Esercizi di Dinamica

Esempio 1

ESEMPIO 5.2. Un Semaforo Fermo

Un semaforo di peso 100 N pende da un cavo legato a due altri cavi trattenuti da un supporto come in Figura 5.9a. I cavi superiori formano due angoli di 37° e 53° con l'orizzontale. Determinare la tensione nei tre cavi.

Soluzione: Dapprima costruiamo il diagramma di corpo libero per il semaforo come in Figura 5.9b. La tensione nel cavo verticale T_3 supporta il semaforo, e così vediamo che $T_3 = W = 100$ N. Ora costruiamo un diagramma di corpo libero per il nodo che tiene assieme i tre cavi, come in Figura 5.9b. Conviene scegliere questo punto poiché tutte le forze in questione agiscono in questo punto. Scegliamo gli assi coordinati come mostrati in Figura 5.9c e risolviamo le forze nelle loro componenti x ed y:

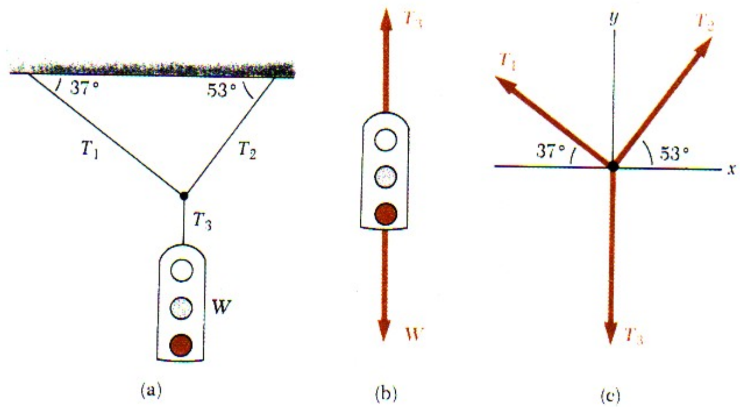


Fig. 5.9 (Esempio 5.2) (a) Un semaforo sospeso da fili. (b) Diagramma di corpo libero per il semaforo. (c) Diagramma di corpo libero per il nodo.

Forza	Componente x	Componente y
$\mathbf{T}_1$	$-T_1 \cos 37°$	T_1 sen $37°$
$\mathbf{T}_2$	$T_2 \cos 53°$	T_2 sen $53°$
$\mathbf{T}_3$	0	-100 N

La prima condizione per l'equilibrio ci dà le equazioni

(1) $\sum F_x = T_2 \cos 53° - T_1 \cos 37° = 0$

(2) $\sum F_y = T_1 \text{ sen } 37° + T_2 \text{ sen } 53° - 100 \text{ N} = 0$

Dalla (1) vediamo che le componenti orizzontali di $\mathbf{T}_1$ e $\mathbf{T}_2$ debbono essere uguali in modulo, e dalla (2) vediamo che la somma delle componenti verticali e di $\mathbf{T}_1$ e $\mathbf{T}_2$ deve bilanciare il peso del semaforo. Possiamo risolvere la (1) per $\mathbf{T}_2$ in termini di $\mathbf{T}_1$ ottenendo

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37°}{\cos 53°}\right) = 1.33\ T_1$$

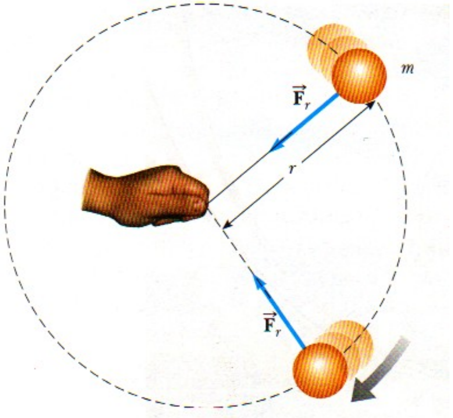
Questo valore per T_2 può essere sostituito nella (2) ottenendo

$$T_1 \text{ sen } 37° + (1.33\ T_1)(\text{sen } 53°) - 100 \text{ N} = 0$$
$$T_1 = 60.0 \text{ N}$$
$$T_2 = 1.33\ T_1 = 79.8 \text{ N}$$

Esercizio 2 In quale situazione sarà $T_1 = T_2$?

