相变中的对称性破缺以及拓扑缺陷

Classification

序参量

- $\langle o \rangle = 0$,无序状态，高对称性
- $\langle o \rangle \neq 0$,有序状态，对称性破缺

Classification

相变

- 1st, o 不连续
- higher st，o 连续 $\mathrm{d}^{n-1}o$不连续

经验上：对称性不变的一般是1st（$l\to s$例外）

critical point

2st： 关联长度发散

scale-invariant： 和体系大小无关

经典例子：临界乳光

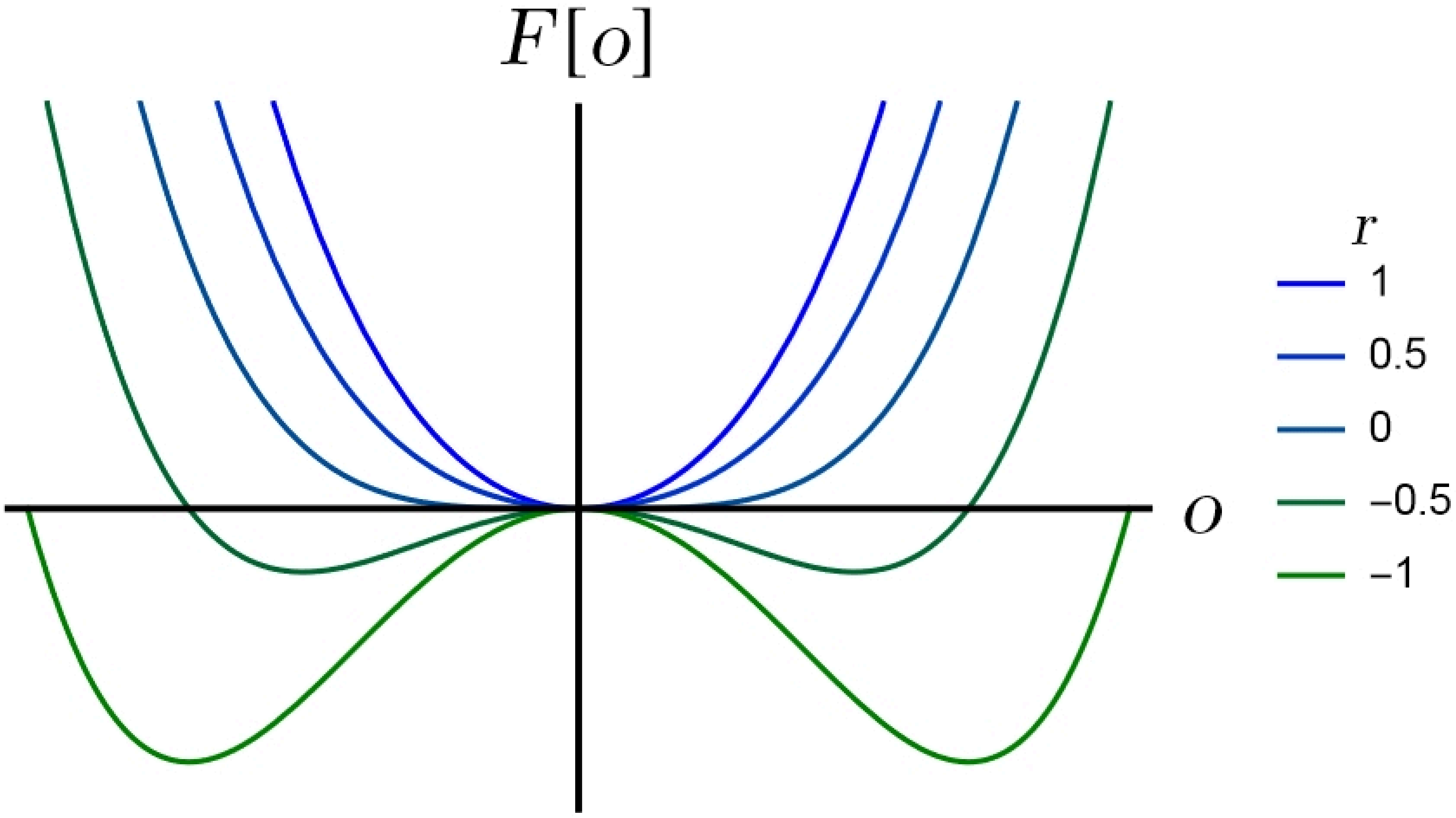
Landau theory

想法：free energy

展开

$$\mathcal{F}_{\mathrm{L}}[o,T]=\mathcal{F}[0,T]+\frac{1}{2}r(T)o^2+\frac{1}{4}u(T)o^4+\ldots$$

