması durumunda sansürsüz veri için sonuçlar.....	60
Tablo 6.43. n=20 ve m=10 için Weibull(1;1,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	62
Tablo 6.44. n=20 ve m=15 için Weibull(1;1,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	62
Tablo 6.45. n=40 ve m=20 için Weibull(1;1,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	63
Tablo 6.46. n=40 ve m=30 için Weibull(1;1,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	63
Tablo 6.47. n=80 ve m=40 için Weibull(1;1,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	64
Tablo 6.48. n=80 ve m=60 için Weibull(1;1,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	64
Tablo 6.49. n=20 ve m=10 için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	66
Tablo 6.50. n=20 ve m=15 için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	66

Tablo 6.51. n=40 ve m=20 için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	67
Tablo 6.52. n=40 ve m=30 için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	67
Tablo 6.53. n=80 ve m=40 için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	68
Tablo 6.54. n=80 ve m=60 için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları.....	68
Tablo 6.55. Weibull dağılımının sansürsüz veri olması durumunda aralık tahmin edicileri sonuçları.....	70
Tablo 7.1. Dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonları.....	72
Tablo 7.2. Dağılımların uyum iyiliği test istatistiği ve bilgi kriteri sonuçları.....	73
Tablo 7.3. <i>Weibull (β, α)</i> dağılımının tam veri(sansürsüz) örneklem uygulaması sonuçları.....	73
Tablo 7.4. Weibull(0,3;2,5) dağılımının sansürsüz(Tam) ve Sansürlü örneklem uygulaması sonuçları	74

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. İlerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem planı.....	9
Şekil 3.1. Weibull dağılımının artan şekil parametresine göre olasılık yoğunluk fonksiyonu grafiği.....	11



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$f(x)$: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
$F(x)$: Dağılım Fonksiyonu
L_i	: Sansürleme Zamanı
$L(\theta)$: Olabilirlik Fonksiyonu
$\text{Log}(L(\theta))$: Log Olabilirlik Fonksiyonu
R	: Gözlenen Başarısızlık Sayısı
θ	: Teta Parametresi
α	: Alfa Parametresi
β	: Beta Parametresi
$\hat{\alpha}$: Alfa Parametre Tahmini
$\hat{\beta}$: Beta Parametre Tahmini
δ	: Delta
Φ	: Fi
T	: Tau
γ	: Gama
$\text{Var}(X)$: Varyans
MLE	: En Çok olabilirlik Tahminci (Maximum Likelihood Estimator)
AMLE	: Yaklaşık En Çok Olabilirlik Tahminci (Approximate Maximum Likelihood Estimator)
MPS	: Maksimum Aralık Tahminci (Maximum Product Spacing Estimator)
PIV	: Pivota Dayalı Tahminci (Pivot Estimator)
LSE	: En Küçük Kareler Tahminci (Least Squares Estimator)
WPP	: Grafik Yöntemine Dayalı Tahminci (Weibull Probability Plot Estimator)
HKO	: Hata Kareler Ortalaması(Mean Squared Error)
Yan	: Yanlılık(Bias)
DEF	: Eksiklik Kriteri (Deficiency Criterion)
KO	: Kapsama Oranı
OAG	: Ortalama Aralık Uzunluğu
Weibull(β, α)	: β Şekil ve α Ölçek Parametreli Weibull Dağılımı

1. GİRİŞ

Bir sistemi, deneyi veya durumu incelerken ilgilenilen değişkene ilişkin gözlemleri zaman, maliyet ve diğer kısıtlamalardan dolayı her zaman tümüyle gözlemelemek mümkün olmayabilir. Bu durumlarda, deney ya da gözlem sonrası sansürlenmiş veriler ortaya çıkar. Günümüzde tıp, mühendislik, biyoloji, aktüerya, ekonomi ve daha birçok alanda sansürlü verilerle karşılaşılmaktadır.

Literatürde çok çeşitli sansürleme türleri bulunmaktadır. Bunlar arasında sağdan sansürleme en çok karşılaşılan veya uygulanan sansürleme türüdür. Bu tez çalışmasında, sağdan sansürlemenin en çok tercih edilen ve II. tür sağdan sansürlemenin genelleştirilmiş hali olan ilerleyen tür tip II sağdan sansürleme türü ele alınacaktır. İlerleyen tür tip II sağdan sansürleme kısaca özetlenirse, aynı dağılım fonksiyonuna sahip birbirinden bağımsız n tane bileşenin bulunduğu bir test yapıldığı varsayılsın. Testte meydana gelen 1. başarısızlık (bozulma) ile rassal olarak r_1 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini, daha sonra sistemde kalan $n - r_1 - 1$ bileşenden, 2. başarısızlık ile rassal olarak r_2 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini ve böylece en son başarısızlık olan m . başarısızlık ile rassal olarak r_m sayıda bileşenin sistemden çekilmesiyle m tane bileşenin başarısızlık sürelerine ilişkin gözlemler elde edildiği düşünülsün. Bu testin sonunda elde edilen örneklem n hacimli, m başarısızlık sayısında ve (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem denir. Burada m başarısızlık sayısı ve $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ sansür şeması teste başlanmadan önce belirlenen sabit sayılardır(Balakrishnan ve Aggarwala, 2000).

İlerleyen tür sansürlü örneklem altında farklı dağılımların parametre tahminlerine ilişkin birçok çalışma bulunmaktadır. Bununla ilgili son yıllarda yapılan bazı çalışmalar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

Bdair vd. (2020), esnek Weibull dağılımının bilinmeyen parametreleri için ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem altında en çok olabilirlik ve Bayes yöntemlerini kullanarak tahminde bulunmuştur.

Kotb ve Raqab (2019), ilerleyen tür sağdan sansürlü örneklem dayalı Modifiye Weibull dağılımının bilinmeyen parametreleri için en çok olabilirlik ve Bayes yöntemlerini kullanarak istatistiksel çıkarımlarda yapmıştır.

Liao ve Gui (2019), Rayleigh dağılımının parametrelerini ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü rakip risk verileri altında en çok olabilirlik ve Bayes yöntemlerini kullanarak tahmin etmiştir.

EL-Sagheer (2018), ilerleyen tür tip II sağdan sansürlemeye dayalı üç parametrelî Gamma-Weibull dağılımının parametrelerinin nokta tahmini için en çok olabilirlik ve Bayes tahmin yöntemlerini; aralık tahmini için ise en çok olabilirlik tahmin yöntemi kullanılarak asimptotik aralık tahmini ve Bootstrap aralık tahminini çalışmıştır.

Sel, Jung ve Chung (2017), ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklemeye dayalı altı parametrelî genişletilmiş McDonald Weibull dağılımının parametrelerinin nokta tahmini için en çok olabilirlik ve Bayes yöntemlerini kullanmışlardır. Araştırmacılar aralık tahmini için Bayesian, asimptotik ve Bootstrap güven aralıklarını elde etmiştir.

Helu (2015), ters (inverse) Weibull dağılımının parametrelerini ilerleyen tür sansürlemeye dayalı olarak en çok olabilirlik, yaklaşık en çok olabilirlik ve en küçük kareler yöntemlerini kullanarak tahmin etmiştir.

Usta ve Gezer (2015), binom çıkarımlara dayalı ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem altında Pareto-I dağılımı için en çok olabilirlik yöntemini kullanarak güvenirlik fonksiyonlarının tahminini yapmıştır.

Dey, Dey ve Kundu (2015), ilerleyen tür tip-II sansürlü örneklem altında Rayleigh dağılımının parametreleri için en çok olabilirlik, yaklaşık en çok olabilirlik ve Bayes tahmin yöntemlerini kullanarak nokta ve aralık tahmini yapmıştır.

Balakrishnan ve diğerleri (2010), üç değer dağılımının ilerleyen tür tip-II sansürlü örneklem altında en çok olabilirlik ve yaklaşık en çok olabilirlik tahmincileri ile çıkışımlarda bulunmuştur.

Wang, Yu, ve Jones (2010), Weibull, Gompertz ve Lomax dağılımlarının parametrelerinin nokta tahmini için ters tahmin (pivota dayalı) yöntemini; aralık tahmini için ise genelleştirilmiş pivota dayalı güven aralıklarını önermiştir.

İlerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem altında Weibull dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahminine ilişkin son yıllarda yapılan bazı çalışmalar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

Seo, Jeon ve Kang (2020), ilerleyen tür tip II sağdan sansürlemeye dayalı Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek amacıyla ağırlıklandırılmış lineer regresyon modeli çerçevesinde yeni bir yaklaşım önermiştir.

Liu ve Shi (2017), Weibull dağılımının ilerleyen tür sağlam sansürlü örnekleme dayalı rakip risk verileriyle basit bir adım-stres modelini nokta tahmini için en çok olabilirlik ve Bayes yöntemini; aralık tahmini ise asimptotik güven aralığı, Bootsrap örneklemesine dayalı güven aralığı ve Bayesian güven aralığını çalışmıştır.

Zhu, Yan ve Peng (2016), hiyerarsik Bayes modeline dayalı Weibull dağılımının güvenirlik fonksiyonlarını ilerleyen tür tip-II sansürlü örneklem altında Bayes ve en çok olabilirlik yöntemini kullanarak tahmin etmiştir.

Teimouri ve Nadarajah (2016), ilerleyen tür sağdan sansürlü örneklem durumunda Weibull dağılımının parametrelerinin tahmini için yanılılığı düzeltilmiş ve düzeltilmemiş en çok olabilirlik tahmin yöntemini kullanmıştır.

Usta ve Gezer (2015), beta-binom çıkarımlara dayalı ilerleyen tür tip II sansürlü örneklem altında Weibull dağılımının en çok olabilirlik ve yaklaşık en çok olabilirlik yöntemlerini kullanılarak parametre tahmini yapmıştır.

Ng ve diğerleri (2012), üç parametrelî Weibull dağılımının ilerleyen tür tip-II sansürlü örneklem altında klasik tahmin yöntemleri kullanarak parametrelerin tahmini üzerinde çalışmıştır.

Valiollahi ve Raqab (2011), ilerletilmiş tür tip-II sansürlü örnekleme dayalı Weibull dağılımının strese dayanma güvenirliği tahmini için en çok olabilirlik ve yaklaşık en çok olabilirlik ile Bayes yöntemleriyle çalışmıştır.

Abdel-Hamida ve AL-Hussaini (2011), artan stres ile hızlandırılmış yaşam testlerini ilerleyen tür sansürlü örneklem altında Weibull dağılımının bilinmeyen parametrelerini grafik ve en çok olabilirlik yöntemini kullanarak incelemiştir.

Hashemi ve Amiri (2011), rakip risklerini binom olarak çıkartarak ilerleyen tür tip II sansürlü örneklem altında Weibull dağılımının parametrelerinin nokta tahmini için en çok olabilirlik ve yaklaşık en çok olabilirlik yöntemleri üzerinde çalışmıştır. Buna ek olarak araştırmacılar, parametrelerinin aralık tahmini ise en çok olabilirlik yöntemine dayalı asimptotik aralık güven aralıklarını elde etmiştir.

Sultan, Mahmoud ve Saleh (2007), ilerleyen tür tip-II sansürlü örnekleme dayanarak, yaklaşık doğrusal en iyi yansız ve yaklaşık en çok olabilirlik tahmin edicilerini kullanarak Weibull dağılımının şekil ve ölçek parametrelerini tahmin etmiştir.

Kundu ve Gupta (2006), ölçek parametresi aynı olmayan ancak şekil parametreleri aynı olan Weibull dağılımına sahip bağımsız iki değişkenli Weibull dağılımının parametrelerini en çok olabilirlik ve yaklaşık en çok olabilirlik yöntemlerini kullanarak tahmin etmiştir. Bunun yanı sıra araştırmacılar, Bayes yöntemi ile nokta tahmini ve Bootstrap yöntemine dayalı aralık tahmini yapmıştır.

Yukarıda yapılan çalışmalar incelendiğinde ilerleyen tür tip II sansürlü örneklemler altında farklı dağılımlar için birçok nokta ve aralık tahmin yöntemlerinin kullanıldığı görülmüştür. Ancak kullanılan aralık ve nokta tahmin yöntemlerinin performansları özellikle Weibull dağılımı için kiyasının kapsamlı olarak ele alınmadığı saptanmıştır. Daha açık bir ifadeyle, ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklemler altında pivota dayalı tahmin yöntemi ve maksimum aralık tahmin yöntemi son yıllarda nokta tahmini için çalışılmaya başlanmışmasına rağmen Weibull dağılımı için diğer nokta tahmin yöntemleriyle birlikte performansının incelemesi, ilgili alan yazın değerlendirildiğinde çalışılmadığı görülmüştür. Dahası, ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklemler altında en çok olabilirlik tahmincilerinin asimptotik normallığı ve Bootstrap örneklemesine dayalı aralık tahminleri çalışılmasına rağmen pivota dayalı tam güven aralık tahmini ile farklı tahmin edicilerin Bootstrap örneklemesine dayalı aralık tahminlerinin Weibull dağılımı için performans incelemesi üzerinde yeterince durulmadığı öne sürülebilir. Bu ifadeler ışığında, bu tez çalışmasında ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklemler altında Weibull dağılımının şekil ve ölçek parametreleri için son yıllarda kullanılan nokta ve aralık tahmin yöntemlerine dayalı olarak tahmin ediciler elde edilmiş, kapsamlı bir performans kıyaslaması yapılmış ve sonuçlar yorumlanmıştır. Ayrıca bu çalışmanın, Weibull dağılımını kullanan veya kullanacak olan araştırmacılara alternatif yöntemler sunması bakımından yol gösterici bir kaynak niteliği taşıdığı ifade edilebilir.

Bu tez çalışması kapsamında elde edilen sonuçlar, ilerletilmiş tür tip II sansürlü örneklemler altında pivota dayalı nokta ve aralık tahmin yönteminin ele alınan diğer yöntemlerden oldukça başarılı olduğunu göstermesi bakımından Weibull dağılımı için literatüre yenilik katmaktadır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, sansürleme çeşitleri kısaca tanıtıldıktan sonra ilerleyen tür tip-II sağdan sansürleme türü açıklanmıştır.

Üçüncü bölümünde bu tez çalışması kapsamında kullanılan Weibull dağılımının olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonlarıyla birlikte momentleri hakkında kısaca bilgi verilmiştir.

Dördüncü bölümünde Weibull dağılımının bilinmeyen ölçek ve şekil parametrelerinin nokta tahmini için kullanılacak olan en çok olabilirlik, yaklaşık en çok olabilirlik, maksimum aralık, pivota dayalı, grafik yöntemine dayalı ve en küçük kareler tahmin yöntemleri açıklanmış ve Weibull dağılımının şekil ve ölçek parametrelerinin tahmin edicileri elde edilmiştir.

Beşinci bölümünde Weibull dağılımının bilinmeyen şekil ve ölçek parametrelerinin aralık tahmini için pivota dayalı tam güven aralığı, asimptotik güven aralığı, Bootstrap örneklemesinde yer alan Bootstrap-p ve Bootstrap-t yöntemlerine dayalı güven aralıkları açıklanarak, uygun aralık tahmin edicileri belirlenmiştir.

Altıncı bölümünde bu tez çalışması kapsamında çalışan nokta ve aralık tahmin edicilerinin performansı farklı parametre değerleri, sansürleme şemaları ve örneklem büyüklüklerinde incelenmesi için MATLAB programında yazılan özel kodlarla simülasyon çalışması yapılmıştır. Ayrıca, elde edilen Yan ve HKO ve Def kriteri sonuçlarına göre nokta tahmin edicilerinin performansları kıyaslanırken; KO ve OAG sonuçlarına göre de aralık tahmin edicileri karşılaştırılmıştır.

Yedinci bölümünde gerçek veri seti kullanılarak sansürsüz ve ilerletilmiş tür tip-II sansürlü örneklem altında Weibull dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahmini için bir uygulama yapılmıştır.

Sonuç bölümünde ise bu tez çalışması kapsamında çalışan Weibull dağılımının bilinmeyen ölçek ve şekil parametrelerinin tahmini ile ilgili simülasyon çalışması ve uygulama kısmında elde edilen nokta ve aralık tahmin bulguları özetiğiştir. Ayrıca, nokta ve aralık tahmini sağlamak isteyen araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

2. SANSÜRLEME TÜRLERİ

Sansürlü veri, bir sistemi oluşturan tüm bileşenlerin zaman, maliyet veya gözlenmesi mümkün olmayan kısıtlamalar nedeniyle tüm bileşenlerin bozulma sürelerini gözlemeğenin mümkün olmadığı durumlarda ortaya çıkan veri türüdür. Sansürlenmiş veriye örnek verecek olursak, mide kanseri araştırmasında gözlenen bir bireyin trafik kazasından ölmesi, kalp yetmezliğinden ölmesi gibi yeni geliştirilen ve sınırlı sayıda bulunan pahalı elektronik cihazın ömrü hakkında bilgi sahibi olmak için parçaların hepsinin aynı koşullarda bozulmalarını gözlemeğen maliyeti ve test etme zamanını artıracağından istenmeyen bir durumdur. Bu durumlarda, araştırma veya deney sonrasında sansürlenmiş veriler elde edilir. Özellikle yaşam testlerinin çoğunlukla kullanıldığı alanlar olan sigortacılık, sağlık, mühendislik, kalite kontrol ve daha birçok alanda sansürlenmiş veri çeşitleri ile karşılaşılmaktadır.

Sansürleme, sağdan sansürlü ve soldan sansürlü olmak üzere iki ana gruba ayrılır. Ayrıca, sağdan ve soldan sansürlü veriler kullanılarak elde edilen aralık sansürleme ve ikili sansürleme genelleştirilmiş sansürleme çeşitleri olarak incelenebilir. Bu çalışmada, en çok kullanılan sansürleme türü olan ilerleyen tür tip II sağdan sansürleme üzerinde durulacağından soldan sansürleme ve diğer sansürleme türlerinden kısaca bahsedilecektir.

2.1. Soldan Sansürleme

Gözlemlenmek istenen bir testte başarısızlık olarak adlandırılan olay, testin bazı bileşenleri için belirlenen zaman gelmeden önce gerçekleşir. Diğer bir ifade ile testin süresi X_i ve sansürleme zamanı L_i olarak belirlenen bir testte $X_i \leq L_i$ olduğunda bileşenin test süresi soldan sansürlenmiş olacaktır. Göstergé fonksiyonu olan δ_i ile ifade edilirse $\delta_i = 0 (X_i \leq L_i)$ ise bileşen sansürlenmiş; $\delta_i = 1 (X_i > L_i)$ olduğunda ise bileşen gözlemlenmiş olur (Lawless, 2003).

2.2. Aralık Sansürleme

Genelleştirilmiş sansürleme çeşidi olan aralık sansürleme, genellikle takip gerektiren olayların incelenmesinde kullanılır. İncelenmek istenen olayın meydana gelme süresi $L_i < X_i \leq R_i$ gibi bir aralıka ifade edilir.

Sağdan sansürleme çeşidinin genelleştirilmiş şekli olarak ifade ediliyorsa, sol sınır noktası 0 ve sağ sınır noktası L_i olarak; eğer soldan sansürlemenin genelleştirilmiş şekli

olarak ifade ediliyorsa, sol sınır noktası L_i ve sağ sınır noktası $R_i = \infty$ olarak alınır (Nelson, 1982).

2.3. İkili Sansürleme

Bazı testlerde soldan sansürlemenin meydana geldiği durumlarda, sağdan sansürleme de aynı zamanda ortaya çıkabilir. Bu tip durumlarda, testlerin sürelerinin ikili sansürlendiği ifade edilir.

Burada L_i , ele alınan testin bileşen için gerçekleşmesinden önceki zaman iken, L_j ele alınan testin bileşen için gerçekleşmesinden sonraki zamandır.

$$\delta = \begin{cases} 1, & \text{eğer } X \text{ başarısızlık zamanı ise} \\ 0, & \text{eğer } X \text{ sağdan sansürlenmişse} \\ 1, & \text{eğer } X \text{ soldan sansürlenmiş} \end{cases} \quad (2.1)$$

Eğer $X \leq L_i$ veya $X \leq L_j$ ise testin süresi kesin olarak bilinmiyor demektir (Nelson, 1982).

2.4. Sağdan Sansürleme

Sansürlü verilerde başarısızlık olarak bilinen olay, belirlenen durma zamanına kadar gerçekleşmezse, bileşenin test süresi daha önceden belirlenen durma zamanının sağ tarafına geçmiş olur. Böyle bir durumda bileşenin test süresi sağdan sansürlenecektir.

Teste katılan n bileşenin test süreleri X_1, X_2, \dots, X_n rassal değişkenleri ile gösterilsin. Her bileşenin test süresi X_i , sansürleme zamanı L_i ve gösterge fonksiyonu δ_i ile gösterilsin. Buradaki gösterge fonksiyonu,

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & X_i > L_i \\ 1, & X_i \leq L_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanan bir fonksiyon olsun. Eğer $\delta_i = 0(X_i > L_i)$ ise bileşen sansürlenmiş, $\delta_i = 1(X_i \leq L_i)$ ise bileşen gözlemlenmiş diğer bir ifadeyle başarısız olmuştur (Lawless, 2003).

2.4.1. I. Tür sağdan sansürleme

Belirli bir zaman aralığında yürütülen testlerde (çalışmalarda) tercih edilen I. tür sağdan sansürleme, çalışmanın başlangıç ve bitiş aralığını gösteren sansürleme zamanı ($L_i > 0$) belirlendikten sonra, bu zaman aralığında çalışmaya katılan bileşenler durma zamanına kadar gözlemlenir. Burada, çalışmaya katılan $x_i(X_i \leq L_i)$ ise teste katılan bileşen gözlemlenmiş; aksi takdirde sansürlenmiştir.

Bileşeninin yaşam süresi X_i ve testin durma zamanı L_i olan I. tür sağdan sansürlemenin genel gösterimi, $x_i = \min(X_i, L_i)$ ve $\delta_i = 1(X_i \leq L_i)$ şeklindedir. Testin sonunda elde edile n rassal (x_i, δ_i) değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$P(x_i, \delta_i) = f(x_i)^{\delta_i} (1 - F(x_i))^{1-\delta_i}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

olarak elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonunda gösterge değişkeni Eşitlik (2.2)'de tanımlanmıştır (Lawless, 2003).

2.4.2. II. Tür sağdan sansürleme

Bir teste başlamadan önce testin özdeş bileşen sayısı n 'den küçük olacak şekilde belirlenen m başarısızlık sayısı belirlendikten sonra, aynı anda $X_1 < \dots < X_m$ gözlemlenmeye başlanır. Gözlem süresi m -inci başarısızlık gözlendiğinde sona erer ve toplam gözlem süresi x_m ye eşit olarak kabul edilir.

$X_1 < \dots < X_m$, olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu sırasıyla $f(x; \theta)$ ve $F(x; \theta)$ olan bir örneklem olsun. Bu örneklemin gözlem değerleri $x_1 < x_2 < \dots < x_m$ için en çok olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\theta; x) = \frac{n!}{(n-m)!} \left\{ \prod_{i=1}^m f(x_i) \right\} (1 - F(x_m))^{n-m} \quad (2.4)$$

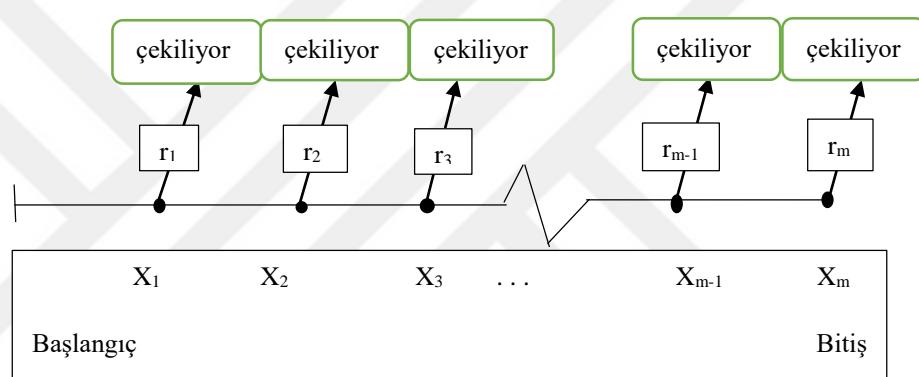
şeklinde ifade edilir (Lawless, 2003).

2.4.3. İlerleyen tür tip-II sağdan sansürleme

İkinci tür sansürlemenin genelleştirilmiş hali ve uygulama alanında kendine en çok yer edinen türü ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlemedir. İlerleyen tür tip-II sağdan sansürleme türü şu şekilde ifade edilebilir: aynı $F(x)$ dağılım fonksiyonuna sahip birbirinden bağımsız n tane bileşenin bulunduğu bir test yapıldığı varsayılsın. Testte meydana gelen birinci başarısızlıkta rassal olarak r_1 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini, daha sonra sisteme kalan $n - r_1 - 1$ bileşenden, ikinci başarısızlıkta rassal olarak r_2 sayıda bileşenin sistemden çekildiğini ve böylece en son başarısızlık olan m . başarısızlık ile rassal olarak r_m sayıda bileşenin sistemden çekilmesiyle m tane bileşenin başarısızlık sürelerine ilişkin gözlemler elde edildiği düşünülsün. Bu testin sonunda elde edilen örneklem n hacmi, m başarısızlık sayısında ve (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması ile ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örnekle olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca, buradaki n hacmi, m başarısızlık sayısı ve $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ sansür şeması teste başlamadan önce

belirlenen sabit sayılar olmak üzere, buna bağlı olarak teste başlamadan önce belirlenen n hacmi, m ($m \leq n$) başarısızlık sayısı ve r sansür şeması arasında $n = m + \sum_{i=1}^m r_i$ biçiminde bir ilişki olduğu ifade edilmektedir (Balakrishnan ve Aggarwala, 2000).

Literatürde n hacimli, m başarısızlık sayısında ve (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem $X_{1:m:n} < X_{2:m:n} \dots < X_{m:m:n}$ veya $X_1 < \dots < X_m$ olarak gösterilmektedir. Bu tez kapsamında ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem için gösterim kolaylığından dolayı $X_1 < \dots < X_m$ gösterim kullanılmıştır. İlerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem planı Şekil 2.1'de şema olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.1. İlerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem planı

$X_1 < X_2 < \dots < X_m$, olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonları $f(x; \theta)$ ve $F(x; \theta)$ olan anakütleden (dağılımdan), $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ sansür şeması ile çekilen ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olsun. Bu örneklemenin $x_1 < x_2 < \dots < x_m$ gözlem değeri için en çok olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\theta; \mathbf{x}) = \tau \prod_{i=1}^m f(x_i)[1 - F(x_i)]^{r_i} \quad (2.5)$$

olarak elde edilir (Cohen, 1963). Burada $\tau = n(n - r_1 - 1) \dots (n - r_1 - \dots - r_m - m + 1)$ 'dır. Elde edilen Eşitlik (2.5)'te $n = m$ ve sansür şeması $(0, \dots, 0)$ olarak alınırsa bilinen sıralı istatistiklerin veya sansürsüz (tam) örneklemenin en çok olabilirlik fonksiyonu; sansür şeması $(0, \dots, 0, n - m)$ olarak alınırsa tip II sağdan sansürlü örneklemenin en çok olabilirlik fonksiyonu elde edilir.

3. WEİBULL DAĞILIMI

Weibull dağılımı ilk olarak Fréchet tarafından 1927 yılında bulunmasına rağmen, ismini matematikçi Waloddi Weibull'un 1951 yılında yaptığı çalışmadan sonra almıştır. Weibull dağılımı aynı zamanda tip III üç değer dağılımı olarak da bilinmektedir.

Birçok farklı alanda geniş bir uygulama alanına sahip olan Weibull dağılımı özellikle yaşam modellemelerinde, güvenirlilik analizinde ve mühendislik çalışmalarında yaygın olarak kullanılır. Weibull dağılımının bu kadar yaygın olarak kullanılmasında, Weibull dağılımının esnek bir yapıya sahip olmasının dışında şekil parametresinin alacağı değerlere bağlı olarak üstel, Rayleigh ve normal dağılıma dönüştürülmesi de etkilidir.

Literatürde farklı parametrizasyonlarda yazılabilen iki parametreli Weibull dağılımının bu tez çalışmasında kullanılan olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x; \alpha, \beta) = \alpha \beta x^{\alpha-1} e^{-\beta x^\alpha}, x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (3.1)$$

ve dağılım fonksiyonu,

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - e^{-\beta x^\alpha}, x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (3.2)$$

olarak ifade edilip kısaca $X \sim Weibull(\beta, \alpha)$ olarak gösterilecektir. Burada α ve β parametreleri sırasıyla Weibull dağılımının şekil ve ölçek parametreleridir.

