Cinematica
Moto in una dimensione

Meccanica

- **Meccanica**: studio dei moti
  - Cinematica: descrizione dei moti
  - Dinamica: cause del moto

Punto materiale

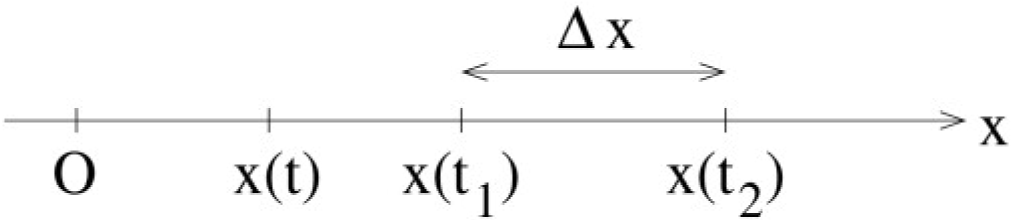
- Punto materiale
  - astrazione
  - privo di dimensioni
- Corpo reale
  - ha delle dimensioni
  - che possono essere trascurate se
    - » molto inferiori alle dimensioni del moto (es. pianeta intorno al Sole)
    - » irrilevanti rispetto al moto (es. corpo rigido in traslazione)

Punto materiale

- Esempio: moto della Terra intorno al Sole
  - » $d_{\text{Terra}} \simeq 12600$ km $\simeq 1.3 \cdot 10^{7}$ m
  - » $d_{\text{orbita}} \simeq 299.2 \cdot 10^{6}$ km $\simeq 3 \cdot 10^{11}$ m
  - » $d_{\text{Terra}}/d_{\text{orbita}} = 4.3 \cdot 10^{-5}$
- Esempio: mosca in volo in una stanza
  - » $d_{\text{mosca}} \approx 0.7$ cm $= 7 \cdot 10^{-3}$ m
  - » $d_{\text{stanza}} \approx 5$ m
  - » $d_{\text{mosca}}/d_{\text{stanza}} = 1.4 \cdot 10^{-3}$
- E' l'osservatore che stabilisce se le dimensioni dell'oggetto sono sufficientemente piccole per poterlo considerare puntiforme!

Moto in una dimensione

- Caso più semplice: moto in una dimensione
  - il punto materiale occupa una posizione $x(t)$ ad ogni istante t



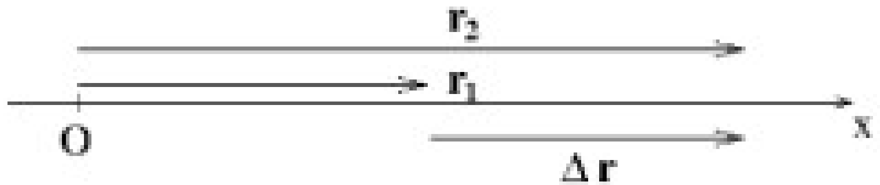
- Spostamento: variazione della posizione in due istanti diversi

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Moto in una dimensione

- Vettore posizione



$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad \Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$$

- Traiettoria: luogo geometrico delle posizione occupate dal punto materiale
- Equazione del moto: legge che descrive la traiettoria in funzione del tempo

$$x = x(t) \qquad \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$$

Moto in una dimensione

- Non si deve confondere lo *spostamento* con la *distanza percorsa*
  - la distanza percorsa da un punto materiale è la lunghezza della traiettoria dalla posizione iniziale a quella finale, ed è una quantità scalare sempre positiva
  - lo spostamento è la variazione della posizione del punto materiale, ed è una *quantità vettoriale*

