

Dinamica dei fluidi

Fluidi

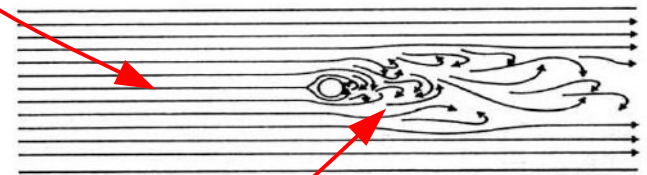
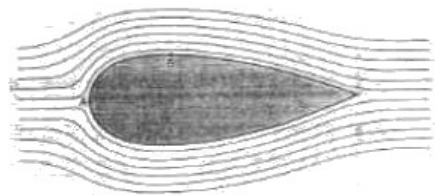
- Fluidi in quiete ✓
- Fluidi in moto ←

Fluido in moto

- Moto laminare

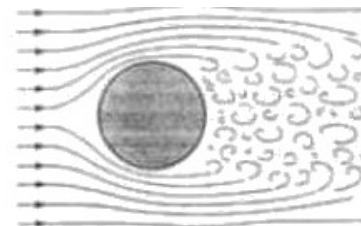
- strati di fluido in *moto parallelo* senza intersecarsi

- » ogni particella che passa in un particolare punto si muove lungo la *stessa traiettoria* seguita dalla particella passata in precedenza



- Moto turbolento

- moto irregolare del fluido, gli strati di fluido *si intersecano*, c'è *dissipazione di energia*

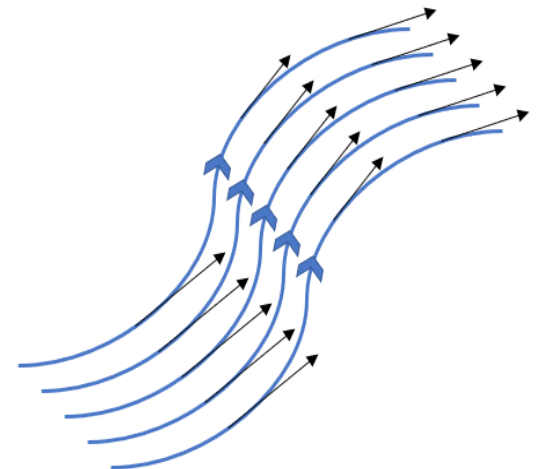


Flusso stazionario

- Flusso *stazionario*: in ogni punto la velocità è costante nel tempo

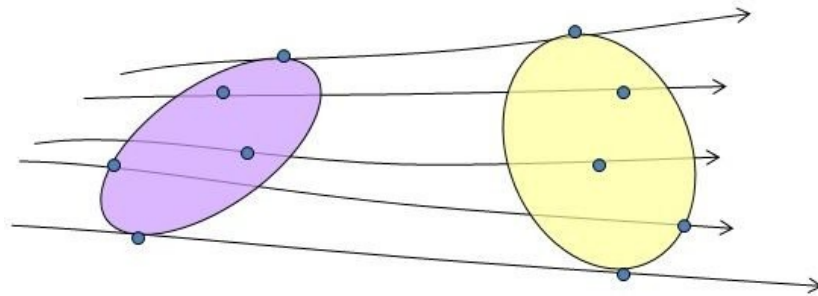
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, z) \Rightarrow \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{0}$$

- Le particelle di fluido si muovono **parallelamente**
- **Linea di flusso**: traiettoria seguita da ciascuna particella del fluido
 - in ogni punto è **tangente** al vettore velocità in quel punto
 - se il moto è **laminare** le linee di flusso sono **fisse** e **non** si intersecano



