

MAE 0221 - Probabilidade I - 2022/01

Aline Duarte

Lista 1 - Análise combinatória

Exercício 1. Verifique que

(a) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$;

(b) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

(c) $\binom{n+m}{k} = \binom{n}{0}\binom{m}{k} + \binom{n}{1}\binom{m}{k-1} + \dots + \binom{n}{k}\binom{m}{0}$

Exercício 2. Uma bandeira é formada por quatro listas, que devem ser coloridas usando-se apenas as cores preto, branco e azul, não podendo listras adjacentes ter a mesma cor. Quantas bandeiras diferentes podemos formar?

Exercício 3. Quanto são os gabaritos possíveis de um teste com 10 questões de múltipla escolha com 5 alternativas cada?

Exercício 4. Determine de quantas maneiras 3 meninos e 3 meninas podem sentar-se

- (a) livremente em uma fileira?
- (b) de formas que meninos e meninas sentem juntos?
- (c) de forma que meninos sentem juntos?
- (d) alternando meninos e meninas?

Exercício 5. * Quantos são os números naturais de 4 dígitos que possuem pelo menos dois dígitos iguais?

Exercício 6. De um baralho (52 cartas, 13 valores e 4 naipes) sacam-se 3 cartas. Quantas são as extrações das quais a primeira é de copas, a segunda é um rei e a terceira não é uma dama?

Exercício 7. O código morse usa "palavras" contendo de 1 a 4 "letras", as "letras" sendo ponto e traço. Quantas "palavras" existem no código morse?

Exercício 8. * De quantas maneiras 5 rapazes e 5 moças podem se sentar em 5 bancos de dois lugares cada, de modo que em cada banco fiquem um rapaz e uma moça?

Exercício 9. De quantas maneiras r rapazes e m moças podem se colocar em fila, de modo que as moças fiquem juntas?

Exercício 10. De quantos modos podemos escolher 6 pessoas, incluindo pelo menos duas mulheres, em um grupo de 7 homens e 4 mulheres?

Exercício 11. Um mágico apresenta-se vestindo calça e paletó de cores diferentes. Determine o número mínimo de peças (número de calças mais número de paletós) para que ele possa se apresentar em 24 sessões com conjuntos diferentes.

Exercício 12. De uma urna que contém 90 bolas numeradas de 1 a 90, quatro bolas são retiradas sucessivamente ao acaso. Determine o número de extrações possíveis tal que a terceira bola seja a de número 50.

Exercício 13. Quantos são os anagramas da palavra COPAS que começam por vogal?

Exercício 14. * Quantos são os anagramas da palavra ANAGRAMA?

Exercício 15. Em um grupo de 20 pessoas, se todos se cumprimentarem apertando as mão, quantos apertos de mãos serão dados?

Exercício 16. Quantas são as mão possíveis no poker? (considere Texas poker com 5 cartas)

Exercício 17. * Um prova consta de 10 questões das quais o aluno deve resolver seis. De quantas maneiras ele poderá escolher as seis questões?

Exercício 18. Oito atletas disputam uma corrida. De quantas maneiras poderão ser distribuídas as medalhas de ouro, prata e bronze? Suponha que só nos interessa saber se o atleta sobe ao pódio ou não, não importando a medalha que ele recebe. De quantas maneiras isso pode acontecer?

Exercício 19. Mostre que para qualquer $n > 0$

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} = 0$$