Weibull dağılımının sıfır etrafındaki k . merkezi momenti Eşitlik (3.3)'teki gibi elde edilir.

$$E(X^k) = \frac{1}{\beta^{k/\alpha}} \Gamma\left(1 + \frac{k}{\alpha}\right) \quad (3.3)$$

Weibull dağılımının k . merkezi momentine bağlı olarak, Weibull dağılımının beklenen değeri ve varyansı,

$$E(X) = \frac{1}{\beta^{1/\alpha}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (3.4)$$

$$Var(X) = \frac{1}{\beta^{2/\alpha}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right)^2 \right] \quad (3.5)$$

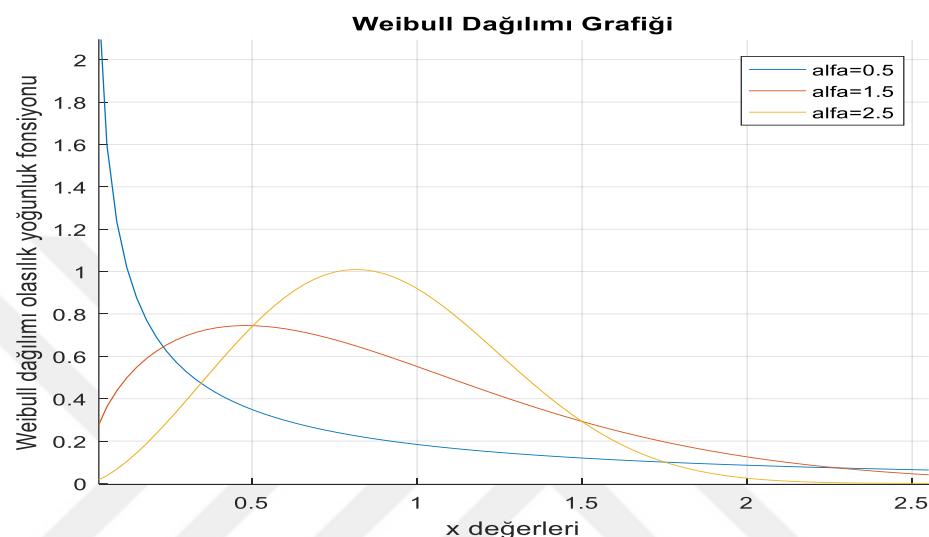
olarak elde edilir.

Eşitlik (3.1)'de verilen Weibull dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunda α şekil parametresi 1 olarak alındığında,

$$f(x; \beta) = \beta e^{-\beta x}, x > 0, \beta > 0 \quad (3.6)$$

fonksiyon formu elde edilir. Eşitlik (3.6), β parametrelü Üstel dağılımdır. Ayrıca Weibull dağılımının α şekil parametresi 2 olarak alındığında Rayleigh dağılımı olmakta ve $\alpha = 3.4$ olarak alındığında ise Normal dağılımı ile benzerlik göstermektedir

Ölçek parametresi $\beta = 1$ olan Weibull dağılımının artan şekil parametresine göre oluşturulan olasılık yoğunluk fonksiyonlarının grafikleri Şekil 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.1. Weibull dağılımının artan şekil parametresine göre olasılık yoğunluk fonksiyonu grafiği

4. WEİBULL DAĞILIMI İÇİN NOKTA TAHMİN EDİCİLERİ

İstatistik biliminin temel amaçlarından biri de üzerinde çalışılan anakütle hakkında bilgi sahibi olmaktadır. Anakütlelarındaki bu bilgiye, onu karakterize eden parametrelerin tahmini ile ulaşılabilir. Anakütlenin bilinmeyen parametreleri nokta ve aralık tahmini olmak üzere iki şekilde tahmin edilebilmektedir. Tez çalışmasının bu bölümünde, bilinmeyen parametrelerin örneklem verilerinden yola çıkarak onları tek bir değer şeklinde tahmin etmemizi sağlayan nokta tahmini üzerinde durulacaktır. Nokta tahmini için literatürde kullanılan birçok parametre tahmin yöntemi mevcuttur. Bu tahmin yöntemlerinden ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem durumunda en çok olabilirlik, yaklaşık en çok olabilirlik, maksimum aralık, pivota dayalı, grafik yöntemine dayalı ve en küçük kareler tahmin yöntemleri üzerinde durulmuş ve bu yöntemlere dayalı olarak tahmin ediciler elde edilmiştir.

4.1. En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi

İlk kez 1908 yılında Edgeworth tarafından kullanılan en çok olabilirlik yöntemi, 1921 yılında Fisher'in tahmin edicinin varyansı için genel formülü bulmasından sonra daha çok önem kazanmıştır. En çok olabilirlik yöntemi, parametre tahmin yöntemleri arasında asimptotik özellikleri gereği kullanılan en popüler yöntemdir.

$X_1 < \dots < X_m$, $f(x; \theta)$ ve $F(x; \theta)$ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.1) ve (3.2)'de verilen Weibull dağılımından (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olsun. Bu örneklemde $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)$ gözlem değerleri için en çok olabilirlik fonksiyonu Eşitlik (2.5) kullanılarak,

$$L(\alpha, \beta; \mathbf{x}) = \tau \prod_{i=1}^m \alpha \beta x_i^{\alpha-1} e^{-\beta x_i^\alpha} [e^{-\beta x_i^\alpha}]^{r_i} \quad (4.1)$$

olarak elde edilir. Elde edilen (4.1) eşitliğinin logaritması alındığında log-olabilirlik fonksiyonu,

$$\ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x}) = \ln \tau + m(\ln \alpha + \ln \beta) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \ln x_i - \beta \sum_{i=1}^m x_i^\alpha (1 + r_i) \quad (4.2)$$

olur. Eşitlik (4.2) sırasıyla β ve α parametrelerine göre kısmi türevleri alınıp sıfır eşitlendiğinde,

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \beta} = \frac{m}{\beta} - \sum_{i=1}^m x_i^\alpha (1 + r_i) = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \alpha} = \frac{m}{\alpha} + \sum_{i=1}^m \ln x_i - \beta \sum_{i=1}^m x_i^\alpha (1 + r_i) \ln x_i = 0 \quad (4.4)$$

normal denklemleri elde edilir. Eşitlik (4.3)'ün çözümü sonucunda β parametresinin en çok olabilirlik tahmincisi (MLE),

$$\hat{\beta} = \frac{m}{\sum_{i=1}^m x_i^{\hat{\alpha}} (1 + r_i)} \quad (4.5)$$

olarak elde edilir. Elde edilen bu çözüm Eşitlik (4.4)'de yerine yazılıp gerekli işlemler yapıldığında,

$$\hat{\alpha} = \frac{m \sum_{i=1}^m x_i^{\hat{\alpha}} (1 + r_i)}{m \sum_{i=1}^m x_i^{\hat{\alpha}} (1 + r_i) \ln x_i - (\sum_{i=1}^m \ln x_i) \sum_{i=1}^m x_i^{\hat{\alpha}} (1 + r_i)} \quad (4.6)$$

α parametresinin MLE tahmincisi elde edilir. Eşitlik (4.6)'dan görüldüğü gibi α parametresinin tahmin edicisi analitik formda değildir. Bu nedenle, Weibull dağılımının β ve α parametrelerinin MLE tahminlerini elde etmek için nümerik yöntemler kullanılmıştır.

4.2. Yaklaşık En Çok Olabilirlik Yöntemi

Yaklaşık en çok olabilirlik yöntemi, en çok olabilirlik tahmin edicisinin konum-ölçek parametreleri için belirgin bir tahminde bulunamadığı durumlarda, Balakrishnan ve Varadan (1991) tarafından geliştirilen ve Taylor açılımına dayanan bir parametre tahmin yöntemidir.

İlerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem durumunda, Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametresi için en çok olabilirlik tahmini analitik olarak elde edilememektedir. Bu durumda en çok olabilirlik fonksiyonunun Taylor açılımına dayanan ve konum-ölçek parametreleri için tahminde bulunan yaklaşık en çok olabilirlik tahmini kullanılmalıdır.

$X_1 < X_2 < \dots < X_m$, Weibull dağılımından alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olsun. Bu örneklenin yaklaşık en çok olabilirlik tahmin edicilerini bulmak için $Y = \ln X$, $\sigma = 1/\alpha$ ve $\mu = -\frac{1}{\alpha} \ln \beta$ dönüşümleri yapıldığında (4.1) eşitliği,

$$L(\mu, \sigma; \mathbf{y}) = \tau \prod_{i=1}^m \frac{1}{\sigma} e^{\frac{y_i - \mu}{\sigma}} e^{-e^{\frac{y_i - \mu}{\sigma}}} \left[e^{-e^{\frac{y_i - \mu}{\sigma}}} \right]^{r_i} \quad (4.7)$$

şeklinde üç değer dağılımı için en çok olabilirlik fonksiyonuna dönüşmüş olur. Eşitlik (4.7)'de $z_i = \frac{y_i - \mu}{\sigma}$, $g(z_i) = e^{z_i - e^{z_i}}$ ve $\bar{G}(z_i) = e^{-e^{z_i}}$ gösterimleri kullanıldığında

$$L(\mu, \sigma; \mathbf{z}) = \tau \prod_{i=1}^m \frac{1}{\sigma} g(z_i) + (\bar{G}(z_i))^{r_i} \quad (4.8)$$

sonucu elde edilir. Eşitlik (4.8)'in logaritması alındığında,

$$\ln L(\mu, \sigma; \mathbf{z}) = \ln \tau - m \ln \sigma + \sum_{i=1}^m g(z_i) + \sum_{i=1}^m r_i \bar{G}(z_i) \quad (4.9)$$

log-olabilirlik fonksiyonu elde edilir. Eşitlik (4.9)'un μ ve σ parametrelerine göre kısmi türevleri alındığında,

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma; \mathbf{z})}{\partial \mu} = -\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^m \frac{g'(z_i)}{g(z_i)} + \sum_{i=1}^m \frac{r_i}{\sigma} \frac{g(z_i)}{\bar{G}(z_i)} = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma; \mathbf{z})}{\partial \sigma} = -\frac{m}{\sigma} \sum_{i=1}^m \frac{g'(z_i) z_i}{g(z_i) \sigma} + \sum_{i=1}^m r_i \frac{g(z_i) z_i}{\bar{G}(z_i) \sigma} = 0 \quad (4.11)$$

eşitlikleri elde edilir. Buradaki (4.10) ve (4.11) eşitliklerinin analitik bir çözümü yoktur.

Bu nedenle $\frac{g'(z_i)}{g(z_i)}$ ve $\frac{g(z_i)}{\bar{G}(z_i)}$ 'nin Taylor açılımı $p_i = \frac{i}{n+1}$, $q_i = 1 - p_i$, $i = 1, 2, \dots, m$ olmak üzere $G^{-1}(p_i) = \ln(-\ln q_i)$ göre yapıldığında (Balakrishnan ve Aggarwala, 2000; Hashemi ve Amiri, 2011),

$$\frac{g'(z_i)}{g(z_i)} \approx a_i - b_i z_i \quad (4.12)$$

$$\frac{g(z_i)}{\bar{G}(z_i)} \approx 1 - a_i + b_i z_i \quad (4.13)$$

yaklaşık eşitlikleri elde edilir. Burada $a_i = 1 + \ln q_i (1 - \ln(-\ln q_i))$ ve $b_i = -\ln q_i$ dir. Eşitlik (4.12) ve (4.13), Eşitlik (4.10) ve (4.11)'de yerine yazıldığından,

$$-\sum_{i=1}^m (a_i - b_i z_i) + \sum_{i=1}^m r_i (1 - a_i + b_i z_i) = 0 \quad (4.14)$$

$$-m - \sum_{i=1}^m (a_i - b_i z_i) + \sum_{i=1}^m r_i (1 - a_i + b_i z_i) z_i = 0 \quad (4.15)$$

sonuçları bulunur. Eşitlik (4.14) ve (4.15)'te gerekli düzlemeler yapılırsa,

$$\mu = B - D\sigma \quad (4.16)$$

$$\mu\sigma^2 + E\sigma - F = 0 \quad (4.17)$$

doğrusal ve karesel denklemleri elde edilir. Burada,

$$B = \frac{\sum_{i=1}^m (r_i + 1) b_i z_i}{\sum_{i=1}^m (r_i + 1) b_i} \quad (4.18)$$

$$D = \frac{\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{i=1}^m r_i (1 - a_i)}{\sum_{i=1}^m (1 + r_i) b_i} \quad (4.19)$$

$$E = \sum_{i=1}^m a_i (x_i - B) - \sum_{i=1}^m r_i (1 - a_i) (x_i - B) - 2D \sum_{i=1}^m (1 - r_i) b_i (x_i - B) \quad (4.20)$$

$$F = \sum_{i=1}^m (1 + r_i) b_i (x_i - B)^2 \quad (4.21)$$

Eşitlik (4.17)'de ifade edilen karesel denklemin ve (4.16)'da ifade edilen doğrusal denklemin çözümleri sonucunda üç değer dağılımının σ ve μ parametrelerinin yaklaşık en çok olabilirlik tahmin edicileri (AMLE) $\hat{\sigma} = \frac{-E + \sqrt{E^2 + 4Fm}}{2m}$ ve $\hat{\mu} = B - D\hat{\sigma}$ ' olarak elde edilir. Elde edilen $\hat{\sigma}$ ve $\hat{\mu}$ tahmin edicileri kullanılarak Weibull dağılımının α ve β parametrelerinin AMLE tahmin edicileri $\hat{\alpha} = 1/\hat{\sigma}$ ve $\hat{\beta} = e^{-\hat{\mu}/\hat{\sigma}}$ olarak bulunur.

4.3. Maksimum Aralık Tahmin Yöntemi

Maksimum aralık tahmin yöntemi, en çok olabilirlik tahmin yöntemine alternatif olarak (Cheng ve Amin, 1983) tarafından geliştirilen bir parametre tahmin yöntemidir. Özellikle araştırılan anakütlenin dağılımı J(J-Shaped) şeklinde olduğunda ve üç parametrelî (konum, ölçek ve şekil parametrelî) bir dağılımın parametre tahmini yapılmak istendiğinde maksimum aralık tahmin yönteminin en çok olabilirlik yönteminden daha iyi sonuçlar vermektedir.

$X_1 < X_2 < \dots < X_m$, olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x; \theta)$ ve dağılım fonksiyonu $F(x; \theta)$ olan anakütleden (dağılımdan) ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olsun. Bu örneklemenin gözlem değerleri için Eşitlik (4.22)'de verilen $G(\theta; \mathbf{x})$ maksimize edilmelidir. $G(\theta; \mathbf{x})$,

$$G(\theta; \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{m+1} F(x_i; \theta) - F(x_{i-1}; \theta) \prod_{i=1}^m (1 - F(x_i; \theta))^{r_i} \quad (4.22)$$

olarak ifade edilir (Ng, vd., 2012). Weibull dağılımına sahip ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklemde maksimum aralık fonksiyonunu elde etmek için Eşitlik (3.2)'yi uygun formlarda Eşitlik (4.22)'nin içeresine yazıldığında,

$$G(\alpha, \beta; \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{m+1} (e^{-\beta x_{i-1}^\alpha r_i} - e^{-\beta x_i^\alpha r_i}) \prod_{i=1}^m e^{-\beta x_i^\alpha r_i} \quad (4.23)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlik (4.23)'ün logaritması alındığında,

$$\ln G(\alpha, \beta; \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m+1} \ln(e^{-\beta x_{i-1}^\alpha r_i} - e^{-\beta x_i^\alpha r_i}) - \beta \sum_{i=1}^m x_i^\alpha r_i \quad (4.24)$$

olarak elde edilir. Buradan da (4.24) eşitliğinin sırasıyla β ve α parametrelerine göre kısmi türevleri alınıp sıfır eşitlendiğinde,

$$\frac{\partial \ln G(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{x_i^\alpha e^{-\beta x_i^\alpha} - x_{i-1}^\alpha e^{-\beta x_{i-1}^\alpha}}{e^{-\beta x_{i-1}^\alpha} - e^{-\beta x_i^\alpha}} - \sum_{i=1}^m x_i^\alpha r_i = 0 \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \ln G(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{x_i^\alpha e^{-\beta x_i^\alpha} \ln x_i - x_{i-1}^\alpha e^{-\beta x_{i-1}^\alpha} \ln x_{i-1}}{e^{-\beta x_{i-1}^\alpha} - e^{-\beta x_i^\alpha}} - \beta \sum_{i=1}^m x_i^\alpha r_i \ln x_i \quad (4.26)$$

biçiminde lineer olmayan denklemler elde edilir. Elde edilen bu denklemlerin α ve β 'ya göre analitik çözümü olmadığından parametrelerin maksimum aralık tahmin edicilerinin (MPS) hesaplanmasında nümerik yöntemler kullanılır.

4.4. Pivota Dayalı Tahmin Yöntemi

$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x; \theta), \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$ dağılımından bir örneklem olmak üzere $Q(\mathbf{X}, \theta)$ rassal değişkeninin (fonksiyonunun) dağılımı θ parametresinden bağımsız ise, Q fonksiyonuna θ için bir pivot denir (Öztürk, vd., 2006).

$X_1 < X_2 < \dots < X_m$, Weibull dağılımından (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olsun. Weibull dağılımının α şekil parametresi için pivot elde etmek için aşağıda verilen teoremlerden yararlanılır.

Teorem 4.1. V_i rassal değişkeni $V_i = -\ln(1 - F(X_i; \alpha, \beta)) = \beta X_i^\alpha$, $i = 1, \dots, m$ olarak tanımlanırsa, $V_1 < V_2 < \dots < V_m$, Üstel dağılıminin (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olduğu aşikardır.

Teorem 4.2. W_i rassal değişeni $W_1 = nV_1$ ve $W_i = [n - \sum_{j=1}^m (1 + r_j)](V_i - V_{i-1})$, $i = 2, \dots, m$ olarak tanımlanırsa, W_i , $i = 1, 2, \dots, m$ rassal değişkenleri birbirinden bağımsız standart üstel dağılıma sahip olur (Viveros ve Balakrishnan, 1994).

İspat 4.2. Bu teoremin ispatı (Viveros ve Balakrishnan, 1994) çalışmasında yer almaktadır.

Teorem 4.3. S_i ve U_i rassal değişenleri $S_i = \sum_{j=1}^i W_j$, $i = 1, 2, \dots, m$ ve $U_i = S_i/S_m$, $i = 1, 2, \dots, m-1$ olarak tanımlanırsa, $U_1 < U_2 < \dots < U_{m-1}$, Uniform $(U(0,1))$ dağılımına sahip sıralı istatistikler olur. Burada $S_i = \sum_{j=1}^i (1 + r_j) V_j + \left[n - \sum_{j=1}^i (1 + r_j) \right] V_i$, $i = 1, 2, \dots, m$ olarak da elde edilir (Stephens, 1986).

İspat 4.3. Bu teoremin ispatı (Stephens, 1986) çalışmasında yer almaktadır.

Teorem 4.1-4.3'ün sonuçları kullanılarak Weibull dağılıminin α şekil parametresi için Pivot fonksiyonu,

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{X}, \alpha) &= \sum_{i=1}^{m-1} -2\ln U_i = 2 \sum_{i=1}^{m-1} \ln(S_m/S_i) \\ &= 2 \sum_{i=1}^{m-1} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^m (1 + r_j) V_j}{\sum_{j=1}^i (1 + r_j) V_j + [\sum_{j=1}^i (1 + r_j)] V_i} \right) \\ &= 2 \sum_{i=1}^{m-1} \ln \left(\frac{\sum_{j=1}^m (1 + r_j) X_j^\alpha}{\sum_{j=1}^i (1 + r_j) X_j^\alpha + [\sum_{j=1}^i (1 + r_j)] X_j^\alpha} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (4.27)'de görüldüğü gibi $Q(\mathbf{X}, \alpha)$ rassal değişkeni Weibull dağılıminin β ölçek parametresinden bağımsız ve pozitiftir. Ayrıca $Q(\mathbf{X}, \alpha)$ rassal değişkeni χ_{2m-2}^2 dağılımına sahip olduğundan Weibull dağılıminin α şekil parametresi için bir pivottur. Ayrıca S_m rassal değişkeni,

$$S_m = \sum_{j=1}^m W_j = \beta \sum_{j=1}^m (1 + r_j) X_j^\alpha = \beta T(\alpha) \quad (4.28)$$

olarak elde edildiği için $2S_m$ rassal değişkeni ise χ_{2m}^2 dağılımına sahiptir (Wang, Yu ve Jones, 2010). Pivota dayalı tahmin ediciler aşağıda verilen teoremler sonucu elde edildiği için ilk olarak ilgili teorem ve ispatları verilmiştir.

Teorem 4.4. $X_1 < X_2 < \dots < X_m < \dots$, Weibull dağılımından alınmış (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şemalı ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü sıra istatistikleri olsun. $Q(\mathbf{X}, \alpha)$ ve S_m sırasıyla Eşitlik (4.27) ve (4.28)'de ifade edilen rassal değişkenler olmak üzere $m \rightarrow \infty$ için

$$\frac{Q(\mathbf{X}, \alpha)}{2m - 2} \xrightarrow{P} 1 \quad (4.29)$$

$$\frac{S_m}{m} \xrightarrow{P} 1 \quad (4.30)$$

dir.

İspat 4.4. $\frac{Q(\mathbf{X}, \alpha)}{2m - 2} \xrightarrow{P} 1$ olduğunu ispat etmek için $\lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{Q}{2m - 2} - 1\right| > \varepsilon\right) = 0$ olduğunu gösterilmesi gereklidir. Bunun için Chebyshev eşitsizliğinden yararlanılırsa,

$$P\left(\left|\frac{Q}{2m - 2} - 1\right| > \varepsilon\right) = P\left(\left(\frac{Q}{2m - 2} - 1\right)^2 > \varepsilon^2\right) \leq \frac{E(Q - (2m - 2))^2}{\varepsilon^2(2m - 2)^2} \quad (4.31)$$

eşitsizliği elde edilir. $Q \sim \chi_{2m-2}^2$ dağılımına sahip olduğu için $E(Q) = 2m - 2$ ve $Var(Q) = E(Q - (2m - 2))^2 = 2(2m - 2)$ sonuçları Eşitsizlik (4.31)'da kullanılırsa,

$$P\left(\left|\frac{Q}{2m - 2} - 1\right| > \varepsilon\right) \leq \frac{Var(Q)}{\varepsilon^2(2m - 2)^2} = \frac{2(2m - 2)}{\varepsilon^2(2m - 2)^2} = \frac{2}{\varepsilon^2(2m - 2)} \quad (4.32)$$

ve.

$$0 \leq P\left(\left|\frac{Q}{2m - 2} - 1\right| > \varepsilon\right) \leq \frac{2}{\varepsilon^2(2m - 2)} \quad (4.33)$$

eşitsizliği elde edilir. Eşitlik (4.33)'te ifade edilen eşitsizliğin tüm taraflarından limit alınırsa,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} 0 \leq \lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{Q}{2m - 2} - 1\right| > \varepsilon\right) \leq \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2}{\varepsilon^2(2m - 2)} = 0 \quad (4.34)$$

sonucu elde edildiği için $\lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{Q}{2m - 2} - 1\right| > \varepsilon\right) = 0$ olur ve ispat tamamlanır.

Benzer şekilde, $\frac{S_m}{m} \xrightarrow{P} 1$ olduğunu ispat etmek için $\lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_m}{m} - 1\right| > \varepsilon\right) = 0$ olduğunu gösterilmesi gereklidir. Bunun için yine Chebyshev eşitsizliğinden yararlanılırsa,

$$P\left(\left|\frac{S_m}{m} - 1\right| > \varepsilon\right) = P\left(\left(\frac{S_m}{m} - 1\right)^2 > \varepsilon^2\right) \leq \frac{E(S_m - m)^2}{\varepsilon^2 m^2} \quad (4.35)$$

eşitsizliği elde edilir. $2S_m \sim \chi_{2m}^2$ dağılımına sahip olduğu için $E(S_m) = m$ ve $Var(S_m) = E(S_m - m)^2 = m$ sonuçları Eşitsizlik (4.35)'de kullanılırsa,

$$P\left(\left|\frac{S_m}{m} - 1\right| > \varepsilon\right) \leq \frac{Var(S_m)}{\varepsilon^2 m^2} = \frac{m}{\varepsilon^2 m^2} = \frac{1}{\varepsilon^2 m} \quad (4.36)$$

ve

$$0 \leq P\left(\left|\frac{S_m}{m} - 1\right| > \varepsilon\right) \leq \frac{1}{\varepsilon^2 m} \quad (4.37)$$

eşitsizlikleri elde edilir. (4.37)' ifade edilen eşitsizlikte limit alınırsa

$$\lim_{m \rightarrow \infty} 0 \leq \lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_m}{m} - 1\right| > \varepsilon\right) \leq \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{\varepsilon^2 m} = 0 \quad (4.38)$$

sonucu elde edildiği için $\lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_m}{m} - 1\right| > \varepsilon\right) = 0$ olur ve ispat tamamlanır.

Teorem 4.5. $X_1 < X_2 < \dots < X_m < \dots$, Weibull dağılımından alınmış (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şemalı ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü sıra istatistikleri olsun. $Q(\mathbf{X}, \alpha)$ ve S_m sırasıyla Eşitlik (4.27) ve (4.28)'de ifade edilen rassal değişkenler olmak üzere $m \rightarrow \infty$ için

$$\frac{Q(\mathbf{X}, \alpha)}{2m - 4} \xrightarrow{P} 1 \quad (4.39)$$

$$\frac{S_m}{m - 1} \xrightarrow{P} 1 \quad (4.40)$$

dir.

İspat 4.5. Bu teoremin ispatı İspat 4.4'e benzer olarak yapılır.

Teorem 4.6. $X_1 < X_2 < \dots < X_m < \dots$, Weibull dağılımından alınmış (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şemalı ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü sıra istatistikleri olsun. Q ve S_m sırasıyla Eşitlik (4.27) ve (4.28)'de ifade edilen rassal değişkenler, $\gamma_1 = (2m - 2)\left(1 - \frac{1}{9(m-1)}\right)^3$

ve $\gamma_2 = m\left(1 - \frac{1}{9m}\right)^3$ olmak üzere $m \rightarrow \infty$ için

$$\frac{Q(X, \alpha)}{\gamma_1} \xrightarrow{P} 1 \quad (4.41)$$

$$\frac{S_m}{\gamma_2} \xrightarrow{P} 1 \quad (4.42)$$

dir.

Bu teoremin ispatı da İspat 4.4'e benzer olarak yapılır.

Yukarıda verilen tüm bilgiler ve Teorem 4.4'ün sonucu kullanılarak Weibull dağılımının α şekil parametresinin pivota dayalı tahmin edici,

$$Q(X, \alpha) = 2m - 4 \quad (4.43)$$

eşitliği çözümlenerek elde edilir. Eşitlik (4.43)'ün çözümü ile elde edilen $\hat{\alpha}$ tahmin edicisi bu tez çalışmasında PIV1 olarak isimlendirilmiştir. Benzer şekilde Teorem 4.4'ün ve Teorem 4.6'nın sonucu kullanılarak elde edilen $\hat{\alpha}$ tahmin edicileri sırasıyla PIV2 ve PIV3 olarak isimlendirilmiştir.

Teorem 4.4 ve Eşitlik (4.43)'ün çözümü olan $\hat{\alpha}$ kullanılarak Weibull dağılımının β ölçek parametresinin Pivota dayalı tahmin edici,

$$\hat{\beta} = \frac{m - 1}{T(\hat{\alpha})} \quad (4.44)$$

eşitliğinin çözümüyle elde edilir. Eşitlik (4.43)'ün çözümü ile elde edilen $\hat{\beta}$ tahmin edicisi de PIV1 olarak isimlendirilmiştir. Benzer biçimde Teorem 4.4'ün ve Teorem 4.6'nın sonucu kullanılarak elde edilen $\hat{\beta}$ tahmin ediciler sırasıyla PIV2 ve PIV3 olarak adlandırılmıştır.

4.5. Lineer Regresyona Dayalı Weibull Grafik Yöntemi

Grafik yöntemi, dağılım fonksiyonu $F(x)$ 'in doğrusal forma dönüştürülebildiği dağılımlar için doğrusal regresyon modelinin katsayılarının tahminine dönüşen bir yöntemdir. Bu yöntem ilk olarak Jiang ve Murthy (1995) tarafından sansürsüz (tam) veri olması durumunda lineer regresyon modeli WPP grafiği üzerinde kullanılarak parametre tahmini yapmıştır.

Grafik yöntemi, Weibull dağılımının Eşitlik (3.2)'de verilen dağılım fonksiyonu,

$$F(x) = 1 - e^{-\beta x^\alpha} \quad (4.45)$$

olarak tekrar ifade edilip gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$\ln[-\ln(1 - F(x))] = \ln(\beta) + \alpha \ln(x) \quad (4.46)$$

sonucunda elde edilen doğrusal forma dayamaktadır.

$X_1 < X_2 < \dots < X_m$, Weibull dağılımından alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem için Eşitlik (4.46)'da verilen ifadeler $Y_i = \ln[-\ln(1 - F(X_i))]$, $X_i^* = \ln(X_i)$, $\beta_1 = \alpha$ ve $\beta_0 = \ln(\beta)$ olarak gösterilirse,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^* \quad (4.47)$$

biçiminde doğrusal regresyon modeli elde edilir. Bu modelin β_0 ve β_1 katsayılarının en küçük kareler yöntemine dayalı tahmin edicileri gerekli işlemler yapıldığında,

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i^* - \bar{X}^*)(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i^* - \bar{X}^*)^2} \quad (4.48)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}^* \quad (4.49)$$

olarak elde edilir. (4.48) ve (4.49) eşitlikleri ile (4.46) eşitliğindeki ifadeler yardımıyla Weibull dağılımının parametrelerinin grafik yöntemi tahminleri $\hat{\alpha} = \hat{\beta}_1$ ve $\hat{\beta} = e^{\hat{\beta}_0}$ olarak elde edilir.

Grafik yönteminde kullanılan $Y_i = \ln[-\ln(1 - F(X_i))]$ değerlerinin bulunması için literatürde parametrik olmayan birçok $\hat{F}(x)$ tahmin edicisi mevcuttur. Bu tez çalışması kapsamında ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem altında kullanılan $\hat{F}(X_i)$ tahmin edicisi Balakrishnan ve Aggarwala'nın (2000) çalışmasından alınmış ve Eşitlik (4.50)'de ifade edilmiştir.

$$\hat{F}(X_i) = 1 - \prod_{j=m-i+1}^m \frac{j + \sum_{k=m-j+1}^m r_k}{1 + j + \sum_{k=m-j+1}^m r_k} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.50)$$

Eşitlik (4.46)'a göre grafik yöntemine dayalı olarak elde edilen $\hat{\alpha}$ ve $\hat{\beta}$ tahmin edicisi bu tez çalışmasında WPP1 olarak isimlendirilmiştir.