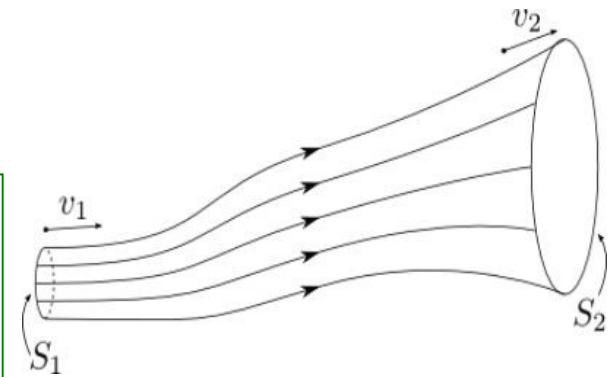
Tubo di flusso

- **Tubo di flusso**: porzione ideale di fluido
 - insieme di linee di flusso



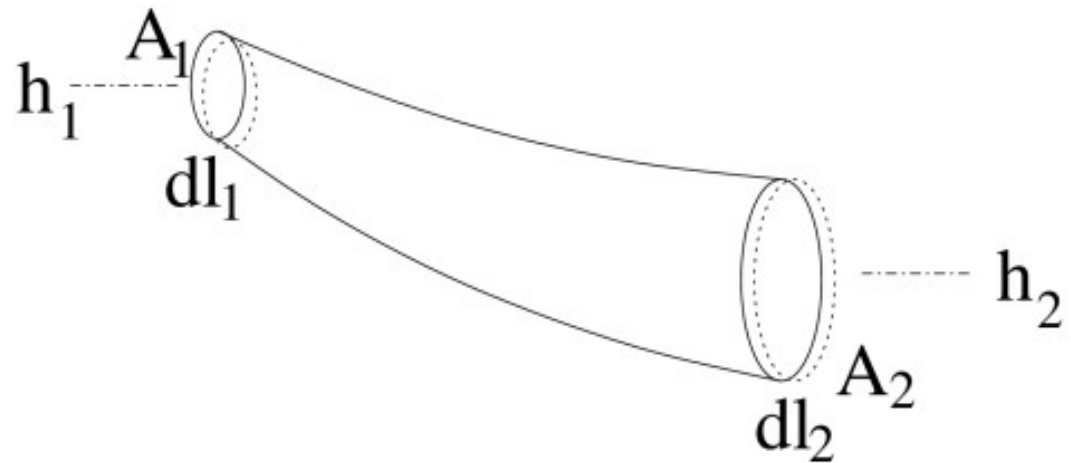
- Linee non si **intersecano** → particelle non possono *entrare o uscire*
 - quantità di fluido nel tubo = cost

La quantità di fluido che attraversa S_1 , deve attraversare anche S_2



Teorema di Bernoulli

- **Liquido** ideale in moto **laminare** stazionario
- Si consideri un tubo di flusso



- Dopo un tempo dt : la superficie A_1 si è spostata di dl_1 , la superficie A_2 di dl_2

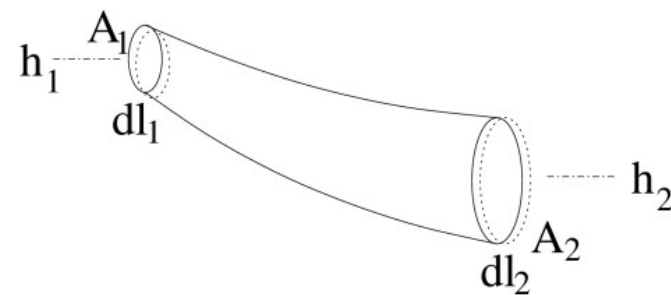
Teorema di Bernoulli

- **Conservazione** dell'**energia meccanica**
 - variazione dell'energia cinetica = lavoro + variazione dell'energia potenziale

$$dK = dL_p + dV$$

- **Lavoro** delle **forze di pressione**

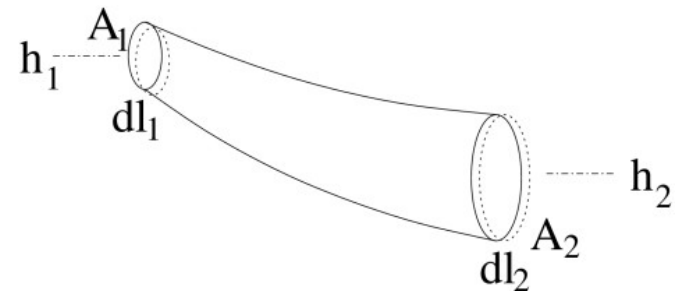
$$dL_p = F_1 dl_1 + F_2 dl_2 = p_1 A_1 dl_1 - p_2 A_2 dl_2$$



dl_2 ha verso opposto a F_2

Teorema di Bernoulli

- Variazione dell'energia potenziale



$$dV = dm_1 gh_1 - dm_2 gh_2 =$$

$$= \rho dV_1 gh_1 - \rho dV_2 gh_2 = \rho gh_1 A_1 dl_1 - \rho gh_2 A_2 dl_2$$


- Variazione dell'energia cinetica

$$dK = \frac{1}{2} dm_2 v_2^2 - \frac{1}{2} dm_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \rho dV_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \rho dV_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 A_2 dl_2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 A_1 dl_1$$

Teorema di Bernoulli

- **Conservazione** dell'energia meccanica

$$dK = dL_p + dV$$


$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 A_2 dl_2 + p_2 A_2 dl_2 + \rho g h_2 A_2 dl_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 A_1 dl_1 + p_1 A_1 dl_1 + \rho g h_1 A_1 dl_1$$

- Liquido è incomprimibile $\Rightarrow A_1 dl_1 = A_2 dl_2 = dVol$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g h_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1$$

