

Auf 3 Stellen gerundet, daher evtl. Ungenauigkeiten

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = (1, -5, 2)^T, \quad v_1 = a_1 + \text{sign}(a_{11}) \cdot |a_1| \cdot e_1$$

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \sqrt{1^2 + 5^2 + 2^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{30} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{30} + 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$u_1 = \frac{1}{\|v_1\|} \cdot v_1 = \frac{1}{\sqrt{59}} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{30} + 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{30} + 1 / \sqrt{59} \\ -5 / \sqrt{59} \\ 2 / \sqrt{59} \end{pmatrix}$$

$$H_1 = I_3 - 2a_1 \cdot u_1^\top = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{59}} \begin{pmatrix} \sqrt{30} + 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{30} + 1}{\sqrt{59}} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

$$u_1 = \frac{1}{\|v_1\|} \cdot v_1 = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{30} + 1)^2 + (-5)^2 + 2^2}} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{30} + 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8,424} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{30} + 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,769 \\ -0,594 \\ 0,238 \end{pmatrix}$$

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0,769 \\ -0,594 \\ 0,238 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,769 & -0,594 & 0,238 \end{pmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} -0,183 & 0,913 & -0,365 \\ 0,813 & 0,295 & 0,282 \\ -0,365 & 0,282 & 0,887 \end{pmatrix}$$

$$Q_1 \cdot A = \begin{pmatrix} -5,477 & 4,382 & -0,73 \\ 0 & -0,926 & 3,88 \\ 0 & 0,971 & 1,848 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -0,926 & 3,88 \\ 0,971 & 1,848 \end{pmatrix}$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} -0,926 \\ 0,971 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} -0,926 \\ 0,971 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \sqrt{(-0,926)^2 + (0,971)^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\underline{v_2 = \begin{pmatrix} -2,268 \\ 0,971 \end{pmatrix}}$$

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{(-0,926)^2 + (0,971)^2}} \cdot \begin{pmatrix} -0,926 \\ 0,971 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,919 \\ 0,394 \end{pmatrix}$$

$$H_2 = I_2 - 2u_2 \cdot u_2^T$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} -0,69 & 0,724 \\ 0,724 & 0,69 \end{pmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & H_2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,69 & 0,724 \\ 0 & 0,724 & 0,69 \end{pmatrix}$$

$$Q = Q_1^T \cdot Q_2^T = \begin{pmatrix} -0,183 & -0,894 & 0,409 \\ 0,913 & 0,001 & 0,408 \\ 0,365 & 0,448 & 0,816 \end{pmatrix}$$

$$R = Q_2 \cdot Q_1 \cdot A = \begin{pmatrix} -5,478 & 4,383 & -0,731 \\ 0 & 1,343 & -1,339 \\ 0 & 0 & 4,084 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{b} \quad Ax = b \rightarrow QRx = b \rightarrow Rx = Q^T b$$

$$R = \begin{pmatrix} -5,478 & 4,383 & -0,731 \\ 0 & 1,343 & -1,339 \\ 0 & 0 & 4,084 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,183 & 0,913 & -0,365 \\ -0,894 & 0,001 & 0,448 \\ 0,409 & 0,408 & 0,1816 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -5,478 & 4,383 & -0,731 \\ 0 & 1,343 & -1,339 \\ 0 & 0 & 4,084 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,209 \\ 1,349 \\ 8,164 \end{pmatrix} =$$

$$x_3 = 8,164 / 4,084 = 1,999$$

$$x_2 = (1,349 + (-1,339 \cdot 1,999)) / 1,343 = 2,998$$

$$x_1 = \frac{(6,209 - (4,383 \cdot 2,998) + (0,731 \cdot 1,999))}{-5,478} = 0,999$$

Res
PytLan \Rightarrow

$$x \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$