Escobar ve Meeker (1998) çalışmasında kullanılan bir yaklaşım bu tez çalışmasında Y_i değerlerinin hesaplanmasına uyarlanmıştır ve

$$Y_i = \ln[-\ln(1 - (\hat{F}(X_i) + \hat{F}(X_{i-1}) / 2))], \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.51)$$

biçiminde bir tahmin edicisi önerilmiştir. Burada \hat{F} Eşitlik (4.50) ile bulunur. Eşitlik (4.50)'ye göre grafik yöntemine dayalı olarak elde edilen $\hat{\alpha}$ ve $\hat{\beta}$ tahmin edicisi bu tez çalışmasında WPP2 olarak adlandırılmıştır.

Bu tez çalışması sırasında incelenen diğer $\hat{F}(X_i)$ tahmin edicileri, Eşitlik (4.52) ve (4.53) olarak ifade edilmiştir. Ancak bu \hat{F} 'lara göre grafik yöntemine dayalı olarak elde edilen tahminler iyi sonuçlar vermediği için bunlara ait sonuçlara tez çalışmasında yer verilmemiştir.

$$\hat{F}(X_i) = \frac{K_j - 0,5}{n + 0,25} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.52)$$

Burada $K_j = K_{j-1} + \Delta$, $j = 1, 2, \dots, m$, $K_0 = 0$ ve $\Delta = \frac{n+1+K_{j-1}}{2+R_j+R_{j+1}+\dots+R_m+m-j}$ dir

(Montanari ve Cacciari, 1988).

$$\hat{F}(X_i) = 1 - \prod_{j=1}^i 1 - p_j \quad (4.53)$$

Eşitlikteki $p_j = \frac{1}{n - (\sum_{k=2}^j r_{k-1}) - j + 1}$ $j = 1, 2, \dots, m$ 'dir (A.Escobar ve Meeker, 1998).

4.6. En küçük Kareler Yöntemi

Gözlem noktalarına eğri uydurmada kullanılan bir yaklaştırma yöntemi olan en küçük kareler yöntemi, 1805 yılında Legendre tarafından önerilmiştir. Bu yöntem, regresyon modellerinde, doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin parametre tahmininde kullanılan en eski yöntemlerden biridir.

Swain, Venkatraman ve Wilson (1988) tarafından en küçük kareler tahmin edicisi mantığına bağlı kalarak dağılım fonksiyonu $F(x; \theta)$ olan anakütleden (dağılımdan) çekilen X_1, X_2, \dots, X_n , sansürsüz örnekleme dayalı olarak bilinmeyen parametrelerini tahmin etmek için

$$H(\theta) = \sum_{i=1}^n (F(x_i) - E(\hat{F}(x_i)))^2 \quad (4.54)$$

şeklinde verilen fonksiyonunun minimum yapılması önerilmiştir.

Eşitlik (4.54), Weibull dağılımından (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan X_1, X_2, \dots, X_m ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem için uyarlandığında,

$$H(\beta, \alpha) = \sum_{i=1}^m (F(x_i) - E(\hat{F}(x_i)))^2 \quad (4.55)$$

eşitliği elde edilir. Burada $F(x_i)$ 'i Eşitlik (3.2)'de verilen Weibull dağılımının dağılım fonksiyonudur ve $E(\hat{F}(x_i))$ değerleri Eşitlik (4.56) ile elde edilmiştir.

$$E(\hat{F}(x_i)) = 1 - \prod_{j=m-i+1}^m b_j, i = 1, 2, \dots, m \quad (4.56)$$

Burada $b_j = \frac{a_j}{1+a_j}$ ve $a_j = j + \sum_{k=m-j+1}^m r_k$ $j = 1, 2, \dots, m$ 'dir (Balakrishnan ve Aggarwala, 2000).

Weibull dağılımının ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem altında parametrelerinin en küçük kareler (LSE) tahmincisini bulmak için Eşitlik (3.2) ve Eşitlik (4.56)'de verilen ifadeler Eşitlik (4.55)'in içeresine yazıldığında,

$$H(\beta, \alpha; \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \left(1 - e^{-\beta x^\alpha} - \prod_{j=m-i+1}^m b_j \right)^2 \quad (4.57)$$

olarak elde edilir. Elde edilen eşitlik (4.57)'nin sırasıyla β ve α parametrelerine göre kısmi türevleri alınıp sıfır eşitliğinde,

$$\frac{\partial H(\beta, \alpha; \mathbf{x})}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^m [x^\alpha e^{-\beta x^\alpha}] \left[1 - e^{-\beta x^\alpha} - \prod_{j=m-i+1}^m b_j \right] = 0 \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial H(\beta, \alpha; \mathbf{x})}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^m [-\beta x^\alpha \ln(x) e^{-\beta x^\alpha}] \left[1 - e^{-\beta x^\alpha} - \prod_{j=m-i+1}^m b_j \right] = 0 \quad (4.59)$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen eşitlıkların çözümü bu tez çalışmamasında β ve α parametrelerinin LSE1 tahmincisi olarak isimlendirilmiştir. LSE1 tahmincileri analitik olarak elde edilemediği için tahmin değerleri nümerik yöntemlerle bulunmuştur. Ayrıca dikkat çekilmesi gereken bir diğer konu Eşitlik (4.56)'da verilen ifade ile Eşitlik (4.50)'deki ifadenin aynı olmasıdır. Bunun nedeni $U(0,1)$ dağılımdan alınan ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü sıralı istatistiklerinin beklenen değeri olan ve Eşitlik (4.56)'da verilen ifadesinin aynı zamanda Eşitlik (4.50)'deki \hat{F} 'nın da tahminci olarak kullanılmasıdır. Benzer bir mantık kullanılarak bu tez çalışmamasında $E(\hat{F}(x_i))$ değerlerinin tahmini için Eşitlik (4.51)'deki tahmin edicinin kullanımı önerilmiştir. Eşitlik (4.51)'e göre en küçük kareler yöntemine dayalı olarak elde edilen $\hat{\alpha}$ ve $\hat{\beta}$ tahmin edicileri bu tez çalışmamasında LSE2 olarak adlandırılmıştır.

5. WEİBULL DAĞILIMI İÇİN ARALIK TAHMİNİ

Aralık tahmini, ilgilenilen dağılımin anakütle parametresinin tek bir değer olarak değil de parametre değerini kapsayacak şekilde bir alt ve üst sınır olarak kestirilmesidir. Anakütle parametresi için bulunan aralığın hangi olasılıkla veya güven düzeyinde olduğu ifade edilmelidir.

Weibull dağılımı için pivota dayalı tam güven aralığı, en çok olabilirlik tahmin edicisine dayalı asimptotik güven aralığı, Bootstrap-t örneklemesine dayalı en çok olabilirlik tahmin yöntemi için güven aralığı ve Bootstrap-p örneklemesine dayalı en çok olabilirlik tahmini, maksimum aralık tahmini, pivot tahmini ve grafik yöntemi için güven aralıkları elde edilecektir.

5.1. Pivot Tahmin Yöntemine Dayalı Tam Güven Aralığı

$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x; \theta), \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$ olan dağılımdan bir örneklem ve θ parametresi için bir pivot olan $Q(\mathbf{X}, \theta)$ rasgele değişken olmak üzere

$$P_\theta(a \leq Q(\mathbf{X}, \theta) \leq b) = 1 - \varphi, \varphi \in (0, 1) \quad (5.1)$$

olacak şekilde $a(\varphi)$ ve $b(\varphi)$ değerleri bulunabiliyorsa, $\mathbf{X} = \mathbf{x}$ gözlemdiğinde

$$\mathcal{C}(\mathbf{x}) = \{\theta : a(\varphi) \leq Q(\mathbf{x}, \theta) \leq b(\varphi)\} \quad (5.2)$$

kümlesi θ parametresi için $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde aralık tahmini ve $\mathcal{C}(\mathbf{X})$ ise aralık tahmincisidir (Öztürk vd., 2006).

Bölüm 4.4'de ifade edildiği gibi $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_m)$, Weibull dağılımından (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem olur. Bu durumda Eşitlik (4.27)'de verilen $Q(\alpha)$ rassal değişkeni, Weibull dağılımının β ölçek parametresinden bağımsız ve χ^2_{2m-2} dağılımına sahip olduğundan Weibull dağılımının α şekil parametresi için bir pivottur. Ayrıca $Q(\alpha)$ monoton artan ve pozitif olduğu için

$$Q(\alpha) = t, t > 0 \quad (5.3)$$

şeklinde ifade edilen denklemin çözümü her zaman vardır ve bu çözüm $Q^{-1}(t)$ olarak gösterilir (Wang, Yu ve Jones, 2010).

Yukarıda verilen bilgiler ıshında Weibull dağılımının α şekil parametresi için pivota dayalı $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde tam güven aralığı,

$$[Q^{-1}\{\chi^2_{1-\varphi/2,(2m-2)}\}, Q^{-1}\{\chi^2_{\varphi/2,(2m-2)}\}] \quad (5.4)$$

olarak elde edilir (Wang, Yu ve Jones, 2010). Burada $Q^{-1}\{\chi^2_{1-\varphi/2,(2m-2)}\}$, $Q(\alpha) = \chi^2_{1-\varphi/2,(2m-2)}$ denkleminin çözümü ve $\varphi \in (0,1)$ için $\chi^2_{1-\varphi/2,(2m-2)}$ değeri de, $2m - 2$ serbestlik dereceli Ki-Kare dağılımının $(1 - \varphi/2)$ kantılıdır. $X \sim \chi^2_{(2m-2)}$ için $P(X > \chi^2_{1-\varphi/2,(2m-2)}) = 1 - \varphi/2$ 'dir.

Wang, Yu ve Jones (2010), gerçekleştirdikleri çalışmada ayrıca $S = 2S_m = 2\beta \sum_{j=1}^m (1 + r_j) X_j^\alpha$ rassal değişkenin χ^2_{2m} dağılımına sahip olduğu bilgisi kullanarak,

$$Y = \frac{S}{2 \sum_{j=1}^m (1 + r_j) X_j^{Q^{-1}(t)}} \quad (5.5)$$

şeklinde Weibull dağılımının β ölçek parametresi için genelleştirilmiş bir pivot önermiştir. Burada $Q^{-1}(t)$ Eşitlik (5.3)'de ifade edilen denklemin çözümüdür.

Eşitlik (5.5)'de verilen genelleştirilmiş pivota dayalı Weibull dağılımının β ölçek parametresinin tam güven aralığı aşağıda verilen algoritma yardımıyla bulunur (Wang, Yu ve Jones, 2010).

1. $X_1 < X_2 < \dots < X_m$, Weibull dağılımından (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklemin gözlem değerleri için birbirinden bağımsız $Q \sim \chi^2_{2m-2}$ ve $S \sim \chi^2_{2m}$ dağılımlarından Q ve S rassal sayılar üretılır.
2. Birinci adımdan elde edilen q ve s değerleri kullanılarak Y 'nin değeri hesaplanır.
3. Aynı gözlem değerleri için 1. ve 2. adımlar M defa tekrarlanarak Y_i , $i = 1, \dots, M$ değerleri elde edilir.
4. 3. Adımda elde edilen Y_i değerleri $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_M$ şeklinde sıralanarak β için $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde güven aralığı $[Y_{(\varphi/2)M}, Y_{(1-\varphi/2)M}]$ elde edilir.

Weibull dağılımının parametreleri için pivota dayalı $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde elde edilen tam güven aralıkları, bu tez çalışmasında TGA olarak isimlendirilmiştir.

5.2. En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemine Dayalı Asimptotik Güven Aralığı

X_1, X_2, \dots, X_m olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x; \theta), \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^k, k \geq 1$ olan dağılımından bir örneklem olmak üzere θ parametresinin $\hat{\theta}$ ile gösterilen MLE tahmin edicisi düzgünlük şartları altında,

$$\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta) \xrightarrow{d} N(0, I^{-1}(\theta)) \quad (5.6)$$

olmak üzere asimptotik normal dağılıma sahiptir (Ferguson, 1996). Eşitlik (5.6)'da yer alan $I^{-1}(\theta)$ Fisher bilgi matrisinin tersi olup varyans-kovaryans matrisidir. MLE tahmin edicilerinin (5.6)'da ifade edilen asimptotik normallik özelliği ve Fisher bilgi matrisinin tersi kullanılarak bilinmeyen parametreler için güven aralığı elde edilebilir. Elde edilen bu aralığa bilinmeyen parametre için yaklaşık güven aralığı denir.

Weibull dağılımından (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması altında alınan ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem altında Weibull dağılımının parametreleri için MLE tahmin edicilerine dayalı asimptotik güven aralıklarının bulunması için Fisher bilgi matrisinin elde edilmesi gereklidir. $X_1 < X_2 < \dots < X_m$, Weibull dağılımından alınan ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklemi için Fisher bilgi matrisi,

$$I(\beta, \alpha) = E \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \beta^2} & -\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \beta \partial \alpha} \\ -\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \alpha \partial \beta} & -\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \alpha^2} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

olarak elde edilir. Buradaki $\ln L(\mathbf{x}; \alpha, \beta)$ eşitlik (4.2)'de verilmiş ve

$$\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \beta^2} = -\frac{m}{\beta^2} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \beta \partial \alpha} = -\sum_{i=1}^m (1 + r_i) x_i^\alpha \ln x_i \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\alpha, \beta; \mathbf{x})}{\partial \alpha^2} = -\frac{m}{\alpha^2} - \beta \sum_{i=1}^m (1 + r_i) x_i^\alpha \ln^2 x_i \quad (5.10)$$

şeklindedir. Eşitlik (5.7)'de ifade edilen beklenen Fisher bilgi matrisinin elde edilmesi zor olduğundan, asimptotik güven aralıklarının bulunmasında gözlenen Fisher bilgi matrisi kullanılacaktır. Gözlenen Fisher bilgi matrisi,

$$\hat{I}(\beta, \alpha) = \left[\begin{array}{cc} -\frac{\partial^2 \ln L(\mathbf{x})}{\partial \beta^2} & -\frac{\partial^2 \ln L(\mathbf{x})}{\partial \beta \partial \alpha} \\ -\frac{\partial^2 \ln L(\mathbf{x})}{\partial \alpha \partial \beta} & -\frac{\partial^2 \ln L(\mathbf{x})}{\partial \alpha^2} \end{array} \right] \Big|_{\hat{\beta}, \hat{\alpha}} \quad (5.11)$$

$$\hat{I}(\beta, \alpha) = \begin{bmatrix} \frac{m}{\beta^2} & \sum_{i=1}^m (1+r_i)x_i^\alpha \ln x_i \\ \sum_{i=1}^m (1+r_i)x_i^\alpha \ln x_i & \frac{m}{\alpha^2} + \beta \sum_{i=1}^m (1+r_i)x_i^\alpha \ln^2 x_i \end{bmatrix}_{\hat{\beta}, \hat{\alpha}} \quad (5.12)$$

Gözlenen Fisher bilgi matrisinin tersi alınarak Weibull dağılıminin en çok olabilirlik tahmin edicilerin asimptotik varyans kovaryans matrisi,

$$\hat{I}^{-1}(\hat{\beta}, \hat{\alpha}) = \begin{bmatrix} Var(\hat{\beta}) & Cov(\hat{\beta}, \hat{\alpha}) \\ - & Var(\hat{\alpha}) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

şeklinde elde edilmiş olur.

Sonuç olarak (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şemalı ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örnekleme altında Weibull dağılıminin β ve α parametreleri için en çok olabilirlik tahmin edicilerine dayalı asimptotik güven aralıkları $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde sırasıyla $[\hat{\beta} - Z_{\varphi/2}\sqrt{Var(\hat{\beta})}, \hat{\beta} + Z_{\varphi/2}\sqrt{Var(\hat{\beta})}]$ ve $[\hat{\alpha} - Z_{\varphi/2}\sqrt{Var(\hat{\alpha})}, \hat{\alpha} + Z_{\varphi/2}\sqrt{Var(\hat{\alpha})}]$ şeklindeki aralıklarla tahmin edilir. Burada $\varphi \in (0, 1)$ için $Z_{\varphi/2}$ değeri, standart normal dağılımin $(\varphi/2)$ kantinlidir. Elde edilen bu güven aralıkları bu tez çalışmasında YGA olarak isimlendirilmiştir.

5.3. Bootstrap Örneklemesi

İlk kez Efron ve Tibshirani (1993) tarafından önerilen yeniden örneklemme (resampling) yöntemidir. Bootstrap örneklemesi, üzerinde çalışılmakta olan anakütlenin parametreleri hakkında bir bilgiye sahip olamadığımız ancak o anakütleye ait küçük bir örneklemenin gözlemlenebildiği durumlarda ve başka örneklemelerin çekilmesi zaman, maliyet gibi koşulların elverişli olmadığı durumlarda kullanılır. Anakütle dağılımı hakkında hiçbir varsayılm yapılmamışsa, küçük hacimli örneklemde, ana kütle ortalaması ve güven aralığı için bir şeyler söyleyemez ve aralık tahmini yapamayız. Bu gibi sorunların altından kalkmak için elimizdeki veri setinden yeniden “ n büyüklüğünde örneklemeler” çekilerek, ilgili istatistiğin değeri çok kez gözlemlenip, dağılımı hakkında fikir elde edilebilir. Bootstrap örneklemesiyle güven aralığı oluşturmak için Bootstrap-p ve Bootstrap-t olmak üzere iki yöntem kullanılmaktadır.

5.3.1. Bootstrap-p yöntemine dayalı güven aralığı

Bootstrap-p yöntemi (Efron, 1982) tarafından önerilen ve güven aralığı oluşturmak için pratikte en çok kullanılan yöntemdir.

Olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonları sırasıyla $f(x; \theta)$ ve $F(x; \theta)$ olan anakütleden (dağılımdan), $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ sansür şemasına göre çekilen ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü $X_1 < X_2 < \dots < X_m$ örneklem altında dağılımin θ parametresi için MLE tahmin edicisi kullanılarak Bootstrap-p yöntemiyle güven aralığı aşağıda verilen algoritma yardımıyla bulunur.

- 1- Sansür şeması (r_1, r_2, \dots, r_m) olan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü (X_1, X_2, \dots, X_m) örneklemine dayalı olarak ve dağılımin θ parametresi için en çok olabilirlik tahmini $\hat{\theta}$ elde edilir.
- 2- En çok olabilirlik tahmin değeri $\hat{\theta}$ ve (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması kullanılarak $\mathbf{X}^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*)$ örneklemi üretilir. Üretilen \mathbf{X}^* örneklemi kullanılarak $\hat{\theta}$ 'nın Bootstrap örneklemesine dayalı en çok olabilirlik tahmini $\hat{\theta}^*$ elde edilir.
- 3- 2. adım B defa tekrar edilerek Bootstrap-p'ye dayalı en çok olabilirlik tahminleri $\hat{\theta}_i^*$, $i = 1, 2, \dots, B$ bulunur.
- 4- Elde edilen $\hat{\theta}_i^*$, $i = 1, 2, \dots, B$ tahminleri $\hat{\theta}_{[1]}^* < \hat{\theta}_{[2]}^* < \dots < \hat{\theta}_{[B]}^*$ şeklinde sıralanarak θ parametresi için Bootstrap-p yöntemi kullanılarak $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyindeki güven aralığı $[(\hat{\theta}_{[(\varphi/2)B]}^*, \hat{\theta}_{[(1-\varphi/2)B]}^*)]$ olarak elde edilir.

Yukarıda verilen algoritma kullanılarak Weibull dağılıminin β ölçek ve α şekil parametreleri için $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyindeki güven aralıkları sırasıyla $[\hat{\beta}_{[(\varphi/2)B]}^*, \hat{\beta}_{[(1-\varphi/2)B]}^*]$ ve $[\hat{\alpha}_{[(\varphi/2)B]}^*, \hat{\alpha}_{[(1-\varphi/2)B]}^*]$ olarak elde edilir. Bu güven aralıkları MLE tahminlerine dayalı Bootstrap-p yöntemiyle elde edildiği için bu tez çalışmasında MLE-BP olarak isimlendirilmiştir.

Bu tez çalışmasında ayrıca Weibull dağılıminin her bir bilinmeyen parametresi için MPS, PIV1 ve WPP1 tahmin edicileri kullanılarak Bootstrap-p yöntemiyle güven aralığı elde edilebilmesi amacıyla yukarıda verilen algoritmanın ikinci ve üçüncü adımlarında yer alan MLE tahmin edicisi yerine sırasıyla MPS, PIV1 ve WPP1 tahmin edicileri gelecek şekilde tekrar uyarlanmıştır. Bunun sonucunda Weibull dağılıminin her bir bilinmeyen parametresi için MPS, PIV1 ve WPP1 tahmin edicileri kullanılarak Bootstrap-p yöntemiyle $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde elde edilen güven aralıkları tez çalışmasında sırasıyla MPS-BP, PIV-BP ve WPP-BP olarak isimlendirilmiştir.

5.3.2. Bootstrap-t Örneklemesine Dayalı Güven Aralığı

Bootstrap örneklemesinin (Hall, 1988) tarafında önerilen ve en çok kullanılan diğer bir yöntemi olan Bootstrap-t örneklemme yöntemi en çok olabilirlik parametre tahmin yöntemi ele alınarak aşağıdaki algoritma yardımıyla elde edilebilir.

- 1- Sansür şeması (r_1, r_2, \dots, r_m) olan ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü (X_1, X_2, \dots, X_m) örneklemine dayalı olarak ve dağılımin θ' parametresi için en çok olabilirlik tahmini $\hat{\theta}$ elde edilir.
- 2- En çok olabilirlik tahmin değeri $\hat{\theta}$ ve (r_1, r_2, \dots, r_m) sansür şeması kullanılarak $\mathbf{X}^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*)$ örneklemi üretilir. Üretilen \mathbf{X}^* örneklemi kullanılarak $\hat{\theta}'$ nin Bootstrap örneklemesine dayalı en çok olabilirlik tahmini $\hat{\theta}^*$ elde edilir
- 3- $\hat{\theta}^*$ için $T^* = \frac{\hat{\theta}^* - \hat{\theta}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}^*)}}$ Bootstrap-t istatistiği hesaplanır. Burada $Var(\hat{\theta}^*)$, $\hat{\theta}^*$ 'in yaklaşık varyansıdır.
- 4- 2. ve 3. adımlar B defa tekrar edilerek T_i^* , $i = 1, 2, \dots, B$ Bootstrap-t istatistikleri elde edilir.
- 5- Elde edilen T_i^* , $i = 1, 2, \dots, B$ değerleri $\hat{T}_{[1]}^* < T_{[2]}^* < \dots < \hat{T}_{[B]}^*$ şeklinde sıralanarak θ parametresi için Bootstrap-t yöntemi kullanılarak $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyinde $\left[\hat{\theta} - T_{[(\varphi/2)B]}^* \sqrt{Var(\hat{\theta}^*)}, \hat{\theta} + T_{[(1-\varphi/2)B]}^* \sqrt{Var(\hat{\theta}^*)} \right]$ olarak güven aralığı elde edilir.

Yukarıda verilen algoritma kullanılarak Weibull dağılımının β ölçek ve α şekil parametreleri için $100(1 - \varphi)\%$ güven düzeyindeki güven aralıkları sırasıyla $\left[\hat{\beta} - T_{[(\varphi/2)B]}^* \sqrt{Var(\hat{\beta}^*)}, \hat{\beta} + T_{[(1-\varphi/2)B]}^* \sqrt{Var(\hat{\beta}^*)} \right]$ ve $\left[\hat{\alpha} - T_{[(\varphi/2)B]}^* \sqrt{Var(\hat{\alpha}^*)}, \hat{\alpha} + T_{[(1-\varphi/2)B]}^* \sqrt{Var(\hat{\alpha}^*)} \right]$ olarak elde edilir. Bu güven aralıkları MLE tahminlerine dayalı Bootstrap-t yöntemiyle elde edildiği için bu tez çalışmasında MLE-BT kısaltmasıyla isimlendirilmiştir.

6. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Tez çalışmasının bu bölümünde Weibull dağılımının bilinmeyen şekil ve ölçek parametrelerinin tahminleri için kullanılan nokta ve aralık tahmin yöntemlerinin performansları farklı parametre değerleri, örneklem büyüklükleri ve sansür şemaları için kapsamlı bir simülasyon çalışması yardımcıyla incelenmiştir.

Simülasyon çalışmasında $n = 20, 40$ ve 80 farklı örneklem büyüklüklerinde; $(1 - m/n) = 0.50, 0.25$ ve 0 sansürleme oranlarında, ölçek parametresi $\beta = 1$ ve şekil parametresi $\alpha = 0.50, 1.5$ ve 2.5 parametre değerlerine uygun Weibull dağılımı için ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü rassal sayılar üretilmiştir. Üretilen bu rassal sayılar kullanılarak Weibull dağılımının şekil ve ölçek parametreleri ele alınan nokta ve aralık tahmin yöntemleri yardımcıyla tahmin edilmiştir. Her bir simülasyon çalışması 5000 defa tekrarlanmış ve her bir simülasyon tekrarında tam güven aralığı ve Bootstrap örneklemesi için $B = 1000$ yineleme yapılmıştır.

Nokta tahmin edicilerini karşılaştırmak için Eşitlik (6.1)-(6.3)'de verilen Yan, HKO ve Def (Eksiklik) kriterleri kullanılmıştır.

$$Yan(\hat{\theta}) = \frac{1}{5000} \sum_{i=1}^{5000} \hat{\theta}_i - \theta \quad (6.1)$$

$$HKO(\hat{\theta}) = \frac{1}{5000} \sum_{i=1}^m (\hat{\theta}_i - \theta)^2 \quad (6.2)$$

$$Def(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = MSE(\hat{\theta}_1) + MSE(\hat{\theta}_2) \quad (6.3)$$

Eşitlik (6.1) ve (6.3)'de yer alan $\hat{\theta}_i$, simülasyonun i . tekrarındaki ilgili tahmin edicinin tahmin değerini göstermektedir. Yan ve HKO değerleri ölçek ve şekil parametresi için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Def değeri ise ölçek ve şekil parametresi için bulunan HKO değerlerinin toplamı ile elde edilir. Aralık tahmin edicilerinin karşılaştırmasında 95% güven düzeyinde elde edilen güven aralıkları için hesaplanan kapsama oranı (KO) ve ortalama aralık genişliği (uzunluğu) (OAG) kriterleri kullanılmıştır. KO ve OGA kriterleri

$$KO = \frac{1}{5000} \sum_{i=1}^{5000} 1_{\hat{\theta}_{iL} < \theta < \hat{\theta}_{iU}} \quad (6.4)$$

$$OAG = \frac{1}{5000} \sum_{i=1}^{5000} (\hat{\theta}_{iU} - \hat{\theta}_{iL}) \quad (6.5)$$

olarak tanımlanır. Eşitlik (6.4) ve (6.5)'te yer alan $\hat{\theta}_{iL}$ ve $\hat{\theta}_{iU}$ simülasyonun i . tekrarındaki ilgili aralık tahmin edicinin sırasıyla alt ve üst güven tahmin değerleri gösterilmektedir. $1_{x \in A}$ ise gösterge fonksiyonudur.

Bu tez kapsamında yapılan simülasyon çalışmasında, her bir örneklem büyülüklüğü, sansür şeması ve parametre değerleri için ilerleyen tür tip II sağdan sansürlüme altında Weibull dağılımından rassal sayıları üretmek için Balakrishnan ve Aggarwala'nın (2000) araştırmasında verilen algoritma kullanılmıştır. Bu algoritmanın adımları:

1. $U(0,1)$ dağılımından birbirinden bağımsız ve m sayıda w_1, w_2, \dots, w_m rassal sayıları üretilir.
2. Önceden belirlenen sansür şeması (r_1, r_2, \dots, r_m) kullanılarak $v_i = w_i^{1/\left(i + \sum_{j=m-i+1}^m r_j\right)}$, $i = 1, 2, \dots, m-1$ rassal sayıları elde edilir.
3. $U_i = 1 - v_m v_{m-1} \dots v_{m-i+1}$, $i = 1, 2, \dots, m$ dönüşümü kullanılarak $U_1 < U_2 < \dots < U_m$, $U(0,1)$ düzgün dağılımından ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem üretilir.
4. Önceden belirlenen parametre değerleri için $X_i = F^{-1}(U_i)$ dönüşümü ile $X_1 < X_2 < \dots < X_m$ olacak şekilde ilgili dağılım için ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem üretilir.

biçiminde verilebilir.

Simülasyon çalışmasında ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem şemaları sırasıyla %50, %25 ve %0 sansürleme oranlarına göre oluşturulmuştur. Bu şemalar $n = 20$ için $m = 10, 15$, $n = 40$ için $m = 20, 30$ ve $n = 80$ için $m = 40, 60$ sırasıyla *Tablo 6.1 – 6.3'te* verilmiştir.

