

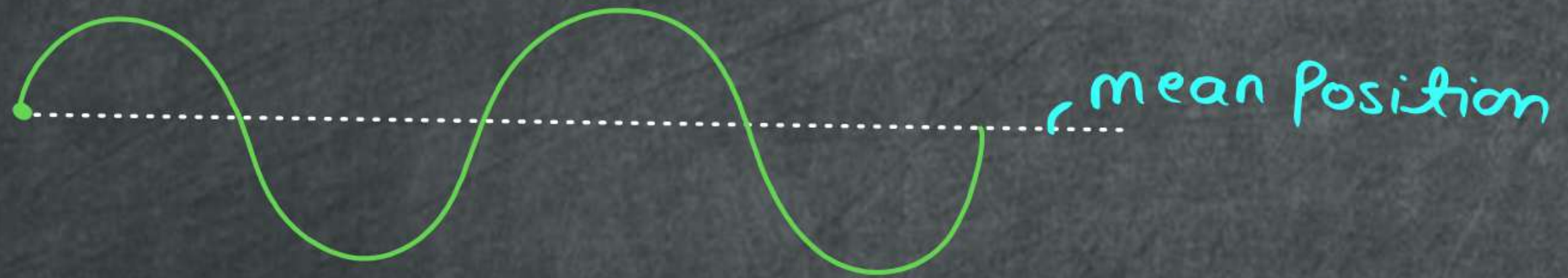
आवर्त गति (Periodic Motion)

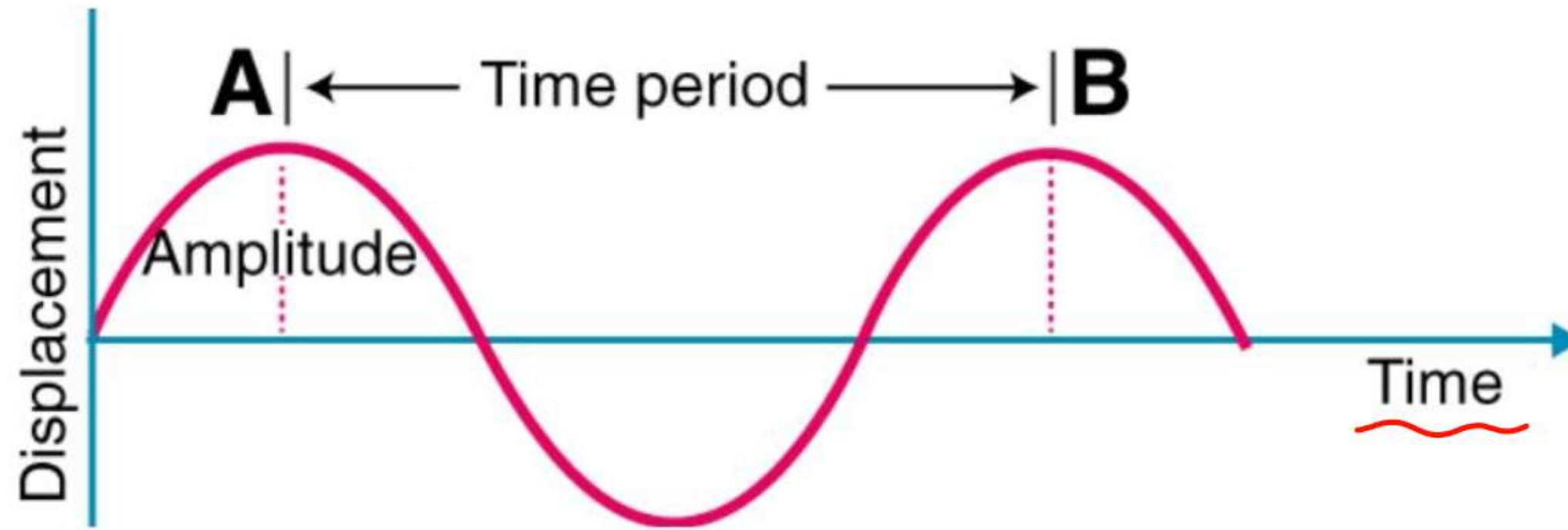
- जब कोई पिण्ड एक निश्चित पथ पर अपनी गति को, एक निश्चित समयान्तराल के बाद, बार-बार दोहराता (repeat) है, तो इस गति को आवर्त गति कहते हैं
- Any motion of a system that is continuously and identically repeated is known as periodic motion.

