

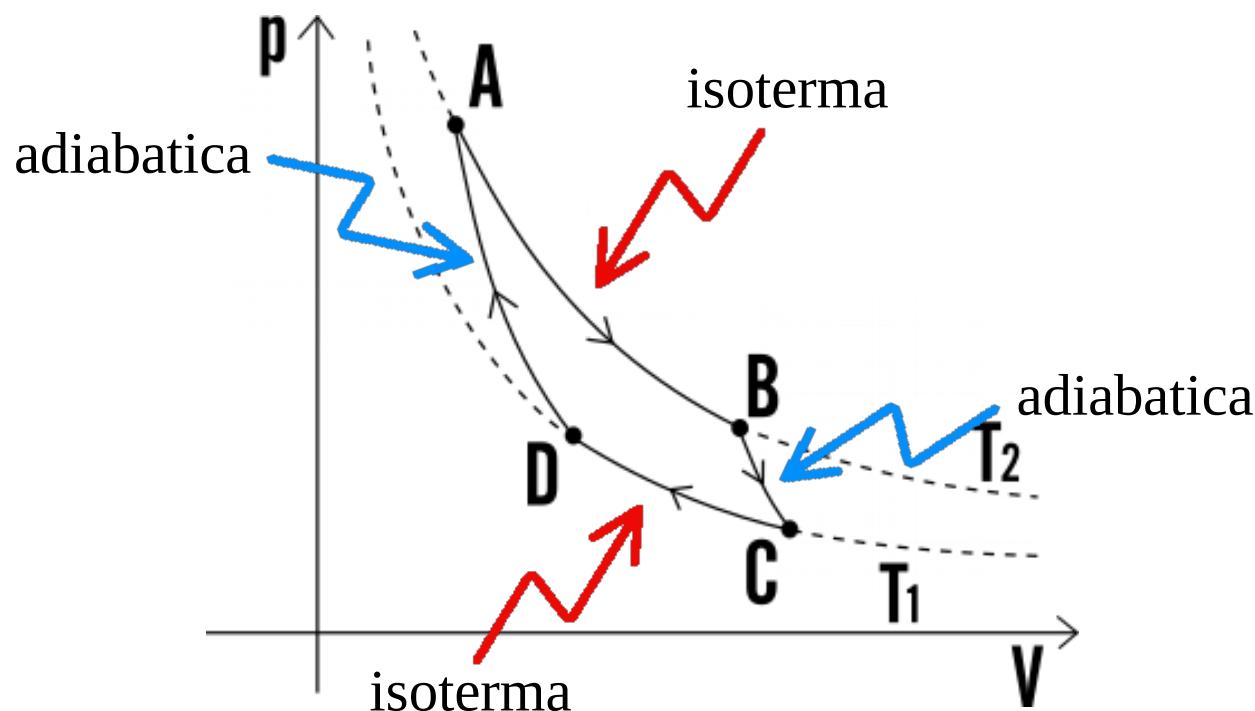
Ciclo di Carnot

Ciclo di Carnot

- Per il II Principio una macchina termica deve operare tra $n \geq 2$ sorgenti
- La più semplice quindi opera con **solo** $n = 2$ sorgenti
- Gli **scambi di calore** avvengono lungo 2 **isoterme**
 - perchè le sorgenti mantengono T costante
- Per completare il ciclo servono 2 trasformazioni **adiabatiche**
 - perchè deve essere $\Delta Q = 0$ (altrimenti ci vorrebbero **altre** sorgenti)
- **Ciclo di Carnot:** due isoterme + due adiabatiche

