

# **Gravitazione**

# Osservazione del cielo

---



Tycho Brahe (1546-1601)

# Osservazione del cielo

---

- Analisi dei dati di Brahe
- Modello eliocentrico (copernicano)

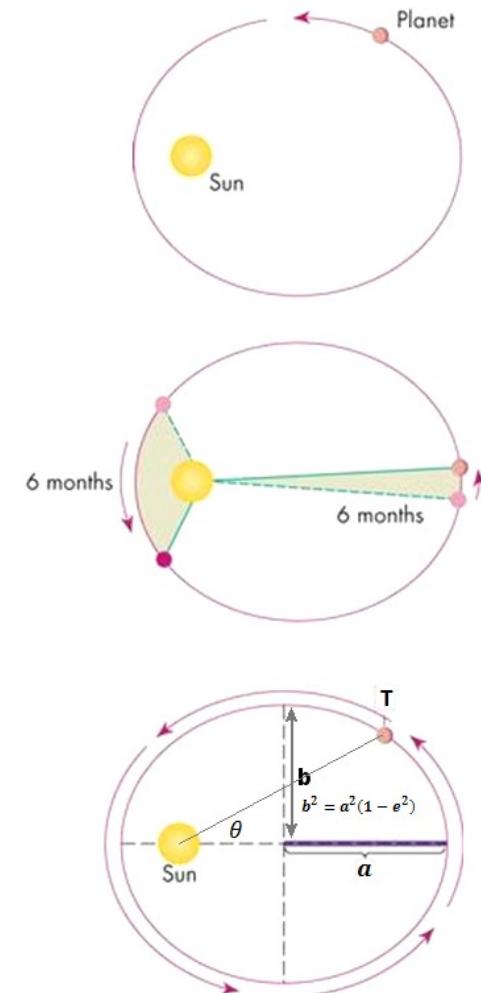


Johannes Kepler (1571-1630)

# Leggi di Keplero

- I : ogni pianeta segue un'orbita **ellittica** intorno al Sole
  - (di fatto **circolare**,  $e=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2} \approx 0$ )
- II : il raggio vettore S-P spazza aree uguali in **tempi uguali**
  - P più veloce se S-P più piccolo
- III :  $\forall P$ , periodo  $T$  e semiasse maggiore  $a$

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{cost}$$



# Legge di Newton

---

- Leggi di Keplero: sperimentali
  - dai dati a disposizione
  - senza una “giustificazione” teorica
- Legge di Newton: spiegazione a priori
  - attrazione Sole-Pianeti
  - attrazione Luna-Terra
  - attrazione fra due oggetti qualsiasi

# Legge di Newton

---

- Dati due corpi puntiformi
- Forza di attrazione
  - direzione: congiungente i due corpi
  - verso opposto
  - modulo



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

# Legge di Newton

---

- Solo attrattiva
- Verificata con alto grado di precisione ( $\sim 10^{-6}$ )
- La forza dipende dalla massa gravitazionale dei corpi
  - potrebbe essere diversa da massa inerziale ?
  - Newton e poi altri:  $m_i / m_g = \text{cost} \Rightarrow m_i$  e  $m_g$  sono la stessa cosa →  $m$  massa senza ambiguità
  - (in Relatività:  $m_i = m_g$  principio di equivalenza)

# Legge di Newton

---

- Se ci sono più masse: principio di *sovraposizione*

$$\mathbf{F}_{tot} = \sum_i \mathbf{F}_i$$

- Vale solo per **masse puntiformi**
  - se **estese**: si dividono in  $dm$  infinitesime, si calcola

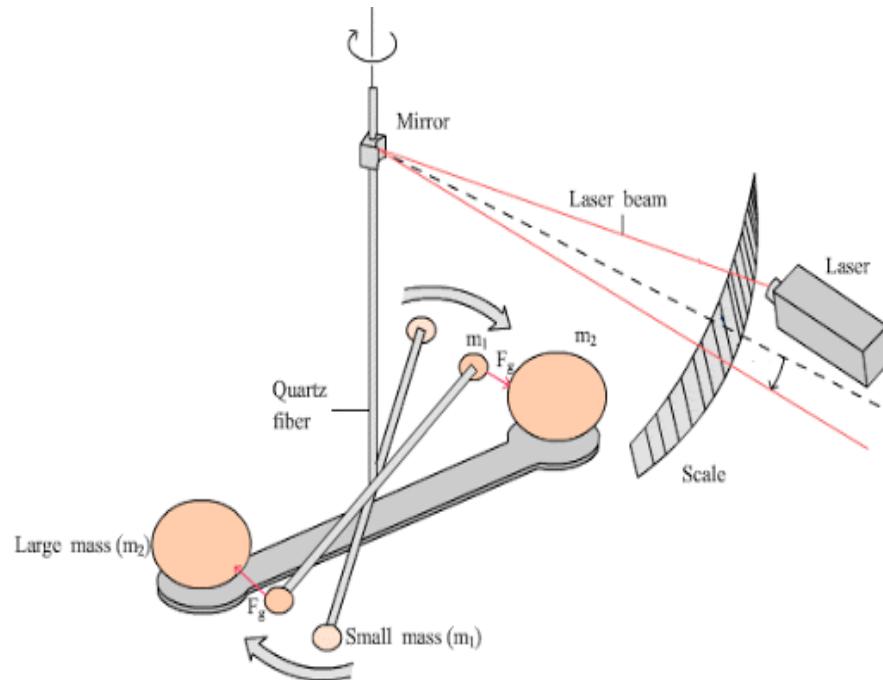
$$d\mathbf{F} = G \frac{dm_1 dm_2}{r^2}$$

e si **integra** sulle due masse

- per **sfere**: come se puntiformi

# Costante di gravitazione

- $G$ : proporzionalità tra  $F$ ,  $m$  e  $r$ 
  - costante di **gravitazione universale**
- $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$
- Bilancia di Cavendish



# Derivazione della legge di Newton

---

- Dal moto circolare

The diagram illustrates the derivation of Kepler's third law from the perspective of circular motion. It features three main equations and two arrows indicating the flow of reasoning:

- Top Equation:**  $F = m a_c = m \omega^2 r = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r$
- Left Side:** "III Legge di Keplero" (Kepler's third law)
- Right Side:**  $T^2 = kr^3$
- Bottom Equation:**  $F = \left( \frac{4\pi^2}{k} \right) \frac{m}{r^2} = K \frac{m}{r^2}$
- Bottom Right:**  $K \propto M_s$

A blue curved arrow points from the text "III Legge di Keplero" down to the bottom equation. A blue rectangular arrow points from the top equation to the right side equation. A red curved arrow points from the right side equation up to the bottom right expression.

# Gravità terrestre

---

- Massa  $m$  sulla Terra

$$F = G \frac{m M_T}{R_T^2}$$

- Forza peso  $F = mg$

$$\begin{aligned} g &= G \frac{M_T}{R_T^2} \\ M_T &= \frac{g}{G} R_T^2 \\ M_T &= \frac{9.81}{6.67 \cdot 10^{-11}} (6.3 \cdot 10^6)^2 \simeq 5.84 \cdot 10^{24} \text{ Kg} \end{aligned}$$
