

**NEW**

**Semester - II**

**MATHEMATICS –II**



**UNIT**

**2**

**Integral Calculus (समाकलन गणित)**



### TOPICS

- ✓ 1. समाकलन की परिभाषा (Definition of Integration)
- ✓ 2. समाकलन के प्रकार (Types of Integration)
- ✓ 3. समाकलन से संबंधित सूत्र ( Formula related to Integration)
- ✓ 4. प्रतिस्थापन द्वारा समाकलन (Integration by Substitution)
- ⑤ 5. खण्डशः समाकलन (Integration by Parts)
- 6. आंशिक भिन्नों द्वारा समाकलन (Integration by partial fractions)
- 7. गामा फलन द्वारा समाकलन (Integration Using Gama Function)
- 8. समाकलन के अनुप्रयोग (Applications of Integration)



## खण्डशः समाकलन (Integration by Parts)

- ✓ इसके अन्तर्गत दो फलनों के गुणनफल का समाकलन किया जाता है।  
Under this, the integration of the product of two functions is done.
- ✓ यदि दो फलन  $u$  तथा  $v$  हो, तब,  
If  $u$  and  $v$  are two functions, then,

$$\int u \cdot v \, dx = u \cdot \int v \, dx - \int \left[ \frac{du}{dx} \cdot \int v \, dx \right] dx$$

या

$$\int I \cdot II \, dx = I \cdot \int II \, dx - \int \left[ \frac{dI}{dx} \cdot \int II \, dx \right] dx$$

**ILATE** शब्द के आधार पर प्रथम तथा द्वितीय फलनों का चयन  
(Selecting first and second functions on the basis of "ILATE")

- I** = Inverse Trigonometric function (प्रतिलोम त्रिकोण अनुपात)  $\rightarrow \sin^{-1}x, \cos^{-1}x, \tan^{-1}x$  etc.
- L** = Logarithmic function (लघुगणकीय फलन)  $\rightarrow \log_e x$
- A** = Algebraic function (बीजगणितीय फलन)  $\rightarrow x^n, x, x^2, x^3, x^4, \dots$  etc.
- T** = Trigonometric function (त्रिकोणमितीय फलन)  $\rightarrow \sin x, \cos x, \tan x, \cot x$ , etc.
- E** = Exponential function (चरघातांकीय फलन)  $\rightarrow e^x$



Q.26:-  $\int x \sin x \, dx$  का समाकलन ज्ञात करो।  
Find the integral.

$$\int I \cdot II \, dx = I \cdot \int II \, dx - \int \left[ \frac{dI}{dx} \cdot \int II \, dx \right] dx$$

$$\int \underset{(I)}{x} \cdot \underset{(II)}{\sin x} \cdot dx = x \cdot \int \sin x \, dx - \int \left[ \frac{dx}{dx} \cdot \int \sin x \, dx \right] dx$$

$$= x \cdot (-\cos x) - \int 1 \cdot (-\cos x) \, dx$$

$$= -x \cdot \cos x + \int \cos x \cdot dx$$

$$= -x \cdot \cos x + \sin x + C \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

**Q.27:-**  $\int x \cos x \, dx$  का समाकलन ज्ञात करो। (H.W.)  
**Find the integral.**

ILATE

Q.28:-  $\int x e^{ax} dx$  का समाकलन ज्ञात करो।

Find the integral.

$$\int I \cdot II dx = I \cdot \int II dx - \int \left[ \frac{dI}{dx} \cdot \int II dx \right] dx$$

$$\int x \cdot e^{ax} \cdot dx = x \cdot \int e^{ax} \cdot dx - \int \left[ \frac{dx}{dx} \cdot \int e^{ax} \cdot dx \right] dx$$

$$= x \cdot \frac{e^{ax}}{a} - \int 1 \cdot \frac{e^{ax}}{a} \cdot dx$$

$$= \frac{x \cdot e^{ax}}{a} - \frac{1}{a} \int e^{ax} \cdot dx$$

$$= \frac{x \cdot e^{ax}}{a} - \frac{1}{a} \cdot \frac{e^{ax}}{a} + C = \frac{e^{ax}}{a} \left( x - \frac{1}{a} \right) + C \underline{\underline{\text{Ans}}}$$



IL(A)TE

Q.29:-  $\int x^2 e^x dx$  का समाकलन ज्ञात करो।  
Find the integral.

$$\int \underbrace{x^2}_I \underbrace{e^x}_II dx = x^2 \int e^x dx - \int \left[ \frac{dx^2}{dx} \cdot \int e^x dx \right] dx$$

$$= x^2 e^x - \int 2x \cdot e^x dx$$

$$= x^2 e^x - 2 \int \underbrace{x}_I \cdot \underbrace{e^x}_II dx$$

$$= x^2 e^x - 2 \left[ x \cdot \int e^x dx - \int \left[ \frac{dx}{dx} \cdot \int e^x dx \right] dx \right]$$

$$= x^2 e^x - 2 \left[ x \cdot e^x - \int 1 \cdot e^x dx \right]$$

$$= x^2 e^x - 2x \cdot e^x + 2 \cdot e^x + C$$

$$= e^x (x^2 - 2x + 2) + C \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

ILATE

Q.30:-  $\int \underbrace{x^2}_I \underbrace{\sin x}_II$  का समाकलन ज्ञात करो। (H.W.)  
Find the integral.



I L A T E

Q.31:-  $\int \log_e x \, dx$  का समाकलन ज्ञात करो।  
Find the integral.

$$\begin{aligned}\int \underbrace{\log_e x}_I \cdot \underbrace{1}_{II} \, dx &= \log_e x \cdot \int 1 \cdot dx - \int \left[ \frac{d \log_e x}{dx} \cdot \int 1 \, dx \right] dx \\&= \log_e x \cdot x - \int \frac{1}{x} \cdot x \cdot dx \\&= x \cdot \log_e x - x + C \\&= x \left( \log_e x - 1 \right) + C \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}\end{aligned}$$

Q.32:-  $\int \tan^{-1} x \, dx$  का समाकलन ज्ञात करो। (H.W.)  
Find the integral.

$$\int \tan^{-1} x \cdot 1$$

$\text{I} \quad \text{II}$



**Q.33:-**  $\int (\log_e x)^2 dx$  का समाकलन ज्ञात करो।  
**Find the integral.**

**Q.33:-**  $\int (\log_e x)^2 dx$  का समाकलन ज्ञात करो।  
**Find the integral.**