Moti particolari

Studio di moti particolari

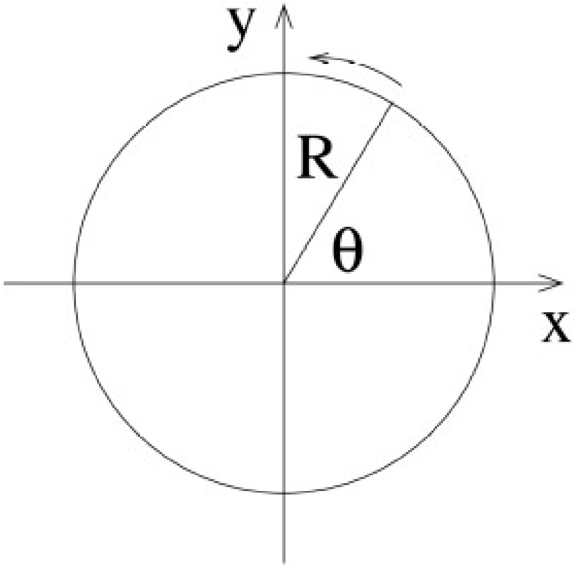
- Moto circolare uniforme
- Moto armonico

Moto circolare

- P lungo una circonferenza di raggio R

  →la traiettoria è una circonferenza

- Sistema di riferimento centrato nella circonferenza



Moto circolare

- P in moto → $\theta = \theta(t)$
- Analogamente al moto lineare possiamo definire
  - la velocità angolare

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \omega = \omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

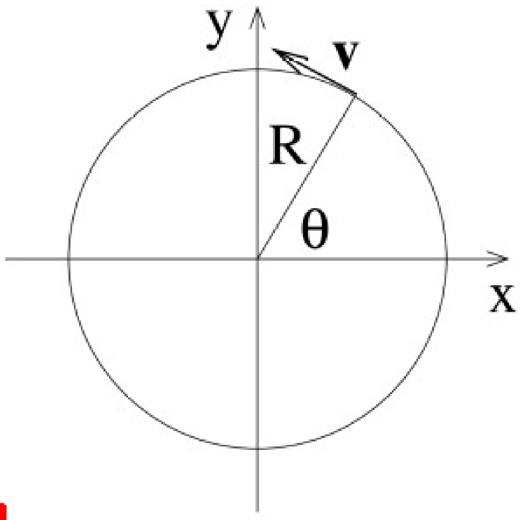
  - l'accelerazione angolare

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \alpha = \alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

- $[\theta]$ = rad , $[\omega]$ = rad/s , $[\alpha]$ = rad/s^2

Moto circolare uniforme

- $\omega(t) = \omega$ costante
- Velocità lineare
  - sempre tangente
  - modulo



$$\boxed{v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(R\theta) = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega}$$

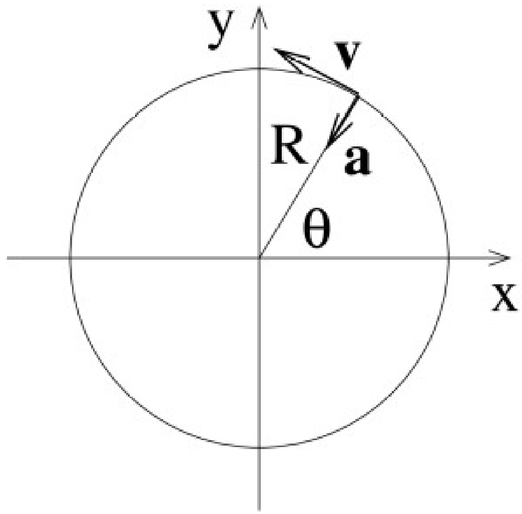
costante

- v costante, ma non $\boldsymbol{v}$!

Moto circolare uniforme

- $\boldsymbol{v}$ non costante → accelerazione
- modulo di $\boldsymbol{v}$ costante → $\boldsymbol{a}_t = \mathbf{0}$

$$\boldsymbol{a}_t = \frac{dv}{dt}\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{0}$$



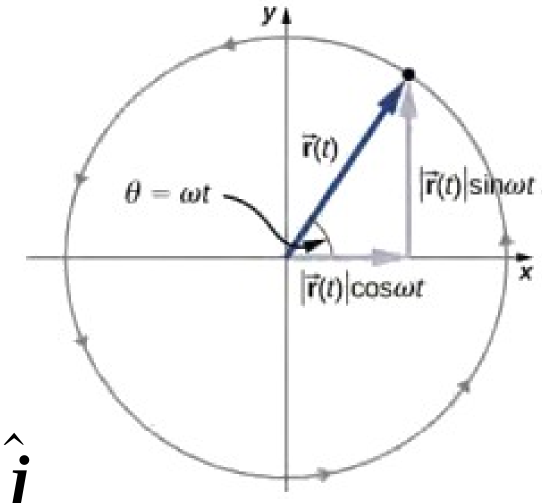
- Quindi $\boldsymbol{a} \equiv \boldsymbol{a}_c$

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}$$

- a costante, ma non $\boldsymbol{a}$!

