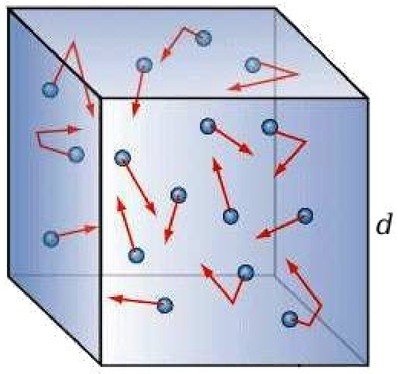
Teoria cinetica dei gas

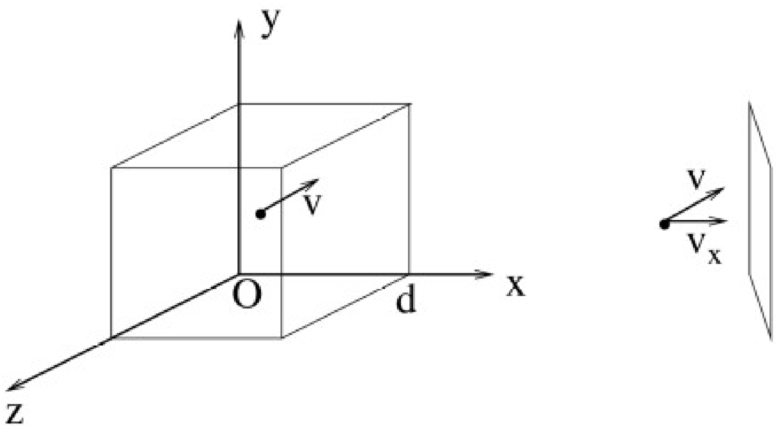
Teoria cinetica dei gas

- Quando il numero di particelle è grande si deve rinunciare ad una *descrizione completa* del moto microscopico di ogni particella a favore di una descrizione macroscopica attraverso *variabili globali*
- Tuttavia è possibile trovare un legame (statistico) tra variabili macroscopiche (p, T) e variabili microscopiche (v, K)

Teoria cinetica dei gas

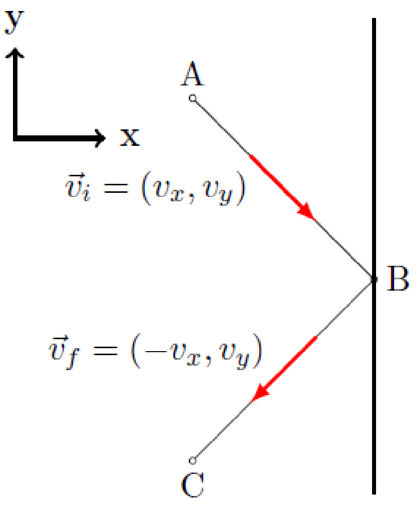
- Per semplicità: gas ideale
  - particelle puntiformi, tutte uguali, di massa m
  - non interagenti fra loro
  - moto lineare, interazione solo per urti elastici
    - » fra loro o con le pareti del contenitore
- N particelle in un cubo di lato d





Moto di una particella

- Urto su una parete $\Rightarrow v_x \rightarrow -v_x$
  - variazione della quantità di moto



$$\Delta q_x = (-m v_x) - (m v_x) = -2 m v_x$$

teorema dell'impulso

$$F_p \Delta t_{urto} = \Delta q_x = -2 m v_x$$

- Tempo medio fra due urti

$$\Delta t = \frac{2d}{v_x}$$

prima che possa urtare di nuovo la parete la particella deve arrivare alla parete opposta e tornare indietro

Moto di una particella

- Forza media che la parete esercita sulla particella: presente durante l'urto, assente per il resto del tempo
  - quindi per calcolare F_p media si può sostituire t_{urto} con Δt

$$\overline{F_p} = -\frac{2 m v_x}{\Delta t_{urto}} = -\frac{m v_x^2}{d}$$

- Forza (di pressione) media che la particella esercita sulla parete: per il III Principio della Dinamica

$$\overline{F_m} = -\overline{F_p} = \frac{m v_x^2}{d}$$

Forza media

- Forza media esercitata sulla parete da *tutte* le N particelle

$$\overline{F} = \sum_1^N \overline{F_m} = \sum_1^N \frac{m v_x^2}{d} = \frac{m}{d} \sum_1^N v_x^2$$

- Media delle v_x^2

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \sum_1^N v_x^2$$

$$\overline{F} = \frac{m}{d} N \overline{v_x^2}$$

- Per ogni molecola

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

  - ma data la casualità del moto non esiste una direzione privilegiata, quindi

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{v^2} = 3 \overline{v_x^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{F} = \frac{1}{3} \frac{m}{d} N \overline{v^2}$$

Pressione

- La pressione (media) è

$$p=\frac{\overline{F}}{S}=\frac{\overline{F}}{d^2}$$

  - quindi ($V = d^3$)

$$\boxed{p=\frac{\overline{F}}{d^2}=\frac{1}{3}N\frac{m\overline{v^2}}{d^3}=\frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)}$$

la pressione è proporzionale alla densità di particelle N/V, alla loro massa m e alla velocità quadratica media

⇨ legame tra una grandezza macroscopica (p) e grandezze microscopiche (m, v^2)

Temperatura

- Si ha quindi

$$pV = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

- Ma per un gas perfetto

$$pV = nRT$$

  - quindi

$$\boxed{T = \frac{2}{3} \frac{N}{nR} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)}$$

la temperatura è proporzionale all'energia cinetica media delle particelle

➡ la temperatura è una *misura* dell'energia cinetica media delle particelle

Temperatura

- Questo spiega perchè $T > 0$ sempre
  - $T < 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 < 0$ ❗
- Inoltre

$$\frac{N}{n} = cost = N_A$$

numero di Avogadro

e

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K$$

costante di Boltzman

$$T = \frac{2}{3k_B}\left(\frac{1}{2} m \overline{v^2}\right)$$

- La velocità quadratica media è $v_{qm} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$
  - le molecole più pesanti hanno velocità quadratica media *inferiore* alle molecole più leggere