Python Study

Environ. Analysts

<<mark>환경</mark>을 분석할 줄 아는 사람이 되자!>

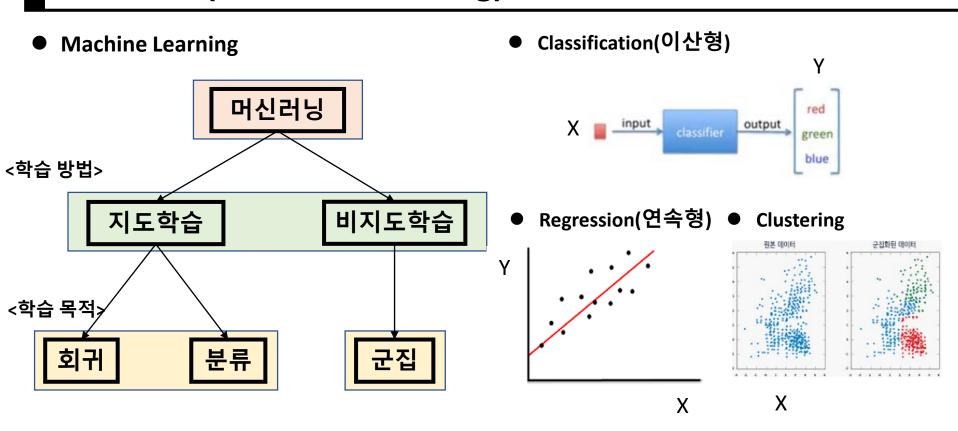




- O 머신러닝(Machine Learning)?
- 회귀 분석
- 회귀 분석 실습



머신러닝(Machine Learning)?



- 머신러닝은 기계를 학습시키는 것, 데이터의 숨겨진 패턴을 알아내는 것
- 지도 학습 : 학습을 위해 Y(정답, 종속변수), X(조건, 독립변수)이 둘다 필요함.
- 비지도 학습: 학습을 위해 x(조건, 독립변수)만 필요함.



회귀 분석

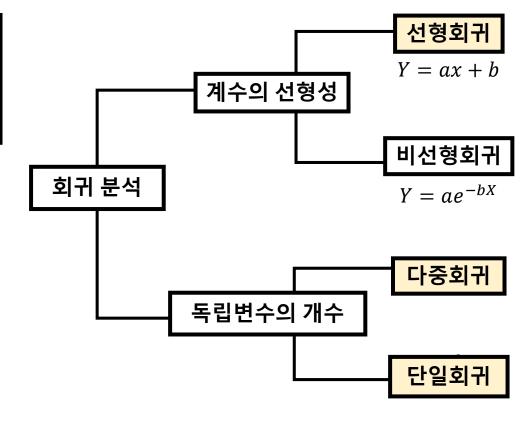
What is Regression?

여러 개의 독립변수와 한 개의 종속변수 간의 상관관계를 모델링하는 기법

 $Y = W(X) + W_2$
 $Y = W_1X_1 + W_2X_1^2 + W_3X_2 + W_4$

 독립변수

● 회귀분석의 계통





회귀 분석

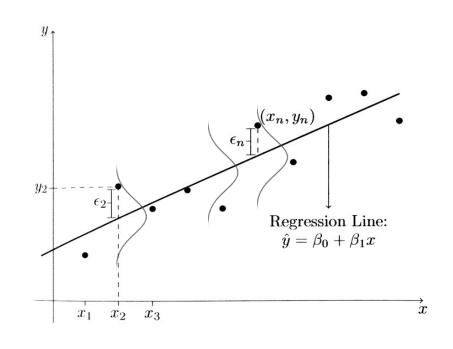
● 단순 선형 회귀 분석

$$\widehat{Y}_{regression} = W_1 X + W_2$$

$$Y_{true} = W_1 X + W_2 + error$$

변수는 회귀 계수이다! 즉, W_1, W_2 가 변수 이다.

<u>물음 : 어떻게 W_1, W_2 를 결정해 나갈 것인가</u>

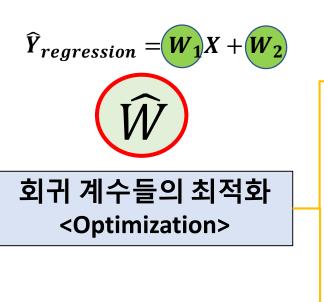


예) 호수 내 녹조의 농도와 TP와의 상관관계가 있다고 생각했다. 대충 산포도나 박스 플랏을 그리다 보니 이 관계가 선형적인 관계라고 판단하게 되었다. 배를 타고 나가 종속변수인 녹조의 농도와 독립변수인 TP를 측정하였다. 이 실험을 통한 자료의 일부를 단순 선형 회귀 분석을 통해 훈련 시키고 훈련시킨 후 나온 회귀 계수를 통해 실험을 통한 자료 일부에 잘 맞는지 검증을 해보았다.



회귀 분석

● 회귀계수 최적화 방법



Option1. 정규방정식 수학적으로 풀이가 가능함. But Parameter가 많으면 시간이 오래 걸리고 데이터의 완결성이 떨어지는 경우는 성립이 안되는 경우도 많음.

