TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TLAXIACO

INDUCCION ACDEMICA

PRESENTA:

JANELY ARLETH MORALES PACHECO
ARTURO BETSABE CRUZ CRUZ
IRIS MAYRA SANTIAGO FERIA

ASESAR: ROMAN CRUZ JOSE ALFREDO

MATEMATICAS DISCRETAS

TERCERA UNIDAD

1ER SEMESTRE

GRUPO:1AS

CARRERA: INGENIERIA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

Tlaxiaco, Oax., septiembre de 2025.
(24/09/2025)

"Educación, ciencia y tecnología, progreso día con día"®

INDICE

Contenido

INTRODUCCION

La inducción matemática es un método de demostración utilizado para probar que una proposición o propiedad es verdadera para todos los números naturales (o para todos los números a partir de cierto valor). Es especialmente útil para demostrar fórmulas, identidades y propiedades relacionadas con sucesiones y series.
Las inducciones matemáticas son una poderosa herramienta en el arsenal de cualquier matemático o estudiante de matemáticas. Esta técnica permite probar afirmaciones que son ciertas para todos los números naturales. La idea fundamental detrás de la inducción matemática es simple: si podemos demostrar que una afirmación es cierta para el primer número natural y que también es cierta para un número arbitrario, podemos concluir que es cierta para todos los números naturales. A través de esta metodología, se abren múltiples caminos para explorar y resolver problemas matemáticos que pueden parecer complicados a simple vista. La inducción matemática es un principio de demostración que se utiliza para validar la veracidad de muchas proposiciones en el ámbito de los números naturales. Se basa en un argumento deductivo que requiere dos pasos básicos: la base y el paso inductivo. En términos sencillos, consiste en demostrar que una afirmación es verdadera para un número inicial (generalmente 1) y que si es cierta para un número arbitrario n, también lo es para n + 1. Este método se utiliza ampliamente no solo en matemáticas puras, sino también en áreas aplicadas como informática, física y economía.

Definamos formalmente el proceso de inducción matemática. Sea P(n) una proposición que depende de un número natural n. La inducción se realiza a través de dos pasos: primero, verificamos que P(1) es verdadera (este es el caso base). Luego, asumimos que P(k) es verdadera para un número natural arbitrario k, y demostramos que esto implica que P(k + 1) también es verdadera. Si logramos establecer ambos casos, podemos concluir que P(n) es verdadera para todos los números naturales n a partir de 1.

OBJETIVOS

Uno de sus objetivos es la verificación de la corrección de fórmulas generales derivadas de observaciones particulares, validar patrones matemáticos detectados experimentalmente y probar propiedades de progresiones aritméticas y geométricas Verificando sus comportamientos asintóticos demostrando monotonía (crecimiento o decrecimiento). Muestra las desigualdades que involucran números naturales estableciendo cotas superiores e inferiores. Establecer criterios de divisibilidad Demostrar propiedades de números primos y compuestos

Verificar teoremas de teoría de números. Validando propiedades de funciones definidas recursivamente y establece la corrección de estructuras definidas inductivamente. Uno de los objetivos pedagógicos es el enseñar a estructurar demostraciones rigurosas. fomentando el razonamiento deductivo a partir de casos particulares y desarrolla la capacidad de generalización.

La inducción matemática es, por tanto, no solo una técnica de demostración, sino una herramienta fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático riguroso.

MATERIALES

- Computadora
- Lapicero
- Cuaderno
- Calculadora

LISTA DE ILUSTRACIONES

EJERCICIO 1: SUMA DE NUMEROS NATURALES

Queremos demostrar que:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ilustración 1 Ejercicio 1

Para todo $n \geq 1$

PASO 1: Caso base

$$(n=1): 1 = \frac{1(1+1)}{2} = \frac{1\cdot 2}{2} = 1$$

Ilustración 2

PASO 2: Hipótesis inductiva

Suponemos que la fórmula es cierta para algún $n = k$

$$1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$$

Ilustración 3

PASO 3: paso inductivo

$(n = k + 1)$ queremos probar que también es cierta

$$1+2+\dots+k+(k+1) =$$

Ilustración 4

PASO 4: suma

comenzamos sumando $k + 1$ a ambos lados

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

Ilustración 5

PASO 5: factorizamos

$k + 1$

$$\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}$$

Ilustración 6

Lo que muestra que la fórmula es cierta para $n = k + 1$

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

Ilustración 7

EJERCICIO 2: SUMA DE CUADRADOS

Queremos demostrar que

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ilustración 8 ejercicio 2

PASO 1: Caso base

$$(n=2): 1^2=1=\frac{1(2)(3)}{6}=\frac{1(6)}{6}=1$$

Ilustración 9

PASO 2: Hipótesis inductiva

para $n = k$

$$1^2+2^2+\dots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

Ilustración 10

PASO 3: Paso inductivo

queremos demostrar que

$$1^2+2^2+\dots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

Ilustración 11

PASO 4: volvemos a aplicar la hipótesis inductiva

para $n = k + 1$

$$1^2+\dots+k^2+(k+1)^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2$$

Ilustración 12

PASO 5: suma

para sumar las fracciones usamos denominador común 6:

$$=\frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6}$$

Ilustración 13

PASO 6: factorizamos (k+1):

realizamos la operación que se encuentra dentro del corchete

$$=\frac{(k+1)[k(2k+1)+6(k+1)]}{6}$$

Ilustración 14

PASO 7: factorizamos

$2k^2 + 7k + 6$

$$= \frac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6}$$

Ilustración 15

PASO 8: reorganizar

lo reorganizamos para que quede mas claro el resultado del proceso del ejercicio 2

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

Ilustración 16

LISTA DE ERESULTADOS

EJERCICIO 1:

$$1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

SOLUCION:

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

EJERCICIO 2:

$1^2 \ + 2^2 + 3^2 \ldots. + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

SOLUCIÓN:

$$\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

CONCLUSION

Con esto nosotros comprendimos que es necesario este tipo de actividades para nosotros debido a que la inducción matemática es una herramienta fundamental en la demostración de proposiciones que involucran los números naturales. Su potencia radica en la capacidad de extender una verdad particular a una verdad general mediante un proceso lógico el método se sostiene sobre el principio del buen orden de los números naturales, que garantiza la validez del razonamiento. Al verificar el caso base, se establece un punto de partida sólido para la demostración, la hipótesis inductiva representa el puente conceptual entre un caso arbitrario y su sucesor el paso inductivo es donde se materializa la esencia del método, este proceso refleja cómo las verdades matemáticas se construyen de manera acumulativa y sistemática la inducción reside en su simplicidad conceptual y su poder aplicativo. Permite demostrar propiedades de sucesiones, desigualdades e identidades algebraicas con rigor es especialmente útil en teoría de números, combinatoria y análisis de algoritmos el método trasciende lo puramente matemático, enseñando un paradigma de pensamiento estructurado. Muestra cómo podemos alcanzar conclusiones infinitas a partir de pasos finitos. La inducción matemática sigue siendo piedra angular en la formación del pensamiento lógico.
Su dominio es esencial para cualquier matemático o científico de la computación.
En esencia, representa uno de los métodos más elegantes y poderosos del razonamiento deductivo.