Tablo 6.1. $n = 20$ için sansürlü örneklem şemaları

<i>n</i>	<i>m</i>	(r_1, r_2, \dots, r_m)	<i>Şema No:</i>
20	10	$r_1 = 10 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1$	[1]
		$r_1 = 7, r_2 = 3 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[2]
		$r_1 = 3, r_2 = 7 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[3]
		$r_5 = 10 \quad r_i = 0 \quad i \neq 5$	[4]
		$r_6 = 10 \quad r_i = 0 \quad i \neq 6$	[5]
20	15	$r_1 = 5 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1$	[1]
		$r_1 = 3, r_2 = 2 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[2]
		$r_1 = 2, r_2 = 3 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[3]
		$r_7 = 5 \quad r_i = 0 \quad i \neq 5$	[4]
		$r_9 = 5 \quad r_i = 0 \quad i \neq 6$	[5]
20	20	$r_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 20$	[1]

Tablo 6.2. $n = 40$ için sansürlü örneklem şemaları

<i>n</i>	<i>m</i>	(r_1, r_2, \dots, r_m)	<i>Şema No:</i>
40	20	$r_1 = 20 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1$	[1]
		$r_1 = 13, r_2 = 7 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[2]
		$r_1 = 7, r_2 = 13 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[3]
		$r_{10} = 20 \quad r_i = 0 \quad i \neq 10$	[4]
		$r_{11} = 20 \quad r_i = 0 \quad i \neq 11$	[5]
40	30	$r_1 = 10 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1$	[1]
		$r_1 = 7, r_2 = 3 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[2]
		$r_1 = 3, r_2 = 7 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[3]
		$r_{15} = 10 = 0 \quad i \neq 15$	[4]
		$r_{16} = 10 \quad r_i = 0 \quad i \neq 16$	[5]
40	40	$r_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 40$	[1]

Tablo 6.3. $n = 80$ için sansürlü örneklem şemaları

n	m	(r_1, r_2, \dots, r_m)	Şema No:
80	40	$r_1 = 40 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1$	[1]
		$r_1 = 26, r_2 = 14 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[2]
		$r_1 = 14, r_2 = 26 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[3]
		$r_{10} = 40 \quad r_i = 0 \quad i \neq 10$	[4]
		$r_{11} = 40 \quad r_i = 0 \quad i \neq 11$	[5]
80	60	$r_1 = 20 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1$	[1]
		$r_1 = 13, r_2 = 7 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[2]
		$r_1 = 7, r_2 = 13 \quad r_i = 0 \quad i \neq 1, 2$	[3]
		$r_{30} = 20 = 0 \quad i \neq 30$	[4]
		$r_{31} = 20 \quad r_i = 0 \quad i \neq 31$	[5]
80	80	$r_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 80$	[1]

6.1. Weibull(1;0,5) Dağılımı için Nokta Tahmin Edicilerinin Simülasyon Sonuçları

Weibull($\beta; \alpha$) dağılımında ölçek parametresi $\beta = 1$ ve şekil parametresi $\alpha = 0,5$ olması durumunda sırasıyla $n = 20(m = 10,20), 40(m = 20,30)$ ve $80(m = 40,60)$ örneklem büyüklükleri için, ilerleyen tür tip II sağdan sansürlü örneklem altında ölçek ve şekil parametrelerinin nokta tahmininden elde edilen Yan, HKO ve Def kriterlerine ilişkin sonuçlar Tablo 6.4- 6.15'e kadar verilmiştir. Tablolarda her parametre tahmin yönteminin birinci satırında ilgili parametrenin Yan değeri, ikinci satırında HKO değeri ve üçüncü satırında ise her sansür şemasında ilgili parametrenin HKO değerlerine göre sıralaması gösterilmektedir. Def kriteri tablolarda ise her parametre tahmin yönteminin birinci satırında Def değeri; ikinci satırında ise her sansür şemasında Def değerlerine göre sıralaması verilmektedir. Ayrıca tablolarda koyulaştırılan değer, her bir tahmin edicinin sansür şemalarına göre HKO veya Def kriteri bakımından aldığı en küçük değerdir.

Tablo 6.4. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;0,5) 'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]\$	\$[2]\$	\$[3]\$	\$[4]\$	\$[5]\$	\$[1]\$	\$[2]\$	\$[3]\$	\$[4]\$	\$[5]\$
MLE	0,1335	0,1567	0,1590	0,2275	0,2513	0,0630	0,0572	0,0609	0,0699	0,0769
	0,2712	0,2787	0,2910	0,5118	1,1471	0,0250	0,0231	0,0230	0,0274	0,0305
AMLE	7	7	7	7	9	8	8	8	8	8
	0,2346	0,2505	0,2561	0,3801	0,4342	0,0154	0,0120	0,0190	0,0206	0,0245
MPS	0,2974	0,3079	0,3274	0,5762	1,0223	0,0188	0,0178	0,0177	0,0194	0,0210
	8	8	8	8	8	5	4	4	4	4
PIV1	0,0174	0,0251	0,0189	0,0119	0,0074	-0,0380	-0,0415	-0,0366	-0,0379	-0,0382
	0,1249	0,1259	0,1297	0,1654	0,2346	0,0155	0,0152	0,0145	0,0161	0,0171
PIV2	2	2	1	3	3	1	1	1	1	1
	0,0246	0,0354	0,0313	0,0272	0,0198	-0,0060	-0,0107	-0,0058	-0,0072	-0,0067
PIV3	0,1491	0,1508	0,1566	0,2033	0,2560	0,0163	0,0155	0,0153	0,0173	0,0187
	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2
WPP1	0,0640	0,0795	0,0778	0,0955	0,0947	0,0226	0,0173	0,0221	0,0225	0,0242
	0,1882	0,1921	0,2004	0,2807	0,3852	0,0186	0,0174	0,0175	0,0197	0,0214
LSE1	5	5	5	5	5	4	3	3	5	6
	0,1371	0,1558	0,1554	0,1859	0,1890	0,0364	0,0309	0,0356	0,0367	0,0391
LSE2	0,2434	0,2512	0,2620	0,3788	0,5379	0,0204	0,0189	0,0191	0,0216	0,0235
	6	6	6	6	6	7	6	7	7	7
WPP2	-0,0084	-0,0021	0,0009	-0,0228	-0,0397	-0,0684	-0,0701	-0,0619	-0,0614	-0,0624
	0,1201	0,1156	0,1308	0,1476	0,1622	0,0194	0,0193	0,0188	0,0199	0,0211
LSE2	1	1	2	1	1	6	7	6	6	5
	-0,1484	-0,1431	-0,1417	-0,1622	-0,1724	-0,0089	-0,0145	-0,0091	-0,0233	-0,0258
LSE1	0,1413	0,1328	0,1450	0,1597	0,1852	0,0186	0,0180	0,0184	0,0189	0,0199
	3	3	3	2	2	3	5	5	3	3
WPP1	0,0935	0,1611	0,0918	0,1832	0,1991	0,0159	0,0116	0,0115	0,0039	0,0159
	0,9950	9,4493	0,5293	1,7472	1,6520	0,0472	0,0480	0,0366	0,0401	0,0433
PIV1	10	10	10	10	10	9	9	9	10	10
	-0,0818	-0,0286	-0,0811	-0,0334	-0,0718	0,0353	0,0296	0,0292	-0,0032	-0,0127
PIV2	0,5202	7,6433	0,4380	0,9398	0,8709	0,0481	0,0504	0,0404	0,0388	0,0352
	9	9	9	9	7	10	10	10	9	9

Tablo 6.5. $n = 20$ ve $m = 10$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,2962	0,3162	0,1403	0,1654	0,2068	0,2639	0,1395	0,1599	1,0422	0,5682
7	8	2	4	5	6	1	3	10	9	
\$[2]	0,3018	0,3257	0,1410	0,1662	0,2096	0,2701	0,1349	0,1508	1,9929	1,6937
7	8	2	4	5	6	1	3	10	9	
\$[3]	0,3140	0,3451	0,1443	0,1719	0,2179	0,2811	0,1497	0,1634	0,5659	0,4784
7	8	1	4	5	6	2	3	10	9	
\$[4]	0,5392	0,5955	0,1814	0,2206	0,3004	0,4004	0,1675	0,1786	1,7874	0,9786
7	8	3	4	5	6	1	2	10	9	
\$[5]	1,1776	1,0434	0,2517	0,2747	0,4066	0,5613	0,1833	0,2051	1,6952	0,9061
9	8	3	4	5	6	1	2	10	7	

Tablo 6.6. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0693	0,0724	0,0797	0,0869	0,0957	0,0466	0,0458	0,0455	0,0498	0,0528
	0,1150	0,1145	0,1292	0,1268	0,1428	0,0160	0,0159	0,0155	0,0169	0,0180
7	8	7	8	8		8	8	8	8	8
AMLE	0,1212	0,1226	0,1290	0,1414	0,1580	0,0302	0,0309	0,0317	0,0370	0,0385
	0,1286	0,1282	0,1441	0,1638	0,1650	0,0143	0,0142	0,0138	0,0151	0,0159
9	9	9	9	10		5	5	5	6	6
MPS	0,0123	0,0120	0,0162	0,0020	0,0042	-0,0353	-0,0351	-0,0348	-0,0339	-0,0342
	0,0700	0,0690	0,0770	0,0704	0,0753	0,0113	0,0112	0,0110	0,0115	0,0119
2	2	2	2	2		1	1	1	1	1
PIV1	0,0190	0,0197	0,0247	0,0136	0,0157	-0,0038	-0,0042	-0,0041	-0,0022	-0,0021
	0,0817	0,0809	0,0903	0,0831	0,0896	0,0116	0,0115	0,0112	0,0122	0,0126
4	4	4	4	4		2	2	2	2	2
PIV2	0,0360	0,0376	0,0434	0,0382	0,0426	0,0155	0,0150	0,0151	0,0173	0,0180
	0,0925	0,0918	0,1029	0,0961	0,1049	0,0127	0,0126	0,0123	0,0134	0,0139
5	5	5	5	5		3	3	3	3	3
PIV3	0,0791	0,0812	0,0875	0,0852	0,0910	0,0250	0,0244	0,0244	0,0269	0,0278
	0,1091	0,1086	0,1219	0,1150	0,1262	0,0135	0,0134	0,0131	0,0143	0,0148
6	6	6	6	7		4	4	4	4	4
WPP1	-0,0125	-0,0109	-0,0069	-0,0273	-0,0324	-0,0605	-0,0601	-0,0589	-0,0557	-0,0572
	0,0660	0,0670	0,0737	0,0668	0,0703	0,0157	0,0155	0,0151	0,0159	0,0162
1	1	1	1	1		7	7	7	7	7
WPP2	-0,1124	-0,1113	-0,1071	-0,1223	-0,1221	-0,0099	-0,0108	-0,0102	-0,0137	-0,0152
	0,0786	0,0790	0,0852	0,0792	0,0834	0,0144	0,0143	0,0139	0,0148	0,0149
3	3	3	3	3		6	6	6	5	5
LSE1	0,0389	0,0383	0,0472	0,0550	0,0515	0,0042	0,0019	0,0021	0,0033	0,0037
	0,1435	0,1294	0,1532	0,1842	0,1513	0,0209	0,0201	0,0221	0,0202	0,0194
10	10	10	10	9		9	9	9	10	10
LSE2	-0,0634	-0,0650	-0,0568	-0,0659	-0,0719	0,0178	0,0152	0,0155	0,0045	-0,0016
	0,1277	0,1131	0,1323	0,1182	0,1055	0,0221	0,0214	0,0236	0,0196	0,0185
8	7	2	4	5		7	10	3	9	6

Tablo 6.7. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,1310	0,1429	0,0812	0,0932	0,1051	0,1226	0,0817	0,0930	0,1644	0,1498
	7	8	1	4	5	6	2	3	10	9
\$[2]	0,1303	0,1424	0,0803	0,0923	0,1044	0,1220	0,0826	0,0932	0,1494	0,1345
	7	9	1	3	5	6	2	4	10	8
\$[3]	0,1447	0,1580	0,0880	0,1016	0,1153	0,1350	0,0889	0,0990	0,1753	0,1558
	7	9	1	4	5	6	2	3	10	8
\$[4]	0,1436	0,1789	0,0818	0,0953	0,1095	0,1292	0,0828	0,0940	0,2044	0,1379
	8	9	1	4	5	6	2	3	10	7
\$[5]	0,1608	0,1809	0,0872	0,1022	0,1188	0,1410	0,0865	0,0983	0,1707	0,1240
	8	10	2	4	5	7	1	3	9	6

Tablo 6.8. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	S[1]	S[2]	S[3]	S[4]	S[5]	S[1]	S[2]	S[3]	S[4]	S[5]
MLE	0,0600	0,0528	0,0628	0,0907	0,0937	0,0300	0,0267	0,0280	0,0350	0,0324
	0,0788	0,0742	0,0799	0,1063	0,1017	0,0092	0,0083	0,0086	0,0092	0,0091
	8	7	8	7	8	6	6	6	6	6
AMLE	0,1248	0,1147	0,1247	0,2413	0,2655	-0,0025	-0,0040	-0,0013	-0,0063	-0,0101
	0,0907	0,0844	0,0911	0,1448	0,1736	0,0082	0,0075	0,0075	0,0070	0,0070
	10	10	10	9	10	4	4	4	1	1
MPS	0,0100	-0,0002	0,0055	-0,0139	-0,0159	-0,0316	-0,0331	-0,0310	-0,0281	-0,0322
	0,0533	0,0500	0,0530	0,0604	0,0566	0,0075	0,0071	0,0071	0,0070	0,0072
	2	1	2	1	1	2	2	2	2	2
PIV1	0,0207	0,0118	0,0190	0,0118	0,0106	-0,0028	-0,0054	-0,0034	-0,0002	-0,0037
	0,0613	0,0580	0,0615	0,0716	0,0675	0,0075	0,0069	0,0070	0,0076	0,0075
	3	3	4	4	3	1	1	1	3	3
PIV2	0,0336	0,0254	0,0336	0,0379	0,0380	0,0104	0,0076	0,0094	0,0131	0,0098
	0,0672	0,0633	0,0675	0,0811	0,0768	0,0079	0,0072	0,0075	0,0081	0,0079
	5	5	5	5	5	3	3	3	4	4
PIV3	0,0658	0,0579	0,0667	0,0772	0,0778	0,0169	0,0139	0,0157	0,0196	0,0164
	0,0765	0,0719	0,0771	0,0942	0,0896	0,0083	0,0076	0,0078	0,0085	0,0083
	7	6	7	6	6	5	5	5	5	5
WPP1	-0,0100	-0,0199	-0,0143	-0,0396	-0,0447	-0,0554	-0,0565	-0,0537	-0,0451	-0,0488
	0,0532	0,0505	0,0516	0,0624	0,0587	0,0110	0,0109	0,0108	0,0104	0,0106
	1	2	1	2	2	8	8	8	8	8
WPP2	-0,0877	-0,0981	-0,0928	-0,1128	-0,1157	-0,0099	-0,0130	-0,0112	-0,0162	-0,0204
	0,0621	0,0604	0,0605	0,0710	0,0677	0,0094	0,0091	0,0093	0,0092	0,0093
	4	4	3	3	4	7	7	7	7	7
LSE1	0,0306	0,0236	0,0303	0,0567	0,0604	0,0023	-0,0006	0,0022	0,0014	-0,0009
	0,0804	0,0834	0,0812	0,1502	0,1353	0,0156	0,0132	0,0141	0,0118	0,0123
	9	9	9	10	9	9	9	9	10	10
LSE2	-0,0480	-0,0562	-0,0501	-0,0578	-0,0601	0,0127	0,0092	0,0120	-0,0046	-0,0109
	0,0725	0,0753	0,0731	0,1098	0,0969	0,0163	0,0137	0,0148	0,0110	0,0112
	6	8	6	8	7	10	10	10	9	9

Tablo 6.9. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,0880 7	0,0989 10	0,0608 1	0,0688 3	0,0751 5	0,0848 6	0,0642 2	0,0715 4	0,0960 9	0,0888 8
\$[2]	0,0826 7	0,0919 9	0,0571 1	0,0648 3	0,0706 5	0,0794 6	0,0614 2	0,0695 4	0,0965 10	0,0890 8
\$[3]	0,0885 8	0,0986 10	0,0601 1	0,0685 3	0,0750 5	0,0849 6	0,0624 2	0,0698 4	0,0953 9	0,0880 7
\$[4]	0,1156 7	0,1519 10	0,0674 1	0,0791 3	0,0892 5	0,1027 6	0,0728 2	0,0803 4	0,1620 9	0,1208 8
\$[5]	0,1107 8	0,1806 10	0,0639 1	0,0750 3	0,0847 5	0,0979 6	0,0693 2	0,0769 4	0,1476 9	0,1082 7

Tablo 6.10. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0253 0,0433 8	0,0314 0,0441 8	0,0299 0,0447 7	0,0401 0,0443 8	0,0371 0,0446 8	0,0235 0,0065 6	0,0211 0,0060 6	0,0222 0,0060 6	0,0229 0,0060 6	0,0221 0,0059 6
AMLE	0,0544 0,0465 10	0,0597 0,0477 10	0,0575 0,0483 9	0,0829 0,0699 10	0,0824 0,0523 10	0,0136 0,0061 5	0,0117 0,0056 5	0,0141 0,0057 5	0,0137 0,0055 4	0,0126 0,0054 4
MPS	0,0003 0,0332 2	0,0047 0,0335 2	0,0023 0,0341 2	-0,0047 0,0318 1	-0,0079 0,0321 1	-0,0258 -0,0276 2	-0,0276 -0,0260 2	-0,0260 -0,0269 2	-0,0269 -0,0280 2	-0,0280 0,0052 2
PIV1	0,0059 0,0373 3	0,0112 0,0377 3	0,0091 0,0384 3	0,0080 0,0363 3	0,0048 0,0366 3	-0,0008 0,0055 1	-0,0031 0,0054 1	-0,0016 0,0052 1	-0,0021 0,0052 1	-0,0034 0,0052 1
PIV2	0,0119 0,0393 5	0,0175 0,0398 5	0,0156 0,0405 5	0,0183 0,0387 5	0,0152 0,0391 5	0,0083 0,0058 3	0,0059 0,0054 3	0,0074 0,0054 3	0,0070 0,0054 3	0,0058 0,0054 3
PIV3	0,0317 0,0425 7	0,0376 0,0433 7	0,0358 0,0439 6	0,0405 0,0424 6	0,0374 0,0427 7	0,0129 0,0060 4	0,0104 0,0056 4	0,0118 0,0055 4	0,0115 0,0056 5	0,0103 0,0056 5
WPP1	-0,0201 0,0327 1	-0,0167 0,0323 1	-0,0179 0,0331 1	-0,0302 0,0321 2	-0,0342 0,0327 2	-0,0455 0,0088 10	-0,0480 0,0087 10	-0,0454 0,0086 9	-0,0443 0,0086 10	-0,0456 0,0086 10
WPP2	-0,0740 0,0386 4	-0,0705 0,0379 4	-0,0719 0,0388 4	-0,0784 0,0376 4	-0,0815 0,0385 4	-0,0092 0,0076 7	-0,0123 0,0072 7	-0,0101 0,0073 7	-0,0144 0,0073 7	-0,0158 0,0073 7
LSE1	0,0104 0,0441 9	0,0151 0,0455 9	0,0154 0,0483 10	0,0213 0,0482 9	0,0172 0,0466 9	0,0004 0,0085 8	-0,0021 0,0083 8	0,0002 0,0085 9	-0,0008 0,0082 9	-0,0021 0,0079 9
LSE2	-0,0417 0,0421 6	-0,0374 0,0428 6	-0,0371 0,0459 8	-0,0398 0,0431 7	-0,0444 0,0420 6	0,0072 0,0087 9	0,0046 0,0085 9	0,0069 0,0087 10	-0,0012 0,0081 8	-0,0035 0,0077 8

Tablo 6.11. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,0498	0,0526	0,0387	0,0428	0,0451	0,0484	0,0414	0,0462	0,0526	0,0508
	7	10	1	3	4	6	2	5	9	8
\$[2]	0,0501	0,0533	0,0389	0,0429	0,0452	0,0488	0,0410	0,0451	0,0539	0,0514
	7	9	1	3	5	6	2	4	10	8
\$[3]	0,0507	0,0539	0,0393	0,0435	0,0458	0,0494	0,0417	0,0461	0,0568	0,0546
	7	8	1	3	4	6	2	5	10	9
\$[4]	0,0503	0,0754	0,0370	0,0415	0,0441	0,0480	0,0406	0,0448	0,0564	0,0512
	7	10	1	3	4	6	2	5	9	8
\$[5]	0,0505	0,0577	0,0373	0,0418	0,0444	0,0482	0,0413	0,0457	0,0545	0,0497
	8	10	1	3	4	6	2	5	9	7

Tablo 6.12. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;0,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0200	0,0257	0,0243	0,0368	0,0418	0,0139	0,0139	0,0133	0,0159	0,0162
	0,0296	0,0317	0,0308	0,0329	0,0350	0,0041	0,0038	0,0036	0,0037	0,0037
AMLE	7	8	7	7	7	5	6	6	6	6
	0,0612	0,0642	0,0634	0,1848	0,2006	-0,0084	-0,0063	-0,0065	-0,0217	-0,0223
MPS	0,0334	0,0354	0,0344	0,0516	0,0780	0,0043	0,0038	0,0036	0,0035	0,0035
	10	10	10	10	10	6	5	5	3	3
PIV1	-0,0016	0,0014	-0,0009	-0,0204	-0,0174	-0,0242	-0,0232	-0,0234	-0,0215	-0,0217
	0,0240	0,0255	0,0248	0,0246	0,0256	0,0039	0,0036	0,0035	0,0034	0,0034
PIV2	1	1	1	1	1	4	4	4	1	1
	0,0047	0,0090	0,0074	0,0018	0,0052	-0,0026	-0,0020	-0,0026	-0,0009	-0,0012
PIV3	0,0266	0,0284	0,0275	0,0277	0,0289	0,0037	0,0034	0,0033	0,0035	0,0035
	3	3	3	2	2	1	1	1	2	2
WPP1	0,0093	0,0141	0,0126	0,0132	0,0170	0,0039	0,0043	0,0037	0,0054	0,0052
	0,0276	0,0295	0,0286	0,0292	0,0306	0,0038	0,0035	0,0034	0,0036	0,0036
WPP2	4	4	4	4	4	2	2	2	4	4
	0,0242	0,0293	0,0279	0,0316	0,0357	0,0071	0,0075	0,0068	0,0085	0,0083
LSE1	0,0293	0,0314	0,0305	0,0315	0,0331	0,0039	0,0036	0,0035	0,0036	0,0036
	6	6	6	5	6	3	3	3	5	5
LSE2	-0,0201	-0,0155	-0,0177	-0,0424	-0,0416	-0,0429	-0,0405	-0,0413	-0,0348	-0,0356
	0,0248	0,0261	0,0261	0,0287	0,0291	0,0065	0,0061	0,0060	0,0057	0,0057
LSE3	2	2	2	3	3	9	10	9	10	10
	-0,0600	-0,0555	-0,0579	-0,0765	-0,0749	-0,0100	-0,0084	-0,0098	-0,0138	-0,0147
LSE4	0,0289	0,0299	0,0301	0,0325	0,0327	0,0052	0,0049	0,0048	0,0048	0,0048
	5	5	5	6	5	7	7	7	7	7
LSE5	0,0076	0,0125	0,0094	0,0229	0,0255	-0,0004	-0,0012	-0,0006	0,0002	0,0000
	0,0322	0,0332	0,0335	0,0463	0,0438	0,0064	0,0059	0,0059	0,0052	0,0051
LSE6	9	9	9	9	9	8	8	8	9	9
	-0,0320	-0,0277	-0,0307	-0,0346	-0,0335	0,0047	0,0038	0,0045	-0,0027	-0,0039
LSE7	0,0312	0,0317	0,0323	0,0402	0,0379	0,0065	0,0060	0,0061	0,0050	0,0049
	8	7	8	8	8	10	9	10	8	8

Tablo 6.13. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;0,5) 'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,0337 6	0,0376 8	0,0279 1	0,0303 2	0,0314 4	0,0332 5	0,0312 3	0,0342 7	0,0386 10	0,0377 9
\$[2]	0,0355 7	0,0392 10	0,0292 1	0,0318 2	0,0330 4	0,0351 6	0,0321 3	0,0348 5	0,0391 9	0,0377 8
\$[3]	0,0345 6	0,0380 8	0,0283 1	0,0308 2	0,0320 3	0,0339 5	0,0321 4	0,0348 7	0,0395 10	0,0383 9
\$[4]	0,0366 6	0,0551 10	0,0280 1	0,0312 2	0,0328 3	0,0351 5	0,0343 4	0,0374 7	0,0516 9	0,0453 8
\$[5]	0,0387 7	0,0815 10	0,0291 1	0,0323 2	0,0342 3	0,0367 5	0,0348 4	0,0375 6	0,0489 9	0,0428 8

Tablo 6.14. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;0,5) 'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]\$	\$[2]\$	\$[3]\$	\$[4]\$	\$[5]\$	\$[1]\$	\$[2]\$	\$[3]\$	\$[4]\$	\$[5]\$
MLE	0,0095 0,0196 7	0,0161 0,0199 7	0,0157 0,0187 7	0,0182 0,0186 6	0,0180 0,0191 7	0,0109 0,0028 6	0,0119 0,0028 6	0,0090 0,0027 5	0,0105 0,0026 6	0,0130 0,0027 6
AMLE	0,0254 0,0205 9	0,0318 0,0210 9	0,0310 0,0196 9	0,0546 0,0221 10	0,0558 0,0227 10	0,0054 0,0028 5	0,0066 0,0027 4	0,0042 0,0026 3	0,0031 0,0024 1	0,0054 0,0025 1
MPS	-0,0024 0,0170 1	0,0034 0,0170 1	0,0026 0,0160 1	-0,0064 0,0155 1	-0,0067 0,0159 1	-0,0187 0,0028 3	-0,0175 0,0027 3	-0,0201 0,0027 6	-0,0190 0,0026 4	-0,0167 0,0025 3
PIV1	0,0010 0,0184 3	0,0075 0,0185 3	0,0069 0,0173 3	0,0034 0,0169 3	0,0031 0,0173 3	-0,0009 0,0027 1	-0,0003 0,0026 1	-0,0030 0,0026 1	-0,0016 0,0025 2	0,0006 0,0025 2
PIV2	0,0034 0,0189 4	0,0101 0,0190 4	0,0095 0,0178 4	0,0080 0,0175 4	0,0078 0,0179 4	0,0035 0,0027 2	0,0041 0,0027 2	0,0014 0,0026 2	0,0028 0,0025 3	0,0051 0,0026 4
PIV3	0,0130 0,0195 6	0,0198 0,0198 6	0,0192 0,0186 6	0,0187 0,0183 5	0,0185 0,0187 5	0,0057 0,0028 4	0,0063 0,0027 5	0,0036 0,0026 4	0,0050 0,0026 5	0,0073 0,0026 5
WPP1	-0,0183 0,0171 2	-0,0132 0,0171 2	-0,0134 0,0164 2	-0,0257 0,0166 2	-0,0262 0,0169 2	-0,0324 0,0048 10	-0,0328 0,0046 10	-0,0349 0,0048 10	-0,0314 0,0045 10	-0,0292 0,0044 10
WPP2	-0,0452 0,0195 5	-0,0401 0,0192 5	-0,0404 0,0184 5	-0,0481 0,0186 7	-0,0483 0,0189 6	-0,0073 0,0040 8	-0,0079 0,0038 7	-0,0104 0,0039 7	-0,0107 0,0038 9	-0,0085 0,0038 9
LSE1	0,0033 0,0206 10	0,0082 0,0213 10	0,0074 0,0198 10	0,0096 0,0205 9	0,0085 0,0205 9	-0,0006 0,0040 7	-0,0003 0,0040 8	-0,0026 0,0039 8	-0,0012 0,0038 9	0,0003 0,0037 8
LSE2	-0,0231 0,0203 8	-0,0184 0,0207 8	-0,0192 0,0193 8	-0,0215 0,0195 8	-0,0227 0,0196 8	0,0028 0,0040 9	0,0031 0,0040 9	0,0008 0,0040 9	-0,0015 0,0038 8	-0,0002 0,0037 7

Tablo 6.15. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;0,5)’nın β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS]	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
§[1]	0,0225	0,0233	0,0197	0,0211	0,0216	0,0223	0,0219	0,0234	0,0246	0,0243
	6	7	1	2	3	5	4	8	10	9
§[2]	0,0228	0,0237	0,0198	0,0211	0,0216	0,0225	0,0218	0,0230	0,0253	0,0247
	6	8	1	2	3	5	4	7	10	9
§[3]	0,0213	0,0222	0,0187	0,0199	0,0204	0,0212	0,0212	0,0223	0,0238	0,0233
	6	7	1	2	3	4	5	8	10	9
§[4]	0,0212	0,0245	0,0181	0,0194	0,0200	0,0209	0,0211	0,0224	0,0243	0,0233
	6	10	1	2	3	4	5	7	9	8
§[5]	0,0218	0,0252	0,0184	0,0199	0,0205	0,0213	0,0213	0,0227	0,0242	0,0232
	6	10	1	2	3	5	4	7	9	8

Weibull(1;0,5) dağılımının parametrelerinin nokta tahmini için elde edilen sonuçların raporlandığı Tablo 6.4-6.15’ten aşağıdaki çıkarımlar yapılmıştır:

- i) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametrelerinin HKO, bu tez çalışmasında kullanılan tüm parametre tahmin yöntemleri ve sansür şemalarında m arttıkça azalmaktadır.
- ii) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametrelerinin Yan’ı, m arttıkça tüm tahmin yöntemleri ve sansür şemalarında genellikle azalmaktadır.
- iii) AMLE, LSE1 ve LSE2 tahmin edicileri, Weibull dağılımının ölçek parametresi tahmininde en yüksek HKO’na sahip tahmin edicilerdir. Yani performansları en düşük tahmin edicilerdir.
- iv) Weibull dağılımının şekil parametresi tahmininde, küçük örneklem hacimlerindeki WPP1 tahmin edicisinin performansı nispeten daha iyi olmasına rağmen artan örneklem hacimlerinde genellikle LSE1 ve LSE2 tahmin edicilerle birlikte en kötü performansa sahiptir.
- v) Weibull dağılımının ölçek parametresi tahmininde, $n = 20$ örneklem hacminde, en iyi performansı WPP1 tahmin edicisi; örneklem hacmi arttıkça en düşük HKO değerine ise MPS tahmin edicisi ulaşmıştır.
- vi) Şekil parametresi tahmininde, $n = 20$ olması durumunda en küçük HKO değerine MPS tahnincisi ulaşmışken, diğer örneklem hacimlerinde en küçük HKO değerine genellikle PIV1 tahmin edicisi ulaşmıştır.
- vii) Weibull dağılımının ölçek parametresi tahmininde, tüm örneklem hacimlerinde en iyi performansa genellikle MPS, WPP1 ve PIV tahmin edicileri sahiptir.

