

**NEW**

**Semester - II**

**MATHEMATICS -II**

UNIT

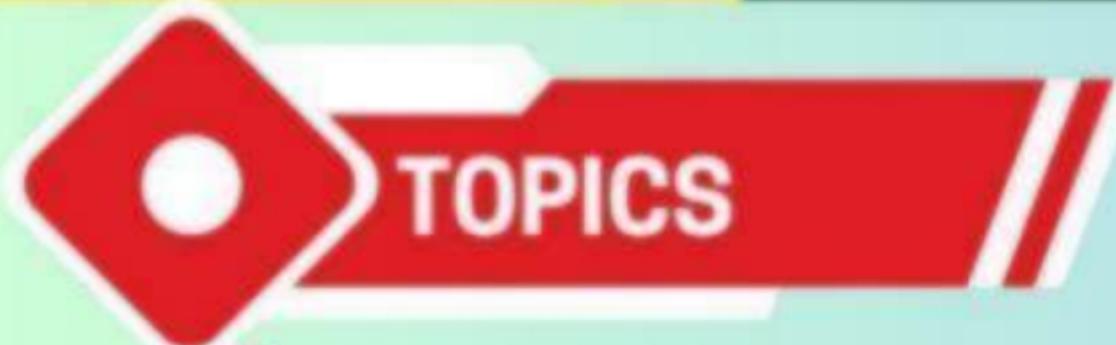
1

Determinants and Matrices (सारणिक तथा आव्यूह)

## **UNIT - I** **Determinants and Matrices**

**Elementary properties of determinants upto 3rd order, consistency of equations, Crammer's rule.**

**Algebra of matrices, inverse of a matrix, matrix inverse method to solve a system of linear equations in three variables.**



## TOPICS

- ✓ 1. Determinant (सारणिक)
- ✓ 2. Rows and columns of a determinants (सारणिक की पंक्तियां तथा स्तम्भ)
- ✓ 3. Order of a determinant (सारणिक का क्रम)
- ✓ 4. Value of Determinant (सारणिक का मान)
- ✓ 5. Minor (उपसारणिक या लघुघटक)
- ✓ 6. Co-factor (सहखण्ड)
- Imp ✓ 7. Properties of Determinant (सारणिक के गुणधर्म)
- Extra ✓ 8. Multiplication of two determinants (दो सारणिकों का गुणनफल)
- Imp ✓ 9. Crammer's rule (क्रैमर का नियम)
- Imp ✓ 10. Condition for Consistency (सुसंगत के प्रतिबन्ध)
- ✓ 11. Condition of Collinearity of three points (तीन बिन्दुओं के संरेख होने का प्रतिवन्ध)

**Qus:- Solve the following equations using Cramer's rule:** (क्रैमर निपम का उपयोग करके निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए।)

$$x + 2y + 3z = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + y - z = 2 \quad \text{--- (2)}$$

$$3x + 4y + z = 6 \quad \text{--- (3)}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$R_1$  के अनुदिश प्रसार

$$= 1(1+4) - 2(2+3) + 3(8-3)$$

$$= 1(5) - 2(5) + 3(5)$$

$$= 5 - 10 + 15 = \underline{\underline{10}}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$R_1$  के अनुदिश प्रसार

$$1(1+4) - 2(2+6) + 3(8-6)$$

$$= 1(5) - 2(8) + 3(2)$$

$$= \underline{\underline{-5}}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$R_1 \xrightarrow{9}$  अनुदिश उसार

$$= 1(2+6) - 1(2+3) + 3(12-6)$$

$$= 1(8) - 1(5) + 3(6)$$

$$= 8 - 5 + 18$$

$$= \underline{\underline{21}}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$R_1 \xrightarrow{9}$  अनुदिश उसार

$$1(6-8) - 2(12-6) + 1(8-3)$$

$$= 1(-2) - 2(6) + 1(5)$$

$$= -2 - 12 + 5$$

$$= \underline{\underline{-9}}$$

$$x = \frac{D_1}{D} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$$

$$y = \frac{D_2}{D} = \frac{21}{10} \quad \& \quad z = \frac{D_3}{D} = \frac{-9}{10}$$

**Qus:- Solve the following equations using Cramer's rule**

$$2x - y + z = 3$$

$$x + 3y - 2z = 11$$

$$3x - 2y + 4z = 1$$

(Home work)

Ans  
 $(x = 3, y = 2, z = -1)$

$$\mathcal{D} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}, \quad \mathcal{D}_1 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 11 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}, \quad \mathcal{D}_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 11 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}, \quad \mathcal{D}_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 11 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

**Qus:- Solve the following equations using determinants**

$$2x + 3y = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$6x + 9y = 15 \quad \text{--- (2)}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 18 = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 15 & 9 \end{vmatrix} = 45 - 45 = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 15 \end{vmatrix} = 30 - 30 = 0$$

$$\therefore D = D_1 = D_2 = 0$$

**∴ इन समीकरणों के पा अनन्त हल (infinite Solution) पाकिर करि हल नहीं होगा।**

(सारणिक का प्रयोग करके  
निम्न समी० की हल कीजिए)

माना  $y = k$

समी० ① से

$$2x + 3k = 5$$

$$2x = 5 - 3k$$

$$x = \frac{5-3k}{2}$$

पदा

$$k = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$$

$$k = 1 \text{ पर.}$$

$$\boxed{y = 1}$$

$$x = \frac{5 - 3 \times 1}{2}$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$k = 2 \text{ पर}$$

$$\boxed{y = 2}$$

$$x = \frac{5 - 3 \times 2}{2}$$

$$= \frac{5 - 6}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{-1}{2}}$$

इसी प्रकार  $k$  के अनन्त मानों के लिए  
 $x$  &  $y$  के अनन्त हल (infinite Solution) होते हैं।

**Qus:- Solve the following equations ( M.W. )**

$$x + y + z = 1$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$x + 3y + 5z = 7$$

**Qus:- Show that equations  $4x + 6y = 14$  and  $12x + 18y = 32$  are in constant.**

दिखाएँ कि समीकरण असंगत हैं। (inconsistent)

$$4x + 6y = 14 \quad \text{--- } ①$$

$$12x + 18y = 32 \quad \text{--- } ②$$

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 12 & 18 \end{vmatrix} = 72 - 72 = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 14 & 6 \\ 32 & 18 \end{vmatrix} = 252 - 192 = \underline{\underline{60}}$$

$\therefore D = 0 \neq D_1 \neq 0 \therefore$  इसका कोई हल नहीं होगा।