Moto circolare uniforme

- Vettore posizione



$$\boldsymbol{r}(t) = R\cos(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{i}} + R\sin(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{j}}$$

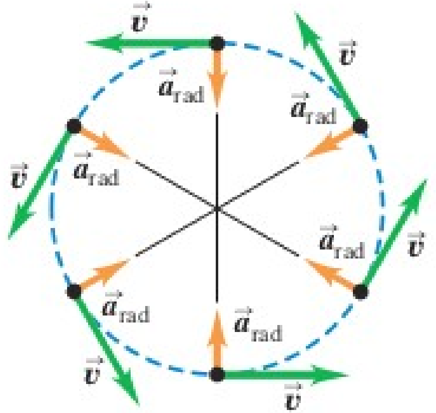
- Vettore velocità

$$\boldsymbol{v}(t) = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = -R\,\omega\sin(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{i}} + R\,\omega\cos(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{j}}$$

- Vettore accelerazione

$$\boldsymbol{a}(t) = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -R\,\omega^2\cos(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{i}} + R\,\omega^2\sin(\omega t)\,\hat{\boldsymbol{j}} = -\omega^2\,\boldsymbol{r}(t)$$

- ***a*** è sempre diretta verso il centro O



Moto circolare uniforme

- Periodo: tempo impiegato dal punto materiale a percorrere una circonferenza completa $2\pi R$
- Per la definizione di velocità

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

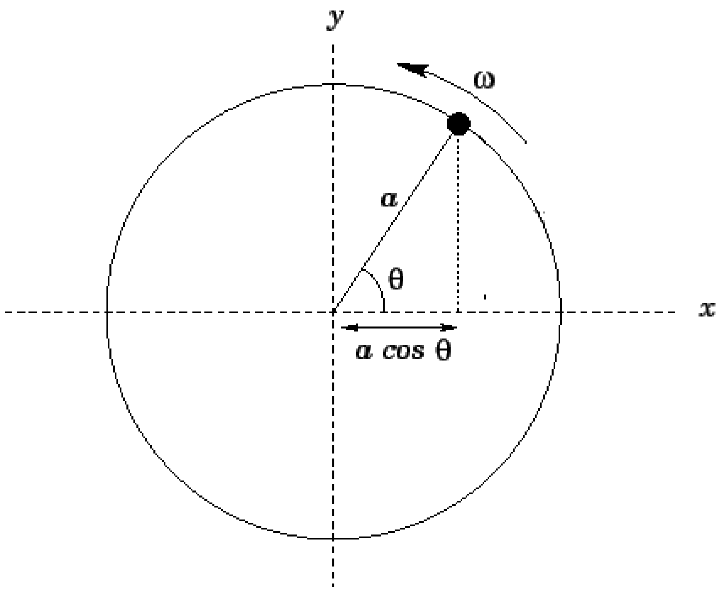
- Frequenza: *inverso* del periodo

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$$

- Nel SI:
  - $[T] = s$
  - $[\nu] = [T^{-1}] = s^{-1} = Hz$

Moto armonico

- Proiezione di un moto circolare uniforme su un diametro



- Moto periodico limitato a $\pm a$ (ampiezza del moto o elongazione)
  - dopo che il punto P ha percorso una circonferenza completa, quindi dopo un periodo T, il moto si ripete uguale a prima