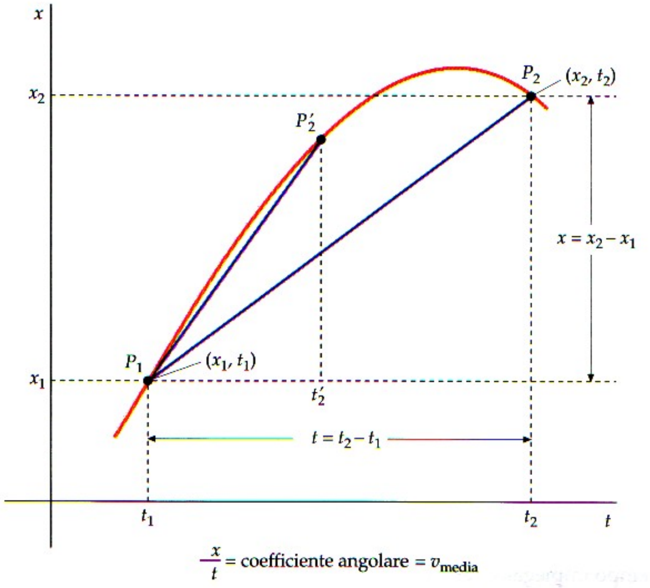
Velocità media

- Velocità (scalare) media
  - rapporto tra spostamento e tempo

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

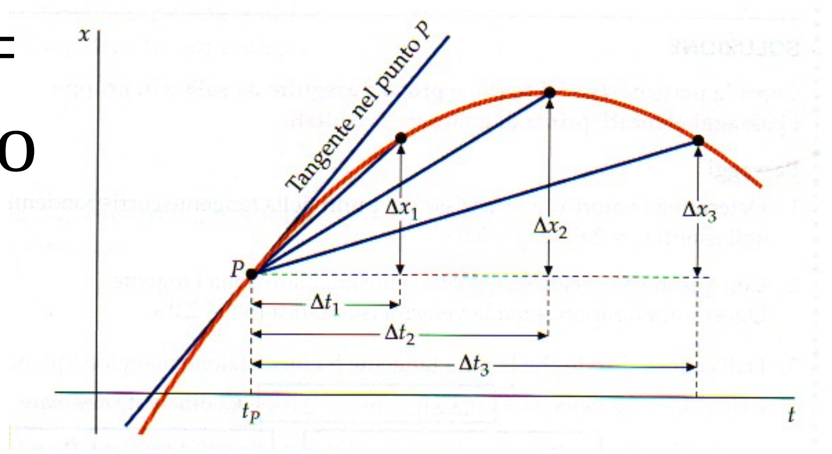
  - non dipende dal percorso seguito
  - dà informazioni globali non dettagliate
    - » es: Δx = 90 Km, Δt = 1 h →

      v_m = 90 km/h : ma come si è svolto il moto ?



Velocità istantanea

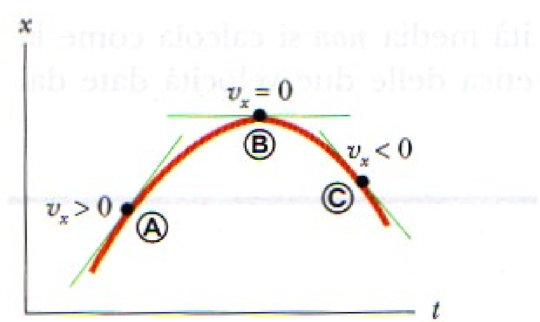
- Se si calcola la velocità media in un tratto sempre più breve (es: Δt = 0.5 h, 10', 1", 0.01") si ottengono informazioni più dettagliate sul moto



- Al limite $\Delta t \rightarrow 0$: velocità (scalare) istantanea

$$\boxed{v_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

  - velocità ad un certo *t*
  - può essere positiva, nulla o negativa



Velocità

- E' la tangente alla curva dell'equazione del moto
- Nel SI: grandezza derivata

$$[v]=\frac{[L]}{[T]}=m/s$$

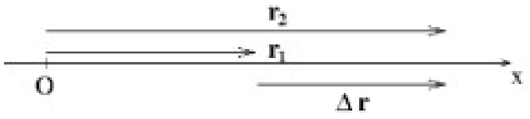
- Il km/h non è una unità del SI!

$$1\,km/h=\frac{1000\,m}{3600\,s}=\frac{1}{3.6}\,m/s$$

Velocità vettoriale

- Velocità media
  - rapporto tra spostamento (vettoriale) e tempo

$$\boldsymbol{v}_m = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$



$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$$

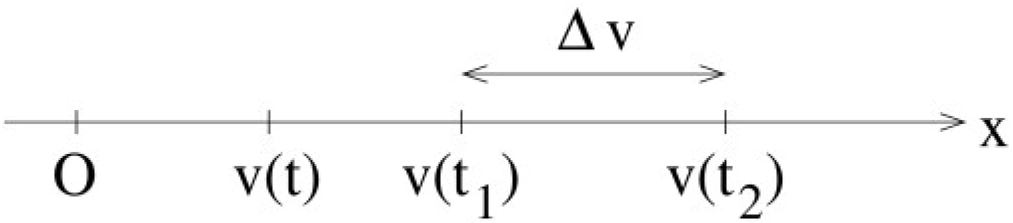
- Velocità istantanea
  - limite della velocità media per $\Delta t \to 0$

$$\boldsymbol{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

  - nel seguito se non specificato si intenderà sempre la velocità istantanea

Moto in una dimensione

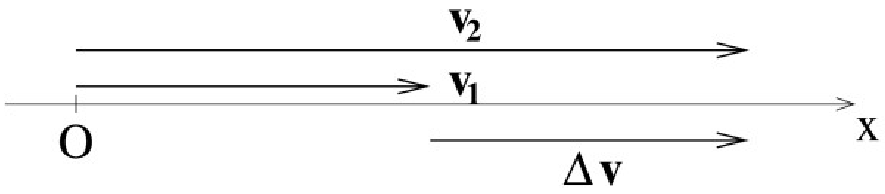
- In generale la velocità non è costante



