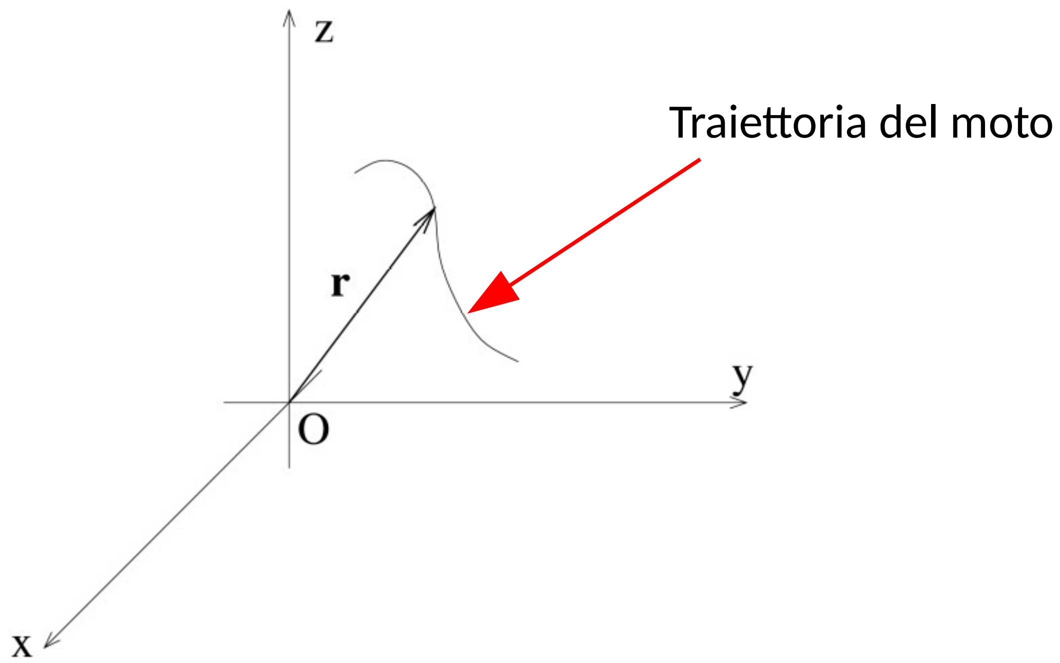
Moto in tre dimensioni

Moto in tre dimensioni

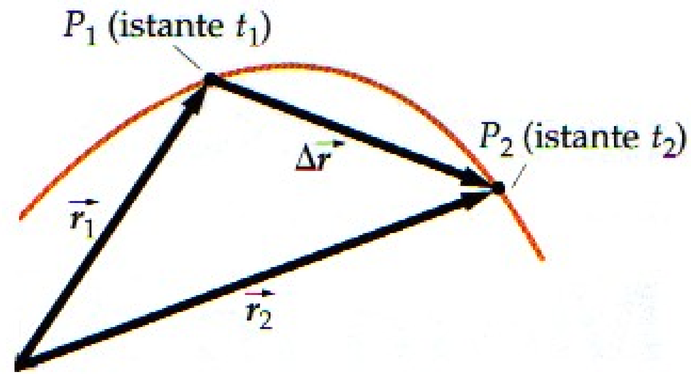
- Caso generale



$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$$

Velocità media

- Velocità media
  - rapporto tra spostamento e tempo



$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$$

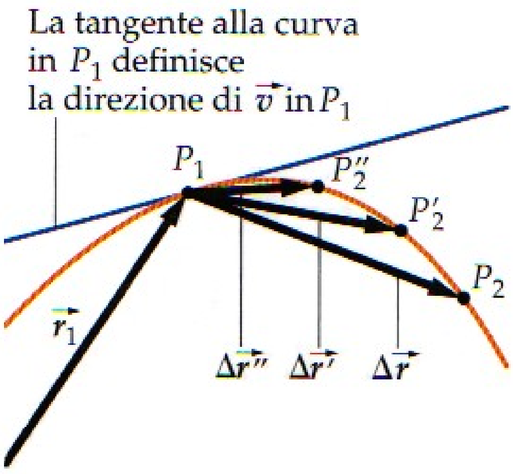
vettore spostamento

$$\boxed{\boldsymbol{v}_m = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}}$$

  - vettore con stessa direzione e verso di $\Delta \boldsymbol{r}$ (perchè $\Delta t > 0$)
  - dà informazioni globali non dettagliate

Velocità istantanea

- Se si calcola la velocità media in un tratto sempre più breve (es: Δt = 0.5 h, 10', 1", 0.01") si ottengono informazioni più dettagliate sul moto



