

NEW

Semester - II

MATHEMATICS -II

UNIT

1

Determinants and Matrices (सारणिक तथा आव्यूह)

UNIT - I Determinants and Matrices

Elementary properties of determinants upto 3rd order, consistency of equations, Crammer's rule.

Algebra of matrices, inverse of a matrix, matrix inverse method to solve a system of linear equations in three variables.

TOPICS

- ✓ 1. Determinant (सारणिक)
- ✓ 2. Rows and columns of a determinants (सारणिक की पंक्तियां तथा स्तम्भ)
- ✓ 3. Order of a determinant (सारणिक का क्रम)
- ✓ 4. Value of Determinant (सारणिक का मान)
- ✓ 5. Minor (उपसारणिक या लघुघटक)
- ✓ 6. Co-factor (सहखण्ड)
- Imp 7. Properties of Determinant (सारणिक के गुणधर्म)
- ✓ 8. Multiplication of two determinants (दो सारणिको का गुणनफल)
- Imp 9. Crammer's rule (क्रैमर का नियम)
- Imp 10. Condition for Consistency (सुसंगत के प्रतिबन्ध)

Condition for Consistency (सुसंगत के प्रतिबन्ध)

समीकरण निकाप के सुसंगत के प्रतिबन्ध (Condition for Consistency of Equation System)

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \quad \text{--- } ①$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \quad \text{--- } ②$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \quad \text{--- } ③$$

* (i) यदि $D \neq 0$ तो दिया हुआ समीकरण निकाप (Equation System) संगत (consistent) होगा। तथा इसका अद्वितीय हल (unique solution) होगा।

$$x = \frac{D_1}{D}, \quad y = \frac{D_2}{D}, \quad z = \frac{D_3}{D}$$

★ (ii) यदि $D = 0$ तथा D_1, D_2, D_3 में से कम से कम कोई भी एक zero नहीं है तो समी० निकाप (Equation System) असंगत (Inconsistent) होगा।

★ (iii) यदि $D = D_1 = D_2 = D_3 = 0$ तो समी० निकाप (Equation System) संगत (consistent) भी हो सकता पा असंगत (Inconsistent) भी हो सकता है।

इसके लिए $z = k$ मानकर check करते हैं।

पहले दोनों समी० से x, y का मान निकालकर सभी ③ के बराबर पड़े समी० ③ की संतुष्टि करते होंगे तो Equation System संगत (consistent) होगा जिसके अनन्त हल (infinite Solution) होते हैं।

और यदि संतुष्टि न करते होंगे तो समी० निकाप असंगत (inconsistent) होगा।

Q.:- Games Rule से सिद्ध करा (Prove that) निम्न समीक्षण का कोर्ट हल नहीं है।

$$x + 4y - 2z = 3 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x + y + 5z = 7 \quad \text{--- (2)}$$

$$2x + 3y + z = 5 \quad \text{--- (3)}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

R_1 के अनुदिश प्रसार (Expand Along R_1)

$$= 1(1-15) - 4(3-10) - 2(9-2)$$

$$= 1(-14) - 4(-7) - 2(7)$$

$$= -14 + 28 - 14 = -28 + 28 = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

R_1 के अनुदिश प्रसार

$$= 3(1-15) - 4(7-25) - 2(21-5)$$

$$= 3(-14) - 4(-18) - 2(16)$$

$$= -42 + 72 - 32$$

$$= -74 + 72$$

$$= -2 \neq 0$$

$$\therefore D = 0 \text{ } \& \text{ } D_1 \neq 0$$

इसका कोई Solution नहीं होगा।

Q. :- सिद्ध करो कि निम्न गणित समीकरण समावयव असंगत है।
 (Prove that following given Equation Systems are inconsistent)

$$x - 3y + 2z = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + y - 3z = -2 \quad \text{--- (2)}$$

$$4x - 5y + z = 5 \quad \text{--- (3)}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(1-15) + 3(2+12) + 2(-10-4)$$

$$= 1(-14) + 3(14) + 2(-14)$$

$$\begin{aligned} D &= -14 + 42 - 28 \\ &= -42 + 42 = 0 \end{aligned}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \\ 5 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 4(1-15) + 3(-2+15) + 2(10-5) \\ &= 4(-14) + 3(13) + 2(5) \\ &= -56 + 39 + 10 \\ &= -56 + 49 = -7 \neq 0 \end{aligned}$$

$\therefore D = 0$ & $D_1 \neq 0$
असंगत (inconsistent) होगा।

Q.:- दिखाए कि समी० निकाप असंगत (inconsistent) है।

$$2x - y + 3z = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$4x - 2y + 6z = 8 \quad \text{--- (2)}$$

$$2x - y + 3z = 5 \quad \text{--- (3)}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 6 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$D = 2(-6+6) + 1(12-12) + 3(-4+4)$$

$$= 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 8 & -2 & 6 \\ 5 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 4(-6+6) + 1(24-30) + 3(-8+10)$$

$$= 0 + 1(-6) + 3(2)$$

$$= -6 + 6 = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 4 & 8 & 6 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

पुसार करने पर $D_2 = 0$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 8 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

पुसार करने पर $D_3 = 0$

$$\therefore D = D_1 = D_2 = D_3 = 0 \text{ है}$$

संगत भी ही सकता पर असंगत भी ही सकता है -

$$\text{माना } z = k$$

$$2x - y + 3k = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$4x - 2y + 6k = 8 \quad \text{--- (2) पर}$$

$$2x - y + 3k = 5 \quad \text{--- (3)}$$

$$2x - y = 4 - 3k \quad \text{--- (1)}$$

$$2x - y = 4 - 3k \quad \text{--- (2)}$$

$$2x - y = 5 - 3k \quad \text{--- (3)}$$

उपरोक्त सभी (1), (2) & (3) समानरेखाओं की पुदिशित करती हैं।

इनका कोई हल (solution) नहीं होगा।

\therefore समीक्षण असंगत (inconsistent) होगा।

Q:- k के किन मानों समी० निकाप संगत (consistent) होगा। (H.W.)

$$3x - y + k = 1 \quad \text{--- } ①$$

$$2x + y + z = 2 \quad \text{--- } ②$$

$$x + 2y - k = -1 \quad \text{--- } ③$$