일반식 : $\widehat{W} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y$

Option2. 머신 러닝 엄청나게 여러 번 계수들을 갱신하면서 시행착오를 통해 오차를 줄이는 최적의 회귀 계수 조합을 찾게 됨. 머신러닝 결과 결국엔 정규방정식의 식으로 수렴하게된다.



회귀 분석

● 회귀 분석 성능평가를 위한 목적함수

목적함수(Objective Fuction)

비용함수 (Cost Function) 손실함수(Loss Function)

• MAE(Mean Absolute Error)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |Y_i - \widehat{Y}_i|$$

• R²(R-Squared)

$$R^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_{i} - \widehat{Y}_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{n} (Y_{i} - \overline{Y})^{2}}$$

• MSE(Mean Squared Error)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \widehat{Y}_i)^2$$

• RMSE(Root Mean Squared Error)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \widehat{Y}_i)^2}$$

● 회귀식의 성능을 평가하는 것은 목적함수로 오차의 경우 0에 가까워 질수록 좋고 R²의 경우 1에 가까워질수록 '모델이 잘 맞다'라고 판단 가능하다.



회귀 분석

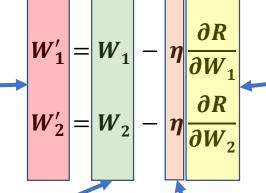
● 휘귀 계수 최적화를 위한 알고리즘(경사하강법, Gradient Descent, GD)

$$\widehat{Y}_i = W_1 X_i + W_2$$

$$\frac{\partial R}{\partial W_1} = \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \widehat{Y}_i)^2}{\partial W_1} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} (-xi * (yi - (W1xi + W2)))$$

$$\frac{\partial R}{\partial W_2} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n (Y_i - \widehat{Y}_i)^2}{\partial W_2} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - (W1x_i + W2))$$

갱신값(Renewal Value)



학습방향(Direction)

<다변수에 일반화된 식>

$$\mathbf{W}^{\mathsf{next}} = \mathbf{W} - \boldsymbol{\eta} \nabla_{\mathbf{W}} \mathbf{R}(\mathbf{W})$$

초기값(Initial Value)

학습률(Learning Rate)

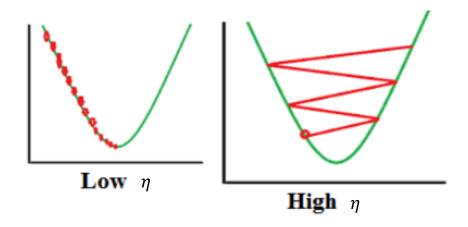


회귀 분석

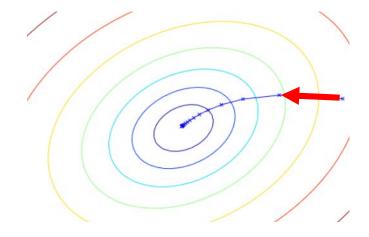
<다변수에 일반화된 식>

$$\mathbf{W}^{\mathsf{next}} = \mathbf{W} - \boldsymbol{\eta} \nabla_{\mathbf{W}} \mathbf{R}(\mathbf{W})$$

Learning Rate



 $W^{next} = W - \frac{\eta}{\eta} \nabla_{W} R(W)$ 어느정도로 학습을 진행시킬 것인가 Learning Rate = 0.01, 0.001, 0.0005등 Direction



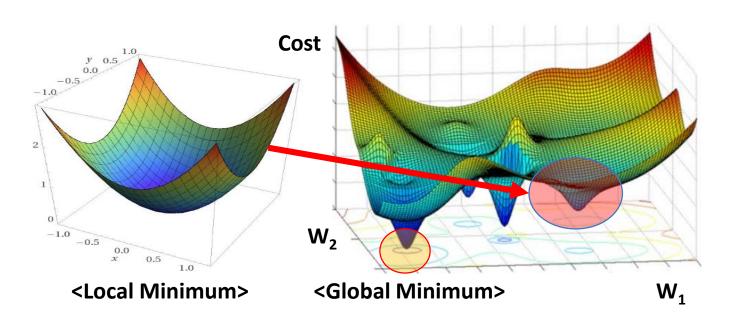
W^{next} = W - η∇_wR(W) 목적함수에 대한 각 회귀계수의 미분값의 벡터 방향



회귀 분석

● 경사하강법의 문제

<W1, W2에 대한 비용함수 곡선>



● 이 문제를 개선하기 위한 여러가지 개선된 알고리즘이 존재함.