四阶实参量



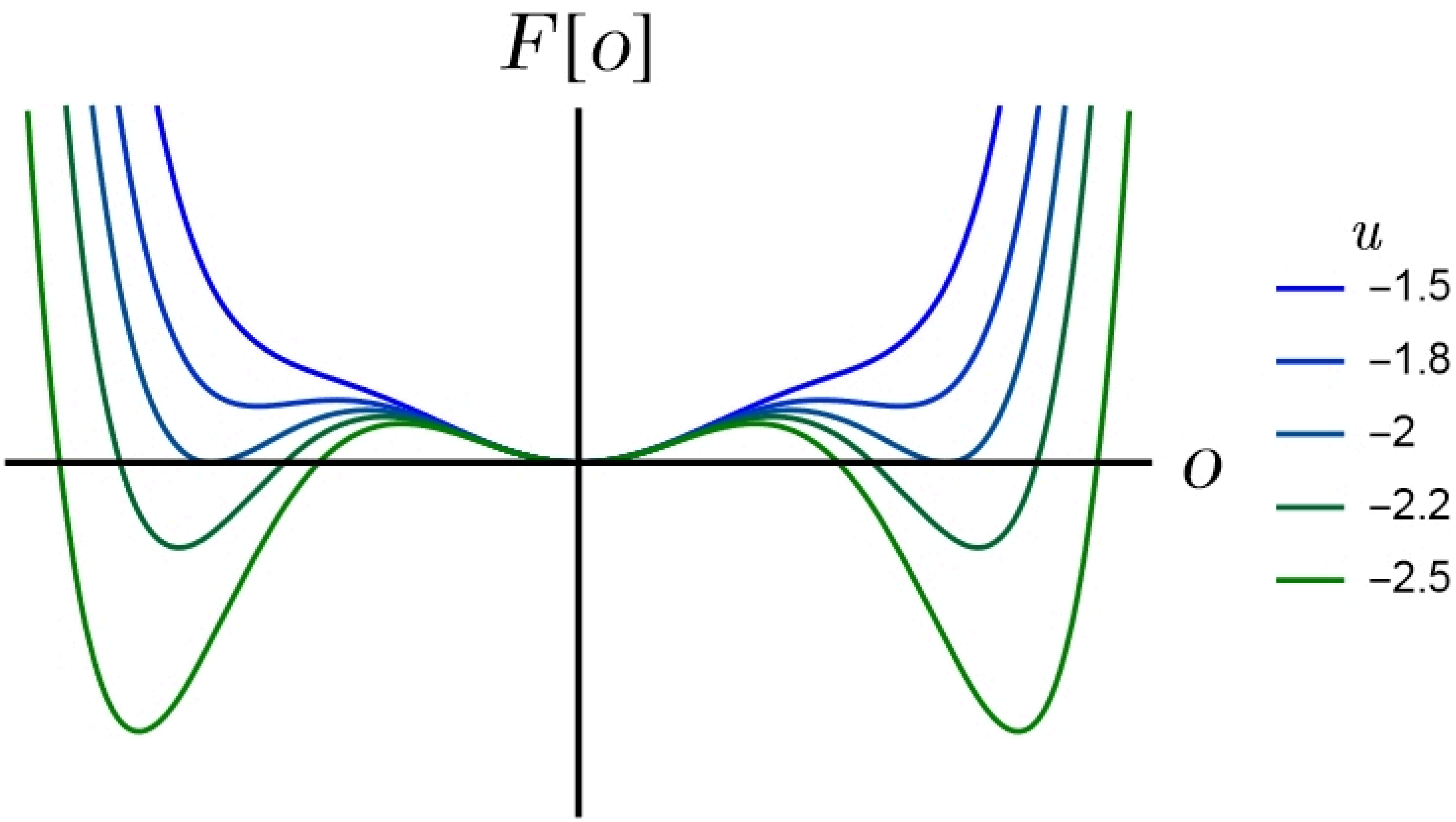
critical exponent

$$r(T) \approx r_0 \frac{T - T_\mathrm{c}}{T_\mathrm{c}} \equiv r_0 t$$

$$o(T) \propto (T - T_\mathrm{c})^{\frac{1}{2}}$$

如果想找到1st...