Example-सूर्य की परिक्रमा करते हुए पृथ्वी की गति, सरल लोलक की गति, स्प्रिंग पर लटके पिण्ड को नीचे खींचकर छोड़ने पर ऊर्ध्व गति, घड़ी की सुइयों की गति etc.

Example – Motion of the earth revolving around the sun, motion of a simple pendulum, upward motion of a body hanging on a spring when it is pulled down and released, motion of the hands of a clock, etc.

Periodic motion (आवर्ती गति) \rightarrow





Simple Harmonic motion (सरल आवर्त गति)

↳ Periodic motion (आवर्त गति)

↳ चरण का मान \propto विस्थापन

सरल आवर्त गति (Simple Harmonic Motion)

- माना एक कण एक वृत्त की परिधि पर घूम रहा है, जिसकी त्रिज्या r है और जिसका कोणीय वेग ω रेडियन/सेकंड है
- Consider a particle moving along the circumference of a circle, of radius r with a uniform angular velocity of ω radians/sec*
- मान लें कि P , X से t सेकंड के बाद किसी क्षण पर कण की स्थिति है। इसलिए, कण द्वारा घुमाया गया कोण, $\theta = \omega t$
- Let P be the position of the particle at some instant after t sec from X .
Therefore, angle turned by the particle,*

$(r=a)$
 Pythagoras theorem
 $(OA)^2 + (AP)^2 = (OP)^2$
 $(OA)^2 = a^2 - y^2$

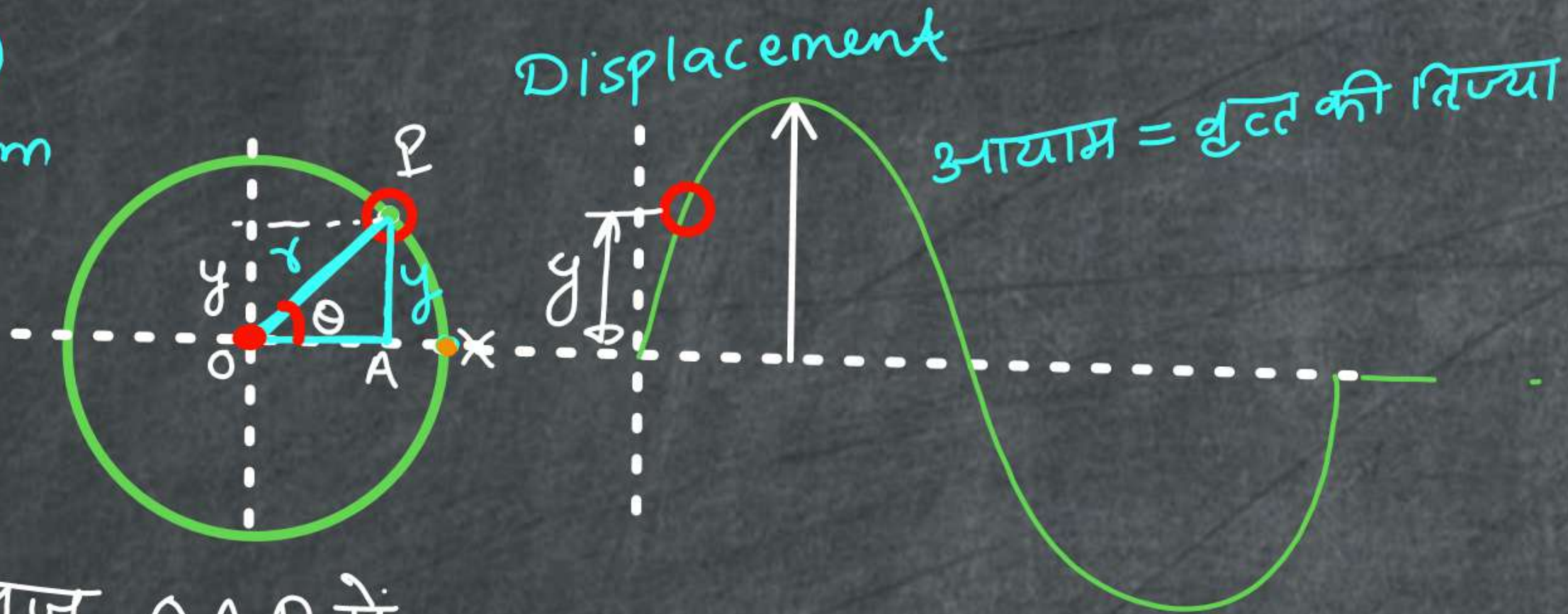
$OA = \sqrt{a^2 - y^2} \checkmark$

समकोण त्रिभुज OAP में

$\sin \theta = \frac{AP}{OP} \Rightarrow AP = OP \sin \theta$

Displacement eqn $y = r \sin \omega t$

$\cos \theta = \frac{OA}{OP} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{a}$