Risposta: Quando i cavi di supporto formano angoli uguali con il supporto orizzontale.

Esempio 2



ESEMPIO 5.5 **A quale velocità può ruotare?**

Un oggetto di massa 0.500 kg è attaccato all'estremità di una fune di lunghezza 1.50 m. L'oggetto ruota su una circonferenza orizzontale come in Figura 5.8. Se la fune può sopportare una tensione massima di 50.0 N, qual è la massima velocità dell'oggetto prima che la fune si spezzi?

Soluzione Poiché il modulo della forza che fornisce l'accelerazione centripeta dell'oggetto in questo caso è la tensione T esercitata dalla fune sull'oggetto, la seconda legge di Newton ci dà per la direzione radiale verso l'interno

$$\sum F_r = ma_c \quad \rightarrow \quad T = m\frac{v^2}{r}$$

Ricavando la velocità v, abbiamo

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

La massima velocità che l'oggetto può avere corrisponde al valore massimo della tensione. Quindi, troviamo

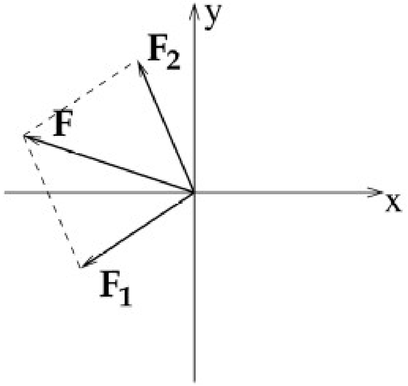
$$v_{\max} = \sqrt{\frac{T_{\max} r}{m}} = \sqrt{\frac{(50.0\ \text{N})(1.50\ \text{m})}{0.500\ \text{kg}}} = 12.2\ \text{m/s}$$

Esercizio 1

Due forze F1 = (-6î – 4ĵ) N e F2 = (-3î + 7ĵ) N agiscono su una particella di massa 2 kg inizialmente ferma nell'origine. Determinare dopo 10 s le componenti della velocità e la posizione della particella.

Esercizio 1

Due forze F1 = (-6î – 4ĵ) N e F2 = (-3î + 7ĵ) N agiscono su una particella di massa 2 kg inizialmente ferma nell'origine. Determinare dopo 10 s le componenti della velocità e la posizione della particella.



$$\boldsymbol{F}=F_i\boldsymbol{i}+F_j\boldsymbol{j}=(F_{i,1}+F_{i,2})\boldsymbol{i}+(F_{j,1}+F_{j,2})\boldsymbol{j}=(-9\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j})N$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{F}}{m}=\frac{F_i}{m}\boldsymbol{i}+\frac{F_j}{m}\boldsymbol{j}=(-4.5\boldsymbol{i}+1.5\boldsymbol{j})m/s^2$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}t=(a_i t)\boldsymbol{i}+(a_j t)\boldsymbol{j}=(-45\boldsymbol{i}+15\boldsymbol{j})m/s$$

$$\boldsymbol{s}=\frac{1}{2}t^2\boldsymbol{a}=(\frac{1}{2}a_i t^2)\boldsymbol{i}+(\frac{1}{2}a_j t^2)\boldsymbol{j}=(-225\boldsymbol{i}+75\boldsymbol{j})m$$

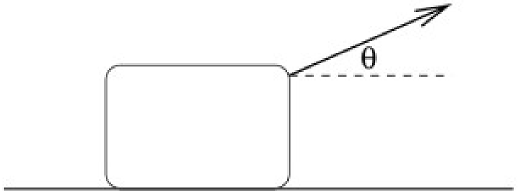
Esercizio 2

Una passeggera all'aeroporto trasporta la sua valigia di 20 Kg a velocità costante, agendo su una cinghia che forma un angolo $\theta = 30°$ con l'orizzontale. Sapendo che la donna esercita una forza di 35 N, determinare il coefficiente di attrito dinamico.