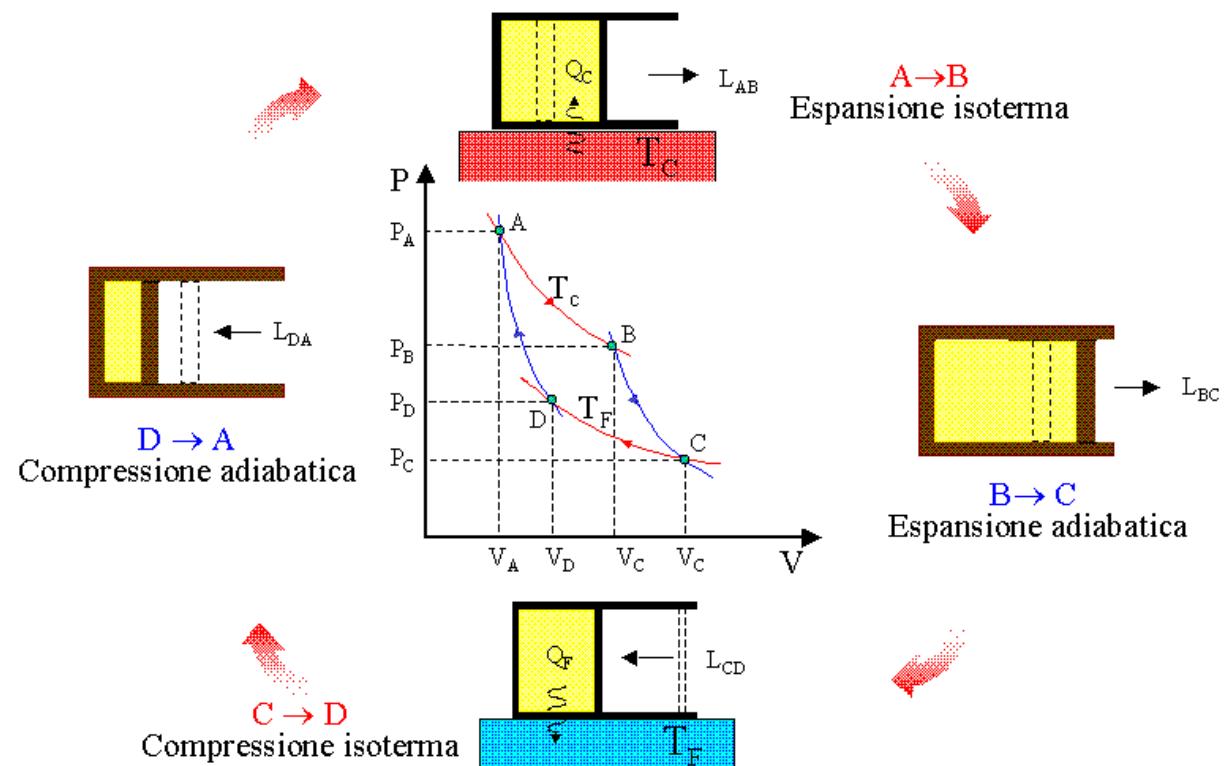
Ciclo di Carnot

- Il ciclo di Carnot è una ciclo **reversibile**
 - cioè tutte le trasformazioni sono reversibili



Ciclo di Carnot

- Il ciclo è effettuato da un **sistema termodinamico qualsiasi**
 - il più **semplice**: un **gas perfetto**



Ciclo di Carnot

- Se il ciclo è percorso in senso orario, si dice che il ciclo è *diretto*: in questo caso si produce lavoro (positivo)
 1. *espansione isoterma* AB a temperatura $T_2 \rightarrow$ calore assorbito ΔQ_{ass}
 2. *espansione adiabatica* BC $\rightarrow \Delta Q = 0$
 3. *compressione isoterma* CD a temperatura $T_1 < T_2 \rightarrow$ calore ceduto ΔQ_{ced}
 4. *compressione adiabatica* DA $\rightarrow \Delta Q = 0$

Ciclo di Carnot

- Lungo le **isoterme**

$$\Delta T = 0 \quad \xrightarrow{\hspace{2cm}} \quad \Delta U = 0 \quad \xrightarrow{\hspace{2cm}} \quad \Delta Q = L$$

quindi

$$\Delta Q_{ass} = L_{AB} = n R T_2 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Delta Q_{ced} = -L_{CD} = -n R T_1 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

- Perciò il **rendimento** del ciclo di Carnot vale

$$\eta = 1 - \frac{\Delta Q_{ced}}{\Delta Q_{ass}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \left(\ln \frac{V_C}{V_D} \middle/ \ln \frac{V_B}{V_A} \right)$$

