Wydział Elektryczny
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Autor: **Krzysztof Dąbrowski 293101** 25 maja 2020

# Podstawy sztucznej inteligencji
## Laboratorium C1

## Cel laboratorium

Zadanie laboratoryjne polega na zbadaniu działania algorytmu poszukiwania harmonii na podstawie problemu poszukiwania minimum funkcji dwóch zmiennych. W tym celu przebadane zostały funkcje Rastragrina i Rosenbrocka przy pomocy programu Acordeon.

## Spis treści

***Cel laboratorium*** ..... ***1***

***Wstęp teoretyczny*** ..... ***2***

***Badanie funkcji Rastragrina*** ..... ***2***

**Sposób pomiarów** ..... **3**

**Ustawienia standardowe** ..... **3**

Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji ..... 3
Osiąganie minimum globalnego ..... 4
Skupienie harmonii ..... 5
Wnioski ..... 6

**Większa losowość** ..... **6**

Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji ..... 6
Osiąganie minimum globalnego ..... 7
Skupienie harmonii ..... 7
Wnioski ..... 8

**Większa pamięć** ..... **8**

Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji ..... 9
Osiąganie minimum globalnego ..... 9
Skupienie harmonii ..... 10
Wnioski ..... 11

**Mniejsza pamięć** ..... **11**

Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji ..... 11
Osiąganie minimum globalnego ..... 12
Skupienie harmonii ..... 12
Wnioski ..... 13

**Brak losowych współrzędnych** ..... **13**

Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji ..... 14
Osiąganie minimum globalnego ..... 14
Skupienie harmonii ..... 15
Wnioski ..... 16

**Brak losowych współrzędnych i mniejsza pamięć** ..... **16**

Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji ..... 16

Osiąganie minimum globalnego .......... 17
Skupienie harmonii .......... 18
Wnioski .......... 19
***Badanie funkcji Rosenbrocka .......... 19***
**Domyślne parametry .......... 19**
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji .......... 20
Osiąganie minimum globalnego .......... 20
Skupienie harmonii .......... 21
Wnioski .......... 22
**Zmniejszenie częstotliwości odwołań do pamięci .......... 22**
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji .......... 22
Osiąganie minimum globalnego .......... 23
Skupienie harmonii .......... 23
Wnioski .......... 24
**Brak dostrajania .......... 24**
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji .......... 25
Osiąganie minimum globalnego .......... 25
Skupienie harmonii .......... 26
Wnioski .......... 27
**Ciągłe dostrajanie .......... 27**
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji .......... 27
Osiąganie minimum globalnego .......... 28
Skupienie harmonii .......... 28
Wnioski .......... 29
**Ogromna pamięć .......... 29**
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji .......... 30
Osiąganie minimum globalnego .......... 30
Skupienie harmonii .......... 31
Wnioski .......... 32
***Ogólne wnioski .......... 32***

# Wstęp teoretyczny

Algorytm poszukiwania harmonii jest iteracyjnym algorytmem optymalizacyjnym. W swoim działaniu przypomina algorytmy genetyczne jednak prezentuje odrębne podejście. Inspiracją do działania algorytmu jest podejście muzyków jazzowych do grania w zespole.

Algorytm korzysta z pamięci o określonej wielkości, która przechowuje daną ilość parametrów dających najlepsze wyniki. W każdym kroku generowane jest nowe zestawienie parametrów zwane harmonią. W zależności od wyników losowań nowa harmonia składa się z parametrów losowo wybranych z pamięci, które mogą być ewentualnie dostrojone lub nowych losowo wybranych wartości. Nowa harmonia jest dodawana do uporządkowanej listy harmonii (pamięci) a najsłabsze rozwiązanie jest usuwane. Dzięki temu wielkość pamięci jest stała.

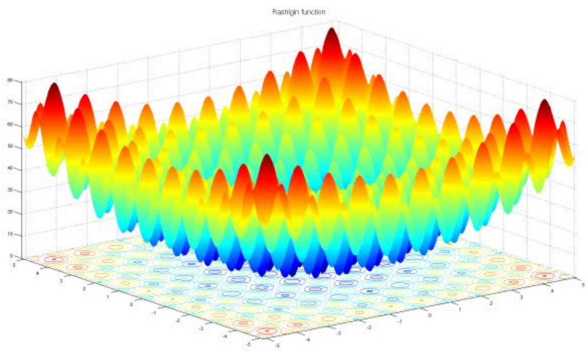
# Badanie funkcji Rastragrina

Funkcja Rastragina jest typowym przykładem wielomodalne funkcji dwóch zmiennych. Często znajduje zastosowanie przy testowaniu algorytmów optymalizacyjnych.

Cechą charakterystyczną tej funkcji jest występowanie wielu ekstermów lokalnych ale tylko jednego globalnego, co może stanowić wyzwanie dla algorytmów optymalizacyjnych.

W uogólnieniu funkcja ta opisana jest wzorem

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^{n} [x_i^2 - A\cos(2\pi x_i)]$$



*Rysunek 1 - Wizualizacja funkcji Rastrigina*
*Źródło: Wikipedia*

## Sposób pomiarów

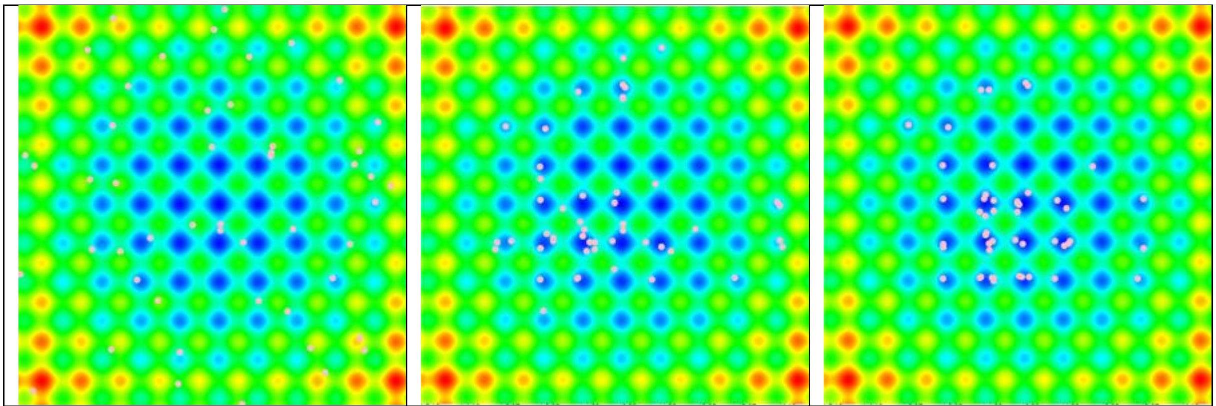
Podczas badań skupiłem się głównie na sprawdzeniu wpływu parametrów HMS, HMCR i wsp. dostosowania na działanie algorytmu.