Esercizio 2

Una passeggera all'aeroporto trasporta la sua valigia di 20 Kg a velocità costante, agendo su una cinghia che forma un angolo θ = 30° con l'orizzontale. Sapendo che la donna esercita una forza di 35 N, determinare il coefficiente di attrito dinamico.

Tre forze: trazione, forza peso, attrito



$$F\cos\theta = F_d = \mu_d(m\,g - F\sin\theta)$$

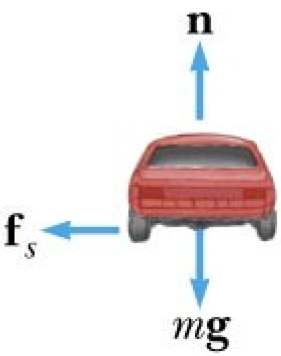
$$\mu_d = \frac{F\cos\theta}{m\,g - F\sin\theta} = \frac{35\times\cos 30^\circ}{20\times 9.81 - 35\times\sin 30^\circ} = \frac{30.3}{196.2 - 17.5} \simeq 0.17$$

Esercizio 3

Un'automobile di massa 1500 Kg, che si muove su una strada orizzontale piana, affronta una curva di 35 m di raggio. Se il coefficiente di attrito tra gli pneumatici e il terreno è 0.573, trovare la velocità massima che l'auto può mantenere durante la curva.

Esercizio 3

Un'automobile di massa 1500 Kg, che si muove su una strada orizzontale piana, affronta una curva di 35 m di raggio. Se il coefficiente di attrito tra gli pneumatici e il terreno è 0.573, trovare la velocità massima che l'auto può mantenere durante la curva.



$$F_a = F_c$$

$$F_c = m\,a_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$\mu\, m\, g = m\frac{v_{max}^2}{R}$$

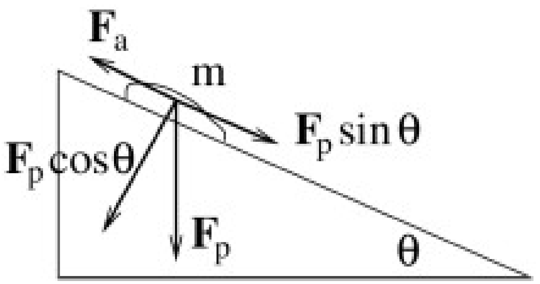
$$v_{max} = \sqrt{\mu\, g\, R} = \sqrt{0.573 \times 9.81 \times 35} \simeq 14.03\, m/s \quad \simeq 50.5\, km/h$$

Esercizio 4

Una tempesta di neve fa accumulare neve fresca su una pista da sci. Se il coefficiente di attrito statico tra la neve fresca e la neve sottostante è pari a 0.46, qual è l'angolo di massima inclinazione del pendio per cui lo strato di neve fresca può aderire ?

Esercizio 4

Una tempesta di neve fa accumulare neve fresca su una pista da sci. Se il coefficiente di attrito statico tra la neve fresca e la neve sottostante è pari a 0.46, qual è l'angolo di massima inclinazione del pendio per cui lo strato di neve fresca può aderire ?



$$F = F_p \sin\theta = m g \sin\theta \qquad F_a = \mu F_p \cos\theta = \mu m g \cos\theta$$

$$F = F_a$$

$$\Downarrow$$

$$m g \sin\theta = \mu m g \cos\theta$$

$$\Downarrow$$

$$\tan\theta = \mu \quad \Rightarrow \quad \theta = \arctan\mu = \arctan 0.46 \simeq 25^\circ$$

Esempio 3

ESEMPIO 5.11 Sfera che cade nell'olio

Una sferetta di massa 2.00 g è lasciata cadere, dalla quiete, in un lungo cilindro riempito di olio. La sfera raggiunge una velocità limite di 5.00 cm/s.