- viii) Weibull dağılımının ölçek parametresi tahmininde MLE tahmincisi, AMLE tahmincisinden daha düşük HKO değerine sahipken; Weibull dağılımının şekil parametresi tahmininde ise AMLE tahmincisi MLE tahmincisinden daha düşük HKO değerine sahiptir.
- ix) Ele alınan nokta tahmin yöntemleri arasında PIV tahmin edicilerinin performansı iyi olmakla birlikte PIV tahmin edicilerinin kendi aralarındaki performansı PIV1, PIV2 ve PIV3 sıralamasındadır.
- x) Def değerine göre, genellikle en iyi performansı MPS ve PIV tahmincileri; en kötü performansı ise LSE ve AMLE tahmin edicileri sergilemiştir.
- xi) Ölçek parametresi tahmininde parametre tahmin yöntemlerinin genel olarak ilk iki sansür şemasında daha iyi performansı sergilerken; şekil parametresi tahmininde ise genel olarak ilk iki sansür şeması dışında daha iyi performans sergilemektedirler.
- xii) Ölçek ve şekil parametresi birlikte düşünüldüğünde parametre tahmin yöntemlerinin %50 sansürleme oranında genel olarak birinci ve ikinci sansür şemalarında daha iyi performans sergilerken, %25 sansürleme oranında ise ilk iki sansür şeması dışındaki sansür şemalarında daha iyi performans sergilemektedir.

6.2. Weibull(1;1,5) Dağılımı için Nokta Tahmin Edicilerinin Simülasyon Sonuçları

Weibull(β ; α) dağılımında ölçek parametresi $\beta = 1$ ve şekil parametresi $\alpha = 1,5$ olması durumunda sırasıyla $n = 20$ ($m = 10,15$), 40 ($m = 20,30$) ve 80 ($m = 40,60$) örneklem büyüklükleri için ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem durumunda ölçek ve şekil parametrelerinin nokta tahmininden elde edilen Yan, HKO ve Def kriterlerine ilişkin sonuçlar Tablo 6.16- 6.27'ye kadar verilmiştir. Elde edilen sonuç tablolarında koyulaştırılan değerler ise bu tez çalışması kapsamında kullanılan her bir parametre tahmin yönteminin ilgili parametre tahminin en iyi performansı sergilediği sansür şemasını göstermektedir.

Tablo 6.16. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;1,5) 'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	S[1]	S[2]	S[3]	S[4]	S[5]	S[1]	S[2]	S[3]	S[4]	S[5]
MLE	0,1335	0,1567	0,1590	0,2275	0,2513	0,1891	0,1717	0,1828	0,2096	0,2307
	0,2712	0,2787	0,2910	0,5118	1,1471	0,2247	0,2077	0,2070	0,2462	0,2746
	7	7	7	7	9	8	8	8	8	8
AMLE	0,2346	0,2505	0,2561	0,3801	0,4342	0,0462	0,0360	0,0570	0,0617	0,0736
	0,2974	0,3079	0,3274	0,5762	1,0223	0,1688	0,1602	0,1593	0,1742	0,1894
	8	8	8	8	8	5	4	4	4	4
MPS	0,0174	0,0251	0,0189	0,0119	0,0074	-0,1141	-0,1246	-0,1098	-0,1137	-0,1147
	0,1249	0,1259	0,1297	0,1654	0,2346	0,1392	0,1364	0,1308	0,1448	0,1539
	2	2	1	3	3	1	1	1	1	1
PIV1	0,0246	0,0354	0,0313	0,0272	0,0198	-0,0180	-0,0320	-0,0173	-0,0216	-0,0201
	0,1491	0,1508	0,1566	0,2033	0,2560	0,1464	0,1392	0,1380	0,1555	0,1680
	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2
PIV2	0,0640	0,0795	0,0778	0,0955	0,0947	0,0678	0,0520	0,0664	0,0674	0,0727
	0,1882	0,1921	0,2004	0,2807	0,3852	0,1678	0,1567	0,1574	0,1774	0,1927
	5	5	5	5	5	4	3	3	5	6
PIV3	0,1371	0,1558	0,1554	0,1859	0,1890	0,1093	0,0926	0,1068	0,1100	0,1173
	0,2434	0,2512	0,2620	0,3788	0,5379	0,1838	0,1705	0,1720	0,1940	0,2111
	6	6	6	6	6	7	6	7	7	7
WPP1	-0,0084	-0,0021	0,0009	-0,0228	-0,0397	-0,2051	-0,2104	-0,1857	-0,1841	-0,1873
	0,1201	0,1156	0,1308	0,1476	0,1622	0,1744	0,1737	0,1696	0,1793	0,1899
	1	1	2	1	1	6	7	6	6	5
WPP2	-0,1484	-0,1431	-0,1417	-0,1622	-0,1724	-0,0268	-0,0435	-0,0272	-0,0700	-0,0775
	0,1413	0,1328	0,1450	0,1597	0,1852	0,1673	0,1620	0,1652	0,1700	0,1795
	3	3	3	2	2	3	5	5	3	3
LSE1	0,0935	0,1611	0,0918	0,1832	0,1991	0,0476	0,0348	0,0346	0,0117	0,0476
	0,9950	1,8493	0,5293	2,1947	1,6520	0,4248	0,4317	0,3296	0,3612	0,3893
	10	10	10	10	10	9	9	9	10	10
LSE2	-0,0818	-0,0286	-0,0811	-0,0334	-0,0718	0,1058	0,0888	0,0876	-0,0096	-0,0382
	0,5202	1,6433	0,4380	1,7398	0,8709	0,4325	0,4539	0,3633	0,3495	0,3171
	9	9	9	9	7	10	10	10	9	9

Tablo 6.17. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;1,5) 'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS]	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
S[1]	0,4959	0,4662	0,2640	0,2955	0,3560	0,4273	0,2945	0,3086	1,4197	0,9527
8	7	1	3	5	6	2	4	10	9	
S[2]	0,4864	0,4681	0,2622	0,2900	0,3488	0,4217	0,2893	0,2949	2,2810	2,0971
8	7	1	3	5	6	2	4	10	9	
S[3]	0,4980	0,4867	0,2605	0,2946	0,3578	0,4340	0,3004	0,3102	0,8589	0,8013
8	7	1	2	5	6	3	4	10	9	
S[4]	0,7580	0,7504	0,3101	0,3588	0,4582	0,5728	0,3269	0,3297	2,5559	2,0892
8	7	1	4	5	6	2	3	10	9	
S[5]	1,4217	1,2117	0,3885	0,4240	0,5778	0,7490	0,3521	0,3647	2,0412	1,1880
9	8	3	4	5	6	1	2	10	7	

Tablo 6.18. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0693	0,0724	0,0797	0,0869	0,0957	0,1399	0,1374	0,1365	0,1494	0,1584
	0,1150	0,1145	0,1292	0,1268	0,1428	0,1439	0,1428	0,1395	0,1518	0,1617
	7	8	7	8	8	8	8	8	8	8
AMLE	0,1212	0,1226	0,1290	0,1414	0,1580	0,0907	0,0927	0,0952	0,1109	0,1154
	0,1286	0,1282	0,1441	0,1548	0,1750	0,1289	0,1277	0,1244	0,1363	0,1429
	9	9	9	9	10	5	5	5	6	6
MPS	0,0123	0,0120	0,0162	0,0020	0,0042	-0,1060	-0,1053	-0,1044	-0,1018	-0,1027
	0,0700	0,0690	0,0770	0,0704	0,0753	0,1013	0,1010	0,0990	0,1035	0,1073
	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
PIV1	0,0190	0,0197	0,0247	0,0136	0,0157	-0,0114	-0,0126	-0,0122	-0,0067	-0,0063
	0,0817	0,0809	0,0903	0,0831	0,0896	0,1040	0,1033	0,1012	0,1095	0,1135
	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2
PIV2	0,0360	0,0376	0,0434	0,0382	0,0426	0,0466	0,0450	0,0452	0,0520	0,0539
	0,0925	0,0918	0,1029	0,0961	0,1049	0,1140	0,1131	0,1108	0,1205	0,1252
	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3
PIV3	0,0791	0,0812	0,0875	0,0852	0,0910	0,0750	0,0731	0,0732	0,0806	0,0833
	0,1091	0,1086	0,1219	0,1150	0,1262	0,1214	0,1204	0,1180	0,1284	0,1336
	6	6	6	6	7	4	4	4	4	4
WPP1	-0,0125	-0,0109	-0,0069	-0,0273	-0,0324	-0,1815	-0,1802	-0,1767	-0,1671	-0,1716
	0,0660	0,0670	0,0737	0,0668	0,0703	0,1411	0,1399	0,1362	0,1434	0,1454
	1	1	1	1	1	7	7	7	7	7
WPP2	-0,1124	-0,1113	-0,1071	-0,1223	-0,1221	-0,0296	-0,0324	-0,0305	-0,0410	-0,0455
	0,0786	0,0790	0,0852	0,0792	0,0834	0,1296	0,1283	0,1248	0,1333	0,1344
	3	3	3	3	3	6	6	6	5	5
LSE1	0,0389	0,0383	0,0472	0,0550	0,0515	0,0126	0,0058	0,0062	0,0098	0,0111
	0,1435	0,1294	0,1532	0,1842	0,1513	0,1881	0,1806	0,1991	0,1817	0,1743
	10	10	10	10	9	9	9	9	10	10
LSE2	-0,0634	-0,0650	-0,0568	-0,0659	-0,0719	0,0535	0,0455	0,0466	0,0134	-0,0049
	0,1277	0,1131	0,1323	0,1182	0,1055	0,1990	0,1927	0,2121	0,1766	0,1665
	8	7	8	7	6	10	10	10	9	9

Tablo 6.19. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,2588	0,2575	0,1713	0,1857	0,2065	0,2305	0,2071	0,2082	0,3315	0,3267
8	7	1	2	3	6	4	5	10	9	
\$[2]	0,2573	0,2559	0,1701	0,1842	0,2049	0,2290	0,2070	0,2072	0,3099	0,3058
8	7	1	2	3	6	4	5	10	9	
\$[3]	0,2686	0,2685	0,1760	0,1916	0,2138	0,2399	0,2100	0,2099	0,3523	0,3444
8	7	1	2	5	6	4	3	10	9	
\$[4]	0,2786	0,2911	0,1738	0,1927	0,2166	0,2434	0,2102	0,2125	0,3659	0,2949
7	8	1	2	5	6	3	4	10	9	
\$[5]	0,3045	0,3179	0,1826	0,2030	0,2300	0,2598	0,2158	0,2178	0,3256	0,2721
8	9	1	2	5	6	3	4	10	9	

Tablo 6.20. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0600	0,0528	0,0628	0,0907	0,0937	0,0899	0,0800	0,0841	0,1049	0,0971
	0,0788	0,0742	0,0799	0,1063	0,1017	0,0829	0,0751	0,0776	0,0832	0,0816
AMLE	8	7	8	7	8	6	6	6	6	6
	0,1248	0,1147	0,1247	0,2413	0,2655	-0,0075	-0,0120	-0,0038	-0,0190	-0,0303
MPS	0,0907	0,0844	0,0911	0,1538	0,1736	0,0740	0,0675	0,0675	0,0631	0,0631
	10	10	10	10	10	4	4	4	1	1
PIV1	0,0100	-0,0002	0,0055	-0,0139	-0,0159	-0,0949	-0,0994	-0,0930	-0,0844	-0,0965
	0,0533	0,0500	0,0530	0,0604	0,0566	0,0673	0,0640	0,0643	0,0633	0,0651
PIV2	2	1	2	1	1	2	2	2	2	2
	0,0207	0,0118	0,0190	0,0118	0,0106	-0,0085	-0,0161	-0,0103	-0,0007	-0,0110
PIV3	0,0613	0,0580	0,0615	0,0716	0,0675	0,0671	0,0618	0,0633	0,0680	0,0672
	3	3	4	4	3	1	1	1	3	3
WPP1	0,0336	0,0254	0,0336	0,0379	0,0380	0,0312	0,0227	0,0282	0,0393	0,0295
	0,0672	0,0633	0,0675	0,0811	0,0768	0,0715	0,0652	0,0672	0,0728	0,0712
WPP2	5	5	5	5	5	3	3	3	4	4
	0,0658	0,0579	0,0667	0,0772	0,0778	0,0508	0,0418	0,0472	0,0589	0,0493
LSE1	0,0765	0,0719	0,0771	0,0942	0,0896	0,0749	0,0680	0,0702	0,0763	0,0744
	7	6	7	6	6	5	5	5	5	5
LSE2	-0,0100	-0,0199	-0,0143	-0,0396	-0,0447	-0,1662	-0,1695	-0,1611	-0,1354	-0,1464
	0,0532	0,0505	0,0516	0,0624	0,0587	0,0994	0,0982	0,0973	0,0936	0,0955
WPP2	1	2	1	2	2	8	8	8	8	8
	-0,0877	-0,0981	-0,0928	-0,1128	-0,1157	-0,0296	-0,0389	-0,0337	-0,0487	-0,0613
LSE1	0,0621	0,0604	0,0605	0,0710	0,0677	0,0849	0,0820	0,0833	0,0832	0,0833
	4	4	3	3	4	7	7	7	7	7
LSE2	0,0306	0,0236	0,0303	0,0567	0,0604	0,0070	-0,0019	0,0065	0,0043	-0,0027
	0,0804	0,0834	0,0812	0,1502	0,1353	0,1402	0,1184	0,1269	0,1064	0,1110
WPP1	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10
	-0,0480	-0,0562	-0,0501	-0,0578	-0,0601	0,0381	0,0276	0,0361	-0,0137	-0,0328
WPP2	0,0725	0,0753	0,0731	0,1098	0,0969	0,1469	0,1233	0,1333	0,0990	0,1011
	6	8	6	8	7	10	10	10	9	9

Tablo 6.21. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,1617	0,1647	0,1206	0,1285	0,1387	0,1514	0,1526	0,1469	0,2206	0,2194
\$[2]	7	8	1	2	3	5	6	4	10	9
\$[3]	0,1493	0,1519	0,1140	0,1198	0,1285	0,1398	0,1487	0,1423	0,2017	0,1986
\$[4]	7	8	1	2	3	4	6	5	10	9
\$[5]	0,1575	0,1587	0,1173	0,1248	0,1347	0,1473	0,1489	0,1438	0,2081	0,2065
\$[6]	7	8	1	2	3	5	6	4	10	9
\$[7]	0,1895	0,2169	0,1237	0,1396	0,1539	0,1706	0,1560	0,1542	0,2566	0,2088
\$[8]	7	9	1	2	3	6	5	4	10	8
\$[9]	0,1832	0,3179	0,1826	0,2030	0,2300	0,2598	0,2158	0,2178	0,3256	0,2721
\$[10]	8	9	1	2	5	6	3	4	10	7

Tablo 6.22. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0253	0,0314	0,0299	0,0401	0,0371	0,0705	0,0633	0,0666	0,0686	0,0662
	0,0433	0,0441	0,0447	0,0443	0,0446	0,0582	0,0543	0,0539	0,0541	0,0530
AMLE	8	8	7	8	8	6	6	6	6	6
	0,0544	0,0597	0,0575	0,0829	0,0824	0,0407	0,0350	0,0423	0,0411	0,0378
MPS	0,0465	0,0477	0,0483	0,0564	0,0523	0,0551	0,0507	0,0509	0,0495	0,0486
	10	10	9	10	10	5	5	5	4	4
PIV1	0,0003	0,0047	0,0023	-0,0047	-0,0079	-0,0773	-0,0829	-0,0781	-0,0807	-0,0840
	0,0332	0,0335	0,0341	0,0318	0,0321	0,0498	0,0482	0,0470	0,0470	0,0470
PIV2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2
	0,0059	0,0112	0,0091	0,0080	0,0048	-0,0024	-0,0093	-0,0049	-0,0063	-0,0102
PIV3	0,0373	0,0377	0,0384	0,0363	0,0366	0,0495	0,0468	0,0463	0,0466	0,0464
	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1
WPP1	0,0119	0,0175	0,0156	0,0183	0,0152	0,0250	0,0178	0,0222	0,0211	0,0173
	0,0393	0,0398	0,0405	0,0387	0,0391	0,0518	0,0486	0,0484	0,0486	0,0482
WPP2	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3
	0,0317	0,0376	0,0358	0,0405	0,0374	0,0386	0,0313	0,0355	0,0346	0,0309
LSE1	0,0425	0,0433	0,0439	0,0424	0,0427	0,0536	0,0501	0,0499	0,0501	0,0496
	7	7	6	6	7	4	4	4	5	5
WPP2	-0,0201	-0,0167	-0,0179	-0,0302	-0,0342	-0,1365	-0,1439	-0,1362	-0,1328	-0,1368
	0,0327	0,0323	0,0331	0,0321	0,0327	0,0791	0,0784	0,0772	0,0770	0,0771
LSE2	1	1	1	2	2	10	10	9	10	10
	-0,0740	-0,0705	-0,0719	-0,0784	-0,0815	-0,0275	-0,0368	-0,0304	-0,0433	-0,0473
PIV3	0,0386	0,0379	0,0388	0,0376	0,0385	0,0681	0,0652	0,0657	0,0655	0,0650
	4	4	4	4	4	7	7	7	7	7
WPP1	0,0104	0,0151	0,0154	0,0213	0,0172	0,0011	-0,0063	0,0007	-0,0023	-0,0063
	0,0441	0,0455	0,0483	0,0443	0,0466	0,0768	0,0750	0,0765	0,0742	0,0709
WPP2	9	9	10	9	9	8	8	8	9	9
	-0,0417	-0,0374	-0,0371	-0,0398	-0,0444	0,0215	0,0138	0,0208	-0,0036	-0,0105
LSE1	0,0421	0,0428	0,0459	0,0431	0,0420	0,0787	0,0768	0,0783	0,0730	0,0691
	6	6	8	7	6	9	9	10	8	8

Tablo 6.23. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,1015	0,1016	0,0830	0,0868	0,0912	0,0961	0,1117	0,1068	0,1208	0,1208
\$[2]	5	6	1	2	3	4	8	7	10	9
\$[3]	0,0983	0,0984	0,0817	0,0845	0,0884	0,0934	0,1107	0,1031	0,1205	0,1196
\$[4]	5	6	1	2	3	4	8	7	10	9
\$[5]	0,0986	0,0992	0,0811	0,0847	0,0888	0,0938	0,1103	0,1045	0,1248	0,1242
\$[6]	5	6	1	2	3	4	8	7	10	9
\$[7]	0,0984	0,1059	0,0788	0,0828	0,0873	0,0926	0,1091	0,1031	0,1185	0,1161
\$[8]	5	7	1	2	3	4	8	6	10	9
\$[9]	0,0976	0,1009	0,0791	0,0831	0,0873	0,0924	0,1098	0,1035	0,1175	0,1111
\$[10]	5	6	1	2	3	4	8	7	10	9

Tablo 6.24. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0200	0,0257	0,0243	0,0368	0,0418	0,0416	0,0417	0,0398	0,0478	0,0485
	0,0296	0,0317	0,0308	0,0329	0,0350	0,0365	0,0341	0,0328	0,0329	0,0334
AMLE	7	8	7	7	7	5	6	6	6	6
	0,0612	0,0642	0,0634	0,1848	0,2006	-0,0251	-0,0189	-0,0194	-0,0651	-0,0668
MPS	0,0334	0,0354	0,0344	0,0560	0,0521	0,0385	0,0341	0,0323	0,0313	0,0316
	10	10	10	10	10	6	5	5	3	3
PIV1	-0,0016	0,0014	-0,0009	-0,0204	-0,0174	-0,0726	-0,0696	-0,0701	-0,0644	-0,0652
	0,0240	0,0255	0,0248	0,0246	0,0256	0,0353	0,0328	0,0318	0,0306	0,0309
PIV2	1	1	1	1	1	4	4	4	1	1
	0,0047	0,0090	0,0074	0,0018	0,0052	-0,0077	-0,0060	-0,0077	-0,0028	-0,0036
PIV3	0,0266	0,0284	0,0275	0,0277	0,0289	0,0334	0,0309	0,0299	0,0311	0,0311
	3	3	3	2	2	1	1	1	2	2
WPP1	0,0093	0,0141	0,0126	0,0132	0,0170	0,0117	0,0130	0,0111	0,0161	0,0155
	0,0276	0,0295	0,0286	0,0292	0,0306	0,0343	0,0318	0,0306	0,0320	0,0320
WPP2	4	4	4	4	4	2	2	2	4	4
	0,0242	0,0293	0,0279	0,0316	0,0357	0,0213	0,0225	0,0205	0,0255	0,0250
LSE1	0,0293	0,0314	0,0305	0,0315	0,0331	0,0351	0,0325	0,0313	0,0328	0,0328
	6	6	6	5	6	3	3	3	5	5
LSE2	-0,0201	-0,0155	-0,0177	-0,0424	-0,0416	-0,1286	-0,1215	-0,1239	-0,1045	-0,1069
	0,0248	0,0261	0,0261	0,0287	0,0291	0,0584	0,0548	0,0537	0,0510	0,0512
WPP2	2	2	2	3	3	9	10	9	10	10
	-0,0600	-0,0555	-0,0579	-0,0765	-0,0749	-0,0299	-0,0251	-0,0293	-0,0415	-0,0442
PIV3	0,0289	0,0299	0,0301	0,0325	0,0327	0,0471	0,0444	0,0429	0,0434	0,0433
	5	5	5	6	5	7	7	7	7	7
LSE1	0,0076	0,0125	0,0094	0,0229	0,0255	-0,0012	-0,0037	-0,0018	0,0007	0,0001
	0,0322	0,0332	0,0335	0,0403	0,0438	0,0573	0,0529	0,0534	0,0470	0,0458
LSE2	9	9	9	9	9	8	8	8	9	9
	-0,0320	-0,0277	-0,0307	-0,0346	-0,0335	0,0140	0,0113	0,0134	-0,0081	-0,0117
PIV1	0,0312	0,0317	0,0323	0,0402	0,0379	0,0584	0,0538	0,0545	0,0454	0,0441
	8	7	8	8	8	10	9	10	8	8

Tablo 6.25. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,0662	0,0718	0,0592	0,0600	0,0620	0,0644	0,0832	0,0760	0,0895	0,0897
\$[2]	5	6	1	2	3	4	8	7	9	10
\$[3]	0,0658	0,0695	0,0583	0,0592	0,0613	0,0639	0,0808	0,0744	0,0860	0,0855
\$[4]	5	6	1	2	3	4	8	7	10	9
\$[5]	0,0636	0,0667	0,0566	0,0574	0,0592	0,0618	0,0798	0,0729	0,0869	0,0868
\$[6]	5	6	1	2	3	4	8	7	10	9
\$[7]	0,0658	0,0873	0,0551	0,0588	0,0613	0,0642	0,0796	0,0760	0,0872	0,0857
\$[8]	5	10	1	2	3	4	7	6	9	8
\$[9]	0,0684	0,0837	0,0566	0,0600	0,0626	0,0659	0,0803	0,0760	0,0896	0,0820
\$[10]	5	9	1	2	3	4	7	6	10	8

Tablo 6.26. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0095	0,0161	0,0157	0,0182	0,0180	0,0327	0,0357	0,0269	0,0314	0,0390
	0,0196	0,0199	0,0187	0,0186	0,0191	0,0256	0,0255	0,0240	0,0234	0,0243
AMLE	7	7	7	6	7	6	6	5	6	6
	0,0254	0,0318	0,0310	0,0546	0,0558	0,0163	0,0197	0,0126	0,0093	0,0163
MPS	0,0205	0,0210	0,0196	0,0541	0,0227	0,0251	0,0244	0,0235	0,0220	0,0224
	9	9	9	10	10	5	4	3	1	1
PIV1	-0,0024	0,0034	0,0026	-0,0064	-0,0067	-0,0560	-0,0526	-0,0603	-0,0571	-0,0501
	0,0170	0,0170	0,0160	0,0155	0,0159	0,0250	0,0243	0,0244	0,0232	0,0228
PIV2	1	1	1	1	1	3	3	6	4	3
	0,0010	0,0075	0,0069	0,0034	0,0031	-0,0028	-0,0009	-0,0089	-0,0048	0,0018
PIV3	0,0184	0,0185	0,0173	0,0169	0,0173	0,0242	0,0235	0,0230	0,0225	0,0226
	3	3	3	3	3	1	1	1	2	2
WPP1	0,0034	0,0101	0,0095	0,0080	0,0078	0,0105	0,0124	0,0043	0,0084	0,0152
	0,0189	0,0190	0,0178	0,0175	0,0179	0,0247	0,0241	0,0234	0,0229	0,0232
WPP2	4	4	4	4	4	2	2	2	3	4
	0,0130	0,0198	0,0192	0,0187	0,0185	0,0171	0,0190	0,0109	0,0150	0,0218
LSE1	0,0195	0,0198	0,0186	0,0183	0,0187	0,0251	0,0245	0,0236	0,0232	0,0236
	6	6	6	5	5	4	5	4	5	5
LSE2	-0,0183	-0,0132	-0,0134	-0,0257	-0,0262	-0,0972	-0,0983	-0,1048	-0,0942	-0,0877
	0,0171	0,0171	0,0164	0,0166	0,0169	0,0428	0,0417	0,0433	0,0404	0,0399
WPP2	2	2	2	2	2	10	10	10	10	10
	-0,0452	-0,0401	-0,0404	-0,0481	-0,0483	-0,0220	-0,0237	-0,0312	-0,0322	-0,0255
LSE1	0,0195	0,0192	0,0184	0,0186	0,0189	0,0359	0,0346	0,0353	0,0338	0,0340
	5	5	5	7	6	8	7	7	7	9
LSE2	0,0033	0,0082	0,0074	0,0096	0,0085	-0,0018	-0,0008	-0,0077	-0,0036	0,0008
	0,0206	0,0213	0,0198	0,0393	0,0205	0,0357	0,0360	0,0355	0,0345	0,0333
WPP2	10	10	10	9	9	7	8	8	9	8
	-0,0231	-0,0184	-0,0192	-0,0215	-0,0227	0,0083	0,0093	0,0024	-0,0044	-0,0006
LSE1	0,0203	0,0207	0,0193	0,0195	0,0196	0,0361	0,0364	0,0358	0,0342	0,0330
	8	8	8	8	8	9	9	9	8	7

Tablo 6.27. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;1,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,0453	0,0456	0,0420	0,0426	0,0435	0,0446	0,0599	0,0554	0,0563	0,0564
5	6	1	2	3	4	10	7	8	9	9
\$[2]	0,0454	0,0454	0,0414	0,0420	0,0431	0,0443	0,0589	0,0538	0,0573	0,0571
6	5	1	2	3	4	10	7	9	8	
\$[3]	0,0427	0,0431	0,0403	0,0404	0,0411	0,0422	0,0598	0,0537	0,0553	0,0551
5	6	1	2	3	4	10	7	9	8	
\$[4]	0,0420	0,0761	0,0387	0,0394	0,0403	0,0415	0,0570	0,0524	0,0738	0,0537
5	10	1	2	3	4	8	6	9	7	
\$[5]	0,0434	0,0452	0,0386	0,0399	0,0411	0,0423	0,0568	0,0529	0,0538	0,0526
5	6	1	2	3	4	10	8	9	7	

Weibull(1; 1,5) dağılımının parametrelerinin nokta tahmini için elde edilen sonuçların raporlandığı Tablo 6.16-6.27'den aşağıdaki çıkarımlar yapılır:

- i) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametrelerinin tahmin edilmesinde kullanılan tüm sansür şemalarında örneklem hacmi arttıkça HKO azalmaktadır.
- ii) Ölçek ve şekil parametresi tahmininde tüm sansür şemalarında örneklem hacmi arttıkça Yan'ı genellikle azalmaktadır.
- iii) Weibull dağılımının ölçek parametresi için tahmininde $m = 10$ olması durumunda LSE tahmin edicileri en yüksek HKO değerine sahip; diğer örneklem hacimlerinde ise AMLE tahmin edicisi genellikle en yüksek HKO değerine sahiptir.
- iv) Weibull dağılımının ölçek parametresi tahmininde MLE tahmin edicisi AMLE tahmin edicisinden daha iyi performans sergilerken; şekil parametresinin tahmininde ise AMLE tahmin edicisi MLE tahmin edicisinden daha iyi performans sergilemektedir.
- v) Şekil parametresi tahmininde $n = 20$ olması durumunda MPS tahmincisi en küçük HKO'na ulaşmışken, diğer örneklem hacimlerinde PIV tahmin edicileri en küçük HKO'na ulaşmıştır.
- vi) Weibull dağılımının ölçek parametresine ilişkin en küçük HKO değerlerine MPS, WPP ve PIV tahmin edicilerinde ulaşılmıştır.
- vii) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametresine ilişkin en küçük Def değerine MPS ve PIV1 tahlincileri ulaşmıştır.
- viii) Küçük m değerlerinde en yüksek Def değerine LSE tahmin edicileri sahipken; m değeri arttıkça WPP1 tahmin edicisi en yüksek Def değerine sahip olmuştur.
- ix) Ölçek parametresi tahmininde parametre tahmin yöntemlerinin genel olarak ilk üç sansür şemasında iyi performansı sergilerken; şekil parametresi tahmininde ise $n = 20$ örneklem hacminde genel olarak ikinci ve üçüncü sansür şemalarında ve diğer örneklem hacimlerinde ise genel olarak son iki sansür şemasında daha iyi performans sergilemektedir.
- x) Ölçek ve şekil parametresi birlikte düşünüldüğünde, parametre tahmin yöntemlerinin $m = 20$ başarısızlık sayısına kadar genel olarak ikinci sansür

şemasında daha iyi performans sergilerken; diğer başarısızlık sayılarında ise son üç sansür şemasında daha iyi performans sergilemektedirler.

