

Bài tập về Đồ thị

Bài 0: Biểu diễn đồ thị

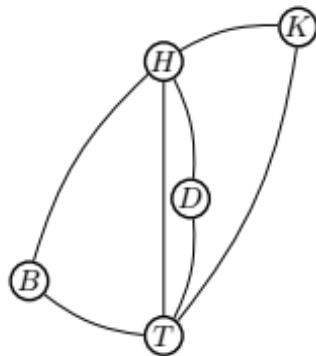
Đồ thị G là bộ 2 gồm Tập các đỉnh V và tập các cạnh E .

Có 2 cách cơ bản để biểu diễn đồ thị là Ma trận kề và Danh sách kề.

a) Biểu diễn đồ thị bằng ma trận kề

Thông tin đồ thị sẽ được mô tả bởi ma trận $A(n \times n)$ trong đó n là số đỉnh của đồ thị. Phần tử a_{ij} của ma trận mô tả thông tin cạnh nối giữ đỉnh thứ i và đỉnh thứ j của đồ thị

Ví dụ:



	K	H	B	D	T
K	0	1	0	0	1
H	1	0	1	1	1
B	0	1	0	0	1
D	0	1	0	0	1
T	1	1	1	1	0

Bài tập: Viết chương trình theo mô tả sau

- Đầu vào của 1 đồ thị là tập các đỉnh được biểu diễn bằng 1 mảng các chuỗi (String[]) và ma trận kề a là mảng 2 chiều các số nguyên.

```
String[] v = {"H", "K", "B", "D", "T"};
```

```
int[][]
```

```
a
```

```
=
```

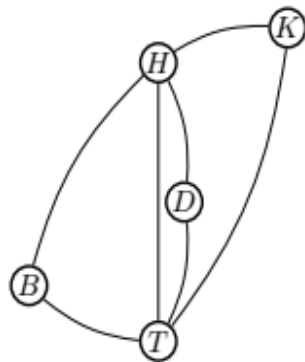
```
{{0,1,0,0,1},{1,0,1,1,1},{0,1,0,0,1},{0,1,0,0,1},{1,1,1,1,0}};
```

- In ra các cạnh của đồ thị

b) Biểu diễn đồ thị bằng danh sách kề

Thông tin đồ thị sẽ được mô tả bởi danh sách các đỉnh của đồ thị, với mỗi đỉnh sẽ là danh sách các đỉnh kề với nó.

Ví dụ:



K: H -> T -> NULL
 H: K -> B -> D -> T -> NULL
 B: H -> T -> NULL
 D: H -> T -> NULL
 T: K -> H -> B -> D -> NULL

Để cho đơn giản, với đồ thị trên danh sách kề có thể biểu diễn thành từng dòng như sau

- K H T
- H K B D T
- B H T
- D H T
- T K H B D

Mỗi dòng là 1 String, như vậy danh sách kề là 1 List các String.

Bài tập: Viết chương trình theo mô tả sau

- Đầu vào của 1 đồ thị là danh sách kề được biểu diễn bằng 1 List các String như mô tả ở trên.
- In ra các đỉnh và ma trận kề của đồ thị

Bài 1: Bậc của đồ thị.

- Bậc của đồ thị được tính bằng tổng bậc của các đỉnh trong đồ thị.
- Bậc của mỗi đỉnh trong đồ thị bằng tổng số cung đi vào và số cung đi ra tại đỉnh đó hoặc bằng số cạnh nối với đỉnh đó
- Viết chương trình tính bậc của các đỉnh trong đồ thị, và bậc của cả đồ thị
 - Đồ thị biểu diễn bằng danh sách kề
 - Đồ thị biểu diễn bằng ma trận kề

Bài 2: Tìm đường đi trên đồ thị

- c) Cho 2 đỉnh x, y thuộc đồ thị G , xác định xem có đường đi từ x đến y hay không?
- d) Sử dụng giải thuật Tìm kiếm theo chiều sâu và Tìm kiếm theo chiều rộng.
- e) Sử dụng stack, queue

Bài 3: Tìm đường đi ngắn nhất trên đồ thị không có trọng số

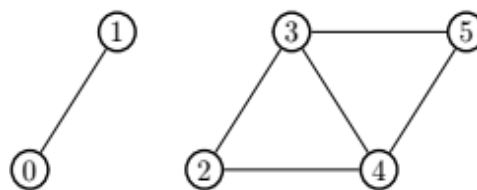
- Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh x đến đỉnh y trên đồ thị không có trọng số, sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng.
- In ra đường đi ngắn nhất từ x đến y

Bài 4: Đồ thị liên thông

- Đồ thị G là liên thông nếu mọi cặp đỉnh (x, y) đều có đường đi từ x đến y .
- Viết chương trình kiểm tra đồ thị có liên thông hay không?

