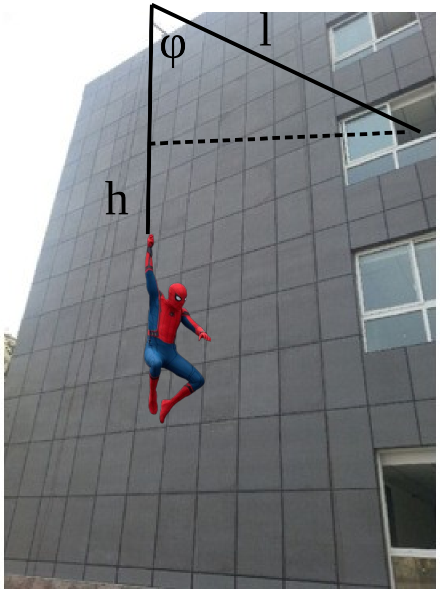
Esercizi su
Lavoro e Energia

Esercizio 1

Spiderman, la cui massa è di 80 Kg, è appeso ad una delle sue ragnatele lunga 12 m. Dondolandosi riesce a raggiungere il davanzale di una finestra; in quella posizione la ragnatela forma un angolo di 60°. Determinare il lavoro compiuto da Spiderman contro la forza di gravità.

Esercizio 1

Spiderman, la cui massa è di 80 Kg, è appeso ad una delle sue ragnatele lunga 12 m. Dondolandosi riesce a raggiungere il davanzale di una finestra; in quella posizione la ragnatela forma un angolo di 60°. Determinare il lavoro compiuto da Spiderman contro la forza di gravità.



$$h = l - l\cos\varphi = 12 - 12\cos 60^\circ = 6\,m$$

$$L = -F\,s = -m\,g\,h = -80 \times 9.81 \times 6 \simeq -1700\,J$$

Esercizio 2

Una massa di 3 Kg si muove ad una velocità di 15 m/s. Quanta energia possiede ? Durante il suo moto sale ad una altezza di 4 m. Quanta energia cinetica gli rimane ?

Esercizio 2

Una massa di 3 Kg si muove ad una velocità di 15 m/s. Quanta energia possiede ? Durante il suo moto sale ad una altezza di 4 m. Quanta energia cinetica gli rimane ?

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 15^2 = 337.5\,J$$

$$V = m\,g\,h = 3 \times 9.8 \times 4 = 117.6\,J$$

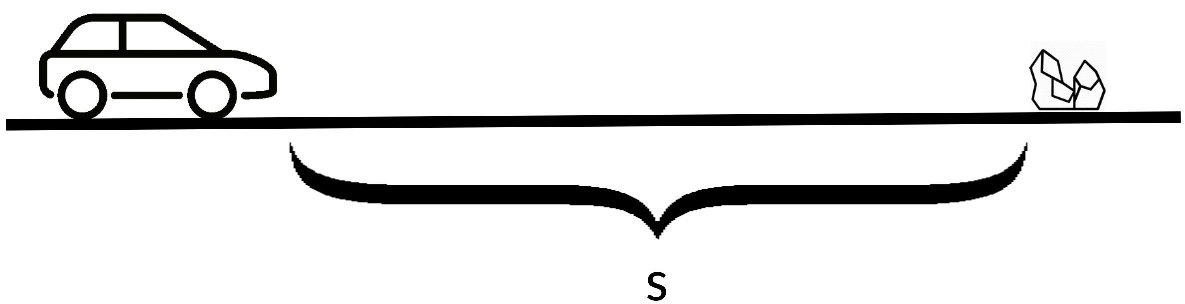
$$K' = K - V = 337.5 - 117.6 = 219.9\,J$$

Esercizio 3

Un'automobile viaggia ad una velocità di 50 km/h, quando per l'improvvisa comparsa di un ostacolo il conducente è costretto a frenare bruscamente arrestando le ruote. Se l'auto si ferma dopo 16 m, si calcoli il coefficiente di attrito delle ruote col terreno (si trascuri il tempo di reazione del conducente).

Esercizio 3

Un'automobile viaggia ad una velocità di 50 km/h, quando per l'improvvisa comparsa di un ostacolo il conducente è costretto a frenare bruscamente arrestando le ruote. Se l'auto si ferma dopo 16 m, si calcoli il coefficiente di attrito delle ruote col terreno (si trascuri il tempo di reazione del conducente).



$$\frac{1}{2}m v^2 = F_a s = \mu_d m g s$$

$$\frac{1}{2}v^2 = \mu_d g s$$

$$\mu_d = \frac{v^2}{g s} = \frac{13.89^2}{2\times 9.81\times 16} \simeq 0.615$$

Esercizio 4

Una massa di 10 Kg viene accelerata da ferma ad una velocità di 10 m/s in 4 secondi. Quanto lavoro viene speso per tale operazione ? Qual è stata l'intensità della forza applicata ? La massa si sposta poi su una superficie con coefficiente di attrito dinamico k_d = 0.2: dopo quanti metri la massa si ferma ?