6.3. Weibull(1;2,5) Dağılımı için Nokta Tahmin Edicilerinin Simülasyon Sonuçları

Weibull(β ; α) dağılımında ölçek parametresi $\beta = 1$ ve şekil parametresi $\alpha = 2,5$ olması durumunda sırasıyla $n = 20(m = 10,15), 40(m = 20,30)$ ve $80(m = 40,60)$ örneklem büyüklükleri için ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem altında ölçek ve şekil parametrelerinin nokta tahmininden elde edilen Yan, HKO ve Def kriterlerine ilişkin sonuçlar Tablo 6.28- 6.39'a kadar verilmiştir. Tablo 6.28- 6.39'da koyulaştırılan değerler ise bu tez çalışmasında kullanılan her bir parametre tahmin yönteminin ilgili parametre tahminin en iyi performansı sergilediği sansür şemasını göstermektedir.

Tablo 6.28. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;2,5)'nin β ve α parametreleri için Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,1335	0,1567	0,1590	0,2275	0,2513	0,3151	0,2862	0,3046	0,3493	0,3845
	0,2712	0,2787	0,2910	0,5118	1,1471	0,6242	0,5768	0,5750	0,6838	0,7627
AMLE	7	7	7	7	9	8	8	8	8	8
	0,2346	0,2505	0,2561	0,3801	0,4342	0,0769	0,0600	0,0951	0,1028	0,1226
MPS	0,2974	0,3079	0,3274	0,5762	1,0223	0,4689	0,4451	0,4424	0,4839	0,5261
	8	8	8	8	8	5	4	4	4	4
PIV1	0,0174	0,0251	0,0189	0,0119	0,0074	-0,1902	-0,2076	-0,1830	-0,1894	-0,1911
	0,1249	0,1259	0,1297	0,1654	0,2346	0,3866	0,3788	0,3633	0,4022	0,4275
PIV2	2	2	1	3	3	1	1	1	1	1
	0,0246	0,0354	0,0313	0,0272	0,0198	-0,0300	-0,0534	-0,0288	-0,0359	-0,0335
PIV3	0,1491	0,1508	0,1566	0,2033	0,2560	0,4067	0,3866	0,3834	0,4320	0,4666
	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2
WPP1	0,0640	0,0795	0,0778	0,0955	0,0947	0,1129	0,0867	0,1107	0,1123	0,1212
	0,1882	0,1921	0,2004	0,2807	0,3852	0,4661	0,4352	0,4372	0,4929	0,5352
WPP2	5	5	5	5	5	4	3	3	5	6
	0,1371	0,1558	0,1554	0,1859	0,1890	0,1822	0,1544	0,1780	0,1833	0,1954
LSE1	0,2434	0,2512	0,2620	0,3788	0,5379	0,5106	0,4737	0,4779	0,5388	0,5863
	6	6	6	6	6	7	6	7	7	7
LSE2	-0,0084	-0,0021	0,0009	-0,0228	-0,0397	-0,3418	-0,3507	-0,3096	-0,3069	-0,3122
	0,1201	0,1156	0,1308	0,1476	0,1622	0,4845	0,4824	0,4710	0,4980	0,5275
WPP2	1	1	2	1	1	6	7	6	6	5
	-0,1484	-0,1431	-0,1417	-0,1622	-0,1724	-0,0446	-0,0725	-0,0453	-0,1167	-0,1291
LSE1	0,1413	0,1328	0,1450	0,1597	0,1852	0,4648	0,4501	0,4589	0,4722	0,4985
	3	3	3	2	2	3	5	5	3	3
LSE2	0,0935	0,1611	0,0918	0,1832	0,1991	0,0793	0,0580	0,0577	0,0195	0,0794
	0,9950	2,1493	0,5293	2,0747	1,6520	1,1799	1,1992	0,9154	1,0032	1,0813
WPP1	10	10	10	10	10	9	9	9	10	10
	-0,0818	-0,0286	-0,0811	-0,0334	-0,0718	0,1763	0,1480	0,1459	-0,0161	-0,0637
WPP2	0,5202	1,6433	0,4380	1,8398	0,8709	1,2015	1,2607	1,0092	0,9708	0,8810
	9	9	9	9	7	10	10	10	9	9

Tablo 6.29. $n=20$ ve $m=10$ durumunda Weibull(1;2,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,8954	0,7664	0,5115	0,5558	0,6543	0,7541	0,6046	0,6061	2,1749	1,7216
8	7	1	2	5	6	3	4	10	9	
\$[2]	0,8556	0,7529	0,5047	0,5374	0,6274	0,7249	0,5981	0,5829	3,3484	2,9040
8	7	1	2	5	6	4	3	10	9	
\$[3]	0,8660	0,7698	0,4930	0,5400	0,6375	0,7398	0,6019	0,6040	1,4448	1,4472
8	7	1	2	5	6	3	4	9	10	
\$[4]	1,1956	1,0601	0,5675	0,6353	0,7736	0,9176	0,6456	0,6319	3,0779	2,8105
8	7	1	3	5	6	4	2	10	9	
\$[5]	1,9098	1,5484	0,6621	0,7226	0,9203	1,1242	0,6897	0,6837	2,7333	1,7518
9	7	1	4	5	6	3	2	10	9	

Tablo 6.30. $n=20$ ve $m=15$ için Weib (1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0693	0,0724	0,0797	0,0869	0,0957	0,2332	0,2289	0,2275	0,2490	0,2641
	0,1150	0,1145	0,1292	0,1268	0,1428	0,3996	0,3967	0,3874	0,4218	0,4491
AMLE	7	8	7	8	8	8	8	8	8	8
	0,1212	0,1226	0,1290	0,1414	0,1580	0,1511	0,1544	0,1586	0,1848	0,1923
MPS	0,1286	0,1282	0,1441	0,1448	0,1736	0,3581	0,3547	0,3455	0,3785	0,3970
	9	9	9	9	10	5	5	5	6	6
PIV1	0,0123	0,0120	0,0162	0,0020	0,0042	-0,1766	-0,1755	-0,1740	-0,1697	-0,1711
	0,0700	0,0690	0,0770	0,0704	0,0753	0,2815	0,2806	0,2751	0,2874	0,2981
PIV2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
	0,0190	0,0197	0,0247	0,0136	0,0157	-0,0191	-0,0210	-0,0203	-0,0111	-0,0106
PIV3	0,0817	0,0809	0,0903	0,0831	0,0896	0,2889	0,2870	0,2812	0,3043	0,3152
	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2
WPP1	0,0360	0,0376	0,0434	0,0382	0,0426	0,0776	0,0749	0,0753	0,0866	0,0898
	0,0925	0,0918	0,1029	0,0961	0,1049	0,3166	0,3141	0,3079	0,3346	0,3477
WPP2	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3
	0,0791	0,0812	0,0875	0,0852	0,0910	0,1249	0,1219	0,1221	0,1343	0,1388
LSE1	0,1091	0,1086	0,1219	0,1150	0,1262	0,3373	0,3344	0,3279	0,3566	0,3712
	6	6	6	6	7	4	4	4	4	4
WPP1	-0,0125	-0,0109	-0,0069	-0,0273	-0,0324	-0,3025	-0,3003	-0,2945	-0,2785	-0,2859
	0,0660	0,0670	0,0737	0,0668	0,0703	0,3919	0,3887	0,3784	0,3983	0,4040
WPP2	1	1	1	1	1	7	7	7	7	7
	-0,1124	-0,1113	-0,1071	-0,1223	-0,1221	-0,0494	-0,0540	-0,0509	-0,0683	-0,0759
LSE2	0,0786	0,0790	0,0852	0,0792	0,0834	0,3599	0,3563	0,3466	0,3703	0,3733
	3	3	3	3	3	6	6	6	5	5
LSE1	0,0389	0,0383	0,0472	0,0550	0,0515	0,0211	0,0097	0,0104	0,0164	0,0185
	0,1435	0,1294	0,1532	0,1842	0,1513	0,5224	0,5016	0,5531	0,5048	0,4841
LSE2	10	10	10	10	9	9	9	9	10	10
	-0,0634	-0,0650	-0,0568	-0,0659	-0,0719	0,0891	0,0758	0,0777	0,0223	-0,0082
LSE2	0,1277	0,1131	0,1323	0,1182	0,1055	0,5527	0,5353	0,5892	0,4907	0,4626
	8	7	8	7	6	10	10	10	9	9

Tablo 6.31. $n=20$ ve $m=15$ durumunda Weibull(1;2,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,5146	0,4867	0,3515	0,3706	0,4091	0,4464	0,4579	0,4385	0,6658	0,6804
	8	7	1	2	3	5	6	4	9	10
\$[2]	0,5112	0,4829	0,3497	0,3679	0,4059	0,4430	0,4557	0,4353	0,6310	0,6484
	8	7	1	2	3	5	6	4	9	10
\$[3]	0,5166	0,4897	0,3521	0,3715	0,4108	0,4498	0,4521	0,4317	0,7063	0,7214
	8	7	1	2	3	5	6	4	9	10
\$[4]	0,5485	0,5234	0,3577	0,3874	0,4307	0,4716	0,4651	0,4495	0,6890	0,6089
	8	7	1	2	3	6	5	4	10	9
\$[5]	0,5919	0,5706	0,3734	0,4048	0,4525	0,4974	0,4743	0,4567	0,6354	0,5681
	9	8	1	2	3	6	5	4	10	7

Tablo 6.32. $n=40$ ve $m=20$ için Weibull(1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0600	0,0528	0,0628	0,0907	0,0937	0,1498	0,1333	0,1402	0,1749	0,1618
	0,0788	0,0742	0,0799	0,1063	0,1017	0,2303	0,2087	0,2155	0,2312	0,2265
	8	7	8	7	8	6	6	6	6	6
AMLE	0,1248	0,1147	0,1247	0,2413	0,2655	-0,0125	-0,0199	-0,0063	-0,0316	-0,0505
	0,0907	0,0844	0,0911	0,1638	0,1650	0,2054	0,1875	0,1876	0,1754	0,1753
	10	10	10	10	10	4	4	4	1	1
MPS	0,0100	-0,0002	0,0055	-0,0139	-0,0159	-0,1581	-0,1656	-0,1550	-0,1407	-0,1608
	0,0533	0,0500	0,0530	0,0604	0,0566	0,1870	0,1777	0,1787	0,1759	0,1809
	2	1	2	1	1	2	2	2	2	2
PIV1	0,0207	0,0118	0,0190	0,0118	0,0106	-0,0142	-0,0269	-0,0172	-0,0011	-0,0183
	0,0613	0,0580	0,0615	0,0716	0,0675	0,1865	0,1717	0,1759	0,1890	0,1866
	3	3	4	4	3	1	1	1	3	3
PIV2	0,0336	0,0254	0,0336	0,0379	0,0380	0,0520	0,0378	0,0470	0,0656	0,0491
	0,0672	0,0633	0,0675	0,0811	0,0768	0,1987	0,1811	0,1867	0,2022	0,1977
	5	5	5	5	5	3	3	3	4	4
PIV3	0,0658	0,0579	0,0667	0,0772	0,0778	0,0846	0,0697	0,0787	0,0982	0,0822
	0,0765	0,0719	0,0771	0,0942	0,0896	0,2080	0,1889	0,1951	0,2121	0,2066
	7	6	7	6	6	5	5	5	5	5
WPP1	-0,0100	-0,0199	-0,0143	-0,0396	-0,0447	-0,2770	-0,2824	-0,2685	-0,2257	-0,2440
	0,0532	0,0505	0,0516	0,0624	0,0587	0,2761	0,2728	0,2702	0,2599	0,2653
	1	2	1	2	2	8	8	8	8	8
WPP2	-0,0877	-0,0981	-0,0928	-0,1128	-0,1157	-0,0493	-0,0649	-0,0561	-0,0811	-0,1021
	0,0621	0,0604	0,0605	0,0710	0,0677	0,2357	0,2277	0,2314	0,2312	0,2313
	4	4	3	3	4	7	7	7	7	7
LSE1	0,0306	0,0236	0,0303	0,0567	0,0604	0,0117	-0,0032	0,0108	0,0071	-0,0044
	0,0804	0,0834	0,0812	0,1502	0,1353	0,3894	0,3288	0,3525	0,2956	0,3082
	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10
LSE2	-0,0480	-0,0562	-0,0501	-0,0578	-0,0601	0,0634	0,0460	0,0602	-0,0228	-0,0547
	0,0725	0,0753	0,0731	0,1098	0,0969	0,4081	0,3425	0,3703	0,2750	0,2807
	6	8	6	8	7	10	10	10	9	9

Tablo 6.33. $n=40$ ve $m=20$ durumunda Weibull(1;2,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS]	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,3091	0,2961	0,2402	0,2478	0,2659	0,2845	0,3293	0,2978	0,4698	0,4805
7	5	1	2	3	4	8	6	9	10	
\$[2]	0,2829	0,2719	0,2277	0,2297	0,2444	0,2607	0,3233	0,2881	0,4121	0,4178
6	5	1	2	3	4	8	7	9	10	
\$[3]	0,2954	0,2787	0,2317	0,2374	0,2542	0,2721	0,3218	0,2919	0,4337	0,4435
7	5	1	2	3	4	8	6	9	10	
\$[4]	0,3375	0,3391	0,2363	0,2606	0,2834	0,3063	0,3223	0,3022	0,4457	0,3848
7	8	1	2	3	5	6	4	10	9	
\$[5]	0,3282	0,3403	0,2376	0,2542	0,2745	0,2962	0,3240	0,2990	0,4435	0,3777
7	8	1	2	3	4	6	5	10	9	

Tablo 6.34. $n=40$ ve $m=30$ için Weibull(1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0253	0,0314	0,0299	0,0401	0,0371	0,1176	0,1055	0,1110	0,1143	0,1104
	0,0433	0,0441	0,0447	0,0443	0,0446	0,1616	0,1508	0,1496	0,1502	0,1471
	8	8	7	8	8	6	6	6	6	6
AMLE	0,0544	0,0597	0,0575	0,0829	0,0824	0,0679	0,0583	0,0705	0,0684	0,0631
	0,0465	0,0477	0,0483	0,0516	0,0780	0,1530	0,1409	0,1414	0,1376	0,1350
	10	10	9	10	10	5	5	5	4	4
MPS	0,0003	0,0047	0,0023	-0,0047	-0,0079	-0,1289	-0,1381	-0,1301	-0,1344	-0,1401
	0,0332	0,0335	0,0341	0,0318	0,0321	0,1382	0,1339	0,1305	0,1305	0,1305
	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2
PIV1	0,0059	0,0112	0,0091	0,0080	0,0048	-0,0040	-0,0155	-0,0081	-0,0105	-0,0169
	0,0373	0,0377	0,0384	0,0363	0,0366	0,1374	0,1299	0,1286	0,1293	0,1290
	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1
PIV2	0,0119	0,0175	0,0156	0,0183	0,0152	0,0417	0,0297	0,0369	0,0351	0,0289
	0,0393	0,0398	0,0405	0,0387	0,0391	0,1440	0,1350	0,1343	0,1349	0,1339
	5	5	5	5	5	3	3	3	3	3
PIV3	0,0317	0,0376	0,0358	0,0405	0,0374	0,0643	0,0521	0,0592	0,0576	0,0515
	0,0425	0,0433	0,0439	0,0424	0,0427	0,1488	0,1391	0,1387	0,1392	0,1379
	7	7	6	6	7	4	4	4	5	5
WPP1	-0,0201	-0,0167	-0,0179	-0,0302	-0,0342	-0,2275	-0,2399	-0,2270	-0,2213	-0,2280
	0,0327	0,0323	0,0331	0,0321	0,0327	0,2197	0,2177	0,2144	0,2138	0,2142
	1	1	1	2	2	10	10	9	10	10
WPP2	-0,0740	-0,0705	-0,0719	-0,0784	-0,0815	-0,0458	-0,0613	-0,0506	-0,0722	-0,0789
	0,0386	0,0379	0,0388	0,0376	0,0385	0,1892	0,1811	0,1826	0,1819	0,1805
	4	4	4	4	4	7	7	7	7	7
LSE1	0,0104	0,0151	0,0154	0,0213	0,0172	0,0019	-0,0105	0,0012	-0,0039	-0,0104
	0,0441	0,0455	0,0483	0,0482	0,0466	0,2132	0,2083	0,2124	0,2061	0,1970
	9	9	10	9	9	8	8	8	9	9
LSE2	-0,0417	-0,0374	-0,0371	-0,0398	-0,0444	0,0358	0,0231	0,0347	-0,0060	-0,0175
	0,0421	0,0428	0,0459	0,0431	0,0420	0,2186	0,2132	0,2176	0,2027	0,1919
	6	6	8	7	6	9	9	10	8	8

Tablo 6.35. $n=40$ ve $m=30$ durumunda Weibull(1;2,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,2049	0,1995	0,1714	0,1748	0,1833	0,1913	0,2523	0,2279	0,2573	0,2606
6	5	1	2	3	4	8	7	9	10	
\$[2]	0,1948	0,1886	0,1674	0,1676	0,1749	0,1824	0,2500	0,2190	0,2538	0,2560
6	5	1	2	3	4	8	7	9	10	
\$[3]	0,1943	0,1896	0,1646	0,1670	0,1748	0,1826	0,2476	0,2214	0,2607	0,2634
6	5	1	2	3	4	8	7	9	10	
\$[4]	0,1945	0,1892	0,1623	0,1656	0,1736	0,1816	0,2459	0,2195	0,2543	0,2458
6	5	1	2	3	4	9	7	10	8	
\$[5]	0,1918	0,2130	0,1626	0,1656	0,1730	0,1806	0,2469	0,2190	0,2436	0,2339
5	6	1	2	3	4	10	7	9	8	

Tablo 6.36. $n=80$ ve $m=40$ için Weibull(1;2,5) dağılımının şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0200	0,0257	0,0243	0,0368	0,0418	0,0693	0,0695	0,0664	0,0796	0,0809
	0,0296	0,0317	0,0308	0,0329	0,0350	0,1015	0,0946	0,0910	0,0914	0,0927
	7	8	7	7	7	5	5	6	6	6
AMLE	0,0612	0,0642	0,0634	0,1848	0,2006	-0,0418	-0,0314	-0,0323	-0,1085	-0,1114
	0,0334	0,0354	0,0344	0,0699	0,0523	0,1069	0,0946	0,0897	0,0871	0,0877
	10	10	10	10	10	6	6	5	3	3
MPS	-0,0016	0,0014	-0,0009	-0,0204	-0,0174	-0,1210	-0,1160	-0,1169	-0,1073	-0,1086
	0,0240	0,0255	0,0248	0,0246	0,0256	0,0979	0,0911	0,0885	0,0850	0,0859
	1	1	1	1	1	4	4	4	1	1
PIV1	0,0047	0,0090	0,0074	0,0018	0,0052	-0,0129	-0,0101	-0,0129	-0,0046	-0,0060
	0,0266	0,0284	0,0275	0,0277	0,0289	0,0929	0,0857	0,0829	0,0864	0,0864
	3	3	3	2	2	1	1	1	2	2
PIV2	0,0093	0,0141	0,0126	0,0132	0,0170	0,0194	0,0217	0,0186	0,0269	0,0259
	0,0276	0,0295	0,0286	0,0292	0,0306	0,0954	0,0882	0,0851	0,0890	0,0890
	4	4	4	4	4	2	2	2	4	4
PIV3	0,0242	0,0293	0,0279	0,0316	0,0357	0,0355	0,0375	0,0342	0,0425	0,0416
	0,0293	0,0314	0,0305	0,0315	0,0331	0,0974	0,0902	0,0869	0,0910	0,0910
	6	6	6	5	6	3	3	3	5	5
WPP1	-0,0201	-0,0155	-0,0177	-0,0424	-0,0416	-0,2144	-0,2024	-0,2065	-0,1741	-0,1782
	0,0248	0,0261	0,0261	0,0287	0,0291	0,1622	0,1521	0,1493	0,1416	0,1423
	2	2	2	3	3	9	10	9	10	10
WPP2	-0,0600	-0,0555	-0,0579	-0,0765	-0,0749	-0,0498	-0,0418	-0,0488	-0,0692	-0,0737
	0,0289	0,0299	0,0301	0,0325	0,0327	0,1308	0,1235	0,1191	0,1206	0,1201
	5	5	5	6	5	7	7	7	7	7
LSE1	0,0076	0,0125	0,0094	0,0229	0,0255	-0,0020	-0,0062	-0,0031	0,0012	0,0001
	0,0322	0,0332	0,0335	0,0463	0,0438	0,1591	0,1468	0,1482	0,1304	0,1273
	9	9	9	9	9	8	8	8	9	9
LSE2	-0,0320	-0,0277	-0,0307	-0,0346	-0,0335	0,0234	0,0189	0,0223	-0,0135	-0,0195
	0,0312	0,0317	0,0323	0,0402	0,0379	0,1623	0,1495	0,1515	0,1262	0,1226
	8	7	8	8	8	10	9	10	8	8

Tablo 6.37. $n=80$ ve $m=40$ durumunda Weibull(1;2,5)'nin β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS]	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,1311	0,1402	0,1219	0,1195	0,1230	0,1267	0,1870	0,1597	0,1914	0,1935
5	6	2	1	3	4	8	7	9	10	
\$[2]	0,1263	0,1300	0,1166	0,1141	0,1177	0,1216	0,1782	0,1534	0,1800	0,1812
5	6	2	1	3	4	8	7	9	10	
\$[3]	0,1219	0,1241	0,1132	0,1104	0,1137	0,1174	0,1753	0,1491	0,1818	0,1838
5	6	2	1	3	4	8	7	9	10	
\$[4]	0,1243	0,1569	0,1095	0,1141	0,1182	0,1225	0,1703	0,1532	0,1768	0,1665
5	7	1	2	3	4	9	6	10	8	
\$[5]	0,1277	0,1400	0,1115	0,1153	0,1195	0,1241	0,1714	0,1528	0,1710	0,1604
5	6	1	2	3	4	10	7	9	8	

Tablo 6.38. $n=80$ ve $m=60$ için Weibull(1;2,5) dağılıminin şekil parametresinin Yan ve HKO sonuçları

	$\hat{\beta}$					$\hat{\alpha}$				
	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]	\$[1]	\$[2]	\$[3]	\$[4]	\$[5]
MLE	0,0095	0,0161	0,0157	0,0182	0,0180	0,0545	0,0595	0,0449	0,0524	0,0651
	0,0196	0,0199	0,0187	0,0186	0,0191	0,0711	0,0708	0,0668	0,0651	0,0674
AMLE	7	7	7	6	7	6	6	5	6	6
	0,0254	0,0318	0,0310	0,0546	0,0558	0,0271	0,0328	0,0210	0,0155	0,0272
MPS	0,0205	0,0210	0,0196	0,0221	0,0227	0,0697	0,0678	0,0652	0,0611	0,0623
	9	9	9	10	10	5	4	3	1	1
PIV1	-0,0024	0,0034	0,0026	-0,0064	-0,0067	-0,0934	-0,0876	-0,1005	-0,0952	-0,0835
	0,0170	0,0170	0,0160	0,0155	0,0159	0,0695	0,0676	0,0677	0,0644	0,0632
PIV2	1	1	1	1	1	3	3	6	4	3
	0,0010	0,0075	0,0069	0,0034	0,0031	-0,0047	-0,0015	-0,0148	-0,0079	0,0031
PIV3	0,0184	0,0185	0,0173	0,0169	0,0173	0,0672	0,0654	0,0640	0,0624	0,0627
	3	3	3	3	3	1	1	1	2	2
WPP1	0,0034	0,0101	0,0095	0,0080	0,0078	0,0175	0,0206	0,0072	0,0141	0,0253
	0,0189	0,0190	0,0178	0,0175	0,0179	0,0686	0,0669	0,0649	0,0636	0,0644
WPP2	4	4	4	4	4	2	2	2	3	4
	0,0130	0,0198	0,0192	0,0187	0,0185	0,0286	0,0317	0,0181	0,0250	0,0363
LSE1	0,0195	0,0198	0,0186	0,0183	0,0187	0,0696	0,0681	0,0657	0,0645	0,0656
	6	6	6	5	5	4	5	4	5	5
WPP2	-0,0183	-0,0132	-0,0134	-0,0257	-0,0262	-0,1620	-0,1639	-0,1746	-0,1569	-0,1462
	0,0171	0,0171	0,0164	0,0166	0,0169	0,1188	0,1159	0,1204	0,1121	0,1109
LSE2	2	2	2	2	2	10	10	10	10	10
	-0,0452	-0,0401	-0,0404	-0,0481	-0,0483	-0,0367	-0,0395	-0,0520	-0,0536	-0,0424
LSE1	0,0195	0,0192	0,0184	0,0186	0,0189	0,0998	0,0962	0,0980	0,0938	0,0946
	5	5	5	7	6	8	7	7	7	9
LSE2	0,0033	0,0082	0,0074	0,0096	0,0085	-0,0029	-0,0014	-0,0129	-0,0061	0,0014
	0,0206	0,0213	0,0198	0,0205	0,0205	0,0993	0,1000	0,0985	0,0959	0,0926
LSE1	10	10	10	9	9	7	8	8	9	8
	-0,0231	-0,0184	-0,0192	-0,0215	-0,0227	0,0138	0,0155	0,0040	-0,0074	-0,0011
LSE2	0,0203	0,0207	0,0193	0,0195	0,0196	0,1003	0,1012	0,0994	0,0949	0,0917
	8	8	8	8	8	9	9	9	8	7

Tablo 6.39. $n=80$ ve $m=60$ durumunda Weibull(1;2,5)'nın β ve α parametreleri için Def sonuçları

	MLE	AMLE	MPS	PIV1	PIV2	PIV3	WPP1	WPP2	LSE1	LSE2
\$[1]	0,0908	0,0902	0,0865	0,0856	0,0874	0,0892	0,1359	0,1192	0,1199	0,1206
6	5	2	1	3	4	10	7	8	9	9
\$[2]	0,0908	0,0888	0,0847	0,0839	0,0859	0,0879	0,1331	0,1153	0,1213	0,1219
6	5	2	1	3	4	10	7	8	9	9
\$[3]	0,0854	0,0848	0,0836	0,0813	0,0827	0,0842	0,1368	0,1164	0,1184	0,1187
6	5	3	1	2	4	10	7	8	9	9
\$[4]	0,0837	0,0832	0,0799	0,0794	0,0810	0,0828	0,1287	0,1124	0,1164	0,1144
6	5	2	1	3	4	10	7	9	8	8
\$[5]	0,0865	0,0850	0,0791	0,0801	0,0823	0,0843	0,1278	0,1134	0,1131	0,1113
6	5	1	2	3	4	10	9	8	7	7

Weibull (1; 2,5) dağılımının parametrelerinin nokta tahmini için elde edilen sonuçların gösterildiği Tablo 6.28-6.39'dan aşağıdaki çıkarımlar yapılır:

- i) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametresine ilişkin tüm sansür şeması ve parametre tahmin yönteminde örneklem hacmi arttıkça HKO azalmaktadır.
- ii) Ölçek ve şekil parametresi tahmininde kullanılan tüm sansür şemaları ve parametre tahmin yönteminde örneklem hacmi arttıkça Yan genellikle azalmaktadır.
- iii) Ölçek parametresi tahmininde, $n = 20$ olması durumunda en yüksek HKO değerine LSE1 tahmin edicisi sahipken; diğer örneklem hacimlerinde AMLE tahmin edicisi en kötü performansı sergilemektedir.
- iv) Şekil parametresi tahmininde, $m = 10, 15$ ve 20 olması durumunda en yüksek HKO değerine LSE tahmin edicileri sahipken, diğer örneklem hacimlerinde en düşük verimi WPP1 tahmin edicisi vermektedir.
- v) Weibull dağılımının, ölçek parametresi için MLE tahlincisi, AMLE tahlincisinden daha düşük HKO değerlerine ulaşmışken; şekil parametresinde ise AMLE tahlincisinin HKO değerleri MLE tahlincisinin HKO değerlerinden daha küçüktür.
- vi) Ölçek parametresi tahmininde $n = 20$ olması durumunda en iyi performansı WPP1 tahmin edicisi sergilerken, diğer örneklem hacimlerinde MPS tahmin edicisi en iyi performansa ulaşmaktadır.
- vii) Şekil parametresi tahmininde, $n = 20$ olması durumunda en iyi performansı MPS tahmin edicisi sergilerken, diğer örneklem hacimlerinde en iyi performansı MPS tahmin edicisi sergilemektedir.
- viii) Ölçek ve şekil parametresi birlikte düşünüldüğünde küçük örneklem hacimlerinde en kötü verime LSE tahmin edicileri verirken, büyük örneklem hacimlerinde ise WPP1 tahmin edicisi en kötü verimi vermektedir.
- ix) Ölçek ve şekil parametresi birlikte düşünüldüğünde en iyi performansı sırasıyla MPS ve PIV tahmin edicileri sergilemektedir.
- x) Ölçek parametresi tahmininde parametre tahmin yöntemlerinin genel olarak ilk üç sansür şemasında iyi performansı sergilerken, şekil parametresi

tahmininde ise genel olarak ilk iki sansür şeması dışındaki sansür şemalarında daha iyi performans sergilemektedir.

- xi) Ölçek ve şekil parametresi birlikte düşünüldüğünde, parametre tahmin yöntemlerinin $m = 20$ başarısızlık sayısına kadar genel olarak ikinci sansür şemasında daha iyi performans sergilerken; diğer başarısızlık sayılarında ise son üç sansür şemasında daha iyi performans sergilemektedirler.

