

MAE 0221 - Probabilidade I- 2022/01

Aline Duarte

Lista de Exercícios 3 - Variáveis Aleatórias

Exercício 1. Uma v.a. X tem distribuição triangular no intervalo $[0, 1]$ se sua f.d.p. for dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ cx, & 0 \leq x \leq 1/2 \\ c(1-x), & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

- (a) Qual valor deve ter a constante c para que f seja f.d.p?
- (b) Faça o gráfico de $f(x)$.
- (c) Determine $P(X \leq 1/2)$, $P(X > 1/2)$ e $P(1/4 \leq X \leq 3/4)$.

Exercício 2. Determine a esperança e a variância da v.a. cuja f.d.p. é

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x), & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Exercício 3. Suponha que a função distribuição acumulada de X seja dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x/4 & 0 \leq x < 1 \\ 1/2 + \frac{x-1}{4} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{11}{12} & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

Determine

- (a) $P(X = i), i = 1, 2, 3;$
- (b) $P(1/2 < X < 3/2)$.

Exercício 4. Se $X \sim N(10, 4)$, calcular usando a tabela da Normal Padrão:

- (a) $P(8 < X < 10)$
- (b) $P(9 \leq X \leq 12)$
- (c) $P(X > 10)$
- (d) $P(X < 8 \text{ ou } X > 11)$

Exercício 5. Seja X uma variável aleatória normal com média 12 e variância 4. Determine o valor de c tal que $P(X > c) = 0,10$.

Exercício 6. Suponha $X \sim Unif(-1, 1)$. Calcule a densidade de $Y = X^2$ e de $W = |X|$.

Exercício 7. A função densidade de X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Se $EX = 3/5$, determine a e b .

Exercício 8. * Se X é uma variável aleatória exponencial com parâmetro λ , e $c > 0$, mostre que cX é exponencial com parâmetro λ/c .

Exercício 9. Suponha que em um supermercado o tempo T , em minutos, necessário para que um cliente seja atendido pelo caixa, se comporta como uma variável aleatória cuja função de densidade é dada pela expressão

$$f(x) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{4}e^{-t/2} & t \geq 0 \end{cases}$$

- (a) Mostre que f é uma função densidade
- (b) Determine a distribuição acumulada correspondente.
- (c) Calcule a média e o desvio padrão do tempo de atendimento no caixa desse supermercado.

Exercício 10. * Considere uma v.a. $X \sim Unif(0, 5)$ e defina

$$Y = \begin{cases} 3, & \text{se } X \leq 1, \\ 8, & \text{se } 1 < X \leq 4, \\ 10, & \text{se } X > 4. \end{cases}$$

Determine

- (a) a função de probabilidade de Y ,
- (b) o valor esperado e o desvio padrão de Y ,
- (c) a $P(Y = 8 \mid X > 5/2)$

Exercício 11. * Seja X uma v.a. com f.d.p dada por

$$f(x) = \begin{cases} c, & \text{se } 0 < x \leq \frac{\ln(7)}{3}, \\ 3e^{-3x} & \text{se } x > \frac{\ln(7)}{3}. \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de c de maneira que a f.d.p esteja bem definida.
- (b) Determine a função de distribuição acumulada de X .

Exercício 12. * Em um estudo sobre células cancerígenas observou-se que, sob determinadas condições, a proporção de células cancerígenas é de 1 a cada 3000 células. Em uma lâmina com 18000 células, determine

- (a) a probabilidade aproximada de pelo menos 2 células sejam cancerígenas.
- (b) Que hipótese você está assumindo?