Exercício 1 (1,5 pontos)**.** Um decorador de festas precisa determinar de quantas maneiras um conjunto de 4 cupcakes e 4 brownies podem ser ordenados lado a lado em um suporte de 2 andares com 4 doces por andar de maneira

ordem importa!

0,75 (a) livre, escolhendo os doces ao acaso.

0,75 (b) que cupcakes e brownies fiquem intercalados por andar.

a) 1º andar | 8 | 7 | 6 | 5 |

2º andar | 4 | 3 | 2 | 1 |

total

$8!$

b) 1º andar | 8 | 4 | 3 | 3 |

2º andar | 4 | 2 | 1 | 1 |

total

$4 \times 4!\,4!$ -0,25

$= 4 \times 24 \times 24$

$= 2304$

Exercício 2 (1,5 ponto)**.** Considere uma urna com bolas numeradas de 1 a 20 e um experimento que consiste em retirar ao acaso uma bola dessa urna. Defina os eventos
A: o número da bola retirada é par
B: o número da bola retirada é múltiplo de 4
C: o número da bola retirada é múltiplo de 3
D: o número da bola retirada é maior que 10

Defina em termos do experimento

0,75 (a) $(A \cup B) \cap C^c$

0,75 (b) $(A^c \cap C^c) \cap D$

– A: $\{2, 4, 6\ 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

B: $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

C: $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

D: $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

a) $(A \cup B) \cap C^c$

$= \{2, 4, 6, \ldots, 18, 20\} \cap \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20\}$

$= \{2, 4, 8, 10, 14, 16, 20\}$

b) $(A^c \cap C^c) \cap D = (A \cup C)^c \cap D$

$= \{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \cap D$

$= \{11, 13, 17, 19\}$

Exercício 3 (2 pontos)**.** Uma vinícola vende um kit presente com duas garrafas de vinho, um tinto e um rosé. O setor de marketing acredita que a probabilidade de um consumidor gostar de pelo menos um dos vinhos é de 90% e de gostar do tinto e não gostar do rosé é de 20%. Determine

1,0 (a) a probabilidade do consumidor gostar do vinho rosé;

1,0 (b) a probabilidade do consumidor gostar do vinho tinto, se o gosto pelos vinhos for independente.

A: o consumidor gosta do vinho tinto

B: o " " " " rosé

$P(A \cup B) = 0{,}9 \qquad P(A \cap B^c) = 0{,}2$

a) $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}1$

$P(B^c) = P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c) = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3$

$\therefore P(B) = 0{,}7$

— ou —

$0{,}9 = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

como $P(A) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B)$

$P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B^c) = 0{,}2$

logo

$0{,}9 = P(B) + 0{,}2 \Rightarrow \boxed{P(B) = 0{,}7}$

b) $0{,}2 = P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$

$\therefore P(A) = \dfrac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}3} = 2/3$

— ou —

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$

$\therefore P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B^c) = 0{,}2$

$P(A) - P(A)P(B) = 0{,}2$

$P(A)(1 - P(B)) = 0{,}2$

$P(A) = \dfrac{0{,}2}{0{,}3} = 2/3 = 0{,}6667$

Exercício 4 (2 pontos)**.** Em dias que a temperatura ultrapassa 27°C a probabilidade de uma sorveteria atender pelo menos 50 clientes é de 0,7, caso contrário a probabilidade cai para 0,4. Sabendo que a probabilidade de fazer 27°C ou menos amanhã é 0,8 determine

1,0 (a) a probabilidade da sorveteria atender mais de 50 clientes amanhã;

1,0 (b) a probabilidade de ter feito mais de 27°C em um dia que sorveteria atendeu menos de 50 clientes.

A: a sorveteria atende pelo menos 50 clientes amanhã

B: a temperatura é maior que 27° amanhã

$P(A|B) = 0{,}7$ $\quad P(A|B^c) = 0{,}4$ $\quad P(B^c) = 0{,}8$

$P(B) = 0{,}2$

a) $P(A) = P(B)P(A|B) + P(B^c)P(A|B^c)$

$= 0{,}2 \times 0{,}7 + 0{,}8 \times 0{,}4$

$= 0{,}14 + 0{,}32 = 0{,}46$

b) $P(B/A^c) = \dfrac{P(A^c \cap B)}{P(A^c)} = \dfrac{P(B)P(A^c|B)}{0{,}54} = \dfrac{0{,}2 \times 0{,}3}{0{,}54}$

$= 0{,}1111$

Exercício 5 (2 pontos)**.** Considere o seguinte jogo de azar. Duas moedas são lançadas, se o resultado for duas caras o apostador ganha R$1,0, se for duas coroas o apostador paga R$1,0 e caso contrário nada acontece. Suponha que uma das moedas é honesta e a outra é viciada com probabilidade 0,4 de dar cara. Seja X a variável que descreve o lucro do apostador. Determine

0,5 (a) a função de probabilidade de X;

0,5 (b) a esperança e o desvio padrão de X;

1,0 (c) se o apostador fizer 10 apostas seguidas, qual a probabilidade de que ganhe pelo menos 3 vezes?

$\Omega = \{kk, kc, kc, cc\}$

X: lucro do apostador

a)

$p(1) = P(kk) = 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}2$

$p(-1) = P(cc) = 0{,}5 \times 0{,}6 = 0{,}3$

$p(0) = P(ck, kc) = 0{,}5 \times 0{,}4 + 0{,}5 \times 0{,}6 = 0{,}5$

fção de prob

x	-1	0	1
$p(x)$	$0{,}3$	$0{,}5$	$0{,}2$

b)

$EX = (-1)0{,}3 + 0 \times 0{,}5 + 1 \times 0{,}2 = -0{,}1$

$EX^2 = (-1)^2 0{,}3 + 0^2 \times 0{,}5 + 1^2 \times 0{,}2 = 0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}5$

$\therefore Var(X) = EX^2 - (EX)^2 = 0{,}5 - (0{,}1)^2 = 0{,}49$

$\Rightarrow DP(X) = \sqrt{0{,}49} = 0{,}7$ //

c) Y: nº de vezes que o apostador ganha R$ 1,0

$\therefore Y \sim Bin(10, \quad)$

$P(Y \geq 3) = 1 - (p(0) + p(1) + p(2))$

$= 1 - \binom{10}{0}(0{,}2)^0(0{,}8)^{10} - \underbrace{\binom{10}{1}}(0{,}2)^1(0{,}8)^9 - \underbrace{\binom{10}{2}}_{-0{,}3}(0{,}2)^2(0{,}8)^8$

Exercício 6 (1 ponto)**.** Em um festival de música acredita-se que a probabilidade de um participante precisar de atendimento emergencial por excesso de consumo de álcool é de 0,08%. A administração prevê um público de 10 mil pessoas por dia no festival. Qual a probabilidade de mais de uma pessoa precisar de atendimento emergencial por dia?

$$p = \frac{0{,}08}{100} = 0{,}0008$$

$$n = 10.000$$

$$n \times p = \frac{0{,}0008}{10.000} = 8 < 10$$

logo podemos aproximar pela Poisson!

$$X \sim Pois(8)$$

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$= 1 - e^{-8}\frac{(8)^0}{0!} - e^{-8}\frac{(8)^1}{1!}$$

$$= 1 - e^{-8} - 8e^{-8}$$

$$= 1 - 9e^{-8}$$