Bài 5: Thành phần liên thông của đồ thị

- Nếu đồ thị G liên thông, G có 1 thành phần liên thông là chính nó
- Nếu G không liên thông, nó sẽ có nhiều hơn 1 thành phần liên thông (mỗi thành phần liên thông C chứa các đỉnh sao cho mọi cặp đỉnh x, y trong C đều có đường đi đến nhau).
- Tìm các thành phần liên thông của đồ thị
- Ví dụ đồ thị sau có 2 thành phần liên thông là $C_1 = \{0, 1\}$; $C_2 = \{2, 3, 4, 5\}$



Bài 6: Tô màu đồ thị

- Viết chương trình tô màu đồ thị theo giải thuật sau:
 - o Sắp xếp các đỉnh theo bậc giảm dần
 - o Lấy ra đỉnh u có bậc cao nhất và tô màu i cho đỉnh đó, tô màu i cho tất cả đỉnh không kề với đỉnh đã được tô màu i
 - o Lặp lại quá trình trên với chỉ số màu tăng dần

Bài 7: Nhân đồ thị

- Đơn đồ thị vô hướng G , Tập B là tập ổn định trong nếu với mọi cặp đỉnh x, y trong B đều không có cung nối trực tiếp (x, y) . Tập B là tập ổn định trong cực đại nếu thêm bất kỳ đỉnh u nào không thuộc B vào B thì B không còn là tập ổn định trong nữa.
- Tập A là tập ổn định ngoài nếu với mọi đỉnh y không thuộc A đều tồn tại đỉnh x thuộc A sao cho có cung nối từ y đến x .
- Tập C là nhân đồ thị nếu nó vừa là tập ổn định trong vừa là tập ổn định ngoài.
- Trong đơn đồ thị vô hướng, tập ổn định trong cực đại cũng là nhân (Định lý)
- Viết chương trình tìm nhân của đồ thị dựa vào Định lý trên
 - o Gợi ý tìm tập ổn định trong cực đại: Ban đầu tập B là rỗng, lần lượt thêm các đỉnh u vào B , nếu việc thêm đỉnh u vào B không làm mất tính ổn định trong của B thì đỉnh u sẽ được để lại trong B , ngược lại sẽ loại u ra khỏi B . Làm hết quá trình này với các đỉnh sẽ thu được tập ổn định trong cực đại

Bài 8: Đơn đồ thị đầy đủ

- Đồ thị G là đầy đủ nếu với mọi cặp đỉnh x, y đều có cung nối trực tiếp từ x đến y .
- Viết chương trình kiểm tra một đồ thị G có phải là đồ thị đầy đủ hay không?

Bài 9: Đường đi ngắn nhất trên đồ thị có trọng số

- Tìm đường đi ngắn nhất giữa 2 đỉnh trên đồ thị có trọng số bằng giải thuật Dijkstra.
- Thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh x đến đỉnh y như sau:
 - o Ma trận kề biểu diễn đồ thị là ma trận A
 - o Dùng mảng $L[]$ để đánh nhãn chi phí cho các đỉnh, ban đầu tất cả các đỉnh được gán nhãn chi phí $= \infty$, trừ đỉnh xuất phát x được gán nhãn $= 0$ ($L[x] = 0$)
 - o Thuật toán thực hiện việc gán lại nhãn chi phí $L[]$ cho các đỉnh cho đến khi không còn đỉnh nào có thể thay đổi nhãn nữa
 - Đỉnh u có nhãn là $L[u]$, nếu tồn tại 1 đỉnh v sao cho có cung nối từ v đến u (cung (v, u)) và

$L[u] > L[v] + A[v][u]$ thì thực hiện gán lại nhãn
cho đỉnh u là $L[u] = L[v] + A[v][u]$