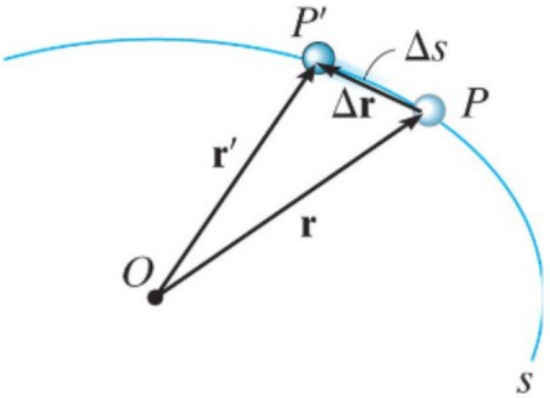
- Al limite $\Delta t \rightarrow 0$: velocità istantanea

$$\boxed{\boldsymbol{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}}$$

  – velocità ad un certo t

Vettore velocità istantanea

- Espressione del vettore velocità $\boldsymbol{v}$



$$\boldsymbol{v}_m = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta s}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Δs arco di traiettoria

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v_i$$

v_i lungo la traiettoria

$$\Delta t \to 0 \Rightarrow \Delta s \to 0$$

$$\boldsymbol{v}_i = v_i \hat{\boldsymbol{\tau}}$$

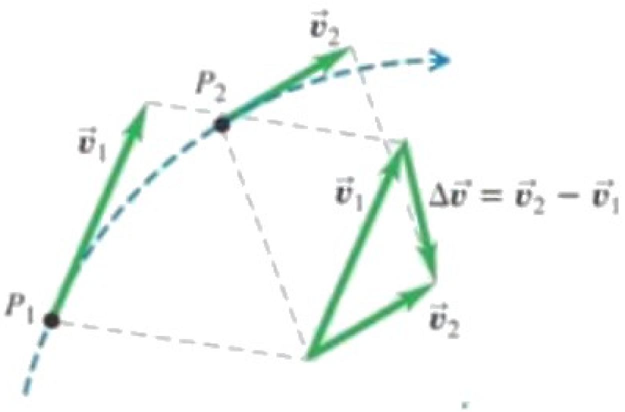
$$\lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta s} = \hat{\boldsymbol{\tau}}$$

$\boldsymbol{\tau}$ tangente alla traiettoria

$\boldsymbol{v}_i$ sempre tangente !

Accelerazione media

- Accelerazione media
  - rapporto tra variazione di velocità e tempo

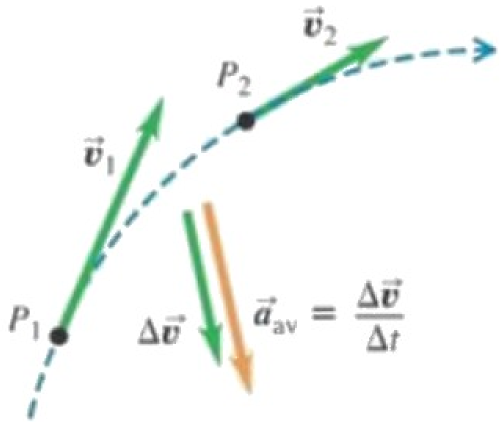


$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$$

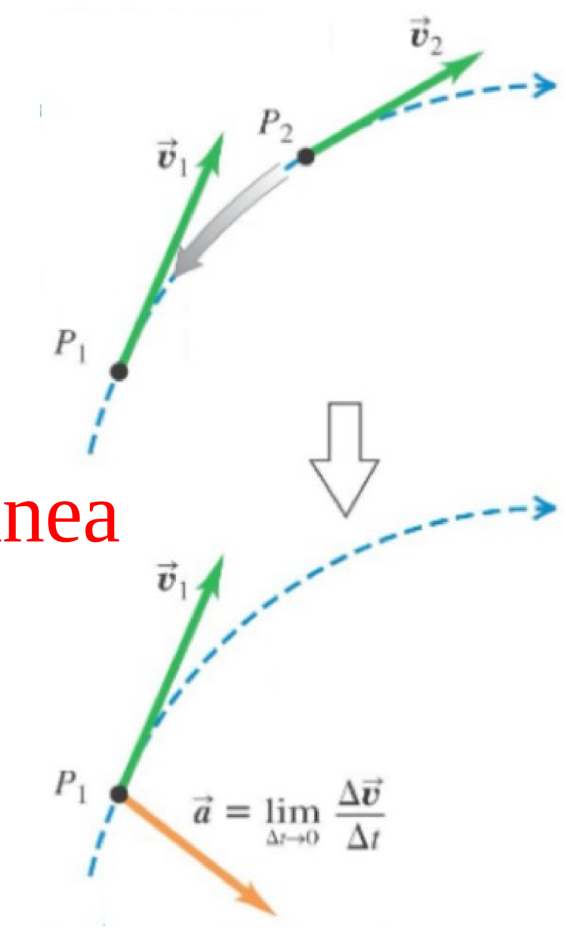
$$\boxed{\boldsymbol{a}_m = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}}$$

  - vettore con stessa direzione e verso di $\Delta\boldsymbol{v}$ (perchè $\Delta t > 0$)
  - dà informazioni globali non dettagliate



Accelerazione istantanea

- Se si calcola l’accelerazione media in un tratto sempre più breve (es: Δt = 0.5 h, 10', 1", 0.01") si ottengono informazioni più dettagliate sul moto