## Ustawienia standardowe

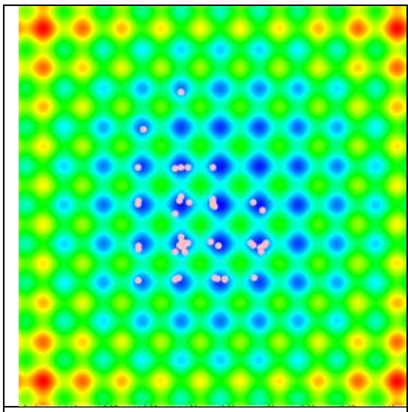
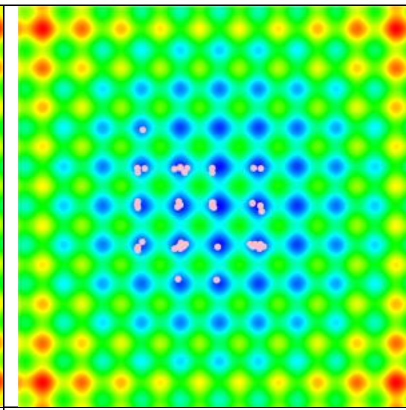
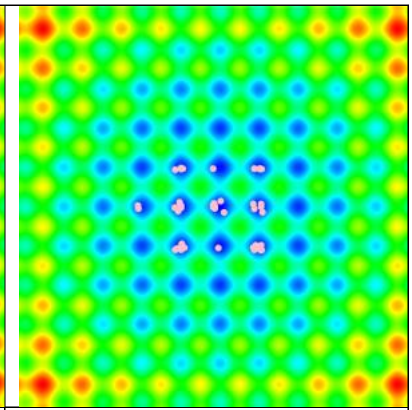
Zbadanie działania algorytmu harmonii przy domyślnych parametrach. W tym badaniu parametry algorytmu zostały ustawione następująco.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5,12, 5,12] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

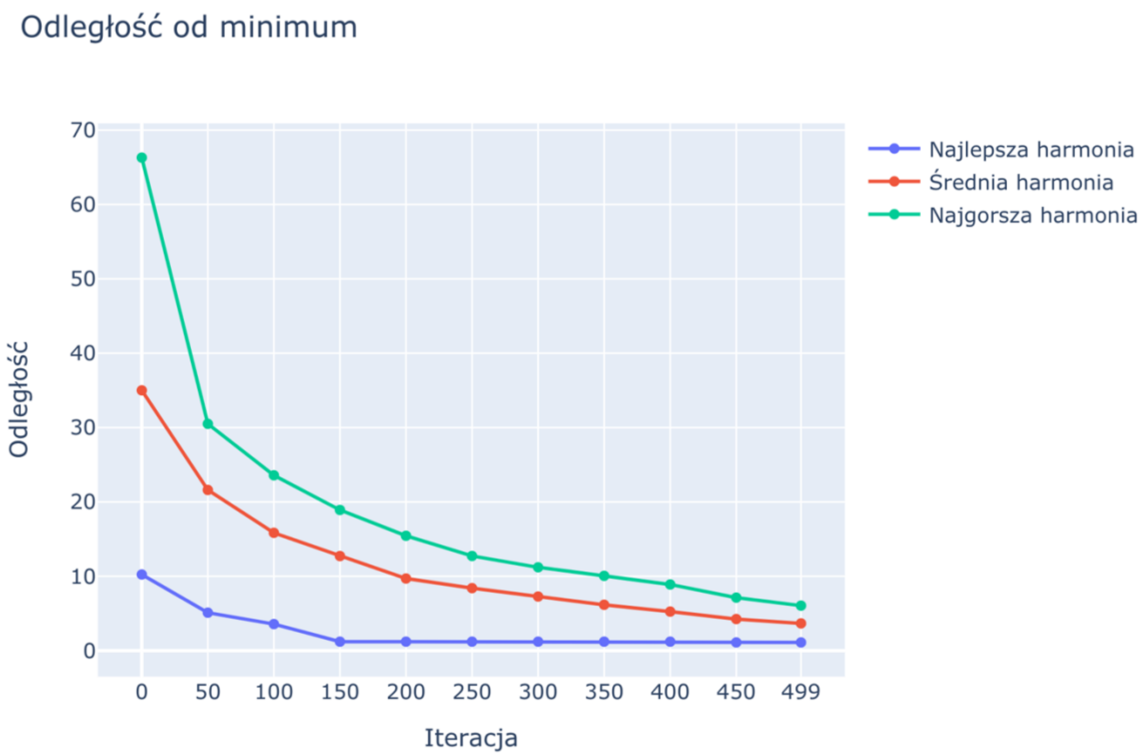
## Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji



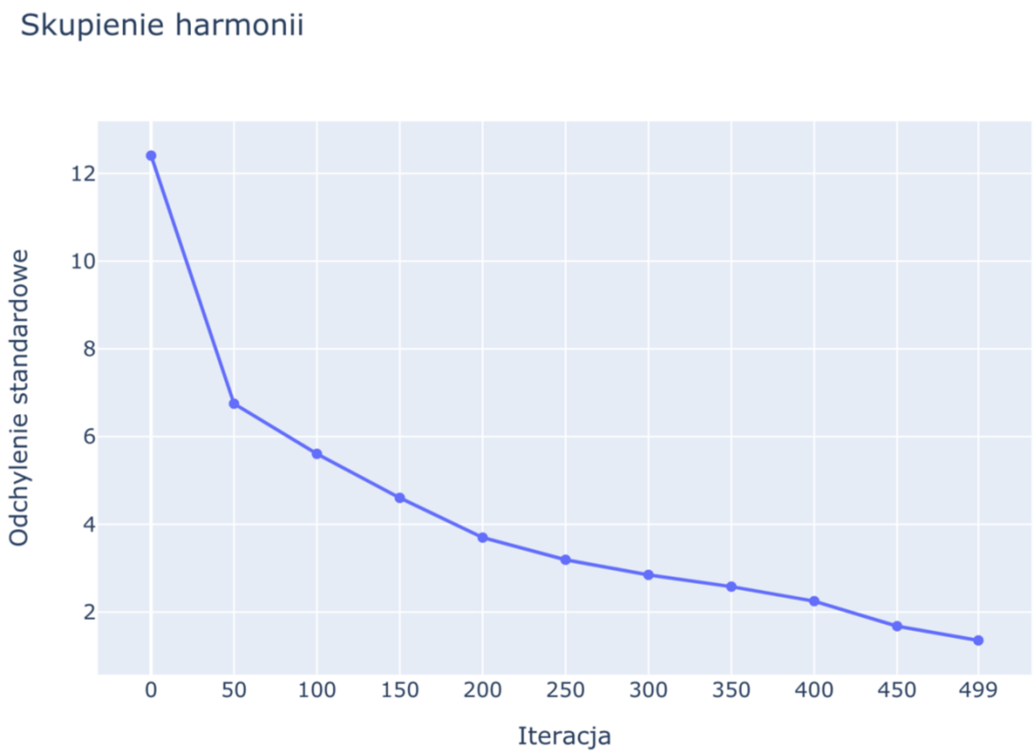
| | | |
|---|---|---|
| 0 | 100 | 200 |

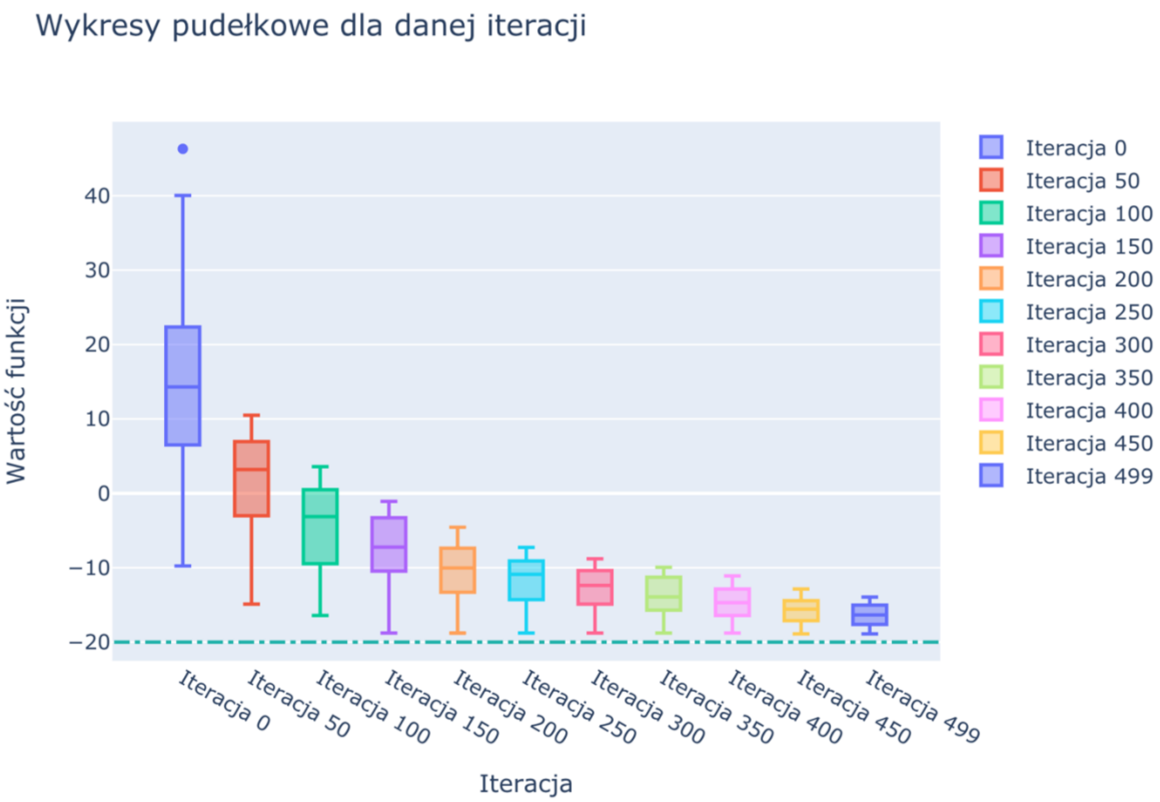
|  |  |  |
|---|---|---|
| 300 | 400 | 499 |

## Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



## Wnioski

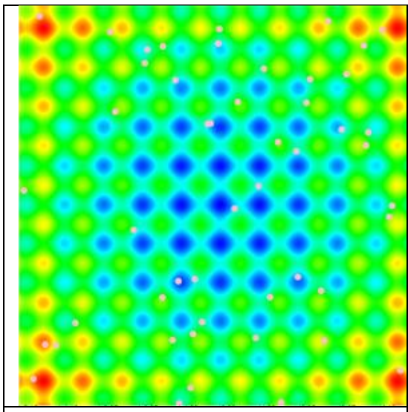
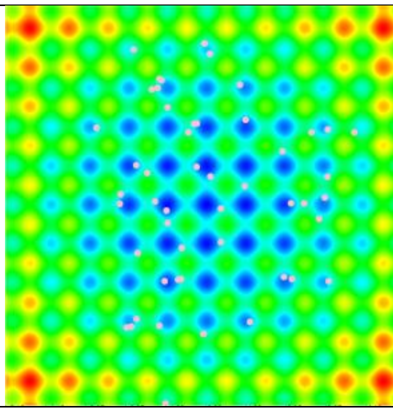
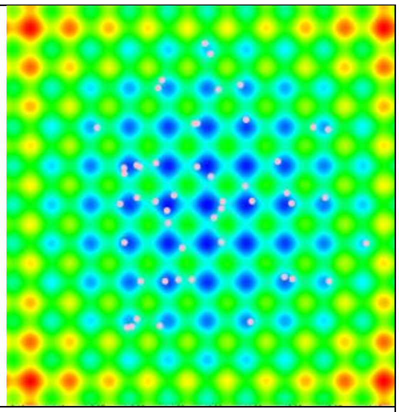
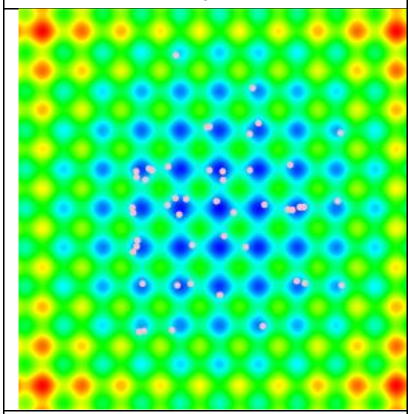
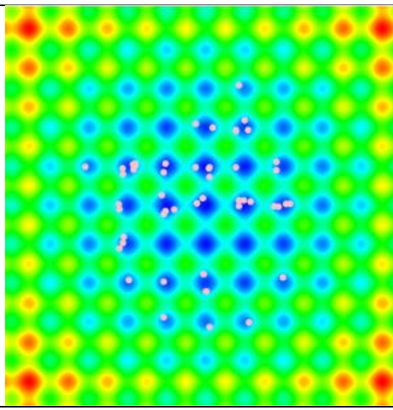
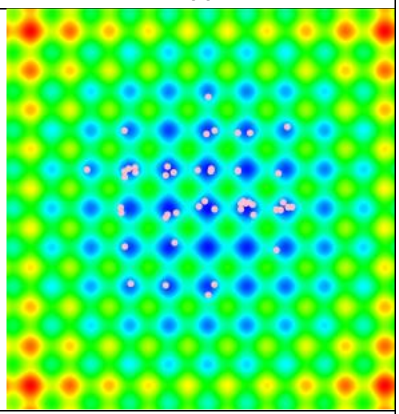
Standardowe ustawienia algorytmu już po niewielkiej liczbie iteracji pozwala na osiągnięci bliskiego przybliżenia minimum globalnego. Jednak pozostałe harmonie łatwo trafiają na minima lokalne. Dopiero wraz z kolejnymi iteracjami rośnie skupienie harmonii w okolicy ekstremum globalnego, jednak mimo tego nawet pod koniec symulacji większość harmonii została w ekstremach lokalnych.

## Większa losowość

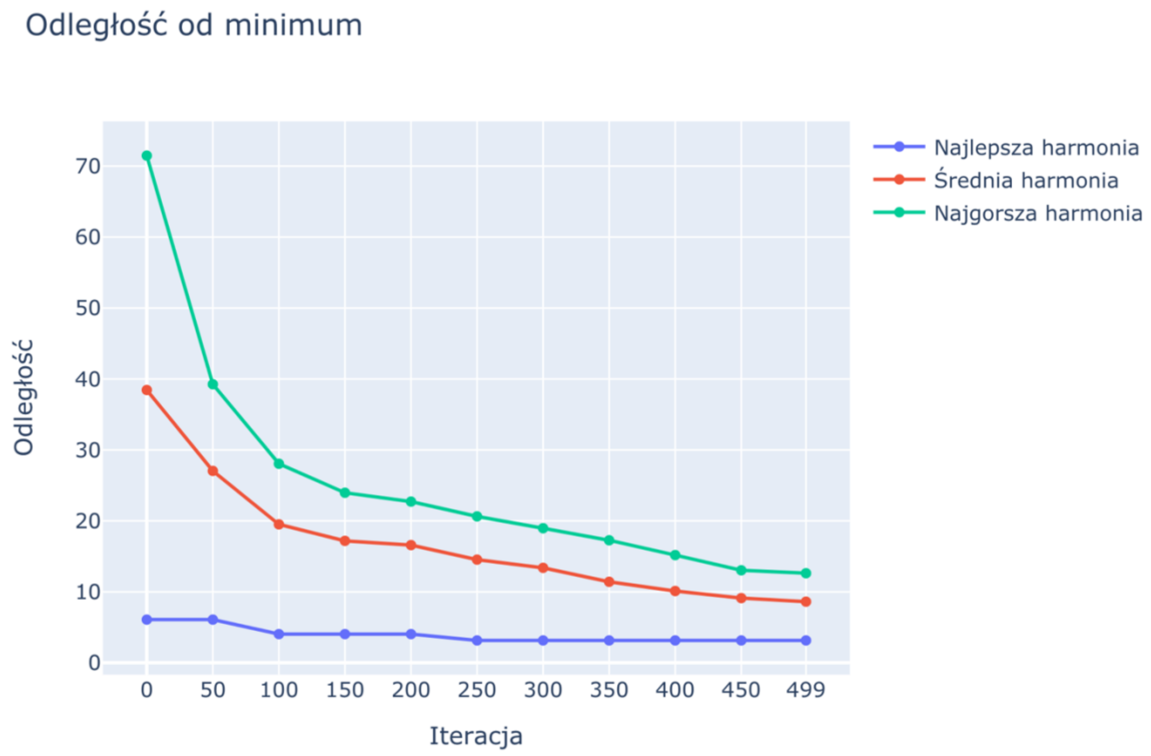
Losowość powstawania nowych harmonii została zwiększona poprzez obniżenie współczynnika odwołań do pamięci.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5,12, 5,12] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | **0,45** |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

