

Gravitazione

Osservazione del cielo



Tycho Brahe (1546-1601)

Osservazione del cielo

- Analisi dei dati di Brahe
- Modello **eliocentrico** (**copernicano**)

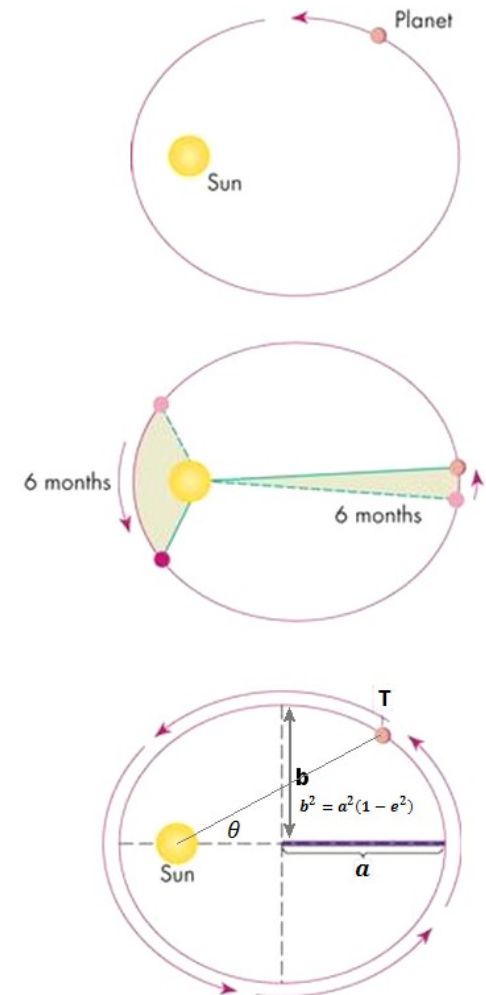


Johannes Kepler (1571-1630)

Leggi di Keplero

- **I** : ogni pianeta segue un'orbita **ellittica** intorno al Sole
 - (di fatto **circolare**, $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \simeq 0$)
- **II** : il raggio vettore S-P spazza **aree uguali** in **tempi uguali**
 - P più veloce se S-P più piccolo
- **III** : \forall P, periodo T e semiasse maggiore a

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{cost}$$



Legge di Newton

- Leggi di Keplero: **sperimentali**
 - dai dati a disposizione
 - senza una “giustificazione” teorica
- Legge di Newton: spiegazione **a priori**
 - attrazione Sole-Pianeti
 - attrazione Luna-Terra
 - attrazione fra due oggetti qualsiasi

Legge di Newton

- Dati due corpi **puntiformi**
- **Forza di attrazione**
 - direzione: **congiungente** i due corpi
 - verso **opposto**
 - modulo



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Legge di Newton

- Solo **attrattiva**
- Verificata con **alto** grado di precisione ($\sim 10^{-6}$)
- La forza dipende dalla **massa gravitazionale** dei corpi
 - potrebbe essere diversa da massa inerziale ?
 - Newton e poi altri: $m_i / m_g = \text{cost} \Rightarrow m_i$ e m_g sono la stessa cosa $\rightarrow m$ massa **senza ambiguità**
 - (in Relatività: $m_i = m_g$ *principio di equivalenza*)

Legge di Newton

- Se ci sono più masse: principio di *sovrapposizione*

$$\mathbf{F}_{tot} = \sum_i \mathbf{F}_i$$

- Vale solo per **masse puntiformi**
 - se **estese**: si dividono in dm infinitesime, si calcola

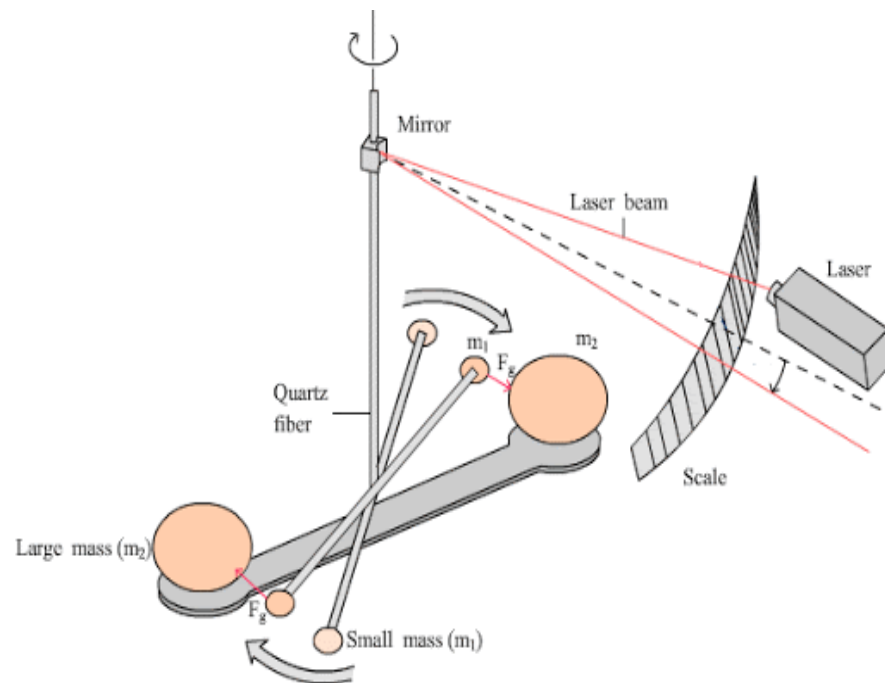
$$d\mathbf{F} = G \frac{dm_1 dm_2}{r^2}$$

e si **integra** sulle due masse

- per **sfere**: come se puntiformi

Costante di gravitazione

- G : proporzionalità tra F , m e r
 - costante di **gravitazione universale**
- $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$
- Bilancia di Cavendish



Derivazione della legge di Newton

- Dal moto circolare

The diagram illustrates the derivation of Newton's law of gravitation. It starts with the text 'III Legge di Keplero' (Kepler's Third Law) on the left. A blue arrow points from this text to the equation $T^2 = k r^3$. From $T^2 = k r^3$, a red curved arrow points to the equation $F = m a_c = m \omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$ at the top. Another blue curved arrow points from $T^2 = k r^3$ down to the equation $F = \left(\frac{4\pi^2}{k} \right) \frac{m}{r^2} = K \frac{m}{r^2}$. Finally, a blue arrow points from the constant K in this equation to the expression $K \propto M_s$.

$$F = m a_c = m \omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$$

III Legge di Keplero $\Rightarrow T^2 = k r^3$

$$F = \left(\frac{4\pi^2}{k} \right) \frac{m}{r^2} = K \frac{m}{r^2}$$

$K \propto M_s$

Gravità terrestre

- Massa m sulla Terra

$$F = G \frac{m M_T}{R_T^2}$$

- Forza peso $F = mg$



$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$



$$M_T = \frac{g}{G} R_T^2$$



$$M_T = \frac{9.81}{6.67 \cdot 10^{-11}} (6.3 \cdot 10^6)^2 \simeq 5.84 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$