

NEW

Semester - II

MATHEMATICS -II

UNIT

2

Integral Calculus (समाकलन गणित)

Q.8:- यदि $f'(x) = 4x^3 - \frac{3}{x^4}$ तथा $f(2) = 0$ तो $f(x)$ का मान ज्ञात करो।

If $f(2) = 0$ then find the value of $f(x)$.

(H.W.) ✓

$$f'(x) = 4x^3 - \frac{3}{x^4}$$

Integration on both side

$$\int f'(x) dx = \int \left(4x^3 - \frac{3}{x^4}\right) dx$$

$$f(x) = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^{-3}}{-3} + C$$

$$f(x) = x^4 + \frac{1}{x^3} + C \quad \text{--- } ①$$

$x = 2$ पर

$$f(2) = (2)^4 + \frac{1}{(2)^3} + C$$

$$0 = 16 + \frac{1}{8} + C$$

$$0 = \frac{128+1}{8} + C$$

$$C = -\frac{129}{8} \quad \text{Put in Eq } ①$$

$$f(x) = x^4 + \frac{1}{x^3} - \frac{129}{8} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

प्रतिस्थापन द्वारा समाकलन (Integration by Substitution)

प्रतिस्थापन (Substitution) \rightarrow किसी एक चर (variable) 'x' के स्थान पर कोई दूसरा चर (variable) 't' रखने को प्रतिस्थापन कहते हैं। Hints \rightarrow (t मानकर समाकलन करेंगे)

- Note :-
- पदि कोई function करणी (\int) में होती इस function की t पा t^2 मानकर Integration करते हैं।
 - पदि कोई function $(ax \pm b)$ के रूप में होती $(ax \pm b)$ की t मानकर Integration करते हैं पा फिर Direct Formula use करके x के गुणांक (coefficient) से भाग कर देते हैं।

★ (iii) जिस function का Differential (अवकलन) दिया होता है, उसे इ मानकर Integral करते हैं।

Type-I → प्रार्द्ध function $(ax \pm b)$ के रूप में ही

Rule:- $\rightarrow (ax \pm b)$ की इ मानकर integral करेंगे पर किर
 \rightarrow Direct formula use करके x के गुणांक से भाग करके।

Q:- ① $\int (8x+5)^5 \cdot dx$ की हल करें।

$$\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

Method-I (Direct) $= \frac{(8x+5)^{5+1}}{(5+1) \times 8} + C$

$$= \frac{(8x+5)^6}{48} + C \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

$$\int (8x+5)^5 \cdot dx$$

Method (Substitution) \rightarrow (t मानकर)

माना $(8x+5) = t$

x के सापेक्ष अवकलन (d. w. r. to x)

$$8x+0 = \frac{dt}{dx}$$

$$8 \cdot dx = dt$$

$$dx = \frac{dt}{8}$$

अतः $\int t^5 \cdot \frac{dt}{8} = \frac{1}{8} \int t^5 \cdot dt = \frac{1}{8} \left[\frac{t^6}{6} \right] + C = \frac{t^6}{48} + C = \frac{(8x+5)^6}{48} + C$ Ans

$$\text{Q. } \int \frac{1}{(7x-3)} dx \quad \because \int \frac{1}{x} dx = \log_e x$$

Direct →

$$\frac{\log_e(7x-3)}{7} + C \quad \underline{\text{Ans}}$$

Substitution
(प्रतिस्थापन) → माना $(7x-3) = t$

x के सापेक्ष अवकलन

$$7x - 0 = \frac{dt}{dx}$$

$$7 \cdot dx = dt$$

$$dx = \frac{dt}{7}$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{1}{t} \cdot \frac{dt}{7} \\ &= \frac{1}{7} \int \frac{1}{t} \cdot dt \\ &= \frac{1}{7} \log_e t + C \\ &= \frac{1}{7} \log_e (7x-3) + C \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

H.W.

Q. ① $\int a^{(3x+3)} dx$

② $\int \frac{2}{1 + \cos 2x} \cdot dx$

③ $\int \sin(x^2+3) \cdot x \cdot dx$

④ $\int \tan(3x+1) dx$

⑤ $\int e^{(5x-6)} \cdot dx$