

**NEW**

**Semester - II**

**MATHEMATICS-II**

UNIT

1

Determinants and Matrices (सारणिक तथा आव्यूह)

## **UNIT - I** **Determinants and Matrices**



**Elementary properties of determinants upto 3rd order, consistency of equations, Crammer's rule.**

**Algebra of matrices, inverse of a matrix, matrix inverse method to solve a system of linear equations in three variables.**

## TOPICS

- ✓ 1. Definition of Matrix (आव्यूह की परिभाषा )
- ✓ 2. Types of Matrices (आव्यूहों के प्रकार)
  - ✓ (i) स्तम्भ आव्यूह या स्तम्भ वेक्टर (Column Matrix or Column Vector)
  - ✓ (ii) पंक्ति आव्यूह या पंक्ति वेक्टर (Row Matrix or Row Vector)
  - ✓ (iii) वर्ग आव्यूह (Square Matrix)
  - ✓ (iv) सिंगुलर तथा नान-सिंगुलर आव्यूह (Singular and Non-singular Matrices)
  - ✗ (v) क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर आव्यूह (Horizontal and Vertical Matrices )
  - ✓ (vi) विकर्ण आव्यूह ( Diagonal Matrix)
  - ✓ (vii) अदिश-आव्यूह (Scalar Matrix )

✓ (viii) इकाई आव्यूह (Identity or Unit Matrix)

✓ (ix) त्रिभुजीय आव्यूह (Triangular Matrices)

✓ (x) परिवर्त आव्यूह (Transpose of a matrix)

(xi) सममिति आव्यूह (Symmetric Matrix )

(xii) विषम सममिति आव्यूह (Skew- Symmetric Matrix)

### **3. आव्यूहों पर संक्रियाएँ (Operations on Matrices)**

(i) दो आव्यूहों की समानता (Equality of two Matrices)

(ii) आव्यूहों का योग व अन्तर (Addition and Subtraction of Matrices)

(iii) आव्यूहों का अदिश गुणज (Scalar Multiple of a Matrices)

(iv) दो आव्यूहों का गुणनफल (Multiplication of two Matrices)

### **4. आव्यूह तथा सारणिक में अन्तर (Difference between matrix and determinant)**

5. आव्यूह के सह-गुणनखण्ड (Co-factors of a Matrix)

6. सहखण्डज आव्यूह (Adjoint Matrix)

~~7.~~ 7. आव्यूह का व्युत्क्रम आव्यूह (Inverse of a Matrix)

~~8.~~ 8. रेखिक समीकरणों के निकाय को आव्यूह विधि से हल करना

~~9.~~ (To solve a system of Linear Equations by Matrix Method)

(v) क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर आव्यूह  
 (Horizontal and Vertical Matrices )

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \end{bmatrix} \quad 2 \times 5$$

① Horizontal matrix :-

(क्षैतिज आव्यूह)

no. of Row(m) < no. of Column(n)  
 (पंक्ति की संख्या) (स्तंभों की संख्या)

② Vertical matrix (ऊर्ध्वाधर आव्यूह)

no. of Row(m) > no. of Column(n)  
 (पंक्ति की संख्या) (स्तंभों की संख्या)

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \\ 3 & 8 \\ 4 & 9 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \quad 5 \times 2$$

## (vi) विकर्ण आव्यूह ( Diagonal Matrix)

→ यदि एक ऐसा Square matrix होता जिसमें मुख्य विकर्ण (Leading Diagonal) के elements की हाइकर अन्य सभी element zero होते हैं।

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

elements of Leading diagonal = non-zero  
other elements = zero

## (vii) अदिश-आव्यूह (Scalar Matrix )

पहले एक प्रकार का Diagonal matrix (विकर्ण आव्यूह) ही होता है but इसमें मुख्य विकर्ण के सभी elements समान (same) तथा अन्य सभी elements zero होते।

- elements of Leading Diagonal = Same
- other elements = zero

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Imp.

## (viii) इकाई आव्यूह (Identity or Unit Matrix)

"एक ऐसा Square matrix जिसमें मुख्य विकर्ण (Leading diagonal) के सभी अवयव 1 हों तथा अन्य सभी अवयव zero हों।"

→ इसे I से प्रदर्शित करते हैं।

- elements of Leading diagonal = 1

- other elements = 0

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

## (ix) त्रिभुजीय आव्यूह (Triangular Matrices)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

(i) Upper Triangular matrix  
(उच्च त्रिभुजीय आव्यूह)

→ इसमें मुख्य विकर्ण (Leading Diagonal) के नीचे के सभी elements zero होते हैं।

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

(ii) Lower Triangular matrix  
(निचले त्रिभुजीय आव्यूह)

→ इसमें मुख्य विकर्ण के ऊपर के सभी elements zero होते हैं।

इसमें मुख्य विकर्ण के नीचे के सभी अवयव या ऊपर के सभी अवयव zero होते हैं।

Imp.

## (x) परिवर्त आव्यूह (Transpose of a matrix)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Row  $\longleftrightarrow$  Column

→ परि दि किसी matrix के सभी Row की column  
में & सभी column की Row में change करने  
पर जो matrix प्राप्त होता है, उसे परिवर्त  
आव्यूह (Transpose matrix) कहते हैं।  
→ इस A' पा  $A^T$  से पुरालित करते हैं।

परिवर्त आव्यूह  
(Transpose matrix)

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{Q} A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A' = ?$$

Row  $\longleftrightarrow$  Column

$$A' = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$