6.4. Sansürsüz (Tam) Örneklem Durumunda Simülasyon Sonuçları

Tablo 6.40-42'de $Weibull(\beta; \alpha)$ dağılımının sansürsüz örneklem durumunda ölçek parametresi $\beta = 1$ ve şekil parametresi sırasıyla $\alpha = 0,5, 1,5$ ve $2,5$ alınarak $n = 20, 40$ ve 80 örneklem büyüklükleri alınarak incelenmiştir. Tablolarda her tahmin yönteminin ilk satırı Yan, ikinci satırı HKO ve üçüncü satır ise her sansür şemasında Def değerinin sıralamasına karşılık gelmektedir.

Tablo 6.40. Weibull(1;0,5) dağılıminin sansürsüz veri için sonuçlar

	n=20			n=40			n=80		
	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def
MLE	0,0381	0,0366		0,0186	0,0189		0,0090	0,0084	
	0,0753	0,0118	0,0870	0,0321	0,0048	0,0369	0,0148	0,0020	0,0169
	8	6	8	8	6	7	7	4	5
AMLE	0,0653	0,0347		0,0322	0,0184		0,0160	0,0084	
	0,0818	0,0116	0,0934	0,0335	0,0048	0,0384	0,0152	0,0020	0,0172
	10	5	10	10	5	9	8	5	7
MPS	0,0057	-0,0328		0,0029	-0,0224		0,0011	-0,0161	
	0,0515	0,0090	0,0605	0,0260	0,0043	0,0304	0,0131	0,0020	0,0152
	2	1	1	2	2	1	1	6	1
PIV1	0,0096	-0,0034		0,0064	-0,0004		0,0033	-0,0009	
	0,0594	0,0092	0,0686	0,0288	0,0043	0,0331	0,0141	0,0020	0,0161
	4	2	3	3	1	3	3	1	2
PIV2	0,0188	0,0113		0,0100	0,0066		0,0049	0,0025	
	0,0646	0,0098	0,0744	0,0299	0,0044	0,0343	0,0143	0,0020	0,0163
	5	3	5	5	3	4	4	2	3
PIV3	0,0489	0,0185		0,0244	0,0100		0,0120	0,0042	
	0,0726	0,0103	0,0829	0,0317	0,0045	0,0362	0,0148	0,0020	0,0168
	7	4	6	7	4	6	6	3	4
WPP1	-0,0168	-0,0545		-0,0158	-0,0389		-0,0132	-0,0278	
	0,0491	0,0132	0,0624	0,0253	0,0072	0,0326	0,0132	0,0038	0,0170
	1	8	2	1	10	2	2	10	6
WPP2	-0,0953	-0,0116		-0,0572	-0,0092		-0,0335	-0,0078	
	0,0587	0,0119	0,0706	0,0291	0,0062	0,0353	0,0146	0,0032	0,0178
	3	7	4	4	8	5	5	9	8
LSE1	0,0212	-0,0011		0,0101	0,0004		0,0060	-0,0004	
	0,0773	0,0148	0,0921	0,0328	0,0062	0,0389	0,0159	0,0028	0,0187
	9	9	9	9	7	10	10	7	10
LSE2	-0,0549	0,0091		-0,0291	0,0055		-0,0139	0,0020	
	0,0712	0,0154	0,0866	0,0315	0,0063	0,0378	0,0155	0,0029	0,0184
	6	10	7	6	9	8	9	8	9

Tablo 6.41. Weibull(1;1,5)olması durumunda sansürsüz veri için sonuçlar

	n=20			n=40			n=80		
	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def
MLE	0,0463	0,1104		0,0185	0,0541		0,0096	0,0295	
	0,0748	0,1093	0,1841	0,0309	0,0412	0,0721	0,0143	0,0194	0,0337
	8	6	7	8	6	5	7	5	5
AMLE	0,0733	0,1043		0,0320	0,0525		0,0166	0,0295	
	0,0814	0,1072	0,1887	0,0324	0,0409	0,0733	0,0147	0,0194	0,0341
	10	5	8	10	5	6	8	6	6
MPS	0,0125	-0,0984		0,0029	-0,0696		0,0017	-0,0438	
	0,0513	0,0838	0,1351	0,0251	0,0374	0,0624	0,0127	0,0188	0,0315
	2	1	1	2	2	1	1	2	1
PIV1	0,0170	-0,0103		0,0064	-0,0043		0,0042	0,0009	
	0,0589	0,0845	0,1433	0,0277	0,0364	0,0641	0,0136	0,0185	0,0321
	4	2	2	3	1	2	3	1	2
PIV2	0,0264	0,0338		0,0101	0,0167		0,0058	0,0111	
	0,0641	0,0904	0,1544	0,0288	0,0376	0,0664	0,0138	0,0189	0,0327
	5	3	3	5	3	3	4	3	3
PIV3	0,0568	0,0556		0,0245	0,0271		0,0128	0,0162	
	0,0724	0,0948	0,1671	0,0305	0,0386	0,0691	0,0142	0,0191	0,0334
	7	4	4	7	4	4	6	4	4
WPP1	-0,0110	-0,1645		-0,0156	-0,1200		-0,0124	-0,0809	
	0,0485	0,1238	0,1724	0,0246	0,0636	0,0881	0,0129	0,0346	0,0475
	1	9	6	1	10	10	2	10	10
WPP2	-0,0894	-0,0358		-0,0570	-0,0307	0,0822	-0,0327	-0,0206	
	0,0568	0,1114	0,1682	0,0283	0,0539	7	0,0142	0,0296	0,0438
	3	7	5	4	8		5	9	9
LSE1	0,0284	-0,0031		0,0087	-0,0062	0,1980	0,0058	0,0017	
	0,0766	0,1237	0,2004	0,0315	0,0538	0,0853	0,0158	0,0269	0,0426
	9	8	10	9	7	9	10	7	8
LSE2	-0,0480	0,0281	0	-0,0305	0,0089		-0,0142	0,0092	
	0,0694	0,1288	,1982	0,0304	0,0546	0,0850	0,0154	0,0271	0,0425
	6	10	9	6	9	8	9	8	7

Tablo 6.42. Weibull(1;2,5) olması durumunda sansürsüz veri için sonuçlar

	n=20			n=40			n=80		
	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	Def
MLE	0,0372	0,1993		0,0241	0,0873		0,0095	0,0422	
	0,0739	0,3060	0,3799	0,0323	0,1205	0,1528	0,0147	0,0530	0,0677
	8	6	6	8	6	5	7	4	5
AMLE	0,0642	0,1898		0,0380	0,0852		0,0165	0,0423	
	0,0801	0,3004	0,3805	0,0340	0,1197	0,1537	0,0151	0,0531	0,0682
	10	5	7	10	5	6	8	6	6
MPS	0,0050	-0,1502		0,0079	-0,1182		0,0015	-0,0798	
	0,0511	0,2248	0,2759	0,0261	0,1101	0,1362	0,0131	0,0531	0,0661
	2	1	1	2	2	2	1	5	3
PIV1	0,0086	-0,0017		0,0114	-0,0080		0,0038	-0,0044	
	0,0584	0,2340	0,2924	0,0290	0,1066	0,1356	0,0140	0,0511	0,0650
	4	2	2	4	1	1	3	1	1
PIV2	0,0178	0,0723		0,0151	0,0269		0,0054	0,0126	
	0,0635	0,2527	0,3162	0,0301	0,1102	0,1403	0,0142	0,0518	0,0661
	5	3	3	5	3	3	4	2	2
PIV3	0,0478	0,1087		0,0297	0,0441		0,0125	0,0211	
	0,0712	0,2660	0,3373	0,0321	0,1128	0,1449	0,0147	0,0525	0,0671
	7	4	4	7	4	4	6	3	4
WPP1	-0,0188	-0,2576		-0,0112	-0,1971		-0,0122	-0,1381	
	0,0473	0,3351	0,3823	0,0251	0,1823	0,2074	0,0133	0,0971	0,1104
	1	8	8	1	10	10	2	10	10
WPP2	-0,0973	-0,0416		-0,0525	-0,0487		-0,0326	-0,0377	
	0,0570	0,3077	0,3647	0,0284	0,1566	0,1851	0,0146	0,0825	0,0972
	3	7	5	3	9	8	5	9	9
LSE1	0,0209	0,0140		0,0157	-0,0107		0,0061	-0,0053	
	0,0743	0,3664	0,4407	0,0325	0,1524	0,1849	0,0159	0,0734	0,0894
	9	9	9	9	7	7	10	7	7
LSE2	-0,0553	0,0649		-0,0237	0,0145		-0,0138	0,0073	
	0,0683	0,3836	0,4519	0,0308	0,1549	0,1857	0,0156	0,0740	0,0896
	6	10	10	6	8	9	9	8	8

Tablo 6.40-6.42'de sansürsüz (tam) örneklem için verilen değerler incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir:

- i) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametresine ilişkin HKO değeri bütün parametre tahmin yöntemlerinde örneklem hacmi arttıkça azalmaktadır.
- ii) Örneklem hacmi arttıkça, şekil ve ölçek parametrelerinin yanılık değeri bütün parametre tahmin yöntemlerinde genel olarak azalmaktadır.
- iii) Ölçek parametresi için genel olarak en yüksek HKO değerine AMLE ve LSE tahmin edicileri; şekil parametresinde ise LSE ve WPP1 tahmin edicileri en yüksek HKO değerine sahiptir.

- iv) Ölçek ve şekil parametresi birlikte düşünüldüğünde genel olarak en yüksek HKO değerine AMLE, LSE1 ve WPP1 tahmin edicileri en yüksek HKO değerine sahiptir.
- v) Weibull dağılımının şekil parametresi tahmininde en iyi performansı MPS ve PIV tahmin edicileri göstermektedir.
- vi) Weibull dağılımının ölçek parametresi tahmininde, genel olarak en iyi verimi yani en küçük HKO değerine ulaşarak WPP1, MPS ve PIV tahmin edicileri ulaşmıştır.
- vii) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametreleri birlikte düşünüldüğünde, en iyi verimi veren tahmin edicilerin MPS, WPP1 ve PIV olduğu görülmektedir.

6.5. Weibull(1;1,5) Dağılımı için Aralık Tahmini Simülasyon Sonuçları

Weibull(1; 1,5) dağılımı için sırasıyla $n = 20(m = 10,15)$, $40(m = 20,30)$ ve $80(m = 40,60)$ örneklem büyüklüklerine göre ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem durumunda, ölçek ve şekil parametrelerinin aralık tahmini için elde edilen kapsama oranını (KO) ve ortalama aralık genişliği (OAG) kriterlerine ilişkin sonuçlar Tablo 6.43- 6.48'e kadar verilmiştir. Tablo 6.43- 6.48'de koyulaştırılan değerler ise ilgili sansür şemasındaki ölçek ve şekil parametresi tahmini için kullanılan aralık tahmin yöntemlerinden en küçük (OAG) değerine sahip aralık tahmin yöntemini göstermektedir.

Tablo 6.43. $n=20$ ve $m=10$ için Weibull(1;1,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	95,2333	95,0667	89,4667	92,3000	95,9667	94,5333	96,7000
	α	1,0020	1,4664	2,3270	1,4892	1,3860	1,5323	1,3252
§[2]	β	94,7667	95,5333	88,7000	93,3333	95,5333	94,3000	96,7000
	α	0,9909	1,4771	2,4117	1,4855	1,3941	1,5476	1,3280
§[3]	β	95,5667	95,7000	88,4000	93,5333	96,2667	94,8667	97,1333
	α	0,9763	1,4828	2,4727	1,4790	1,3995	1,5557	1,3348
§[4]	β	94,8000	95,9333	85,7667	94,0667	95,8000	94,6000	96,2667
	α	0,9591	1,6592	3,6374	1,5502	1,5319	1,7467	1,4074
§[5]	β	95,2667	96,4333	85,4667	94,0000	95,9333	94,8333	95,9000
	α	0,9667	1,7513	4,3495	1,6027	1,5994	1,8443	1,4484

Tablo 6.44. $n=20$ ve $m=15$ için Weibull(1;1,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	94,7500	93,8000	91,4500	92,1000	96,1000	94,5000	96,3500
	α	0,8027	1,1302	1,4340	1,1955	1,0613	1,1575	1,0108
§[2]	β	95,2000	95,5000	88,3500	94,9500	87,2000	95,0000	73,6500
	α	1,2492	1,2626	1,4892	1,2458	1,0798	1,2416	1,1289
§[3]	β	94,4500	94,1000	90,3000	92,7500	95,3000	94,1000	96,2500
	α	0,8001	1,1346	1,4466	1,1941	1,0643	1,1622	1,0162
§[4]	β	94,8500	95,0000	88,6000	94,2000	88,0000	95,0500	75,0500
	α	1,2357	1,2445	1,4742	1,2309	1,0720	1,2317	1,1375
§[5]	β	95,5500	94,5000	92,2000	93,4500	96,0500	94,8500	97,0000
	α	0,7972	1,1239	1,4283	1,1839	1,0571	1,1501	1,0036
§[6]	β	94,9000	95,1500	89,0500	94,3000	86,8500	94,9500	73,5500
	α	1,2314	1,2408	1,4643	1,2292	1,0685	1,2222	1,1226
§[7]	β	94,5000	94,8500	90,3500	93,2500	95,2500	93,8000	95,8500
	α	0,7753	1,1253	1,5393	1,1589	1,0481	1,1578	0,9735
§[8]	β	95,0000	95,2500	88,0500	93,5000	87,7000	94,8000	76,1500
	α	1,2594	1,2573	1,5304	1,2440	1,0956	1,2703	1,1566
§[9]	β	95,1000	93,8500	91,3500	92,5500	95,8000	94,4000	96,2000
	α	0,7889	1,1236	1,4599	1,1780	1,0528	1,1548	0,9982
§[10]	β	95,6500	95,3000	88,6500	94,5000	87,7000	94,9000	76,6000
	α	1,2276	1,2304	1,4656	1,2206	1,0657	1,2260	1,1366

Tablo 6.45. $n=40$ ve $m=20$ için Weibull(1;1,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	95,0000	93,8667	92,9333	92,8667	95,7333	94,8000	96,5333
	α	0,6552	0,9484	1,1129	0,9814	0,8857	0,9614	0,8668
§[2]	β	95,2000	95,2000	91,4667	95,0000	84,2000	94,4667	70,0667
	α	1,0039	1,0130	1,1167	1,0027	0,8738	0,9893	0,9287
§[3]	β	94,6000	94,4667	92,2000	93,2000	96,0667	94,4667	96,6667
	α	0,6538	0,9546	1,1275	0,9809	0,8878	0,9675	0,8755
§[4]	β	93,4000	93,9333	90,8000	93,5333	84,9333	93,4000	70,6667
	α	0,9833	0,9887	1,0905	0,9814	0,8574	0,9692	0,9262
§[5]	β	95,1333	94,0667	93,1333	93,5333	95,7333	95,4000	96,0000
	α	0,6386	0,9357	1,1063	0,9629	0,8709	0,9492	0,8687
§[6]	β	96,3333	96,4000	91,2667	95,9333	86,3333	95,7333	73,0667
	α	0,9762	0,9784	1,0821	0,9734	0,8534	0,9649	0,9363
§[7]	β	95,0667	96,0000	89,9333	94,6667	95,1333	94,5333	94,2000
	α	0,6341	0,9894	1,3024	0,9818	0,8959	1,0146	0,8800
§[8]	β	95,0667	94,2667	87,8000	93,5333	86,0667	94,6000	76,4667
	α	1,0019	0,9719	1,1198	0,9720	0,8709	1,0117	0,9757
§[9]	β	93,8667	94,8667	89,2000	94,9333	94,4000	93,2667	93,4000
	α	0,6360	1,0073	1,3484	0,9927	0,9072	1,0334	0,8931
§[10]	β	95,7333	95,0000	88,8000	93,8000	89,2667	95,6667	77,0000
	α	1,0162	0,9867	1,1417	0,9850	0,8841	1,0284	0,9856

Tablo 6.46. $n=40$ ve $m=30$ için Weibull(1;1,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	95,4000	94,8000	93,9000	94,9000	96,6000	95,5000	96,2000
	α	0,5349	0,7684	0,8441	0,7972	0,7278	0,7770	0,7077
§[2]	β	95,8000	96,1000	92,6000	96,0000	86,6000	95,7000	73,9000
	α	0,8540	0,8535	0,9271	0,8503	0,7611	0,8507	0,8651
§[3]	β	96,1000	94,3000	93,9000	93,0000	96,3000	95,4000	95,9000
	α	0,5301	0,7622	0,8370	0,7916	0,7216	0,7687	0,7018
§[4]	β	94,7000	94,3000	90,3000	94,1000	84,8000	94,3000	73,5000
	α	0,8514	0,8509	0,9217	0,8469	0,7583	0,8486	0,8625
§[5]	β	95,6000	94,5000	94,1000	93,2000	95,8000	95,3000	96,2000
	α	0,5299	0,7615	0,8372	0,7894	0,7199	0,7684	0,7061
§[6]	β	95,2000	95,3000	92,7000	94,9000	87,4000	94,8000	76,2000
	α	0,8387	0,8359	0,9078	0,8330	0,7498	0,8403	0,8663
§[7]	β	94,6000	94,3000	92,7000	94,2000	94,9000	94,7000	94,4000
	α	0,5105	0,7571	0,8605	0,7755	0,7075	0,7664	0,6884
§[8]	β	95,7000	95,7000	90,5000	94,5000	87,7000	95,3000	76,0000
	α	0,8549	0,8402	0,9249	0,8365	0,7600	0,8622	0,8868
§[9]	β	94,3000	94,3000	91,7000	93,5000	95,2000	93,5000	94,7000
	α	0,5183	0,7576	0,8648	0,7772	0,7063	0,7674	0,6850
§[10]	β	95,1000	95,8000	91,3000	95,2000	86,6000	94,7000	72,6000
	α	0,8538	0,8410	0,9260	0,8399	0,7545	0,8554	0,8713

Tablo 6.47. $n=80$ ve $m=40$ için Weibull(1;1,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	94,2667	94,8000	93,4667	94,4000	96,0000	94,9333	96,2667
		0,4509	0,6575	0,7057	0,6758	0,6244	0,6617	0,6222
§[2]	α	96,6667	96,2667	94,0000	95,6000	85,7333	96,0000	73,0667
		0,7032	0,7032	0,7391	0,6977	0,6370	0,7008	0,7319
§[3]	β	96,4000	95,6000	95,2000	95,2000	96,4000	95,8667	96,0000
		0,4499	0,6508	0,6967	0,6656	0,6177	0,6547	0,6159
§[4]	α	93,4667	92,9333	91,4667	92,2667	83,8667	93,2000	70,4000
		0,6928	0,6927	0,7261	0,6893	0,6260	0,6850	0,7182
§[5]	β	95,8667	95,7333	95,7333	95,3333	96,4000	96,1333	96,8000
		0,4442	0,6528	0,6988	0,6667	0,6181	0,6563	0,6228
§[6]	α	95,3333	95,7333	94,0000	95,7333	86,8000	95,2000	73,7333
		0,6836	0,6821	0,7182	0,6797	0,6209	0,6836	0,7245
§[7]	β	96,4000	96,6667	94,4000	95,6000	96,0000	96,8000	92,4000
		0,4319	0,6502	0,7320	0,6519	0,5984	0,6557	0,6126
§[8]	α	95,2000	95,0667	92,8000	94,5333	84,1333	94,9333	76,2667
		0,6819	0,6558	0,7022	0,6562	0,6083	0,6860	0,7335
§[9]	β	95,6000	96,2667	92,1333	96,5333	96,0000	95,0667	92,0000
		0,4373	0,6623	0,7508	0,6642	0,6103	0,6698	0,6194
§[10]	α	94,4000	94,1333	92,0000	94,1333	86,2667	94,4000	75,7333
		0,6910	0,6650	0,7134	0,6670	0,6127	0,6902	0,7306

Tablo 6.48. $n=80$ ve $m=60$ için Weibull(1;1,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	95,8000	95,2000	94,8000	94,8000	96,4000	95,8000	94,8000
		0,3674	0,5384	0,5622	0,5506	0,5183	0,5430	0,5104
§[2]	α	96,2000	95,2000	93,8000	95,2000	87,8000	96,2000	78,0000
		0,5999	0,5947	0,6205	0,5940	0,5495	0,6014	0,6689
§[3]	β	92,6000	92,8000	92,4000	92,6000	94,4000	93,2000	94,8000
		0,3682	0,5373	0,5616	0,5492	0,5156	0,5400	0,5110
§[4]	α	94,4000	94,6000	93,4000	95,0000	85,8000	94,6000	77,4000
		0,5918	0,5864	0,6118	0,5855	0,5454	0,5946	0,6645
§[5]	β	93,4000	92,8000	93,0000	92,6000	93,8000	92,8000	93,4000
		0,3663	0,5356	0,5604	0,5480	0,5158	0,5379	0,5078
§[6]	α	96,2000	95,6000	95,2000	96,2000	86,0000	95,4000	73,4000
		0,5923	0,5874	0,6093	0,5857	0,5426	0,5905	0,6555
§[7]	β	94,8000	94,4000	93,4000	93,8000	94,6000	94,4000	93,2000
		0,3543	0,5238	0,5577	0,5342	0,4987	0,5261	0,4973
§[8]	α	96,8000	95,2000	92,8000	95,0000	88,6000	95,2000	79,2000
		0,5918	0,5782	0,6059	0,5782	0,5402	0,5937	0,6689
§[9]	β	94,6000	94,4000	93,0000	94,0000	95,8000	94,0000	92,2000
		0,3521	0,5210	0,5526	0,5296	0,4936	0,5250	0,4928
§[10]	α	95,2000	95,8000	94,8000	95,8000	88,4000	95,2000	77,8000
		0,5919	0,5782	0,6055	0,5778	0,5396	0,5935	0,6678

Weibull(1; 1,5) dağılımının parametrelerinin aralık tahmini için elde edilen sonuçların gösterildiği Tablo 6.43-6.48'den aşağıdaki çıkarımlar yapılır:

- i) Weibull dağılımının aralık tahmini için kullanılan tüm aralık tahmin yöntemlerinde örneklem hacmi arttıkça ortalama aralık genişliği azalmaktadır.
- ii) Tüm örneklem hacimlerinde MLE-BP aralık tahmin yönteminin kapsama oranı iyi olmasına rağmen ortalama aralık genişliği en kötü performansı sergilemektedir.
- iii) Ölçek parametresi için en küçük ortalama aralık genişliğine TGA aralık tahmin edicisi ulaşmışken, şekil parametresi için aralık tahmininde ise en küçük ortalama aralık genişliğine MSP-BP aralık tahmin edicisi ulaşmıştır.
- iv) WPP-BP ve MSP-BP aralık tahmin edicileri, ölçek parametresi için iyi kapsama oranına sahip olmalarına rağmen şekil parametresi için kapsama oranları oldukça düşüktür.
- v) Ölçek ve şekil parametresi açısından, en büyük ortalama aralık genişliğine MLE-BP aralık tahmin edicisi sahipken, örneklem hacmi $n = 80$ olması durumunda ölçek parametresi için MLE-BP ve şekil parametresi için ise WPP-BP en büyük ortalama aralık genişliğine sahip olmaktadır.

6.6. Weibull(1;2,5) Dağılımı için Aralık Tahmini Simülasyon Sonuçları

Weibull(1; 2,5) dağılımı için sırasıyla $n = 20(m = 10,15)$, $40(m = 20,30)$ ve $80(m = 40,60)$ örneklem büyüklüklerine göre ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem durumunda ölçek ve şekil parametrelerinin aralık tahmini için elde edilen kapsama oranını (KO) ve ortalama aralık genişliği (OAG) kriterlerine ilişkin sonuçlar Tablo 6.49- 6.54'e kadar verilmiştir. Elde edilen bu sonuçlardan koyulaştırılan değerler ise ilgili sansür şemasındaki ölçek ve şekil parametresi aralık tahmini için kullanılan aralık tahmin yöntemlerinden en küçük (OAG) değerine sahip aralık tahmin yöntemini göstermektedir.

Tablo 6.49. $n=20$ ve $m=10$ için Weibull(1;2,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	95,2333	95,0667	89,4667	92,3000	95,9667	94,5333	96,7000
	α	0,5806	1,4664	2,3270	1,4892	1,3860	1,5323	1,3252
§[2]	β	94,7667	95,5333	88,7000	93,3333	95,5333	94,3000	96,7000
	α	0,5771	1,4771	2,4117	1,4855	1,3941	1,5476	1,3280
§[3]	β	95,5667	95,7000	88,4000	93,5333	96,2667	94,8667	97,1333
	α	0,5712	1,4828	2,4727	1,4790	1,3995	1,5557	1,3348
§[4]	β	94,8000	95,9333	85,7667	94,0667	95,8000	94,6000	96,2667
	α	0,5783	1,6592	3,6374	1,5502	1,5319	1,7467	1,4074
§[5]	β	95,2667	96,4333	85,4667	94,0000	95,9333	94,8333	95,9000
	α	0,5880	1,7513	4,3495	1,6027	1,5994	1,8443	1,4484

Tablo 6.50. $n=20$ ve $m=15$ için Weibull(1;2,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	94,6500	93,9500	90,9000	92,0000	95,9500	94,5500	96,6000
	α	0,4694	1,1367	1,4431	1,2001	1,0682	1,1619	1,0131
§[2]	β	95,1000	95,2000	88,0500	94,4500	86,8500	94,5500	73,6000
	α	2,0794	2,1046	2,4750	2,0765	1,7914	2,0586	1,8620
§[3]	β	94,9500	94,2500	91,6000	92,5000	95,7000	94,4500	96,4500
	α	0,4651	1,1229	1,4284	1,1866	1,0550	1,1495	1,0032
§[4]	β	95,6000	95,5000	87,8000	94,9000	87,4000	94,8500	74,8000
	α	2,0667	2,0835	2,4624	2,0583	1,7958	2,0520	1,8879
§[5]	β	95,0500	93,9500	91,1000	92,6500	95,6500	94,6000	96,2500
	α	0,4611	1,1210	1,4268	1,1825	1,0519	1,1486	1,0034
§[6]	β	94,6500	94,9500	86,9500	93,9000	87,0000	94,2500	75,9500
	α	2,0649	2,0786	2,4588	2,0567	1,8013	2,0560	1,9012
§[7]	β	95,6500	95,4500	90,2000	93,6500	96,0000	95,0000	95,9000
	α	0,4553	1,1352	1,5575	1,1686	1,0556	1,1658	0,9815
§[8]	β	95,3500	95,3000	86,4000	93,9500	88,1000	95,1000	76,3000
	α	2,1164	2,1133	2,5738	2,0940	1,8367	2,1282	1,9442
§[9]	β	95,2000	94,5500	90,6000	93,8000	95,9000	94,7000	96,6500
	α	0,4634	1,1435	1,4968	1,1939	1,0683	1,1724	1,0168
§[10]	β	94,8500	94,9500	88,7500	94,0000	86,7500	94,9000	73,1500
	α	2,0443	2,0491	2,4422	2,0344	1,7725	2,0358	1,8881

Tablo 6.51. $n=40$ ve $m=20$ için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	95,0000 0,3857	93,8667 0,9484	92,9333 1,1129	92,8667 0,9814	95,7333 0,8857	94,8000 0,9614	96,5333 0,8668
	α	95,2000 1,6732	95,2000 1,6883	91,4667 1,8612	95,0000 1,6711	84,2000 1,4563	94,4667 1,6488	70,0667 1,5478
§[2]	β	94,6000 0,3847	94,4667 0,9546	92,2000 1,1275	93,2000 0,9809	96,0667 0,8878	94,4667 0,9675	96,6667 0,8755
	α	93,4000 1,6388	93,9333 1,6479	90,8000 1,8175	93,5333 1,6357	84,9333 1,4291	93,4000 1,6154	70,6667 1,5436
§[3]	β	95,1333 0,3780	94,0667 0,9357	93,1333 1,1063	93,5333 0,9629	95,7333 0,8709	95,4000 0,9492	96,0000 0,8687
	α	96,3333 1,6270	96,4000 1,6306	91,2667 1,8035	95,9333 1,6223	86,3333 1,4223	95,7333 1,6082	73,0667 1,5605
§[4]	β	95,0667 0,3807	96,0000 0,9894	89,9333 1,3024	94,6667 0,9818	95,2000 0,8959	94,5333 1,0146	94,2000 0,8800
	α	95,0667 1,6699	94,2667 1,6198	87,8000 1,8664	93,5333 1,6200	86,0667 1,4515	94,6000 1,6862	76,4667 1,6262
§[5]	β	93,8667 0,3822	94,8667 1,0073	89,2000 1,3484	94,9333 0,9927	94,4000 0,9072	93,2667 1,0334	93,4000 0,8931
	α	95,7333 1,6937	95,0000 1,6446	88,8000 1,9029	93,8000 1,6417	89,2667 1,4735	95,6667 1,7141	77,0000 1,6426