Moto armonico

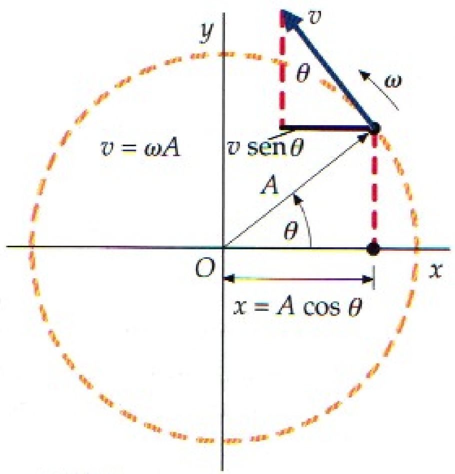
- Posizione

$$x(t)=A\cos\theta=A\cos(\omega t)$$

- Velocità

$$v(t)=\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t)$$

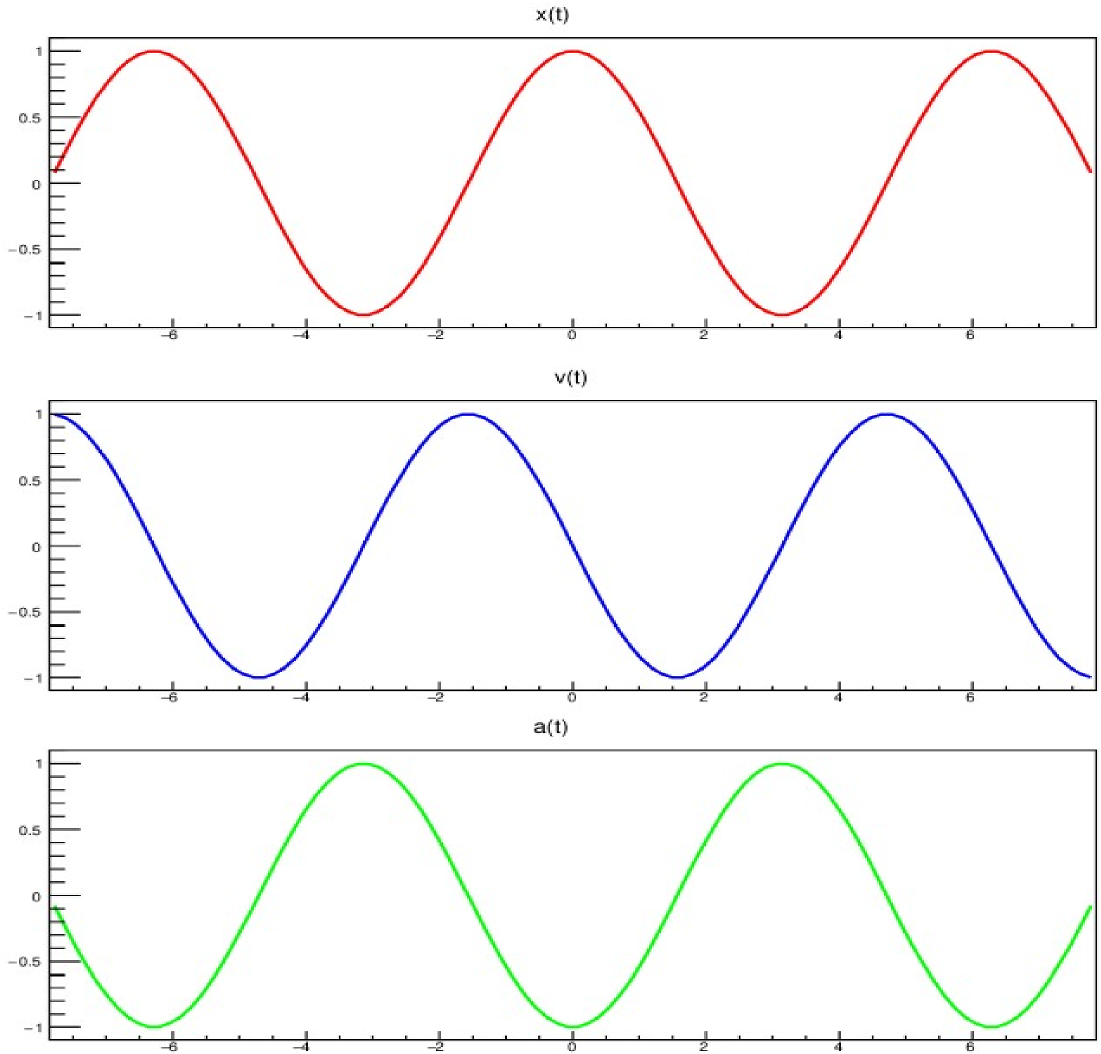
- Accelerazione



$$a(t)=\frac{dv}{dt}=-A\omega^2\cos(\omega t)=-\omega^2 x(t)$$

- Ogni volta che in un moto *a* ∝ -*x* → moto armonico

Moto armonico



$$x = R\cos(\omega t)$$

$$v = -R\omega\sin(\omega t)$$

$$a = -R\omega^2\cos(\omega t)$$