$\boxed{\text{A}}$ Determinare la costante di tempo τ.

Soluzione Poiché la velocità limite è data da $v_l = mg/b$, il coefficiente b è dato da

$$b = \frac{mg}{v_l} = \frac{(2.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{5.00 \times 10^{-2}\ \text{m/s}}$$
$$= 0.392\ \text{N}\cdot\text{s/m}$$

Quindi, la costante di tempo τ è

$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{2.00 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{0.392\ \text{N}\cdot\text{s/m}} = 5.1 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

$\boxed{\text{B}}$ Determinare il tempo impiegato dalla sfera per raggiungere il 90.0% della sua velocità limite.

Soluzione La velocità della sfera in funzione del tempo può essere determinata usando l'Equazione 5.6. Per determinare il tempo t impiegato dalla sfera per raggiungere la velocità di $0.900v_l$, poniamo $v = 0.900v_l$ nell'Equazione 5.6, e risolviamo per t:

$$0.900v_l = v_l(1 - e^{-t/\tau})$$
$$1 - e^{-t/\tau} = 0.900$$
$$e^{-t/\tau} = 0.100$$
$$-\frac{t}{\tau} = \ln 0.100 = -2.30$$
$$t = 2.30\tau = 2.30(5.10 \times 10^{-3}\ \text{s})$$
$$= 11.7 \times 10^{-3}\ \text{s} = 11.7\ \text{ms}$$

Esercizio 5

Tre palle da biliardo di ugual massa m = 300 g sono poste ai vertici di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano a = 30 cm e b = 40 cm. Si calcoli la forza gravitazionale cui è sottoposta la palla al vertice per effetto delle altre due.

Esercizio 5

Tre palle da biliardo di ugual massa m = 300 g sono poste ai vertici di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano a = 30 cm e b = 40 cm. Si calcoli la forza gravitazionale cui è sottoposta la palla al vertice per effetto delle altre due.

$$F_{12} = G\frac{m\,m}{a^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\times\frac{0.3\times 0.3}{0.3^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\,N$$

$$F_{13} = G\frac{m\,m}{b^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\times\frac{0.3\times 0.3}{0.4^2} \simeq 3.75\cdot 10^{-11}\,N$$

$$F_{ris} = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} \simeq 7.65\cdot 10^{-11}\,N$$

$$\tan\vartheta = \frac{F_{13}}{F_{12}} \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \arctan\frac{F_{13}}{F_{12}} \simeq 60.65^\circ$$

Esercizio 6

Miranda, satellite di Urano, ha un raggio di 242 km ed una massa di $6.68 \cdot 10^{19}$ kg: quanto vale l'accelerazione di gravità alla sua superficie ?
Si immagini di lanciare orizzontalmente un oggetto da un monte alto 5 km con una velocità di 8.50 m/s: a quale distanza atterrerebbe tale oggetto ? Per quanto tempo rimarrebbe in volo ?

Esercizio 6

Miranda, satellite di Urano, ha un raggio di 242 km ed una massa di 6.68·10^{19} kg: quanto vale l'accelerazione di gravità alla sua superficie ?
Si immagini di lanciare orizzontalmente un oggetto da un monte alto 5 km con una velocità di 8.50 m/s: a quale distanza atterrerebbe tale oggetto ? Per quanto tempo rimarrebbe in volo ?

$$g=G\frac{M}{r^2}=6.67\cdot10^{-11}\times\frac{6.68\cdot10^{19}}{\left(242\cdot10^3\right)^2}=0.076\,m/s^2=7.6\,cm/s^2$$

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times5\cdot10^3}{0.076}}\simeq362.74\,s$$

$$d=v_0t=8.50\times362.74\simeq3083.29\,m\simeq3.1\,km$$