Teorema di Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g h_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1$$



$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g h = \text{cost}$$



Teorema di Bernoulli

- Vale per i **liquidi *ideali***
 - con una certa approssimazione per tutti i **fluidi *ideali***

Teorema di Bernoulli

- Teorema **fondamentale**
 - contiene in sé tutti gli altri teoremi/leggi
- Es: liquido **in quiete** $\rightarrow v_1 = v_2 = 0$

$$p + \rho g h = p_0 \quad \Rightarrow \quad p = p_0 - \rho g h$$

che è la legge di Stevino (h qui negativo)

Velocità e pressione

- Per un condotto orizzontale: $h_1 = h_2$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{cost}$$

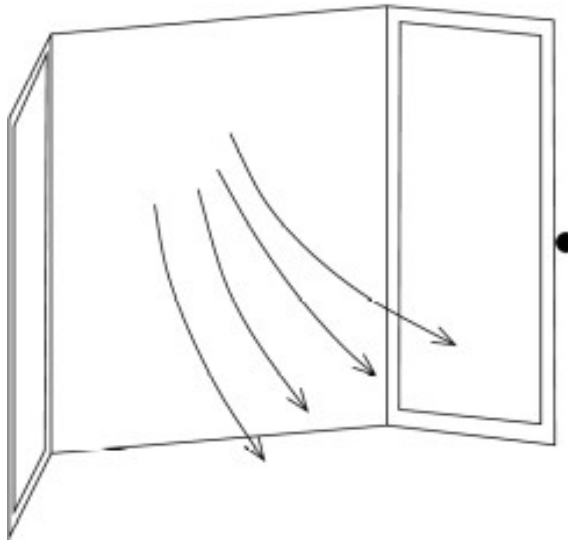


Velocità maggiore → pressione minore

- Vale per i liquidi
 - e con una certa approssimazione anche i gas

Finestra che sbatte

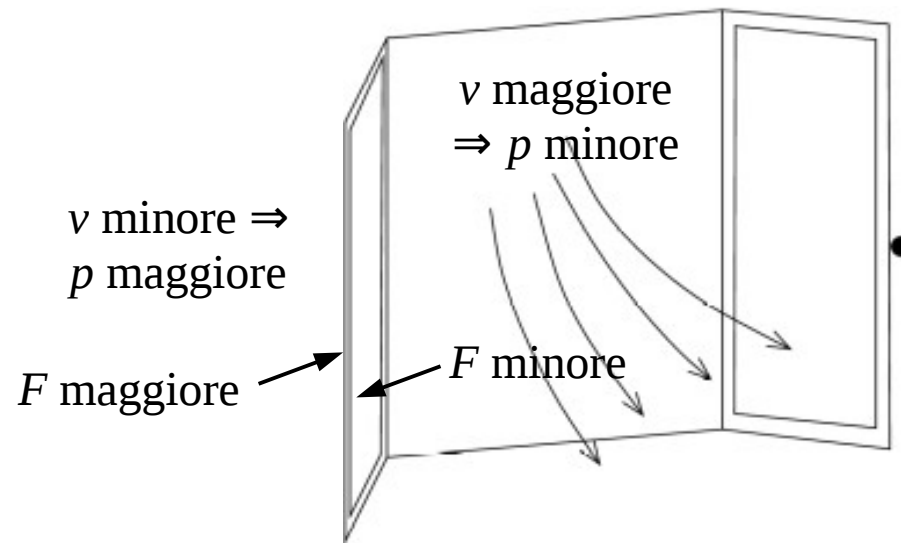
- Finestra aperta: l'aria “spinge” sui vetri



- Perché sbatte invece di rimanere aperta ?

