

Impulso e quantità di moto

Forze

- Relazione forza – spostamento ✓
- Relazione forza – tempo ←

Impulso

- Forza costante F che agisce per un tempo Δt

$$I = F \Delta t \quad \longleftarrow \text{Impulso (medio)}$$

- Forza (qualsiasi) F che agisce per un tempo dt

$$dI = F dt \quad \longleftarrow \text{Impulso elementare}$$

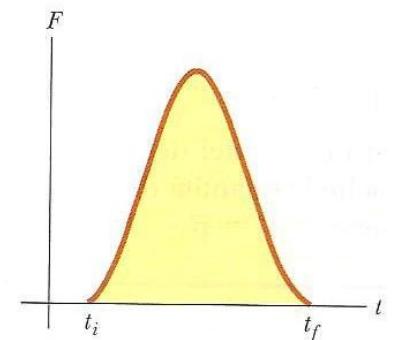
- Forza (qualsiasi) F che agisce da t_1 a t_2

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F dt \quad \longleftarrow \text{Impulso totale}$$

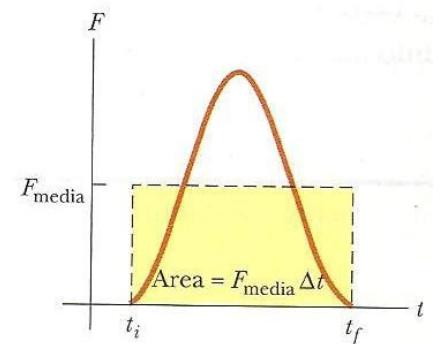
- $I \uparrow\uparrow F$

Impulso

- Il modulo dell'impulso è pari all'area sottesa dalla curva della forza in funzione del tempo



- Nel SI: grandezza **derivata**
 - $[I] = \text{N s}$



Forza e impulso

$$F = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad \xrightarrow{\text{blue arrow}} \quad F dt = m d\mathbf{v}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} F dt = \int_{v_1}^{v_2} m d\mathbf{v} = m \mathbf{v}_2 - m \mathbf{v}_1$$


Quantità di moto

$$q = m v \quad \leftarrow \quad \text{Quantità di moto}$$

- Teorema dell'impulso

$$I = \Delta q = q_2 - q_1$$

- Nel SI: grandezza **derivata**
 - $[q] = \text{Kg m/s}$

Esempio

ESEMPIO 8.4

Quanto buoni sono i paraurti?

In un test d'urto un'automobile di massa 1 500 kg urta un muro come nella Figura 8.6. La velocità iniziale e finale sono $\vec{v}_i = -15.0\hat{i}$ m/s e $\vec{v}_f = 2.60\hat{i}$ m/s. Se la col-

lisione dura 0.150 s trovate l'impulso dovuto alla collisione e la forza media esercitata sull'automobile.



FIGURA 8.6

(Esempio 8.4) (a) La variazione della quantità di moto dell'auto come risultato della collisione con un muro. (b) In un test d'urto, la grande forza esercitata dal muro sull'auto può provocare estesi danni alla parte anteriore dell'auto.

Soluzione Sia l'automobile il sistema. Le quantità di moto iniziale e finale dell'automobile sono

$$\begin{aligned}\vec{p}_i &= m\vec{v}_i = (1500 \text{ kg})(-15.0\hat{i} \text{ m/s}) \\ &= -2.25 \times 10^4\hat{i} \text{ kg}\cdot\text{m/s}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{p}_f &= m\vec{v}_f = (1500 \text{ kg})(2.60\hat{i} \text{ m/s}) \\ &= 0.390 \times 10^4\hat{i} \text{ kg}\cdot\text{m/s}\end{aligned}$$

Quindi l'impulso è

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i \\ &= 0.390 \times 10^4\hat{i} \text{ kg}\cdot\text{m/s} - (-2.25 \times 10^4\hat{i} \text{ kg}\cdot\text{m/s}) \\ \vec{I} &= 2.64 \times 10^4\hat{i} \text{ kg}\cdot\text{m/s}\end{aligned}$$

La forza media esercitata sull'automobile è

$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4\hat{i} \text{ kg}\cdot\text{m/s}}{0.150 \text{ s}} = 1.76 \times 10^5\hat{i} \text{ N}$$

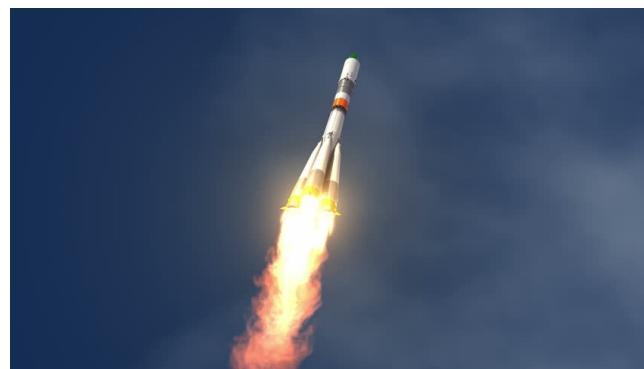
Secondo Principio della Dinamica

- Da $\mathbf{q} = m \mathbf{v}$

$$F = m a \quad \xrightarrow{\hspace{1cm}} \quad F = \frac{d \mathbf{q}}{d t}$$

*La variazione della quantità di moto di un corpo nell'unità di tempo
è pari alla forza risultante agente sul corpo*