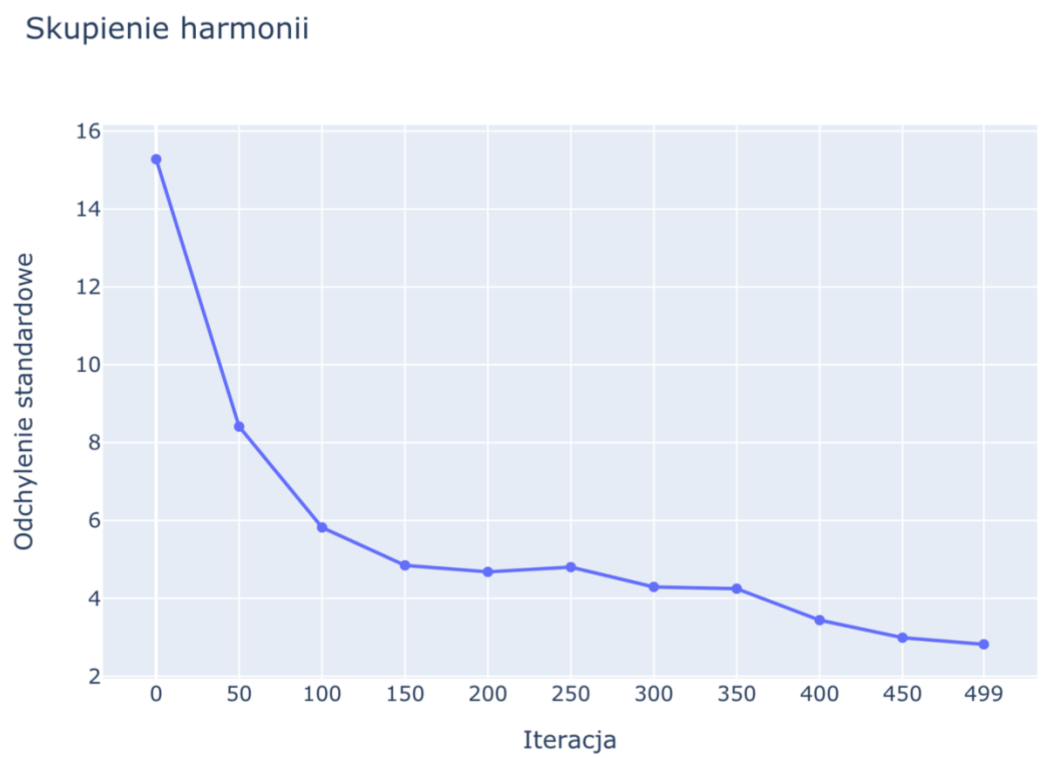
### Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

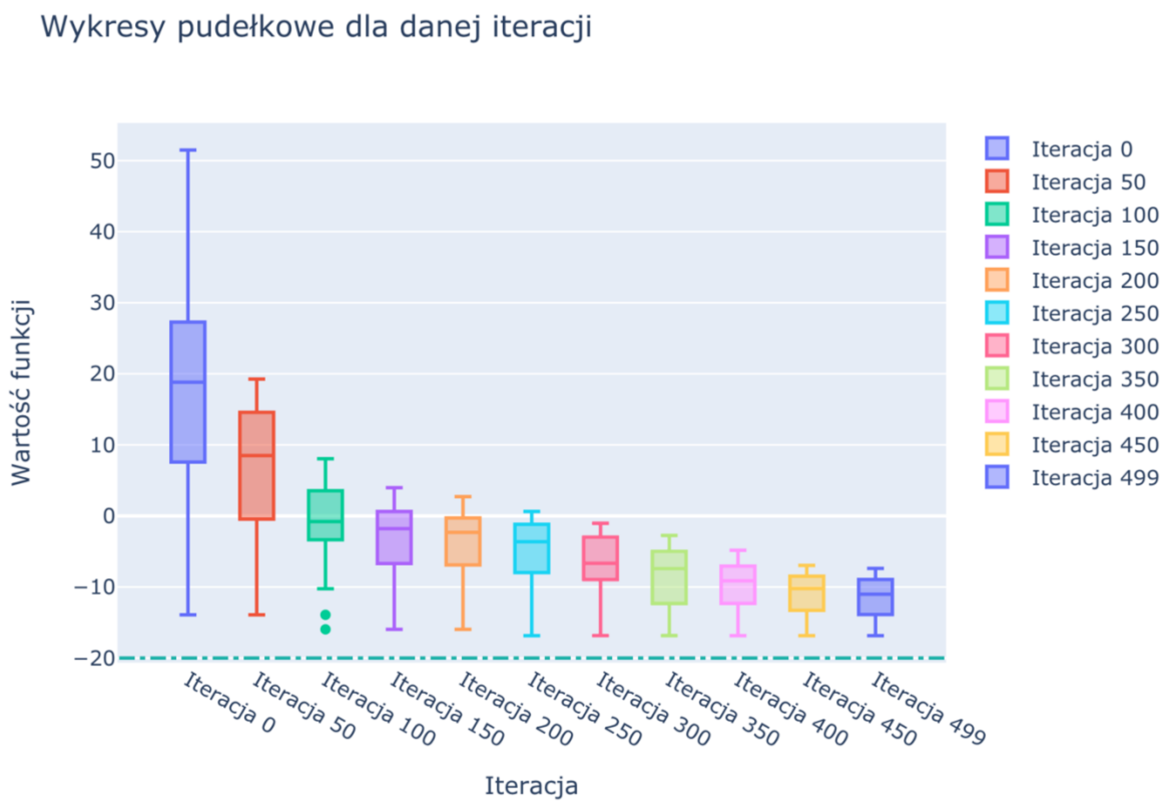
| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 0 | 100 | 200 |
|  |  |  |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego




Skupienie harmonii






## Wnioski

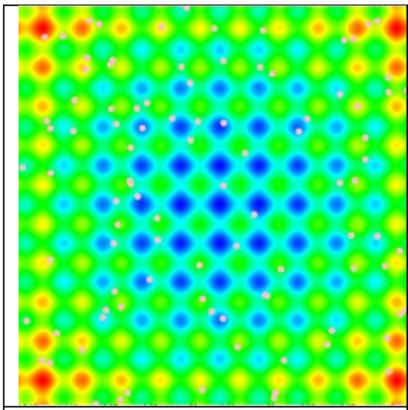
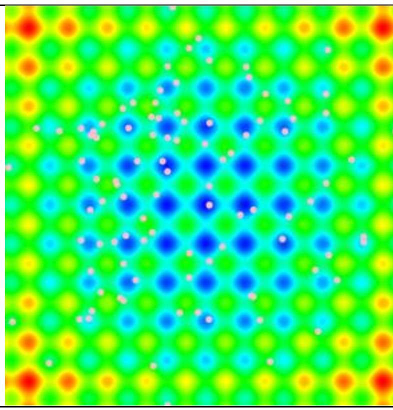
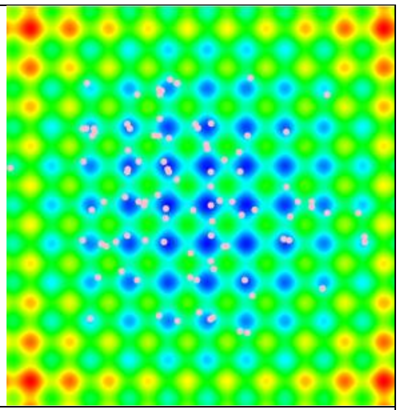
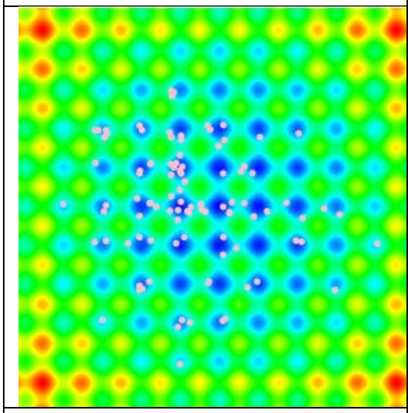
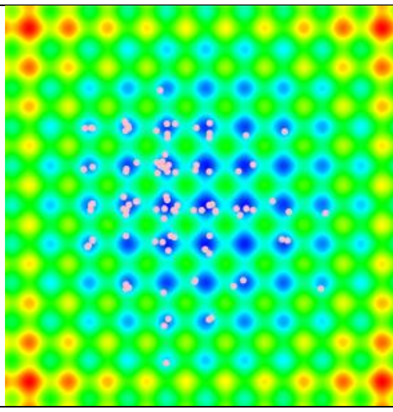
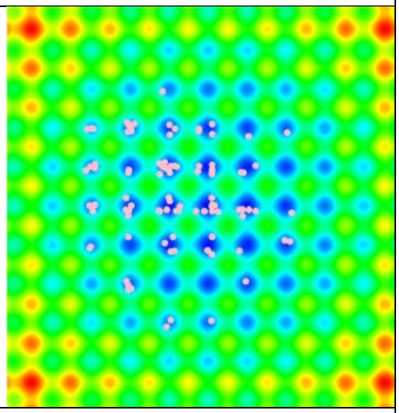
Większa losowość nowo powstałych harmonii przyczynia się do wolniejszego spadku średniej wartości. Jest to szczególnie widoczne w początkowych iteracjach. Mimo wylosowania wartości bardzo blisko ekstremum globalnego wartości harmonii wolno się do niego zbliżały. Wynika to z za dużej losowości nowych harmonii, przez co nie są wykorzystane już odkryte poprawne współrzędne.