$\left\{ \begin{array}{l} \omega, t \\ \omega = \frac{\theta}{t} \\ \theta = \omega t \end{array} \right\}$

वेग तथा त्वरण ज्ञात करने की विधि

(method to determine velocity and acceleration)

विस्थापन $y = \underline{a \sin \omega t}$ — (1)

विस्थापन (Displacement) को t के साथ अवकलन करने पर

$$\text{Velocity (वेग)} = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} (a \sin \omega t)$$

$$V = \frac{dy}{dt} = a \cos \omega t \times \omega$$

$$\boxed{V = a \omega \cos \omega t}$$

$$v = a\omega \cos\theta$$

$$v = \cancel{a}\omega \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{\cancel{a}}$$

$$v = \omega \sqrt{a^2 - y^2}$$

$$\left\{ \cos\theta = \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{a} \right.$$

वेग $v = a\omega \cos\omega t$

t के सापेक्ष अवकलन करने पर (Differentiate with respect to t)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\underline{a}\omega \cos\omega t)$$

$$\alpha = \frac{dv}{dt} = \underline{a}\omega(-\sin\omega t) \times \underline{\omega}$$

$$\alpha = -\omega^2 (\underbrace{a \sin \omega t}_y)$$

$\alpha = -\omega^2 y$

 { $y = a \sin \omega t$ }

$\omega = \text{Angular velocity (कोणीय वेग)} = \text{Constant}$

$\alpha \propto -y$

(Acceleration) \propto विस्थापन (displacement)

Definition of SHM

- सरल आवर्त गति में कण किसी निश्चित बिंदु के इधर-उधर (*to and fro*) सरल रेखा में इस प्रकार दोलन गति करता है कि कण के त्वरण की दिशा, सदैव सरल रेखा के उस निश्चित बिंदु की ओर दिष्ट होती है, तथा त्वरण का परिमाण उस निश्चित बिन्दु से कण के विस्थापन के समानुपाती होता है।
- इस निश्चित बिंदु को दोलन केन्द्र (*centre of oscillation*) कहते हैं।
- In simple harmonic motion, the particle oscillates around a fixed point (to and fro) in a straight line in such a way that the direction of acceleration of the particle is always directed towards that fixed point of the straight line. And the magnitude of acceleration is proportional to the displacement of the particle from that fixed point.
- This fixed point is called center of oscillation.

$$y = a \sin \omega t$$

$$v = a \omega \cos \theta$$

$$\cos \theta = 1$$
$$\theta = 0^\circ$$

वेग (velocity) का अधिकतम मान = $v_{\max} = a \omega$

$$a = -\omega^2 a \sin \theta \rightarrow \sin \theta = 1$$

$$\theta = 90^\circ$$

maximum acceleration

$$a_{\max} = a \omega^2$$

आवर्त काल का व्यापक सूत्र (General Formula for Time Period)

- सरल आवर्त गति (S.H.M.) करते हुए किसी कण का कोणीय वेग यदि नियत रहे तो कण का त्वरण, कण के विस्थापन के समानुपाती होता है। अतः जब कण का कोणीय वेग स्थिर हो, तो
- If the angular velocity of a particle performing simple harmonic motion (S.H.M.) remains constant, then the acceleration of the particle is proportional to the displacement of the particle. Hence, when the angular velocity of the particle is constant, then

$$\alpha \propto y$$

$$\alpha = -\omega^2 y$$

(-ve sign छोड़ने पर)

$$\alpha = \omega^2 y$$

$$\omega^2 = \frac{\alpha}{y}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{y}}$$

Time period (आवर्तकाल) $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\alpha}{y}}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{y}{\alpha}}$$

आवर्तकाल (Time period) $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{विस्थापन (Displacement) } y}{\text{त्वरण (Acceleration) } \alpha}}$