Tablo 6.52. $n=40$ ve $m=30$ için Weibull(1;2,5) dağılımının aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	94,7000 0,3162	93,7000 0,7730	94,0000 0,8500	93,0000 0,8025	95,3000 0,7330	94,6000 0,7810	95,6000 0,7108
	α	95,4000 1,4258	95,8000 1,4255	92,3000 1,5454	95,5000 1,4186	85,5000 1,2700	95,3000 1,4241	74,5000 1,4452
§[2]	β	94,1000 0,3161	94,0000 0,7713	92,5000 0,8502	93,5000 0,8005	94,7000 0,7295	94,1000 0,7775	95,7000 0,7093
	α	95,2000 1,4176	95,4000 1,4165	91,3000 1,5336	95,1000 1,4104	86,8000 1,2601	94,5000 1,4114	74,6000 1,4359
§[3]	β	94,2000 0,3121	93,6000 0,7667	92,5000 0,8451	92,6000 0,7945	95,6000 0,7243	94,6000 0,7740	94,8000 0,7079
	α	94,1000 1,4180	93,6000 1,4149	89,3000 1,5310	93,1000 1,4076	87,1000 1,2627	93,7000 1,4118	74,6000 1,4479
§[4]	β	94,6000 0,3019	94,1000 0,7524	91,9000 0,8531	93,1000 0,7723	95,0000 0,7042	94,8000 0,7625	93,6000 0,6823
	α	94,8000 1,4309	94,5000 1,4079	89,7000 1,5485	94,2000 1,4050	88,1000 1,2725	94,5000 1,4382	79,1000 1,4824
§[5]	β	96,4000 0,3062	95,8000 0,7480	94,0000 0,8517	95,2000 0,7682	96,7000 0,7002	96,4000 0,7580	95,5000 0,6785
	α	95,3000 1,4191	95,3000 1,3969	92,2000 1,5379	94,9000 1,3931	86,1000 1,2549	95,8000 1,4240	75,1000 1,4566

Tablo 6.53. $n=80$ ve $m=40$ için Weibull(1;2,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	94,2667	94,8000	93,4667	94,4000	96,0000	94,9333	96,2667
	0,2675	0,6575	0,7057	0,6758	0,6244	0,6617	0,6222	
§[2]	α	96,6667	96,2667	94,0000	95,6000	85,7333	96,0000	73,0667
		1,1720	1,1720	1,2318	1,1629	1,0617	1,1681	1,2198
§[3]	β	96,4000	95,6000	95,2000	95,2000	96,4000	95,8667	96,0000
	0,2673	0,6508	0,6967	0,6656	0,6177	0,6547	0,6159	
§[4]	α	93,4667	92,9333	91,4667	92,2667	83,8667	93,2000	70,4000
		1,1547	1,1545	1,2102	1,1488	1,0434	1,1416	1,1969
§[5]	β	95,8667	95,7333	95,7333	95,3333	96,4000	96,1333	96,8000
	0,2641	0,6528	0,6988	0,6667	0,6181	0,6563	0,6228	
§[6]	α	95,3333	95,7333	94,0000	95,7333	86,8000	95,2000	73,7333
		1,1394	1,1369	1,1969	1,1329	1,0348	1,1393	1,2075
§[7]	β	96,4000	96,6667	94,4000	95,6000	96,0000	96,8000	92,4000
	0,2595	0,6502	0,7320	0,6519	0,5984	0,6557	0,6126	
§[8]	α	95,2000	95,0667	92,8000	94,5333	84,1333	94,9333	76,2667
		1,1365	1,0930	1,1704	1,0937	1,0138	1,1434	1,2225
§[9]	β	95,6000	96,2667	92,1333	96,5333	96,0000	95,0667	92,0000
	0,2624	0,6623	0,7508	0,6642	0,6103	0,6698	0,6194	
§[10]	α	94,4000	94,1333	92,0000	94,1333	86,2667	94,4000	75,7333
		1,1516	1,1084	1,1891	1,1116	1,0211	1,1504	1,2177

Tablo 6.54. $n=80$ ve $m=60$ için Weibull(1;2,5) dağılıminin aralık tahmin edicileri sonuçları

		TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
§[1]	β	94,0000	92,8000	92,4000	93,0000	94,6000	93,2000	93,4000
	0,2171	0,5355	0,5613	0,5498	0,5158	0,5393	0,5095	
§[2]	α	96,0000	96,8000	94,8000	96,2000	88,6000	96,8000	79,0000
		1,0017	0,9937	1,0366	0,9927	0,9206	1,0014	1,1171
§[3]	β	96,0000	96,0000	94,8000	96,2000	96,8000	96,0000	96,8000
	0,2216	0,5406	0,5647	0,5530	0,5188	0,5432	0,5140	
§[4]	α	94,6000	95,2000	93,8000	94,4000	82,8000	94,4000	74,8000
		0,9820	0,9745	1,0160	0,9756	0,9003	0,9787	1,0967
§[5]	β	97,2000	96,0000	95,4000	95,2000	96,8000	96,4000	96,2000
	0,2178	0,5332	0,5572	0,5454	0,5112	0,5354	0,5070	
§[6]	α	95,4000	94,8000	93,4000	95,8000	86,2000	93,8000	72,2000
		0,9914	0,9841	1,0214	0,9828	0,9118	0,9864	1,0976
§[7]	β	93,6000	93,6000	92,6000	92,6000	93,8000	94,2000	93,0000
	0,2120	0,5197	0,5522	0,5299	0,4936	0,5230	0,4923	
§[8]	α	95,0000	96,0000	94,0000	95,4000	84,6000	95,0000	75,2000
		0,9774	0,9555	0,9978	0,9537	0,8909	0,9776	1,0970
§[9]	β	95,2000	95,4000	93,8000	95,2000	95,6000	94,6000	94,6000
	0,2099	0,5212	0,5543	0,5309	0,4958	0,5247	0,4939	
§[10]	α	93,8000	92,6000	90,8000	91,8000	89,0000	93,6000	77,4000
		0,9921	0,9698	1,0150	0,9680	0,9056	0,9962	1,1187

$Weibull(1; 2,5)$ dağılımının parametrelerinin aralık tahmini için elde edilen sonuçların gösterildiği Tablo 6.49-6.54'ten aşağıdaki çıkarımlar yapılır:

- i) Weibull dağılımının bilinmeyen ölçek ve şekil parametresi aralık tahmini için kullanılan tüm aralık tahmin yöntemlerinde örneklem hacmi arttıkça ortalama aralık genişliği azalmaktadır.
- ii) Tüm örneklem hacimlerinde MLE-BP aralık tahmin edicisi kapsama oranı açısından iyi performans sergilerken, ortalama aralık genişliği açısından aralık tahmin edicileri arasında en kötü performansı sergileyen aralık tahmin edicisidir.
- iii) Ölçek parametresi düşünüldüğünde TGA aralık tahmin yönteminin en iyi performansı sağlayan aralık tahmin edicisidir.
- iv) TGA aralık tahmin edicisi başarısızlık sayısının $m = 30$ ve daha büyük olması durumunda ölçek parametresi için en iyi performansı sağlarken, şekil parametresi için ise MSP-BP aralık tahmin edicisi en iyi performansı sağlamaktadır.
- v) WPP-BP aralık tahmini yöntemi, Weibull dağılımının ölçek parametresi için genel olarak yüksek kapsama oranına sahip olmasına rağmen şekil parametresi için en düşük kapsama oranına sahip olmaktadır.
- vi) Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametresi açısından TGA, MLE ve PIV-BP aralık tahmin yöntemleri daha yüksek kapsama olasılıklarına sahiptir.

6.7. Sansürsüz (Tam) Örneklem Aralık Tahmini Simülasyon Sonuçları

Tablo 6.55'te $Weibull(\beta, \alpha)$ dağılımı sansürsüz örneklem durumunda, sırasıyla Weibull dağılımının ölçek parametresi $\beta = 1$ iken şekil parametresi $\alpha = 1,5$ ve $2,5$ alınarak $n = m = 20, 40$ ve 80 ve örneklem büyülüğu ve başarısızlık sayısında (Tam veri) ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlü örneklem durumunda ölçek ve şekil parametreleri için elde edilen kapsama oranını (KO) ve ortalama aralık genişliği (OAG) kriterlerine ilişkin sonuçlar verilmiştir. Elde edilen ve Tablo 6.55'te gösterilen sonuçlardan koyulaştırılan

değerler ise ilgili parametre değerleri ve örneklem hacmindeki ölçek ve şekil parametresi aralık tahmini için kullanılan yöntemlerden en küçük (OAG) değerine sahip aralık tahmin yöntemini göstermektedir.

Tablo 6.55. Weibull dağılıminin sansürsüz veri olması durumunda aralık tahmin edicileri sonuçları

			TGA	YGA	MLE-BP	MLE-BT	MSP-BP	PIV-BP	WPP-BP
1,5	20	β	95,6667 0,6983	94,7333 0,9606	92,4667 1,1235	92,5333 1,0250	96,5333 0,9112	95,1333 0,9774	96,5333 0,8599
		α	94,4667 1,1068	94,9333 1,1099	88,8000 1,2777	94,2000 1,0990	86,3333 0,9723	94,1333 1,1089	73,2667 1,0643
		β	94,2667 0,4647	93,3333 0,6708	92,1333 0,7177	92,9333 0,6948	94,6667 0,6423	93,3333 0,6757	95,0667 0,6235
	40	α	94,5333 0,7640	94,9333 0,7582	91,2000 0,8119	94,2667 0,7558	87,3333 0,6877	94,8000 0,7629	78,0000 0,8235
		β	95,2000 0,3168	95,4667 0,4677	94,4000 0,4820	94,6667 0,4761	95,2000 0,4536	94,9333 0,4694	96,2667 0,4473
		α	95,7333 0,5307	96,0000 0,5233	93,3333 0,5419	95,7333 0,5229	89,8667 0,4918	96,0000 0,5327	81,8667 0,6253
2,5	20	β	95,2000 0,4045	93,5333 0,9594	92,0667 1,1217	91,6667 1,0254	95,6667 0,9073	94,7333 0,9749	95,7333 0,8632
		α	95,1333 1,8505	94,7333 1,8546	88,9333 2,1404	93,7333 1,8359	87,6667 1,6271	95,0000 1,8562	76,8000 1,7968
		β	95,7333 0,2717	94,4000 0,6608	94,0000 0,7071	94,4000 0,6862	95,6000 0,6317	95,0667 0,6678	96,4000 0,6125
	40	α	95,6000 1,2746	95,4667 1,2653	92,6667 1,3541	95,4667 1,2616	88,5333 1,1493	96,2667 1,2767	78,2667 1,3692
		β	93,3333 0,1871	93,8667 0,4643	93,3333 0,4802	94,6667 0,4746	94,6667 0,4494	94,4000 0,4668	94,4000 0,4411
		α	96,5333 0,8913	95,7333 0,8794	94,6667 0,9118	96,0000 0,8811	89,6000 0,8271	95,7333 0,8875	80,2667 1,0385

Weibull(β, α) dağılıminın parametreleri için sansürsüz örneklem durumunda elde edilen aralık tahmini sonuçlarının gösterildiği Tablo 6.55'ten aşağıdaki çıkarımlar yapılır:

- i) Weibull dağılıminın aralık tahmini için kullanılan tüm aralık tahmin yöntemlerinin örneklem hacmi arttıkça otalama aralık genişliği azalmaktadır.
- ii) Ölçek parametresi aralık tahmini için en iyi aralık tahmin yönteminin TGA yani pivot aralık tahmin yöntemine dayalı tam güven aralığı olduğu görülmektedir.
- iii) Şekil parametresi aralık tahmini için en iyi aralık tahmin yönteminin MSP-BP yani Bootstrap-p örneklemesine dayalı maksimum aralık tahmin yönteminin güven aralığı olduğu görülmektedir.

- iv) Aralık tahmin yöntemlerinin tam örneklem durumundaki performansları kapsama oranı ve ortalama aralık genişliği kriterlerine göre değerlendirildiğinde, aralık tahmin yöntemlerinin performansları büyük örneklem ve başarısızlık sayılarındaki performansları ile benzerlik gösterdiği görülmektedir.



7. UYGULAMA

Bu bölümde, Weibull dağılımının bilinmeyen ölçek ve şekil parametresinin tahmin etmek için kullanılan nokta ve aralık parametre tahmin yöntemlerinin performanslarının incelemek amacıyla Almetwally ve Almongy (2019) makalesinde verilen gerçek veri setinin Weibull dağılımına da uygun olduğu görülmüştür. Bu veri seti, 34 k.v. elektrotlar arasındaki yalıtılmış sıvısının bozulma zamanıyla(dakika) ilgilidir. Tablo 7.1'de bu tez çalışmasında kullanılan gerçek veri seti ve Tablo 7.1'de ise bu gerçek veri setinin Weibull dağılımının bilinmeyen ölçek ve şekil parametresi tahmini için kullanılan sansürleme şemaları gösterilmiştir.

Tablo 7.1. Elektrotlar arasındaki yalıtılmış sıvısının bozulma zamanı veri seti

0,9600	4,1500	0,1900	0,7800	8,0100	31,7500	7,3500	6,5000	8,2700	33,9100
32,5200	3,1600	4,8500	2,7800	4,6700	1,3100	12,0600	36,7100	72,8900	

Bu tez çalışması kapsamında üzerinde çalışmış olduğumuz gerçek veri setinin *Weibull* (β, α) dağılımından gelip gelmediğinin araştırılıp karşılaştırılması için MATLAB programında Weibull, Üstel, Gmma ve Log-Normal dağılımları için uyum iyiliği kodları yazılmış ve karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılması için kullanılan dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonları Tablo 7.2.'de verilmiştir.

Tablo 7.1. Dağılımların olasılık yoğunluk fonksiyonları

Dağılımlar	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
Gamma(α, β)	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^\alpha e^{-\beta x}, x > 0$
Weibull(α, β)	$\alpha \beta x^{\alpha-1} e^{-\beta x^\alpha}, x > 0$
Üstel(β)	$\beta e^{-\beta x}, x > 0$
LogN(μ, β)	$\frac{1}{x \beta \sqrt{2\pi}} \exp \left[\frac{-(\ln x - \mu)^2}{2\beta^2} \right], x > 0$

Gamma, Weibull, Üstel ve Log-Normal dağılımlarını karşılaştırmak için yapılan Kolmogorov-Simirnov (K-S) ve Anderson-Darling (A-D) uyum iyiliği testleri ve Akaike (AIC) bilgi kriterine ait sonuçlar Tablo 7.3.'te verilmiştir.

Tablo 7.2. Dağılımların uyum iyiliği test istatistiği ve bilgi kriteri sonuçları

Model	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\mu}$	KS	AD	AIC
Üstel	0,0696			0,2464	1,3296	140,2462
Gamma	0,0480	0,6898		0,1847	0,4891	139,2349
Lognormal	1,5252		1,7864	0,1266	0,2840	138,8436
Weibull	0,1452	0,7708		0,1613	0,3919	138,7721

($\varphi = 0,05$ anlam düzeyinde KS ve AD testleri için kritik değerler sırasıyla 0,30143 ve 2,5024'tür.)

Tablo 7.2'deki sonuçlar incelendiğinde, KS ve AD testlerine göre uygulama verisinin ele alınan tüm modellere uyum sağladığı görülmektedir. Ancak Weibull dağılımının AIC bilgi kriterine göre küçük olduğu için uygulanmasının daha doğru olduğu sonucu çıkarılır.

Tablo 7.3'te tam verinin bu tez çalışması kapsamında kullanılan parametre tahmin yöntemlerine uygulandığında elde edilen sonuçlar gösterilmektedir.

Tablo 7.3. Weibull (β, α) dağılımının tam veri(sansürsüz) örneklem uygulaması sonuçları

	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	KS	AD
MLE	0,1452	0,7708	0,1613	0,3919
AMLE	0,1480	0,7739	0,1523	0,3936
MPS	0,1815	0,6713	0,1568	0,3872
PIV1	0,1580	0,7256	0,1653	0,3731
PIV2	0,1505	0,7477	0,1659	0,3798
PIV3	0,1508	0,7585	0,1571	0,3780
WPP1	0,1696	0,7013	0,1584	0,3672
WPP2	0,1308	0,7682	0,1995	0,5075
EKK1	0,1911	0,6711	0,1385	0,3827
EKK2	0,1748	0,6716	0,1699	0,4156

Tablo 7.4'te sansürsüz (tam) veri olması durumunda ve birinci sansür şeması $r = (5,0, \dots, 0)$ kullanılarak elde edilen çıktılar ile sansürsüz (Tam) örneklem uygulamasından elde edilen çıktıların kıyaslanmıştır. Tablodaki mutlak fark: ölçek ve şekil parametre tahmin değerlerinin tam ve sansürlü örneklem durumundaki farkını gösterirken; MFT(Mutlak Fark Toplamı)'nın ise ölçek ve şekil parametresinin mutlak farkının toplamını göstermektedir.

Tablo 7.4. Weibull(0,3;2,5) dağılıminin sansürsüz(Tam) ve Sansürlü örneklem uygulaması sonuçları

	Tam Veri		Sansürlü		Mutlak Fark		
	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	MFT
MLE	0,145214	0,770812	0,14178	0,813	0,0034	0,0422	0,0456
AMLE	0,148012	0,773902	0,150267	0,81189	0,0023	0,0380	0,0402
MPS	0,181505	0,671279	0,176925	0,707994	0,0046	0,0367	0,0413
PIV1	0,157955	0,725619	0,159338	0,745748	0,0014	0,0201	0,0215
PIV2	0,150506	0,747661	0,150026	0,77641	0,0005	0,0287	0,0292
PIV3	0,150826	0,758492	0,150828	0,791405	0,0000	0,0329	0,0329
WPP1	0,169559	0,701305	0,178224	0,701653	0,0087	0,0003	0,0090
WPP2	0,130817	0,768244	0,129524	0,783873	0,0013	0,0156	0,0169
EKK1	0,19111	0,67111	0,214986	0,635943	0,0239	0,0352	0,0590
EKK2	0,174751	0,671577	0,190129	0,637037	0,0154	0,0345	0,0499

Tam ve sansürlü örneklem sonuçlarının kıyaslandığı Tablo 7.4. incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir:

- i) PIV tahmin edicilerimizin gerçek veri üzerinde MPS tahmin edicisinden daha iyi çıkması, PIV tahmin edicilerinin MPS tahmin edicisine tercih edilebileceği,
- ii) Son olarak gerçek veri seti üzerinde yapılan uygulama sonuçları tez çalışması kapsamında elde edilen sonuçları destekler nitelikte olduğu sonuçlarına istinaden bu tez çalışmasının uygulanabileceği, sonuçları çıkarılmıştır.

8. SONUÇLAR

Bu tez çalışması kapsamında, ilerleyen tür tip-II sağdan sansürlemeye dayanan Weibull dağılımının parametrelerinin tahminine ilişkin kullanılan nokta tahmin edicileri olan, en çok olabilirlik, yaklaşık en çok olabilirlik, maksimum aralık tahmini, lineer regresyona dayanan grafik yöntemi ve en küçük kareler parametre tahmin yöntemlerine pivota dayalı parametre tahminini de eklenerek; aralık tahmin yöntemleri olan tam güven aralığı, en çok olabilirlik tahmin yöntemine dayalı asimptotik güven aralığı, Bootrap-t örneklemesine dayalı en çok olabilirlik güven aralığı ve Bootstrap-p örneklemesine dayalı en çok olabilirlik, maksimum aralık ve grafik yöntemlerinin güven aralığı tahmin yöntemlerine de Boostrap-p örneklemesine dayalı pivot aralık tahminini de eklenerek değerlendiren bir çalışma amaçlanmaktadır. Yapılan bu çalışmasının sonuç ve önerileri,

- i) Weibull dağılımının tüm parametre ve örneklem büyüklüklerinde, LSE tahmin edicilerinden LSE2, LSE1 tahmin edicisinden daha verimli olduğu görülmüştür. Bu nedenle, bu tez çalışması kapsamında LSE tahmin edicisi olarak önerilen LSE2 tahmin edicisinin tercih edilebileceği önerilmektedir.
- ii) Weibull dağılımının tüm parametre ve örneklem büyüklüklerinde, PIV tahmin edicilerinin performans sıralaması PIV1, PIV2 ve PIV3 şeklindedir.
- iii) Weibull dağılımının tüm parametre değerleri ve örneklem büyüklüklerinde, ölçek parametresinde MLE ve şekil parametresinde AMLE tahmin edicisi daha iyi performans sergilemektedir.
- iv) Tüm örneklem hacimlerinde MLE-BP aralık tahmin edicisi kapsama oranı açısından iyi performans sergilerken, ortalama aralık genişliği açısından ise aralık tahmin edicileri arasında en kötü performansı sergilemiştir.
- v) Ölçek ve şekil parametresi açısından genellikle en küçük ortalama aralık genişliğine TGA aralık tahmin edicisi ulaşmıştır.
- vi) Ölçek ve şekil parametre tahmini açısından en iyi performansı genellikle MSP ve PIV tahmin edicileri göstermiştir.
- vii) Elde edilen sonuçlara göre hem nokta hem de aralık tahmininde pivot ve MSP yönteminin oldukça iyi performans sergilediği, grafik yönteminin de nokta tahmininde iyi performans sergilediği görülmüştür.
- viii) Weibull dağılımının tüm parametre ve örneklem büyüklüklerinde, PIV tahmin edicilerinin performans sıralaması PIV1, PIV2 ve PIV3 şeklinde

olmuştur. Bununla birlikte bu durumun uygulama verisi ile desteklenmesi en iyi PIV tahmin edicisinin PIV1 olduğu sonucunu göstermiştir.

- ix) Weibull dağılımının bilinmeyen ölçek ve şekil parametresi için bu tez çalışması kapsamında kullanılan aralık ve nokta tahmin yöntemlerinin sansürlü ve sansürsüz örneklem durumunda benzer sonuçlar vermesi sansürlü örneklemeler için kullanılmasının uygunluğunu göstermektedir.
- x) Parametre veya aralık tahmini üzerinde çalışan araştırmacıların klasik tahmin yöntemlerinin yanında bu tez çalışması kapsamında önerilen nokta ve aralık tahmin yöntemlerinin eklenecek karşılaştırılması önerilmektedir.
- xi) Nokta tahmini veya aralık tahmininde Bayes yöntemini çalışan araştırmacıların, bu tez çalışması kapsamında önerilen nokta ve aralık tahmin yöntemlerinin de kullanılıp karşılaştırılması önerilmektedir.
- xii) Son olarak gerçek veri seti üzerinde yapılan uygulama sonuçlarının tez çalışması kapsamında elde edilen sonuçları destekler olması, bu tez çalışmamızın farklı dağılım, sansür türleri ve sansür şemaları üzerinde uygulanabilirliğini gösterir niteliktedir.

KAYNAKÇA

- Abdel-Hamida, A. H. ve AL-Hussaini, E. K. (2011). Inference for a progressive stress model from Weibull distribution under progressive type-II censoring. *Journal of Computational and Applied Mathematics.*, 235(17), 5259-5271.
- Almetwally, E. M. ve Almongy, H. M. (2019). Maximum product spacing and Bayesian method for parameter estimation for generalized power Weibull distribution under censoring scheme. *Journal of data science.*, 17(2), 407-444.
- Balakrishnan, N. ve Aggarwala, R. (2000). *Progressive censoring: theory, methods, and applications*. Canada: Springer Science.
- Balakrishnan, N. ve Varadan, J. (1991). Approximate MLEs for the location and scale parameters of the extreme value distribution with censoring. *IEEE Transactions on Reliability.*, 40(2), 146-151.
- Balakrishnan, N., Kannan, N., Lin, C. T. ve Wu, S. J. (2010). Inference for the extreme value distribution under progressive Type-II censoring. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 74(1), 25-45.
- Bdair, O. M., Abu Awwad, R. R., Abufoudeh, G. K. ve Naser, M. F. (2020). Estimation and prediction for flexible weibull distributionbased on progressive type ii censored data. *Communications in Mathematics and Statistics.*, 8(3), 255-277.
- Cheng, R. C. ve Amin, N. A. (1983). Estimating parameters in continuous univariate distributions with a shifted origin. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 45(3), 394-403.
- Cohen, C. C. (1963). Progressively censored samples in the life testing. *Technometrics.*, 5(3), 327-339.
- Dey, T., Dey, S. ve Kundu, D. (2015). On progressively type-ii censored two-parameter rayleigh distribution. *Communications in Statistics-Simulation and Computation.*, 45(2), 438-455.
- Efron, B. (1982). The jackknife, the bootstrap and other re-sampling plans. *CBMS-NSF Regional Conference*, SIAM.
- Efron, B. ve Tibshirani, R. (1993). *An introduction to the bootstrap*. New York: Chapman & Hall
- EL-Sagheer, R. M. (2018). Estimation of parameters of Weibull–Gammadistribution based on progressively censored data. *Stat Papers.*, 59(2), 725-757.

- Escobar, W. Q. ve Meeker, L. (1998). *Statistical methods for reliability*. New York: John Wiley & Sons.
- Ferguson, T. (1996). *Course in large-sample theory*. London: Chapman and Hall.
- Hall, P. (1988). Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals. *The Annals of Statistics*, 927-953.
- Hashemi, R. ve Amiri, L. (2011). Analysis of progressive type-II censoring in the Weibull model for competing risks data with binomial removals. *Applied Mathematical Sciences*, 5(22), 1073 - 1087.
- Helu, A. (2015). On the maximum likelihood and least squares estimation for the inverse Weibull parameters with progressively first-failure censoring. *Open Journal of Statistics*, 5(1), 75-89.
- Jiang, R. ve Murthy, D. N. (1995). Reliability modeling involving two Weibull distributions. *Reliability Engineering and System Safety*, 47(3), 187-198.
- Kotb, M., Raqab, Z. ve Z., M. (2019). Statistical inference for modified Weibull distribution based on progressively type-II censored data. *Mathematics and Computers in Simulation*, 162, 233-248.
- Kundu, D. ve Gupta, R. D. (2006). Estimation of $P(Y < X)$ for Weibull distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(2), 270-280.
- Lawless, J. F. (2003). *Statistical models and methods for lifetime data*, (2. Baskı). New York: John Wiley ve Sons.
- Liao, H. ve Gui, W. (2019). Statistical inference of the rayleigh distribution based on progressively type II censored competing risks data. *Symmetry*, 11(7), 898.
- Liu, F. ve Shi, Y. (2017). Inference for a simple step-stress model with progressively censored competing risks data from Weibull distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46(14), 7238-7255.
- Montanari, G. ve Cacciari, M. (1988). Progressively censored aging tests on XLPE-insulated cable models. *IEEE Transactions Electrical Insulation*, 23(3), 365-372.
- Nelson, W. (1982). *Applied life data analysis*. Canada: Wiley.
- Ng, H., Hu, Y., Luo, L. ve Duan, F. (2012). Parameter estimation of three parameter Weibull distribution based on progressively type-II censored samples. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 82(11), 1661-1678.
- Öztürk, F., Akdi, Y., Aydoğdu, H. ve Karabulut, İ. (2006). *Parametre tahmini ve hipotez testi*. Ankara: Bıçaklar Kitapevi.

- Sel, S., Jung, M. ve Chung, Y. (2017). Bayesian and maximum likelihood estimations from parameters of McDonald extended Weibull model based on progressive type-II censoring. *Journal of Statistical Theory and Practice.*, 12(2), 1-24.
- Seo, J.I., Jeon, Y. E. ve Kang, S.-B. (2020). New approach for a Weibull Distribution under the progressive type-II censoring scheme. *Mathematic.*, 8(10), 1713-1722.
- Stephens, A. M. (1986). Tests for the Exponential distribution içinde *R. B. D Agostino ve M. Stephens* (Editörler). *Goodness-of-fit techniques*, (s. 421-459), *New York: Marcel*
- Sultan, K. S., Mahmoud, M. R. ve Saleh, H. M. (2007). Estimation of parameters of the Weibull distribution based on progressively censored data. *International Mathematical Forum.*, 2(41), 2031-2043.
- Swain, J. J. venkatraman, S. ve Wilson, J. R. (1988). Least squares estimation of distribution function in Johnson's translation system. *Journal of Statistical Computation and Simulation.*, 29(4), 271-297.
- Teimouri, M. ve Nadarajah, S. (2016). Bias corrected MLEs under progressive type-II censoring scheme. *Journal of Statistical Computation and Simulation.*, 86(14), 2714–2726.
- Usta, I. ve Gezer, H. (2015). Ty estimation in Pareto-I distribution based on progressively type II censored sample with binomial removals. *Journal of Scientific Research and Development.*, 2(12), 108-113.
- Valiollahi, R. ve Raqab, M. Z. (2011). Stress-strength reliability of Weibull distribution based on progressively censored samples. *Statistics and Operations Research Transactions*, 35(2), 103-124.
- Viveros, R. ve Balakrishnan, N. (1994). Interval estimation of parameters of life from progressively censored data. *Technometrics.*, 36(1), 84-91.
- Wang, B. X., Yu, K. ve Jones, M. C. (2010). Inference under progressively type II right-censored sampling for certain lifetime distributions. *Technometrics.*, 52(4), 453-460,
- Zhu, T., Yan, Z. ve Peng, X. (2016). A Weibull failure model to the study of the hierarchical Bayesian reliability. *Eksplotacja i Niezawodnosc–Maintenance and Reliability.*, 18(4), 501-506.

ÖZGEÇMİŞ

ORCID NO: 0000000281870299

EĞİTİM:

- İlk Okul: Servi Y.İ.B.O [1996-2004]
- Lise: Üsküdar Mehmet Rauf Lisesi [2004-2007]
- Üniversite: Hacettepe Üniversitesi İstatistik [2008-2013]
- Yüksek Lisans: Anadolu Üniversitesi [2013- ...]
- Yüksek Lisans: Eskişehir Teknik Üniversitesi [Devam Ediyor]

AKADEMİK YAYINLAR:

Uluslararası diğer hakemli dergilerde yayımlanan makaleler

- Usta, İ. ve Gezer, H. (2016). Parameter estimation in Weibull distribution on progressively type II censored sample with beta-binomial removals. *Economy Business.* 10(1), 505-515.
- Usta, İ. ve Gezer, H. (2015). Reliability estimation in Pareto-I distribution based on progressively type II censored sample with binomial removals. *Journal of Scientific Research and Development,* 2(12), 108-113.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında (Proceedings) basılan bildiriler

- Usta, İ. ve Gezer, H. (2016). Bayesian estimation of scale parameter for the frechet distribution with known shape parameter based on type-II censored data. *Trends And Perspectives İn Linear Statistical İnference*