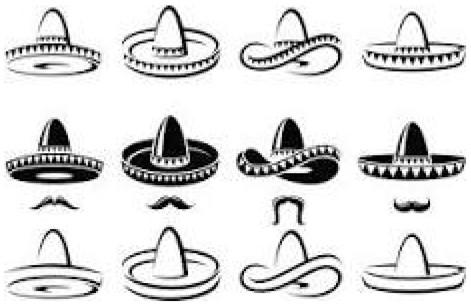
六阶实参量



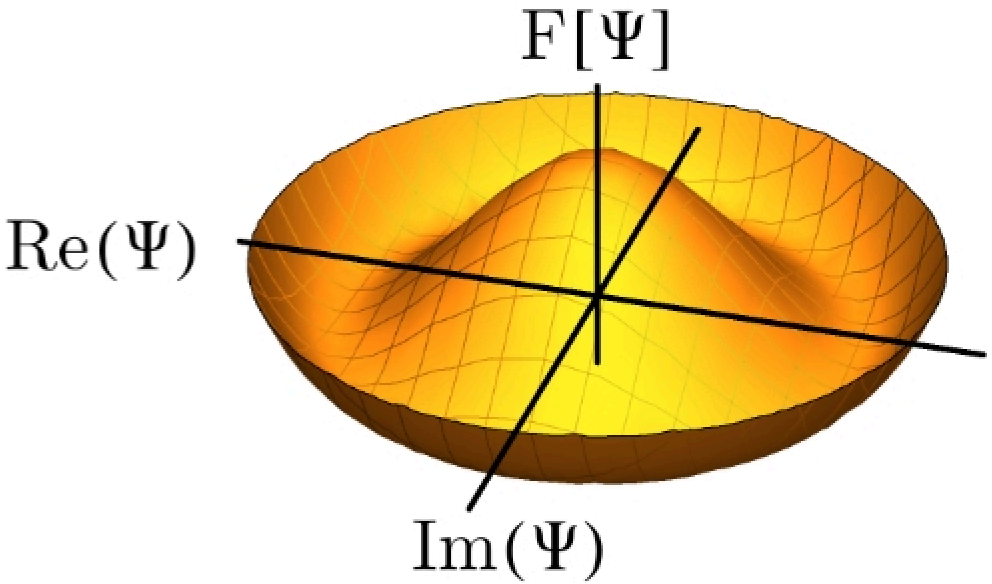
symmetry breaking in L Theory

- $\mathbb{Z}_2$
- $\mathbb{U}(1)$

$$\mathcal{F}_{\mathrm{L}}[\psi, T] = \mathcal{F}[0, T] + \frac{1}{2} r(T) \psi^* \psi + \frac{1}{4} u(T) (\psi^* \psi)^2$$



phase gauge $\Rightarrow \mathbb{U}(1)$



NGmode

Universality

相同的ssb带来相同的临界行为

- Ising & $l \to s$
- XYmodel & He4

与体系大小无关 scale-invariant

- 临界乳光
- 关联函数universal支持了重整化群...

不合理性

Example：

$$\mathcal{H} = J \sum_{i,\delta} \mathbf{S_i} \cdot \mathbf{S_{i+\delta}}$$

mean feild:

$$m = \langle (-1)^i \mathbf{S_i} \rangle$$

算下去最低阶就是四阶实参数

topological defect

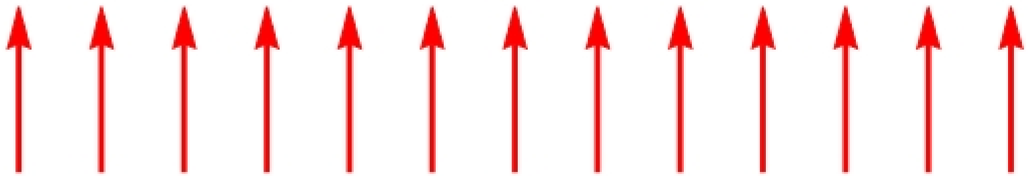
- 绕数（wind number）
- 缺陷的维度不同

D-1	D-2	D-3
domain wall	votrix	monopoles

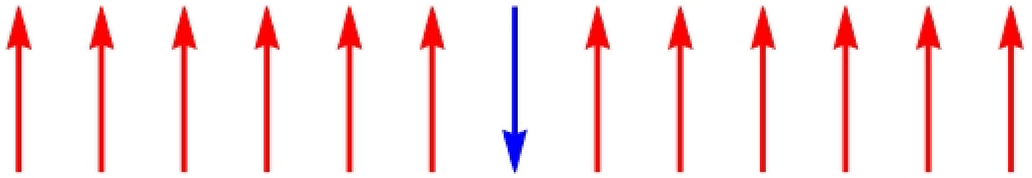
产生

- 不容易产生也不容易消失
- 单个缺陷需要更多H
- 成对、量子计算？...

1D Ising Model



(a) ground state



(b) single spin flip

计算

按照Landau计算

全上全下两种minimal

$\mathbb{Z}_2$ 对称性自发破缺

实际上由于拓扑缺陷的自由能：

$$F_{\text{domain wall}} = 2J - k_{\text{B}} T \ln N$$

足够大体系，domain wall 熵带来绝对小的自由能

外延和应用

- 同调群…
- Duality mapping 对偶映射 defect准粒子

$$\sinh 2K \cdot \sinh 2K' = 1$$

两点不合理

- 超标度律不一定满足
- 忽略了局部体系的相的变化

补充

改进：Ginzburg-Landau

$$\mathcal{F}_{\mathrm{GL}}[o(\mathbf{x}), T] = \mathcal{F}[0, T] + \int \mathrm{d}^D x \left\{ \frac{c^2}{2} [\nabla o(\mathbf{x})]^2 + \frac{r(T)}{2} [o(\mathbf{x})]^2 + \frac{u(T)}{4} [o(\mathbf{x})]^4 + \dots \right\}$$

参考资料

[1]Aron J. Beekman, Louk Rademaker, Jasper van Wezel,***Lect. Notes 11***,SciPost Phys. (2019)

[2]L.D. Landau, E.M. Lifshitz,***Statistical Physics***, Part 1(1980)

[3]M. Nakahara. ***Geometry, topology and physics*** (2003)

[4]H. A. Kramers and G. H. Wannier, ***Statistics of the two-dimensional ferromagnet. part i***, Phys. Rev., vol. 60, pp. 252–262,
Aug 1941