## Większa pamięć

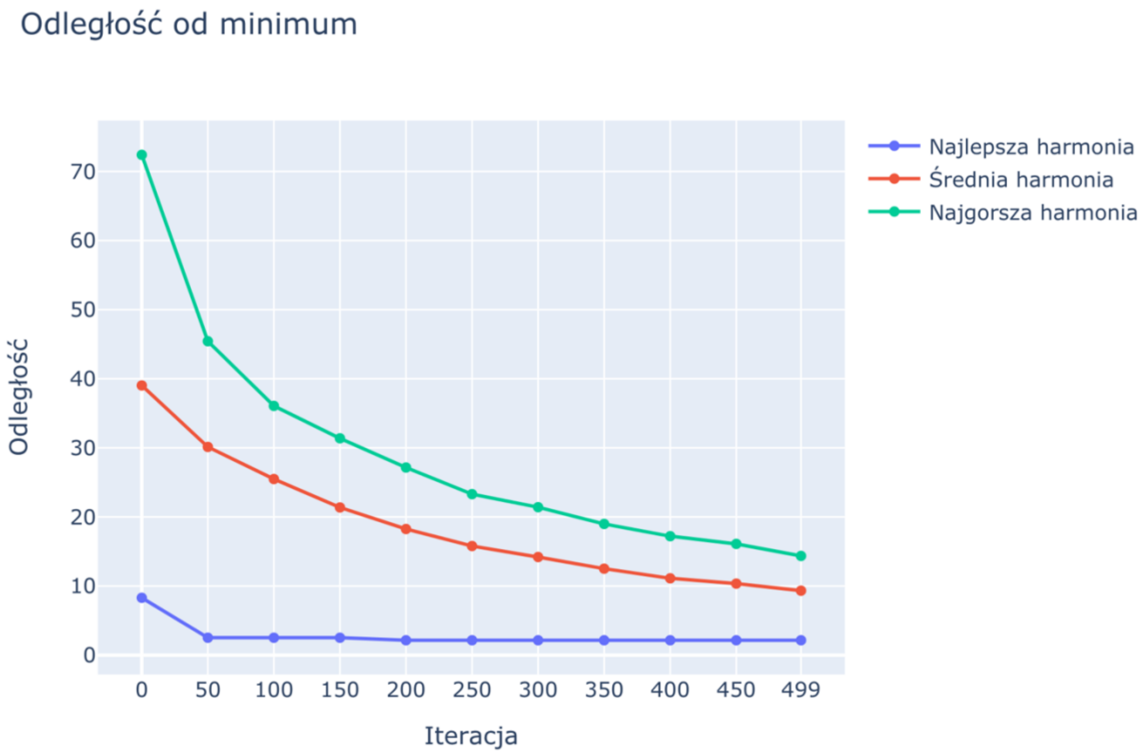
Badanie zachowania algorytmu przy dwukrotnym zwiększeniu liczby harmonii.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5,12, 5,12] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | **100** |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

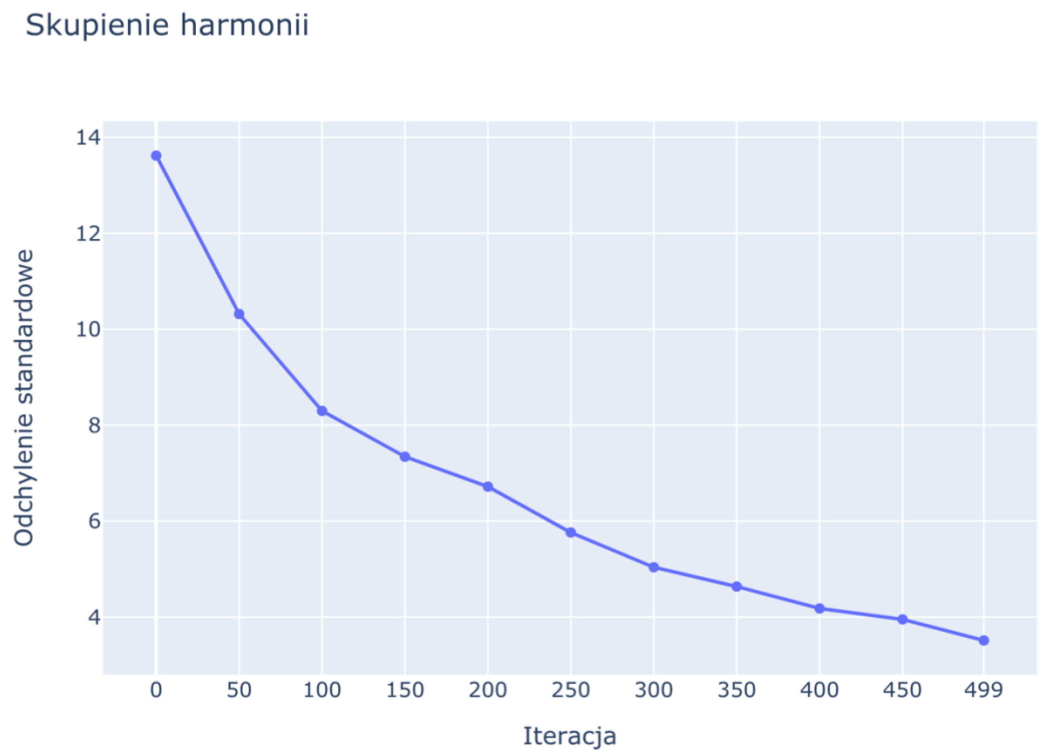
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