Provate voi! 😃

Esercizio 5

Un'automobile con una massa di 1000 Kg viaggia in piano ad una velocità costante di 108 Km/h. Quanta energia cinetica possiede ? Ad un certo punto inizia una salita per affrontare la quale perde 137500 J. Qual è la sua velocità alla fine della salita ? Supponendo di trascurare gli attriti, come si potrebbe determinare l'altezza della salita ?

Esercizio 5

Un'automobile con una massa di 1000 Kg viaggia in piano ad una velocità costante di 108 Km/h. Quanta energia cinetica possiede ? Ad un certo punto inizia una salita per affrontare la quale perde 137500 J. Qual è la sua velocità alla fine della salita ? Supponendo di trascurare gli attriti, come si potrebbe determinare l'altezza della salita ?

$$v = 108\, km/h = \frac{108}{3.6} = 30\, m/s \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 30^2 = 450000\, J$$

$$K' = 450000 - 137500 = 312500\, J$$

$$v' = \sqrt{\frac{2K'}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 312500}{1000}} = 25\, m/s \quad (= 90\, km/h)$$

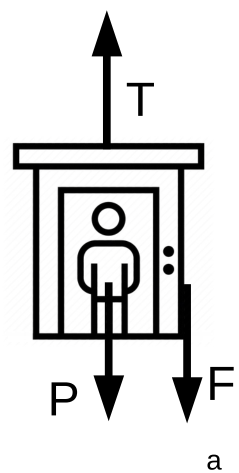
$$V = m g h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{V}{m g} = \frac{137500}{1000 \times 9.81} \simeq 14\, m$$

Esercizio 6

Un ascensore di massa 1000 kg ha una portata massima di 800 Kg. Una forza di attrito costante di 4000 N ritarda il suo moto verso l'alto. Quale deve essere la minima potenza erogata dal motore per far salire l'ascensore con una velocità costante di 3 m/s ? Quale potenza deve fornire il motore se l'ascensore deve muoversi con una accelerazione di 1 m/s^2 verso l'alto ?

Esercizio 6

Un ascensore di massa 1000 kg ha una portata massima di 800 Kg. Una forza di attrito costante di 4000 N ritarda il suo moto verso l'alto. Quale deve essere la minima potenza erogata dal motore per far salire l'ascensore con una velocità costante di 3 m/s ? Quale potenza deve fornire il motore se l'ascensore deve muoversi con una accelerazione di 1 m/s² verso l'alto ?



Tre forze: T, F_a, $P = Mg$

$$F = T - F_a - M\,g = 0$$

$$T = F_a + M\,g = 4000 + (1000 + 800) \times 9.81 \simeq 21600\,N$$

$$W = T\,v = 21600 \times 3 \simeq 65\,kW$$

$$a \neq 0 \;\Rightarrow\; F = T - F_a - M\,g = M\,a$$

$$T = F_a + M\,g + M\,a = F_a + M\,(g + a) = 4000 + (1000 + 800) \times (1 + 9.81) \simeq 23500\,N$$

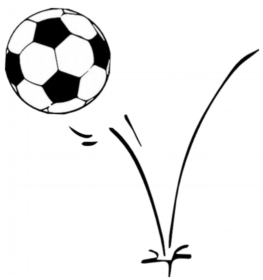
$$W = T\,v = (23500\,v)\,W$$

Esercizio 7

Una palla rimbalzando sul pavimento perde il 20% della propria energia cinetica. Determinare con che velocità deve essere lanciata verso il basso da una altezza di 2 m per vederla rimbalzare alla stessa altezza. (Si trascuri l'attrito dell'aria)

Esercizio 7

Una palla rimbalzando sul pavimento perde il 20% della propria energia cinetica. Determinare con che velocità deve essere lanciata verso il basso da una altezza di 2 m per vederla rimbalzare alla stessa altezza. (Si trascuri l'attrito dell'aria)



$$\frac{1}{2} m v_0^2 + m g h = \frac{1}{2} m v_s^2$$

$$0.8 \left(\frac{1}{2} m v_s^2 \right) = m g h$$

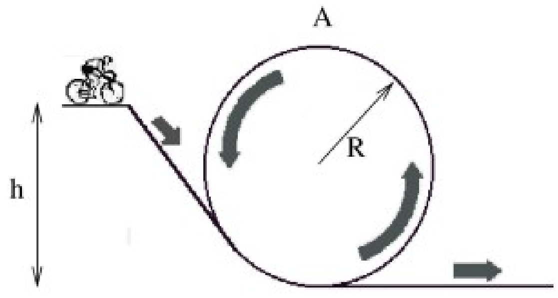
$$v_0 = \sqrt{2 g h \left(\frac{1}{0.8} - 1 \right)} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 2 \times 0.25} \simeq 3.13\, m/s$$

Esercizio 8

Da quale altezza deve scendere un ciclista per effettuare un *giro della morte* lungo una circonferenza di raggio R = 10 m, supposti nulli gli attriti ?