$\Delta t = t_2 - t_1$

$\Delta v = v_2 - v_1$

  - con i vettori



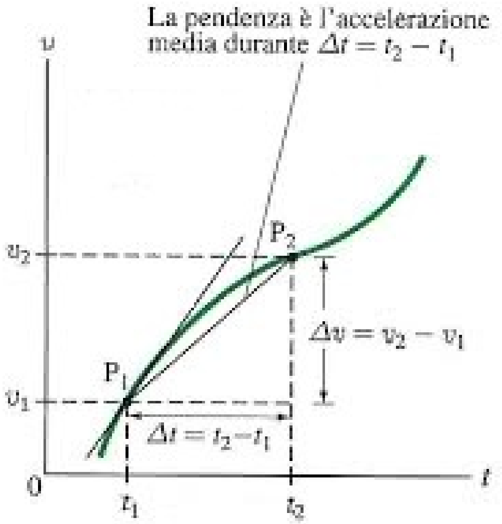
$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$

Accelerazione media

- Accelerazione (scalare) media
  - rapporto tra variazione di velocità e tempo

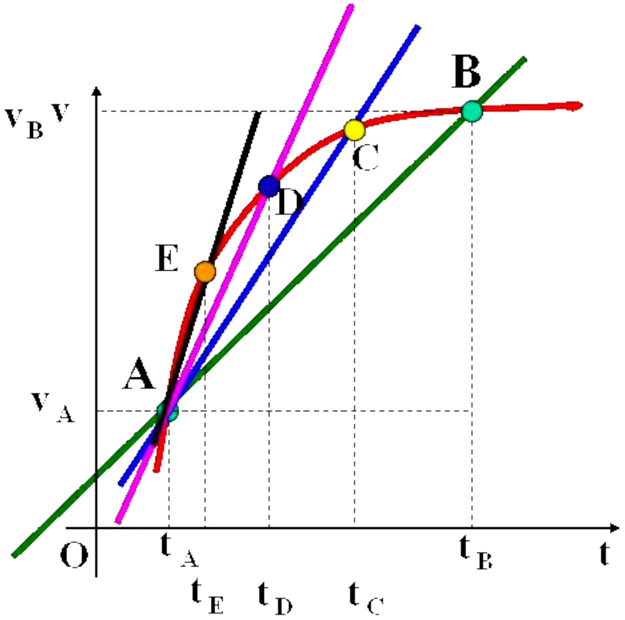
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

  - non dipende dal percorso seguito
  - dà informazioni globali non dettagliate



Accelerazione istantanea

- Se si calcola l'accelerazione media in un tratto sempre più breve (es: Δt = 0.5 h, 10', 1", 0.01") si ottengono informazioni più dettagliate sul moto



- Al limite $\Delta t \to 0$: accelerazione (scalare) istantanea

$$\boxed{a_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}}$$

  - accelerazione ad un certo t
  - può essere positiva, nulla o negativa

Accelerazione

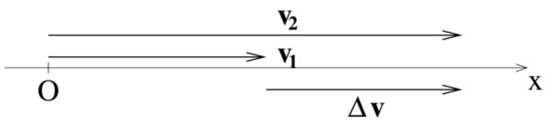
- E' la tangente alla curva della velocità in funzione del tempo
- Nel SI: grandezza derivata

$$[a]=\frac{[V]}{[T]}=\frac{[L]}{[T^2]}=m/s^2$$

Accelerazione vettoriale

- Accelerazione media
  - rapporto tra velocità (vettoriale) e tempo

$$\boldsymbol{a}_m = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$



$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$$

- Accelerazione istantanea
  - limite della accelerazione media per $\Delta t \rightarrow 0$

$$\boldsymbol{a}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

  - nel seguito se non specificato si intenderà sempre la accelerazione istantanea

Ordini superiori ?

$$a = a(t)$$

$$\frac{\Delta a}{\Delta t} \qquad ? \qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{d a}{d t}$$

- Non necessario: le cause del moto dipendono solo da *a* (Dinamica)