Finestra che sbatte

- Per il teorema di Bernoulli



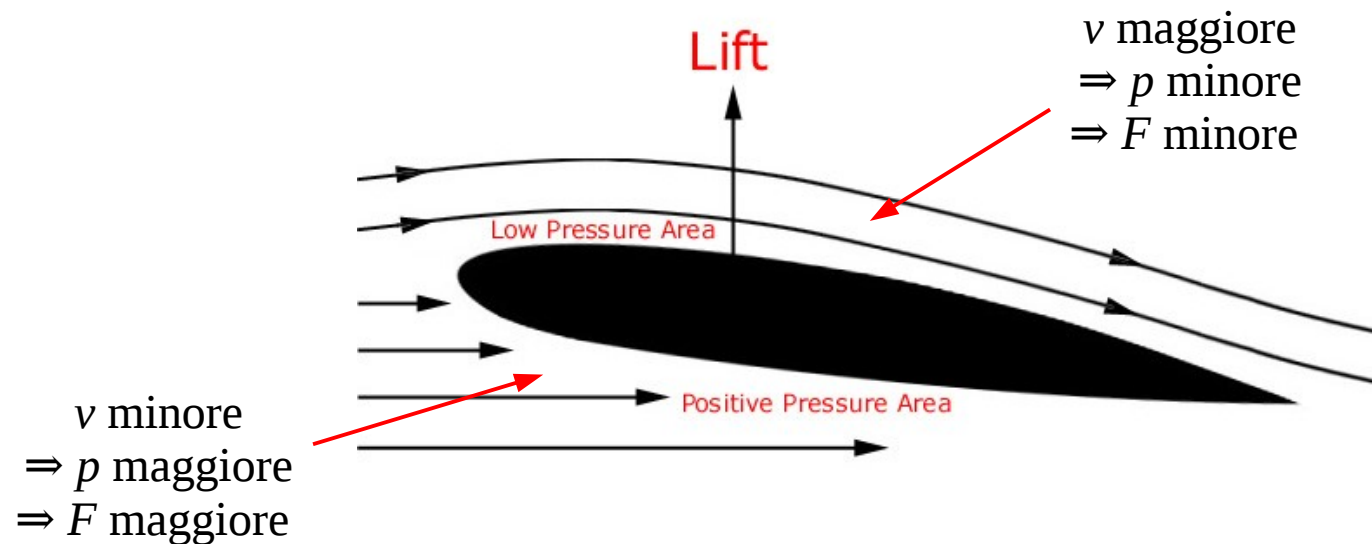
Aerei in volo

- Cosa sostiene gli aerei in volo ?



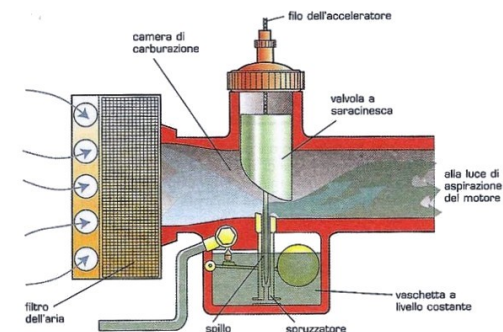
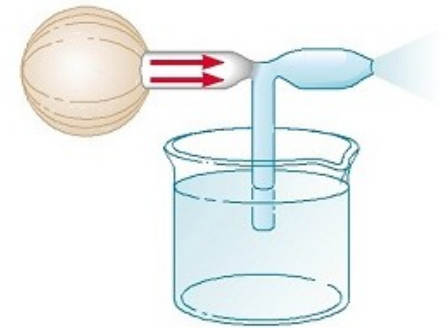
Aerei in volo

- Schema del profilo di un'ala



Nebulizzatore

- Schiacciando la pompetta, l'aria viene forzata nel tubo
- Nella strozzatura del tubo **aumenta la velocità** e quindi **diminuisce la pressione** rispetto alla pressione atmosferica
- Il liquido contenuto nel recipiente viene quindi aspirato nel tubo verticale, entra nel flusso d'aria e fuoriesce dal beccuccio del nebulizzatore
- Su un principio analogo si basano i carburatori dei motori a benzina



Film western



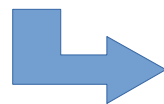
Teorema di Torricelli

- Recipiente riempito di liquido fino a h
- Da Bernoulli: $p_1 = p_2$



$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g h$$

- Foro piccolo $\rightarrow v_0 \approx 0$

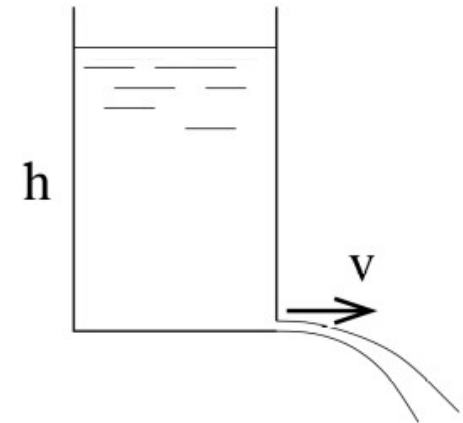


$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \rho g h$$



$$v = \sqrt{2 g h}$$

Teorema di Torricelli



– la stessa velocità di un corpo che cade da h

Portata

- Dato un tubo di flusso di sezione S in cui scorre un fluido di densità ρ e velocità v

$$Q = \frac{dm}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = \frac{\rho S dl}{dt} = \frac{\rho S v dt}{dt} = \rho S v \quad \leftarrow \text{portata}$$

- Dato che la massa si conserva

$$Q = \rho S v = \text{cost}$$

Legge di Leonardo

- per un liquido $\rho = \text{cost} \Rightarrow Sv = \text{cost}$
- es: strozzatura del flusso

