

## सरल आवर्त गति करते पिण्ड की ऊर्जा (Energy of a Body executing S.H.M.)

- सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड में गतिज ऊर्जा व स्थितिज ऊर्जा दोनों होती हैं।
- इन दोनों ऊर्जाओं की गणना करके पिण्ड की कुल ऊर्जा ज्ञात की जा सकती है।
- A body performing simple harmonic motion has both kinetic energy and potential energy.
- The total energy of the body can be found by calculating both these energies.

$$\text{कुल ऊर्जा (Total Energy) } E = \text{गतिज ऊर्जा (K)} + \text{स्थितिज ऊर्जा (U)}$$
$$E = K + 0 \quad \text{--- (1)}$$



## गतिज ऊर्जा (Kinetic Energy) -

- माना सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड का किसी क्षण t पर विस्थापन y, आयाम a तथा कोणीय वेग  $\omega$  है, तब उसका वेग
- Let the displacement y, amplitude a and angular velocity  $\omega$  be the moment t of the body performing simple harmonic motion, then its velocity

$$v = \omega \sqrt{(a^2 - y^2)}$$

Kinetic Energy  $K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m (\omega \sqrt{(a^2 - y^2)})^2$

$$K = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2) \text{---(a)}$$



## स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy)-

यदि पिण्ड को में त्वरण  $\alpha$  हो तो

$$\alpha = \omega^2 y$$

Restoring force (प्रत्यानयन बल)  $F = m\alpha$

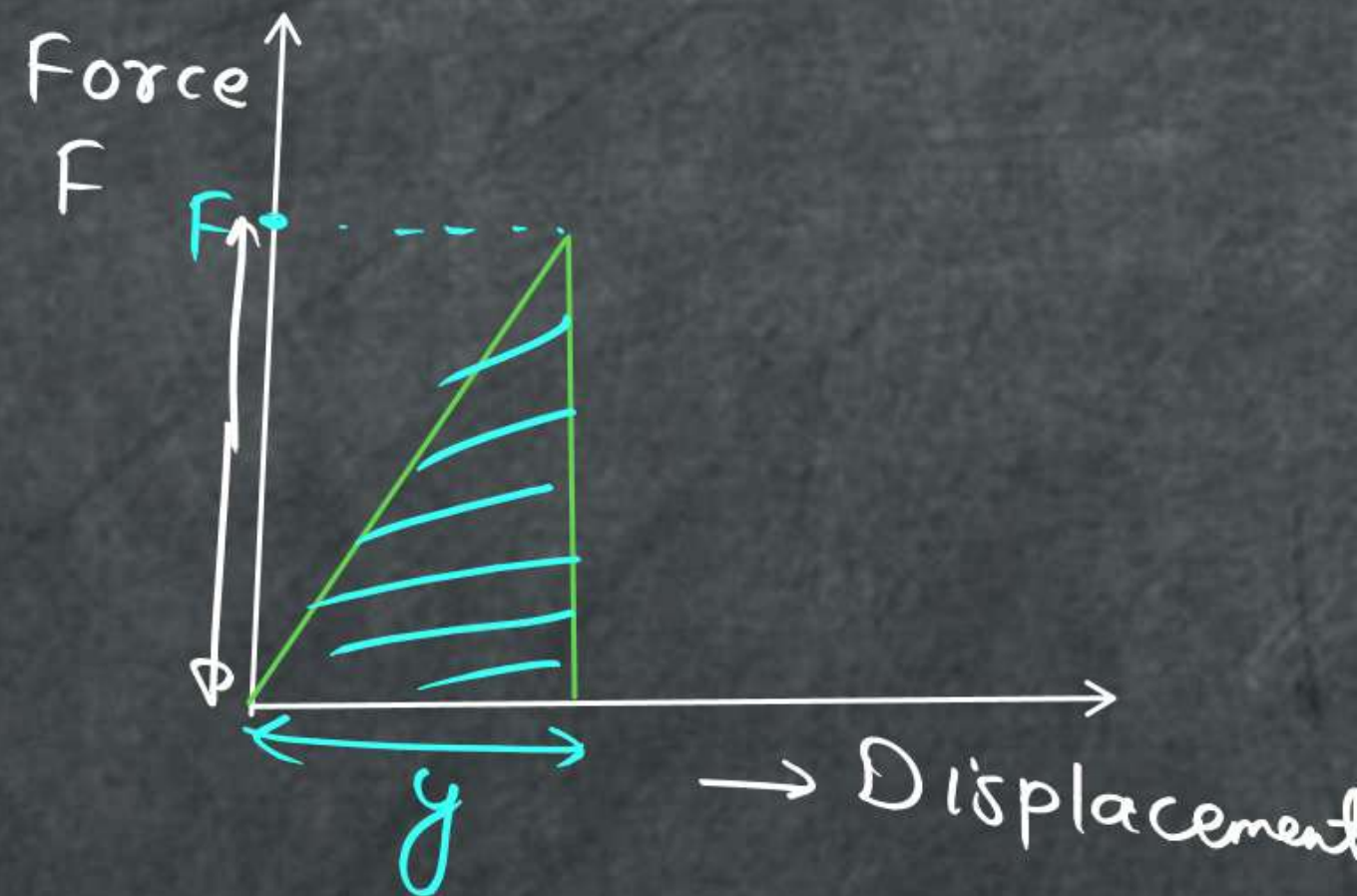
$$F = m\omega^2 y$$

Potential Energy

$$U = \frac{1}{2}(F \times y)$$

$$= \frac{1}{2}(m\omega^2 y \times y)$$

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 \text{ --- (b)}$$





कुल ऊर्जा  $E = K + U$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2) + \frac{1}{2} m \omega^2 y^2$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2 - \cancel{\frac{1}{2} m \omega^2 y^2} + \cancel{\frac{1}{2} m \omega^2 y^2}$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2$$