Rendimento

- Ma in una trasformazione **adiabatica**

$$pV^\gamma = \text{cost} \Rightarrow \frac{nRT}{V} V^\gamma = \text{cost} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cost}$$

e nel ciclo di Carnot

$$\frac{T_2 V_B^{\gamma-1} = T_1 V_C^{\gamma-1}}{T_2 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_D^{\gamma-1}} \xrightarrow{\quad} \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$
$$\eta = 1 - \frac{\Delta Q_{ced}}{\Delta Q_{ass}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \left(\underbrace{\ln \frac{V_C}{V_D} + \ln \frac{V_B}{V_A}}_{= 1} \right) \xrightarrow{\quad} \boxed{\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} < 1}$$

Rendimento

- Nel ciclo di Carnot

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- dipende **solo** dalla **temperatura** delle sorgenti
 - ↳ **tutte** le macchine di Carnot **reversibili** funzionanti tra due date sorgenti termiche hanno lo **stesso** rendimento indipendentemente dal **fluido** termodinamico
- è sempre < 1
 - » sarebbe = 1 se $T_1 = 0$: impossibile
- Se ci sono trasformazioni **irreversibili** allora $\eta_r < \eta$
 - il rendimento di una qualunque macchina termica **reale** (irreversibile) che lavora tra due sorgenti è **inferiore** al rendimento della macchina di Carnot che opera tra le stesse T

Ciclo di Carnot

- Per un ciclo di Carnot **ideale**

$$\eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 1 - \frac{-Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$
$$\frac{-Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

- considerando Q_1 in valore assoluto
- Se una o più trasformazioni sono **irreversibili**

$$1 - \frac{-Q_1}{Q_2} < 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{T_i} < 0$$

Ciclo di Carnot per più sorgenti

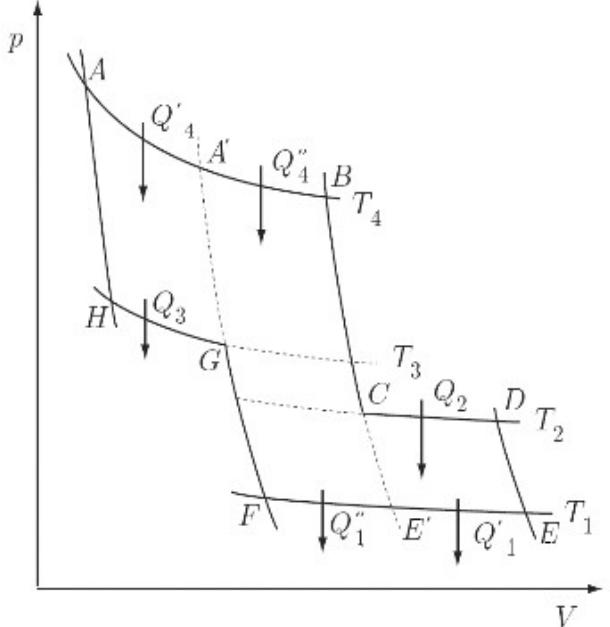
- Queste considerazioni possono essere estese ad una macchina termica che scambi calore con **più di due** sorgenti
 - es: una macchina che scambia calore con le sorgenti T_1, T_2, T_3, T_4 , lungo il ciclo ABCDEFGHA costituito da isoterme ed adiabatiche **reversibili**
 - » il ciclo può essere **diviso** nei cicli di Carnot AA'GHA, A'BE'FA' e CDEE'C
 - » per *ognuno* di essi si può scrivere

$$\frac{Q'_4}{T_4} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

$$\frac{Q''_4}{T_4} + \frac{Q'_1}{T_1} = 0$$

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q'_1}{T_1} = 0$$

→ $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0$ perchè $Q'_1 + Q''_1 = Q_1$
 $Q'_4 + Q''_4 = Q_4$