- Al limite $\Delta t \rightarrow 0$: accelerazione istantanea

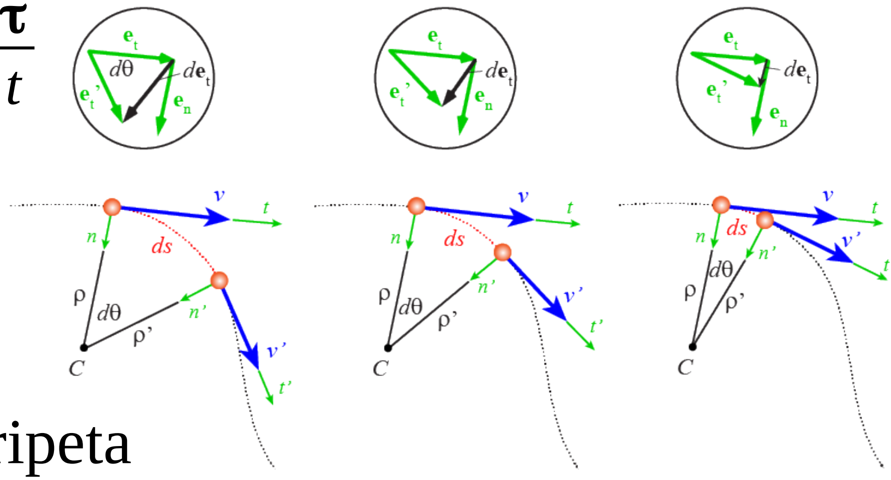
$$\boxed{\boldsymbol{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\,\boldsymbol{v}}{d\,t}}$$

  – accelerazione ad un certo *t*

Vettore accelerazione istantanea

- E' sempre diretto verso la concavità interna
- Si può scomporre in due vettori

$$\boldsymbol{a}_i = \frac{d\,\boldsymbol{v}}{d\,t} = \frac{d}{d\,t}(v\,\hat{\boldsymbol{\tau}}) = \frac{d\,v}{d\,t}\hat{\boldsymbol{\tau}} + v\frac{d\,\hat{\boldsymbol{\tau}}}{d\,t}$$



ma

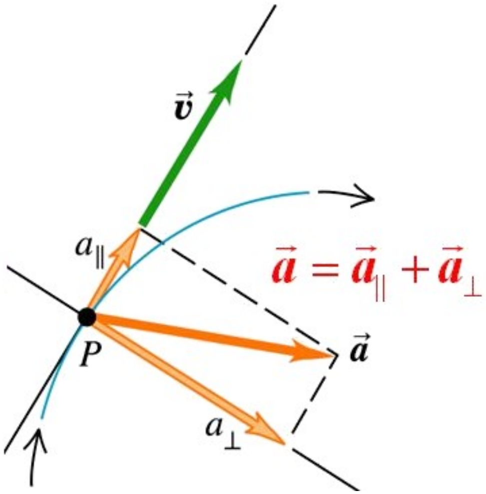
$$\frac{d\,\hat{\boldsymbol{\tau}}}{d\,t} = \frac{v}{R}\hat{\boldsymbol{u}} \qquad \text{dove } \hat{\boldsymbol{u}} \perp \boldsymbol{\tau}$$

quindi

centripeta

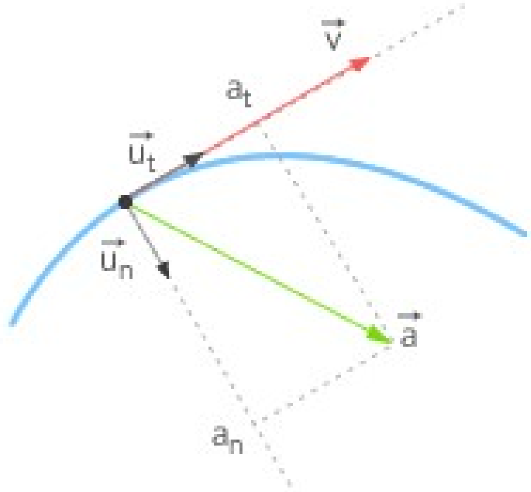
$$\boldsymbol{a}_i = \frac{d\,v}{d\,t}\hat{\boldsymbol{\tau}} + \frac{v^2}{R}\hat{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_c$$

tangenziale



Vettore accelerazione istantanea

- Accelerazione tangenziale: $\boldsymbol{a}_t = \frac{d\,v}{d\,t}\hat{\boldsymbol{\tau}}$
  - parallela al vettore velocità ($\boldsymbol{v} = v\,\boldsymbol{\tau}$)
  - variazione del modulo di $\boldsymbol{v}$
- Accelerazione centripeta: $\boldsymbol{a}_c = \frac{v^2}{R}\hat{\boldsymbol{u}}$
  - perpendicolare al vettore velocità ($\hat{\boldsymbol{u}} \perp \boldsymbol{\tau}$)
  - variazione della direzione di $\boldsymbol{v}$



Velocità e accelerazione

- ***v*** è un vettore: può cambiare direzione e modulo !