$a =$  Amplitude  
(आयाम)

$$E = \frac{1}{2} m \times (2\pi f)^2 a^2$$

$$E = \frac{1}{2} m \times 4\pi^2 f^2 a^2$$

$$E = 2\pi^2 m f^2 a^2$$

$$\omega = 2\pi f$$



$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2$$

यदि mass व कोणीय वेग  $\omega$  नियत हो

$$E \propto a^2$$

अतः कुल ऊर्जा आयाम ( $a$ ) के वर्ग के समानुपाती होता है।

(Hence Total is directly proportional square of amplitude)



Q. सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड का अवर्तकाल 0.25 सेकण्ड है। यदि आयाम 4 सेमी हो तो पिण्ड का अधिकतम वेग तथा त्वरण ज्ञात करो।

The time period of a body performing simple harmonic motion is 0.25 sec. If the amplitude is 4 cm, then find the maximum velocity and acceleration of the body.

Given → Time period (आवर्तकाल)  $T = 0.25 \text{ sec}$   
Amplitude (आयाम)  $a = 4 \text{ cm}$

कोणीय वेग (angular velocity)  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\omega = \frac{2 \times 3.14}{0.25} = 25.12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$



वेग  $v = a\omega \cos\theta$

अधिकतम वेग (maximum velocity)  $v_{\max} = a\omega$

$$v_{\max} = 4 \times 25.12$$

$$v_{\max} = 100.48 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

त्वरण  $a = -a\omega^2 \sin\theta$

अधिकतम त्वरण  $a_{\max} = a\omega^2$

$$a_{\max} = 4 \times (25.12)^2$$

$$a_{\max} = 2524 \text{ cm/sec}^2$$

$$\{\theta = 90^\circ\}$$



Q. सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का साम्य स्थिति से 3 cm दूरी पर त्वरण  $12 \text{ cm/s}^2$  इसका आवर्तकाल ज्ञात करो।

The acceleration of a particle moving in simple harmonic motion at a distance of 3 cm from the equilibrium position is  $12 \text{ cm/s}^2$ . Find its time period.

Given → विस्थापन (Displacement)  $y = 3 \text{ cm}$   
त्वरण (Acceleration)  $a = 12 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

$$a = \omega^2 y$$

$$\frac{12}{4} = \omega^2 \times 3$$

$$\omega^2 = 4$$

$$\omega = 2$$



$$\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

आवर्तकाल तथा कोणीय वेग के सम्बन्ध से

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \frac{2\pi}{2}$$

$$T = 3.14 \text{ sec}$$



Q. 0.8 kg का एक पिण्ड सरल आवर्त गति कर रहा है। इसका आवर्तकाल 0.2 सेकण्ड तथा आयाम 15 cm है। पिण्ड का त्वरण तथा बल ज्ञात कीजिए जबकि वह माध्य स्थिति से 5 सेमी दूर हो

A body of 0.8 kg is performing simple harmonic motion. Its time period is 0.2 sec and amplitude is 15 cm. Find the acceleration and force of the body when it is 5 cm away from the mean position

Given  $\rightarrow$   $m = 0.8$   
आवर्तकाल (Time period)  $T = 0.2 \text{ sec}$   
आयाम (Amplitude)  $a = 15 \text{ cm}$   
विस्थापन (Displacement)  $y = 5 \text{ cm} \Rightarrow \frac{5}{100} \text{ m}$   
 $= 0.05 \text{ m}$   
$$a = \omega^2 y$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2 \times 3.14}{0.2}$$

$$\omega = 31.4 \text{ rad/sec}$$

चरणा  $\alpha = \omega^2 y$

$$\alpha = (31.4)^2 \times (0.05)$$

$$\alpha = 49.29 \text{ m/sec}^2$$

बल

Force  $F = m\alpha$

$$= 0.8 \times 49.29$$

$$F = 39.43 \text{ N}$$



Q. सरल आवर्त गति (S.H.M.) करते हुए कण की स्थितिज ऊर्जा उसकी गतिज ऊर्जा की दोगुनी है।  
माध्य स्थिति से कण का विस्थापन क्या है?

PYQ  $\rightarrow$  5 marks

The potential energy of a particle performing simple harmonic motion (S.H.M.) is twice its kinetic energy. What is the displacement of the particle from the mean position?

Given  $\rightarrow$  SHM  $y = ?$   
स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy) =  $2 \times$  गतिज ऊर्जा  
 $U = 2K$  — (1)



ગતિજ ઊર્જા  $K = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2)$

સ્થિતિજ ઊર્જા  $U = \frac{1}{2} m \omega^2 y^2$

$$U = 2K$$

$$\cancel{\frac{1}{2} m \omega^2 y^2} = 2 \times \cancel{\frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2)}$$

$$y^2 = 2(a^2 - y^2)$$

$$y^2 = 2a^2 - 2y^2$$

$$y^2 + 2y^2 = 2a^2$$

$$3y^2 = 2a^2$$

$$y^2 = \frac{2}{3} a^2$$



$$y^2 = \frac{2}{3} a^2$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3} a^2}$$

$$\boxed{y = \sqrt{\frac{2}{3}} a}$$



$$v = \frac{1}{T}$$

$$v = 1f$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y = a \sin \omega t$$

$$v = a \omega \cos \omega t$$

$$v = \omega \sqrt{a^2 - y^2}$$

$$a = -\omega^2 y$$

ऊर्जा

$$K = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2)$$

$$U = \frac{1}{2} m \omega^2 y^2$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2$$