Esercizio 8

Da quale altezza deve scendere un ciclista per effettuare un *giro della morte* lungo una circonferenza di raggio R = 10 m, supposti nulli gli attriti ?



Nel punto A deve essere soddisfatta la relazione

$$F_c = m\,a_c \geq m\,g$$

ma $a_c = v^2/R$ quindi

$$m\frac{v^2}{R} \geq m\,g \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{R} \geq g$$

Per la conservazione dell'energia meccanica

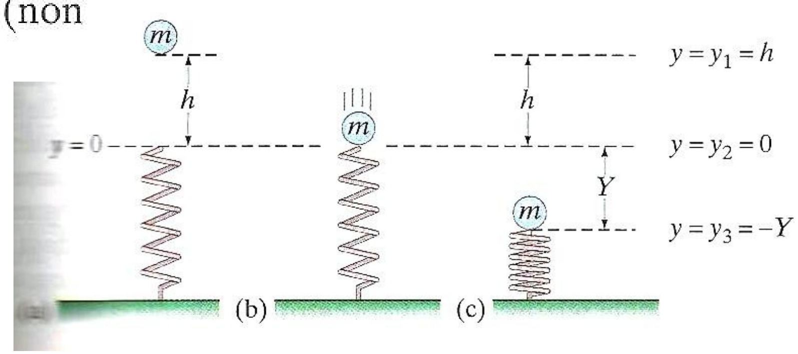
$$m\,g\,h = \frac{1}{2}m\,v^2 + m\,g(2\,R) \quad \Rightarrow \quad v^2 = 2\,g(h - 2\,R)$$

$$h \geq \frac{5}{2}R = 25\,m$$

Esercizio 9

ESEMPIO 6-12 **Due tipi di energia potenziale.** Una palla di massa $m = 2.60$ kg, partendo da ferma, cade per una distanza verticale $h = 55.0$ cm prima di colpire una molla a spirale disposta con l'asse verticale, comprimendola di una lunghezza $Y = 15.0$ cm (fig. 6-24). Determinate la costante elastica della molla, assumendo che la sua massa sia trascurabile e ignorando la resistenza dell'aria. Misurate tutte le distanze a partire dal punto in cui la palla tocca la molla a riposo ($y = 0$ in quel punto).

APPROCCIO Le forze che agiscono sulla palla sono l'attrazione gravitazionale della Terra e la forza elastica esercitata dalla molla. Entrambe le forze sono conservative e quindi usiamo la conservazione dell'energia meccanica, includendo entrambi i tipi di energia potenziale. Tuttavia dobbiamo fare attenzione: la gravità agisce durante tutto il tempo della caduta (fig. 6-24), mentre la forza elastica non agisce prima che la palla tocchi la molla (fig. 6-24b). Scegliamo y verso l'alto e $y = 0$ alla fine della molla nel suo stato di riposo (non compressa).



Esercizio 9

SOLUZIONE Dividiamo questa soluzione in due parti (vedremo anche una soluzione alternativa più avanti).

Parte 1: Consideriamo inizialmente la variazione di energia della palla che cade da un'altezza $y_1 = h = 0.55$ m (fig. 6-24a) sino a $y_2 = 0$, nell'istante in cui tocca la molla (fig. 6-24b). Il nostro sistema è la palla su cui agisce la gravità più la molla che sino a questo istante non agisce. Quindi

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$0 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0.$$

Risolviamo per $v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\ \mathrm{m/s^2})(0.550\ \mathrm{m})} = 3.283\ \mathrm{m/s} \approx 3.28\ \mathrm{m/s}$. Questa è la velocità della palla nel momento in cui tocca la sommità della molla (fig. 6-24b).

Parte 2: Vediamo che cosa accade quando la palla comprime la molla (fig. 6-24b-c). Ora due forze conservative agiscono sulla palla: la gravità e la forza della molla. Quindi la nostra equazione della conservazione dell'energia diventa

$$E(\text{palla che tocca la molla}) = E(\text{molla compressa})$$
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 = \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2.$$

Prendiamo il punto 2 come l'istante in cui la palla inizia a comprimere la molla, quindi $y_2 = 0$ e $v_2 = 3.283$ m/s (tenendo una cifra in più, per ora). Il punto 3 è quello in cui la palla si ferma (per un istante) e la molla è compressa al massimo, cosicché $v_3 = 0$ e $y_3 = -Y = -0.150$ m (dato). Sostituendo nella precedente equazione dell'energia, otteniamo

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0 + 0 = 0 - mgY + \tfrac{1}{2}kY^2.$$

Conosciamo m, v_2 e Y, quindi possiamo risolvere rispetto a k:

$$k = \frac{2}{Y^2}\left[\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgY\right] = \frac{m}{Y^2}[v_2^2 + 2gY]$$
$$= \frac{(2.60\ \mathrm{kg})}{(0.150\ \mathrm{m})^2}[(3.283\ \mathrm{m/s})^2 + 2(9.80\ \mathrm{m/s^2})(0.150\ \mathrm{m})] = 1590\ \mathrm{N/m}$$

che è il risultato desiderato.