Ciclo di Carnot per più sorgenti

- Se ci sono n sorgenti $\rightarrow n$ cicli di Carnot



$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

reversibile

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} < 0$$

irreversibile

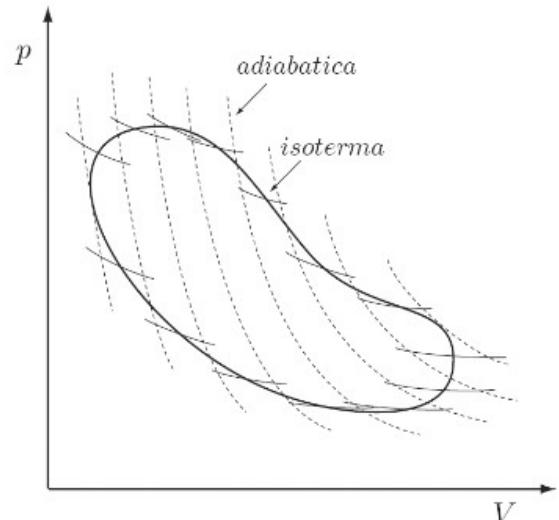
- Se ci sono infinite sorgenti \rightarrow infiniti cicli di Carnot

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

reversibile

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

irreversibile



Entropia

- Per *qualsiasi* ciclo reversibile si ha

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

ovvero l'integrale di $\delta Q/T$ non dipende dal cammino di integrazione

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad \leftarrow \text{ differenziale esatto}$$

- Funzione di stato S : **entropia**

- dipende *solo* dagli stati **iniziale** e **finale**

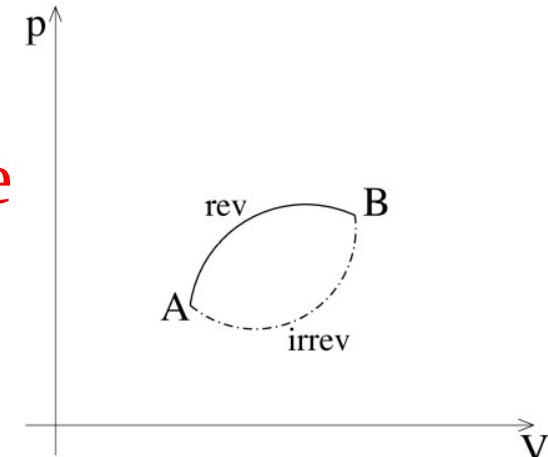
si può misurare solo ΔS non S !

$$\int_A^B dS = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = S(B) - S(A) = \Delta S$$

- nel SI: $[S] = \text{J/K}$

Entropia

- Si abbia una trasformazione **irreversibile** tra A e B
 - aggiungendo una trasformazione **reversibile** da B a A si ottiene un **ciclo**
- Il ciclo è *irreversibile*



$$\int \frac{\delta Q}{T} < 0$$



$$\int_A^B \frac{\delta Q_{irr}}{T} + \int_B^A \frac{\delta Q_{rev}}{T} < 0 \quad \rightarrow \quad \int_A^B \frac{\delta Q_{irr}}{T} < \int_A^B \frac{\delta Q_{rev}}{T} = \Delta S$$

Entropia

$$\int_A^B \frac{\delta Q_{irr}}{T} < \Delta S = S(B) - S(A) \quad \text{disuguaglianza di Clausius}$$

- E' un test di irreversibilità:
 - la variazione di entropia relativa ad una trasformazione *irreversibile* è sempre maggiore dell'integrale di $\delta Q/T$ lungo la trasformazione

Entropia e irreversibilità

- Se la trasformazione è **adiabatica** $\rightarrow \delta Q = 0$

$$\text{blue arrow} \quad \int_A^B \frac{\delta Q_{irr}}{T} = 0 \quad \text{red arrow} \quad \Delta S > 0$$

- Ma *qualunque* trasformazione si può considerare adiabatica se
 - insieme = sistema + tutte le sorgenti
- Quindi in un **sistema isolato** l'entropia o **è costante** ($\Delta S = 0$) o **aumenta** ($\Delta S > 0$)
 - l'Universo è un sistema isolato \Rightarrow la sua entropia aumenta sempre

Entropia e irreversibilità

- I fenomeni naturali sono *intrinsecamente irreversibili*, perché non possono mai essere una successione di stati di equilibrio, come richiede la definizione di trasformazioni reversibili
- I sistemi evolvono sempre verso stati di equilibrio più stabile
- Ogni processo spontaneo si svolge *necessariamente* nel verso che comporta un aumento dell'entropia