- Più generale di $F = m a$
 - vale anche se $m \neq \text{cost}$



$$\frac{d m}{d t} < 0$$

Sistema isolato

- Se $\mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$

$$\mathbf{I} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \Delta \mathbf{q} = \mathbf{0}$$

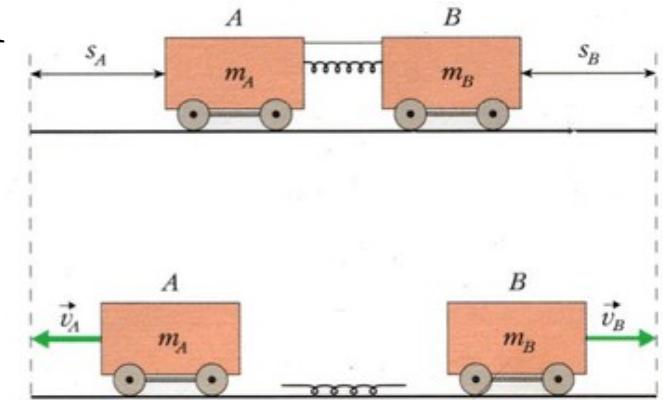
- Conservazione della quantità di moto

$$\mathbf{q}_f = \mathbf{q}_i$$

*Se la forza esterna risultante agente su un sistema è nulla (**sistema isolato**),
la quantità di moto totale del sistema si **conserva***

Conservazione della quantità di moto

- Due carrellini, una molla compressa



- Tagliando il filo
 - quanto valgono v_1 e v_2 ? occorre conoscere $F(t)$!

- Ma

- $t = t_i : F_{\text{ext}} = 0 \rightarrow$ sistema isolato

- $t = t_f : F_{\text{ext}} = 0 \rightarrow$ sistema isolato

$$q_i = 0 \quad \Rightarrow \quad q_f = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

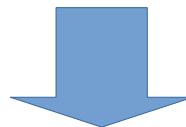
$$\Delta q = 0$$

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

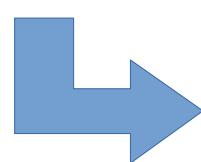
$$m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

Conservazione della quantità di moto

- Per determinare v_1 e v_2 serve un'altra relazione
 - es: conservazione dell'energia meccanica



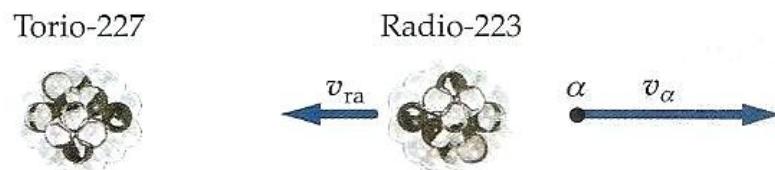
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$



$$\begin{cases} m_1v_1 = -m_2v_2 \\ \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \end{cases}$$

Esempio

Un nucleo di **torio-227** in quiete (massa $227 \text{ u}^{(*)}$) **decade** in un nucleo di **radio-223** (massa 223 u) emettendo una particella α (massa 4 u). L'**energia cinetica** della particella α è di $9.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Qual è l'energia del nucleo di radio che subisce il rinculo?



- Dopo il decadimento le energie cinetiche saranno

$$K_{Ra} = \frac{1}{2} m_{Ra} v_{Ra}^2 \quad K_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$$

^(*) u = unità di massa atomica, $\simeq 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Esempio

- La quantità di moto del sistema **prima** del decadimento è **zero** e tale deve essere **dopo** il decadimento, quindi

$$m_{Ra} v_{Ra} = m_\alpha v_\alpha \quad \longrightarrow \quad v_{Ra} = \frac{m_\alpha}{m_{Ra}} v_\alpha$$

e sostituendo nell'espressione dell'energia cinetica

$$\begin{aligned} K_{Ra} &= \frac{1}{2} m_{Ra} v_{Ra}^2 = \frac{1}{2} m_{Ra} \frac{m_\alpha^2}{m_{Ra}^2} v_\alpha^2 = \frac{m_\alpha}{m_{Ra}} K_\alpha = \\ &= \frac{4}{223} \times 9.6 \cdot 10^{-13} = 1.7 \cdot 10^{-14} J \end{aligned}$$

l'energia cinetica del nucleo di radio è **molto minore** di quella del nucleo α e di conseguenza anche la sua velocità

- come era logico aspettarsi, avendo massa **molto maggiore**