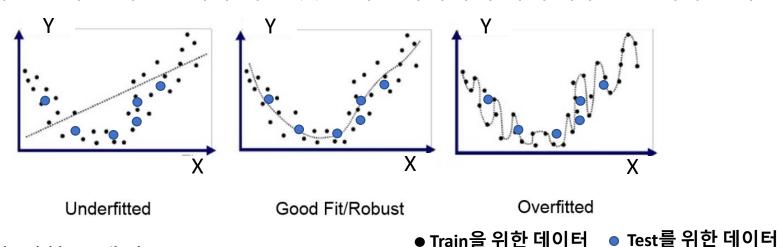
회귀 분석

많이 사용함 ● 최적화 알고리즘의 종류 Nest erov Accelerate d'Gra de nt. 모든 자료를 다 검토해서 NAG 내위치의산기울기를계산해서 일단 관성 방향 먼저 움직이고, 간 반향을 찾겠다. Nadan 움직인 자리에 스텝을 계산하니 Adam of Momentum GD 더 빠르더라 Momentum UNAG를 붙이자. 스텝 계산해서 움직인 후, 아까 내려 오던 관성 방향 또 가자 Adam ASProp + Momentum SGD 방향도스텝사이즈도적절하게! 전부 다봐야 한걸음은 RMSProp 너무 오래 걸리니까 보폭을 줄이는 건 좋은데 조금만 보고 빨리 판단한다 이전 맥락 상황봐가며 하자. 같은 시간에 더 많이 간다 Adagrad 안가본곳은 성큼 빠르게 걸어 훓고 AdaDelta 많이 가본 곳은 잘아니까 종종걸음 너무 작아져서 갈수록 보폭을 줄여세 밀히 탐색 정시하는걸 막아보자.

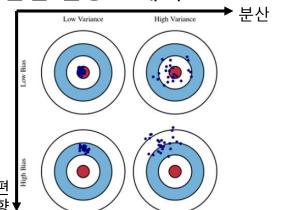


회귀 분석

● 과적합 & 과소 적합 : 예측 시 잘 맞는 다항회귀식의 최대 차수를 정해야 한다.



● 분산-편향 트레이드 오프



- 아래의 원은 Train데이터 통해 만든 최적화된 도형이며 점은 Test데이터임.
- Low Variance(분산), Low Bias(편향)을 가지게 하는 모델을 만드는 것이 좋다.
- Underfitted는 고편향, Overfitted는 고분산으로 중간에 잘 Fitted된 모델을 찾아야 한다.



회귀 분석

● 라쏘 회귀, 릿지 회귀, 엘라스틱넷 회귀

목적함수(Objective Fuction)

비용함수 (Cost Function) 손실함수(Loss Function) 학습데이터 잔차 오류 최소화 회귀계수의 크기 제어

라쏘회귀(Lasso)

$$R(W) = MSE(W) + \alpha ||W||_{1}$$

릿지회귀(Ridge)

$$R(W) = MSE(W) + \alpha ||W||_2^2$$

엘라스틱넷회귀(ElasticNet)

$$R(W) = MSE(W) + r\alpha ||W||_{1} + \frac{1 - r}{2} \alpha ||W||_{2}^{2}$$

• α ,r은 직접 사용자가 설정해 주어야 하는 **Hyperparameter**이다. 앞서 Learning rate도 사용자가 지정해 주어야 한다.



회귀 분석

● 로지스틱 회귀분석

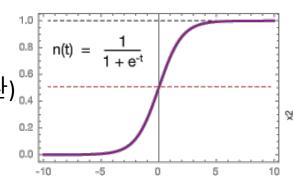
- 샘플이 특정 클래스에 속할 확률을 추정하는데 널리 사용됨.
- 그 샘플이 해당 클래스에 속할 때, '1'로 표현하고 그렇지 않을 때 '0'으로 표현한다. -> 분류를 위한 회귀 분석이라고 생각하면 편함.

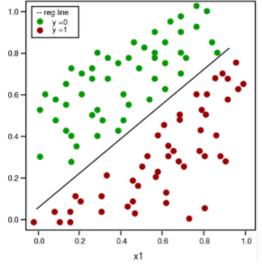
$$n(t) = \frac{1}{1+e^{-t}}$$
 (Sigmoid 함수)

$$\hat{P} = n(W_1X_1 + W_2)$$
 (0~1확률로 반환)

$$\hat{y}_{logistic} = \begin{bmatrix} 1 & (\hat{P} < 0.5) \\ 0 & (\hat{P} \ge 0.5) \end{bmatrix}$$

$$R(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} [Y_i log(\hat{P}_i) + (1 - Y_i) log(1 - \hat{P}_i)]$$





두가지 독립변수를 통해 Y분류 예측

길이	너비	Υ
12.3	100	0(소나무)
15	121	1(소나무아님)



회귀 분석 실습

● Python 실습!

머신러닝 분석 툴 – 사이킷런 다운로드 pip install scikit-learn



보충 자료

- 회귀 분석의 가정
 - 1. 선형성 X, Y가 직선 처럼 보여야 한다.
 - 2. 비상관성 다중공선성을 제거해주어야한다. 적절한 독립변수의 개수를 파악해야한다.
 - 3. 정상성-오차가 정규분포?
 - 4. 등분산성 분산의 정도가 비슷
 - 5. 독립성 자기상관성
- 데이터 전처리시
 - 정규성 검증 해주어야 함, Shapiro test, Kolmogrov-Sminrnov test, Bartlett test 등
 - Log-transform
 - Root
 - 이상치 제거 등 해결해야함.