Ricostruzione del moto

- Nota $a(t) \Rightarrow v(t)$ per integrazione diretta

$$a(t)=\frac{dv}{dt} \longrightarrow dv=a(t)dt \longrightarrow \int_{v_0}^{v} dv=\int_{t_0}^{t} a(t')dt'$$

$$\boxed{v(t)=\int_{t_0}^{t} a(t')dt'+v_0}$$

- Nota $v(t) \Rightarrow x(t)$ per integrazione diretta

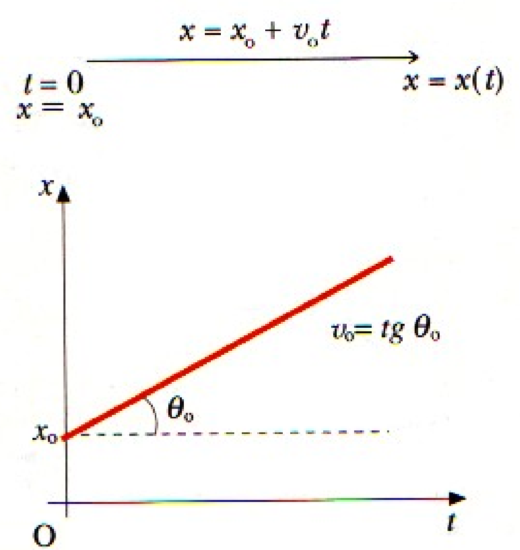
$$v(t)=\frac{dx}{dt} \longrightarrow dx=v(t)dt \longrightarrow \int_{x_0}^{x} dx=\int_{t_0}^{t} v(t')dt'$$

$$\boxed{x(t)=\int_{t_0}^{t} v(t')dt'+x_0}$$

Moti particolari in una dimensione

- Moto rettilineo uniforme
  - velocità costante

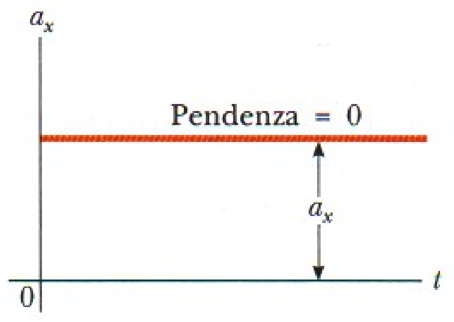
$$v(t)=\frac{dx}{dt}=v_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=x_0+v_0 t}$$

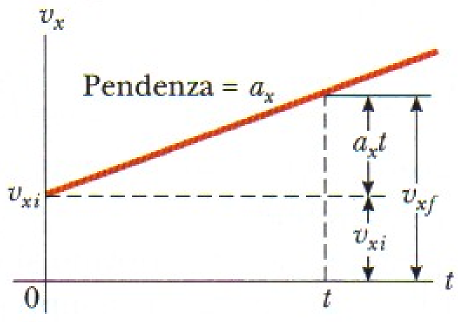


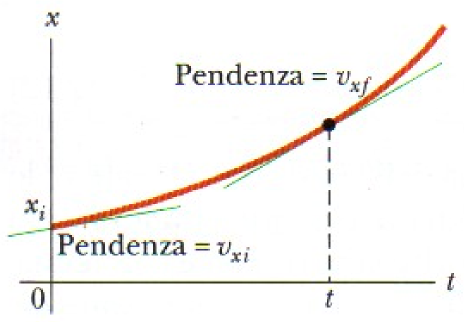
Moti particolari in una dimensione

- Moto rettilineo uniformemente accelerato
  - accelerazione costante

$$a(t)=\frac{dv}{dt}=a_0 \Rightarrow \boxed{v=v_0+a_0 t} \Rightarrow \boxed{x=x_0+v_0 t+\frac{1}{2}a_0 t^2}$$







Esempio

ESEMPIO 2.5 **Un corridore come un punto materiale**

Una scienziata, studiando la biomeccanica del corpo umano, determina la velocità di un corridore mentre corre a velocità costante. La scienziata fa partire il cronometro nel momento in cui il corridore passa un certo punto e lo ferma quando il corridore passa da un punto 20 m più avanti. L'intervallo di tempo indicato dal cronometro è 4.4 s.

A Qual è la velocità del corridore?

Soluzione Il nostro modello del corridore è un punto materiale, come abbiamo già fatto nell'Esempio 2.2 poiché la dimensione del corridore e il movimento delle braccia e delle gambe sono dettagli non necessari. Questo, insieme al fatto che la velocità sia costante, ci ha consentito di usare l'Equazione 2.4 per trovare la velocità:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{20\ \text{m} - 0}{4.4\ \text{s}} = 4.5\ \text{m/s}$$

B Qual è la posizione del corridore dopo 10 s da quando è passato?

Soluzione In questa parte del problema, usiamo l'Equazione 2.5 per trovare la posizione della particella al tempo $t = 10$ s. Utilizzando la velocità già trovata nella parte (A),

$$x_f = x_i + v_x t = 0 + (4.5\ \text{m/s})(10\ \text{s}) = 45\ \text{m}$$