

**MAT139 – Álgebra Linear para Computação**  
**Lista de Exercícios 3 – 22/08/2011**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Decida se os seguintes conjuntos são LI ou LD:
  - a.  $\{(1, 1, 2), (1, 2, 1), (3, 1, 1)\}$ .
  - b.  $\{v_1 - v_2, v_2 - v_3, v_3 - v_4, v_4 - v_1\}$ .
  - c.  $\{(1, 1, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 1), (x, y, z)\}$ .
2. Mostre que se  $\{v_1, v_2, v_3\}$  é LI, então o mesmo pode se dizer de  $\{w_1, w_2, w_3\}$ , onde  $w_1 = v_2 + v_3$ ,  $w_2 = v_3 + v_1$ ,  $w_3 = v_1 + v_2$ .
3. Determinar os vetores  $b \in \mathbf{R}^3$  que pertencem ao subespaço gerado pelos vetores dados em cada caso:
  - a.  $\{(1, 1, 0), (2, 2, 1), (0, 0, 2)\}$ .
  - b.  $\{(1, 2, 0), (2, 5, 0), (0, 0, 2), (0, 0, 0)\}$ .
4. Calcular bases para os seguintes subespaços de  $\mathbf{R}^4$ :
  - a. o subespaço definido por  $x_1 = 2x_4$ .
  - b. o subespaço definido por  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$  e  $x_3 + x_4 = 0$ .
  - c. o subespaço gerado por  $(1, 1, 1, 1)$ ,  $(1, 2, 3, 4)$  e  $(2, 3, 4, 5)$ .
  - d. os vetores cujas coordenadas são todas iguais.
  - e. os vetores cuja soma das coordenadas é zero.
5. Escrever uma base para o espaço vetorial de matrizes reais 2 por 2.
6. Calcular bases de  $\text{im } A$  e  $\text{im } A^2$  onde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ .
7. Calcular a dimensão dos seguintes espaços:
  - a. O subespaço de  $\mathbf{R}^4$  definido por  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ .
  - b. O espaço de todas as matrizes 3 por 3.
  - c. O espaço dos polinômios reais de grau menor ou igual a 2.
8. Suponha que  $\dim V = n$ .
  - a. Mostre que todo conjunto LI com  $n$  vetores é automaticamente uma base.
  - b. Mostre que todo conjunto gerador de  $V$  com  $n$  vetores é automaticamente uma base.
9. Decida sobre a veracidade da afirmação dada:

- a.* Se as colunas de uma matriz  $A$  são LI, então  $Ax = b$  tem no máximo uma solução em  $x$  para  $b$  dado.
- b.* Se as colunas de uma matriz  $A$  são LI, então  $Ax = b$  tem exatamente uma solução em  $x$  para  $b$  dado.
- c.* Uma matriz 5 por 7 nunca tem colunas LI.

10. Determine o espaço-coluna  $\text{im}A$  da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

11. Calcular o posto e o espaço-nulo das matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

12. Sejam

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcular as dimensões de: (a) espaço-coluna de  $A$ , (b) espaço-coluna de  $U$ , (c) espaço-linha de  $A$ , (d) espaço-linha de  $U$ . Quais dentre esses espaços são iguais?