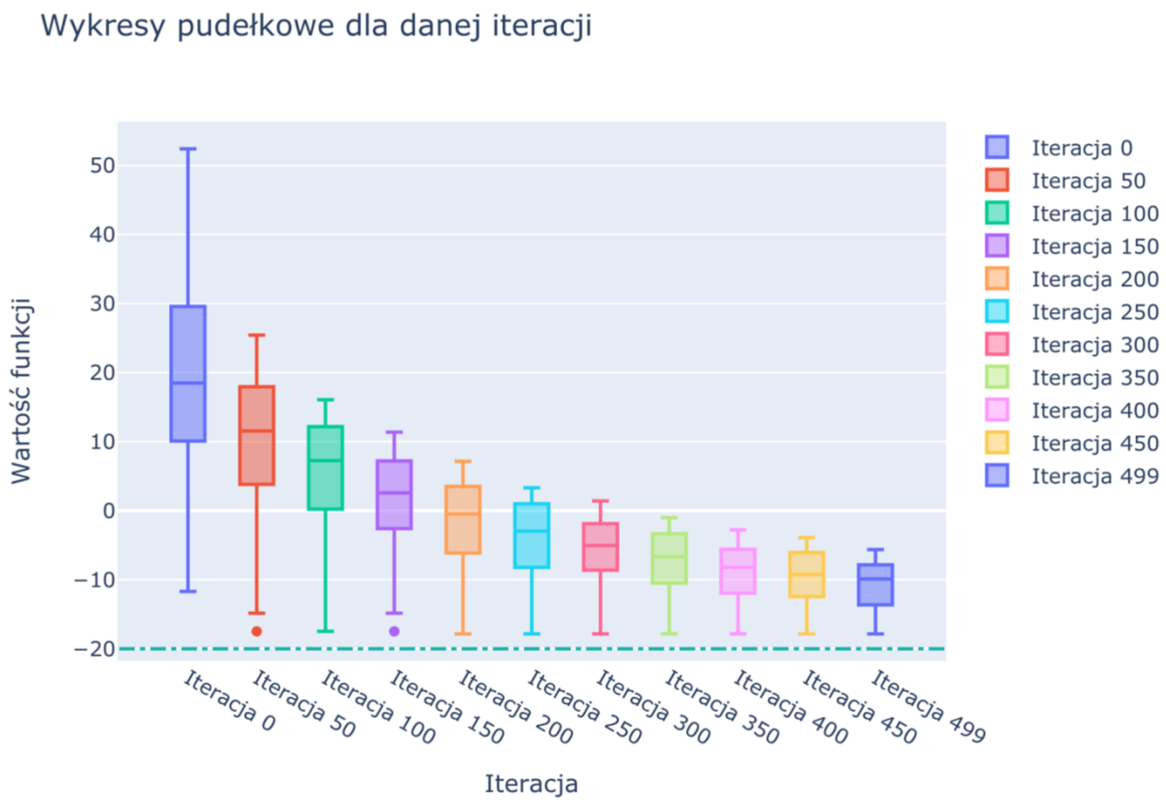
| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 0 | 100 | 200 |
|  |  |  |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



## Wnioski

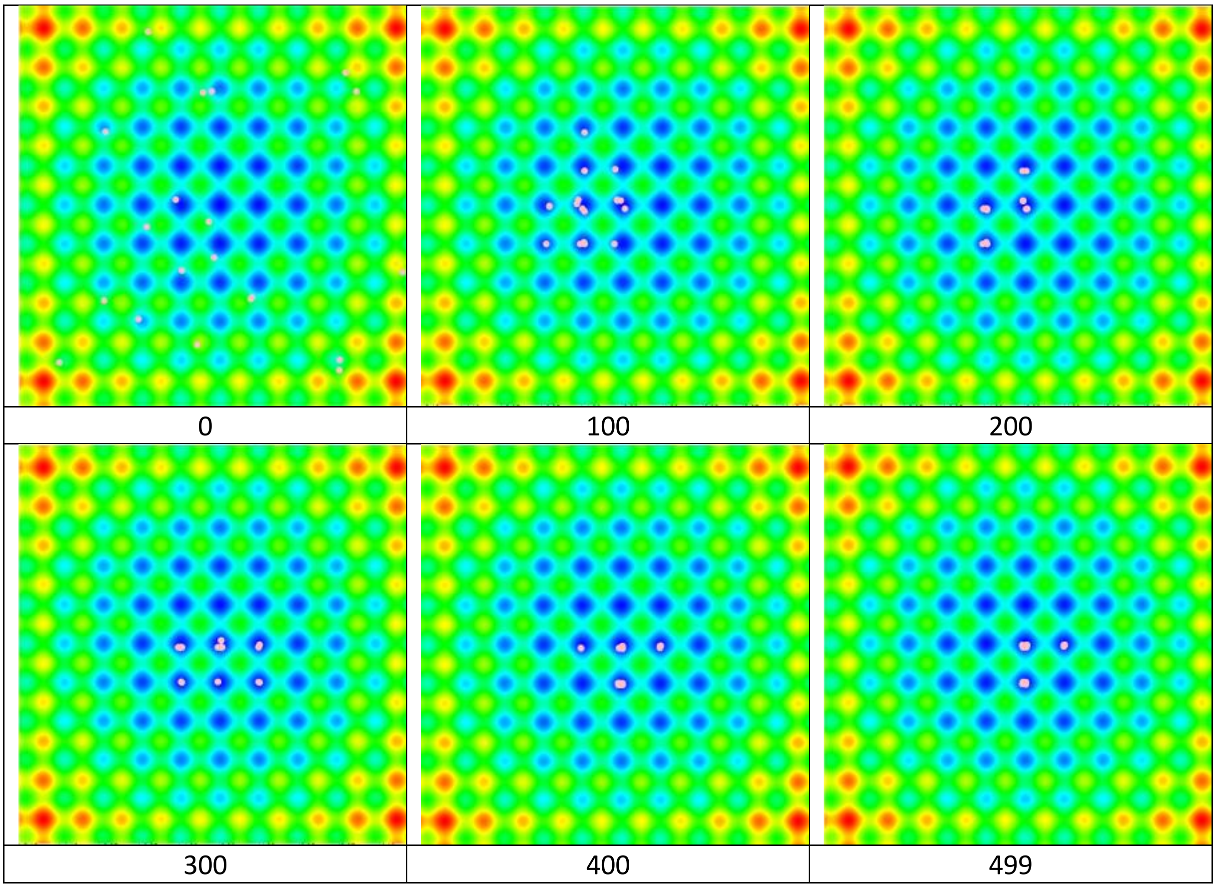
Zwiększenie liczby harmonii wyraźnie spowalnia proces skupiania się harmonii. Dobrze obrazuje to wykres zmiany odchylenia standardowego. Powodem takiego zachowania algorytmu jest fakt, że w każdej iteracji zmianie ulega maksymalnie jedna harmonia. Większa liczba harmonii wymaga więc większej liczby iteracji by odejść od początkowych wartości losowych.

## Mniejsza pamięć

Badanie zachowania algorytmu przy znacznie zmniejszonej liczbie harmonii.

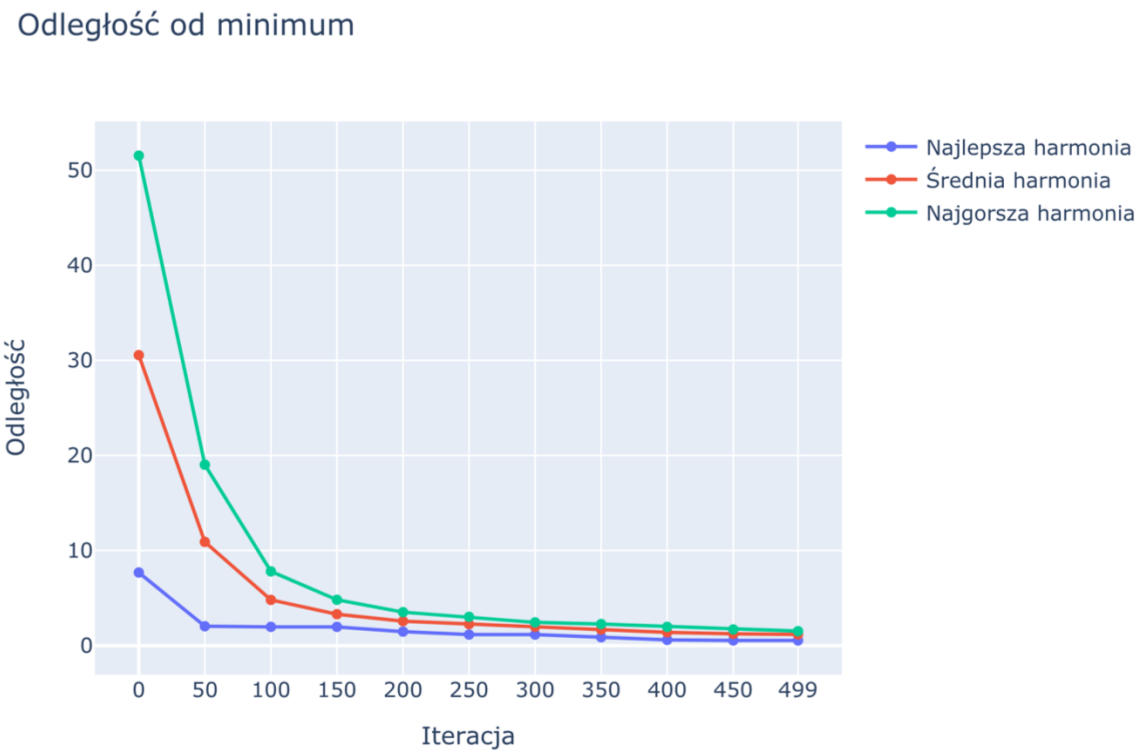
| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5,12, 5,12] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | **20** |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

### Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

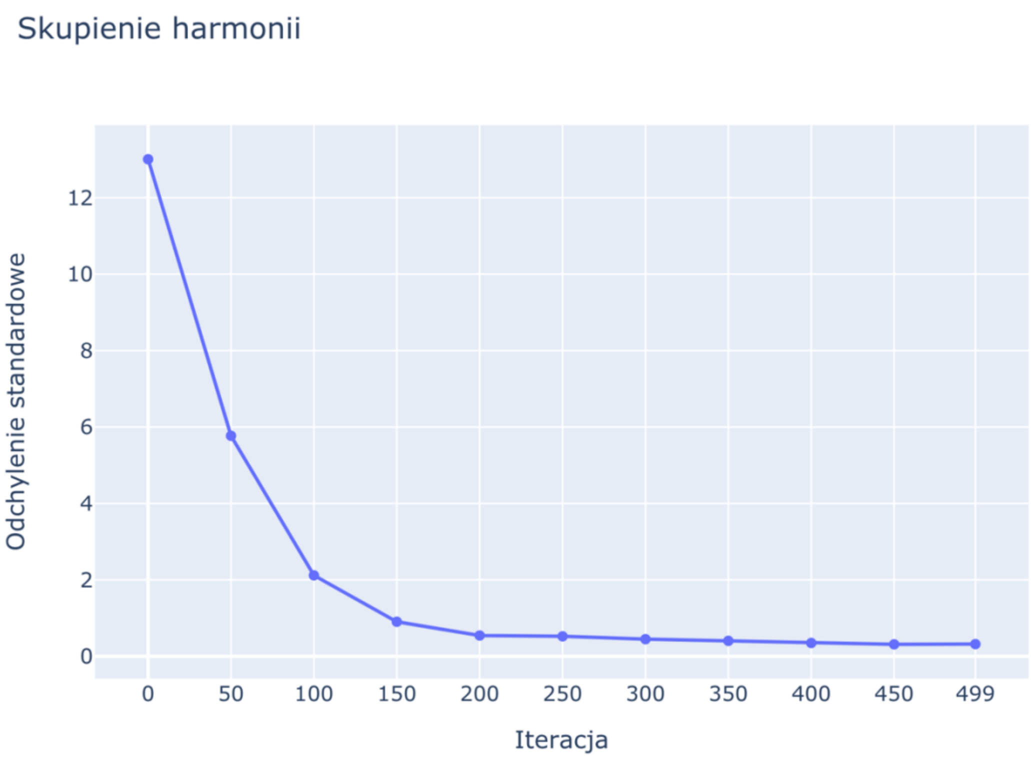


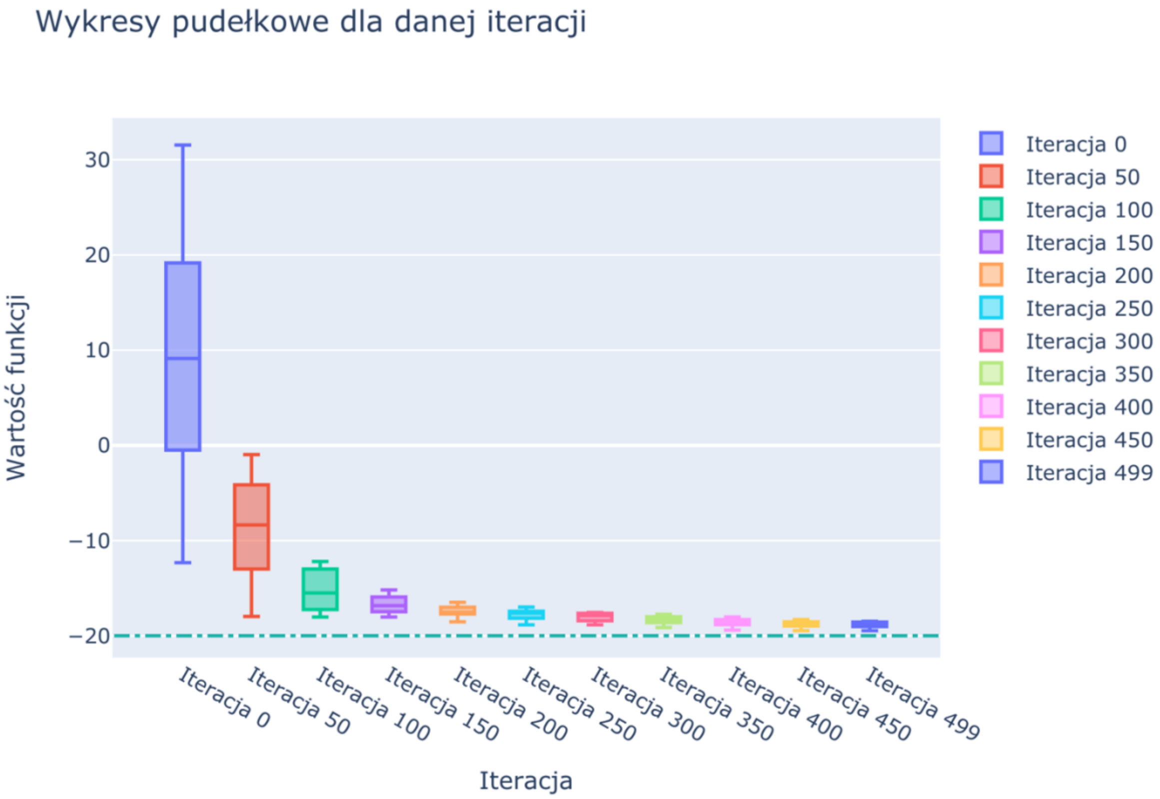
| | | |
|---|---|---|
| 0 | 100 | 200 |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego




Skupienie harmonii






## Wnioski

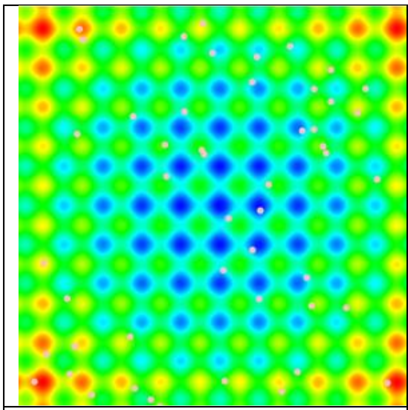
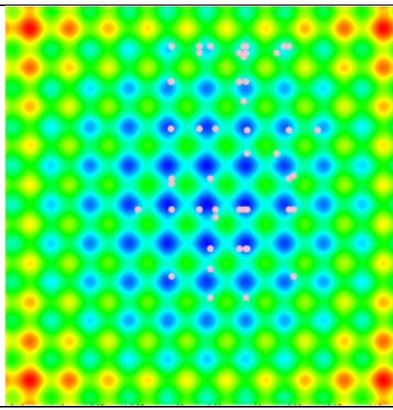
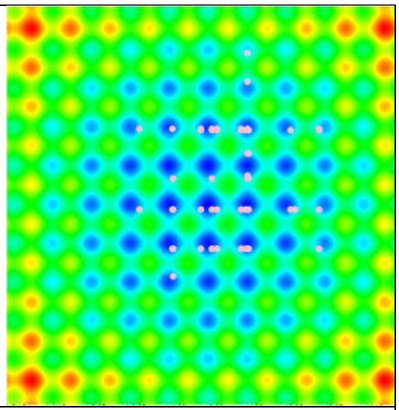
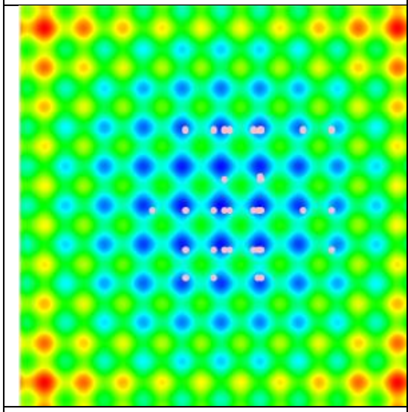
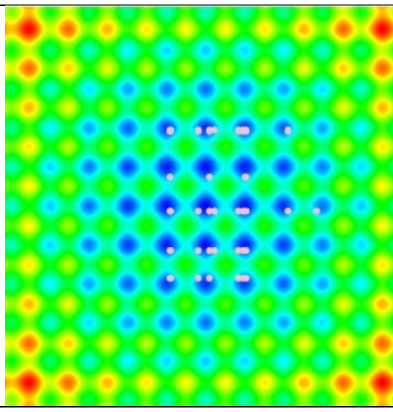
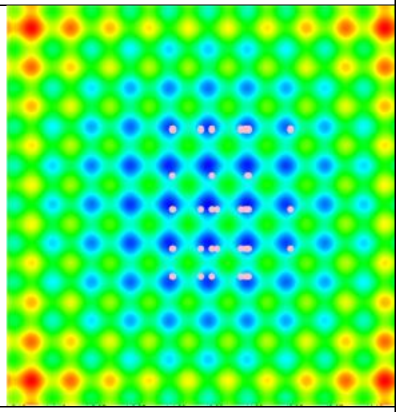
Mała ilość harmonii pozwoliła znacznie szybciej osiągnąć skupienie znacznej części harmonii wokół ekstremum globalnego. Zmiana ta wpłynęła bardzo korzystnie na działanie algorytmu. Może to sugerować, że domyślna wartość liczby harmonii jest zbyt duża.

## Brak losowych współrzędnych

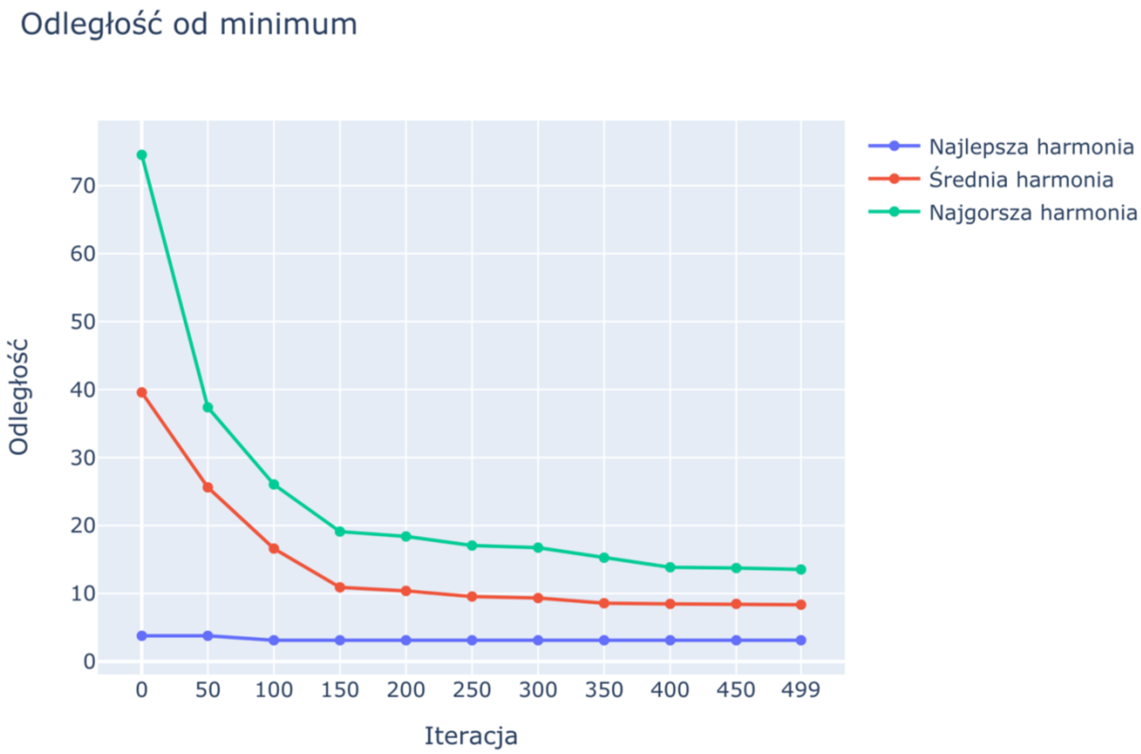
Nowe harmonie powstają wyłącznie z puli współrzędnych wylosowanych na początku.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5,12, 5,12] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | **1.0** |
| Wsp. dostosowania | **0** |
| Promień dostosowania | 1.0 |

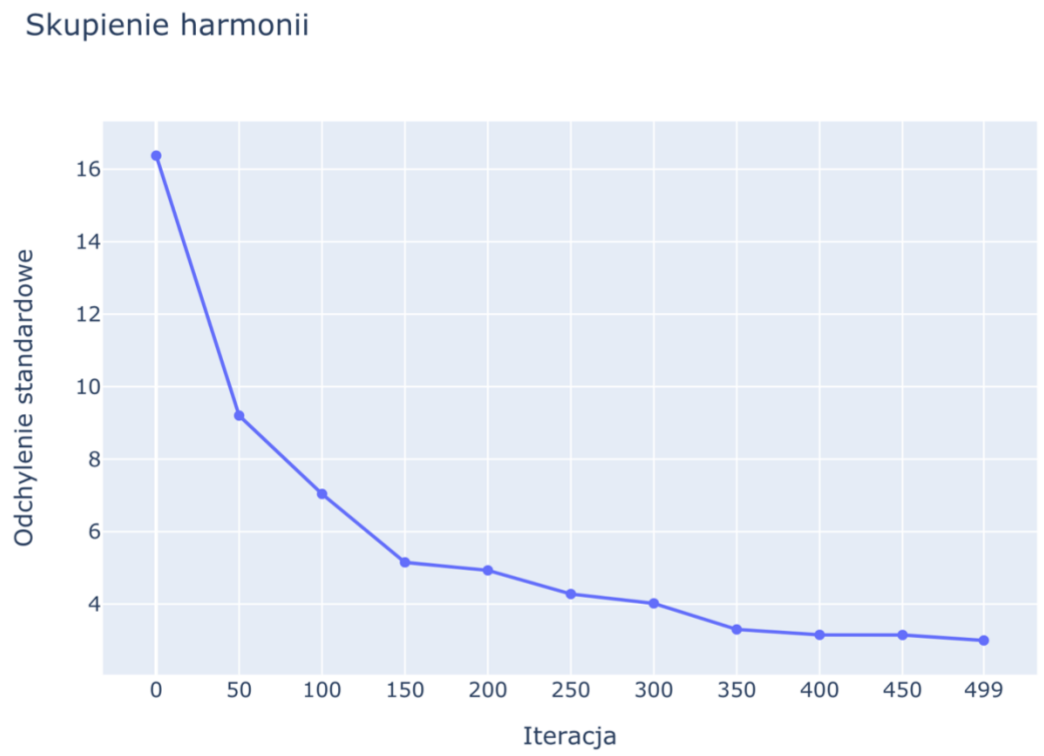
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

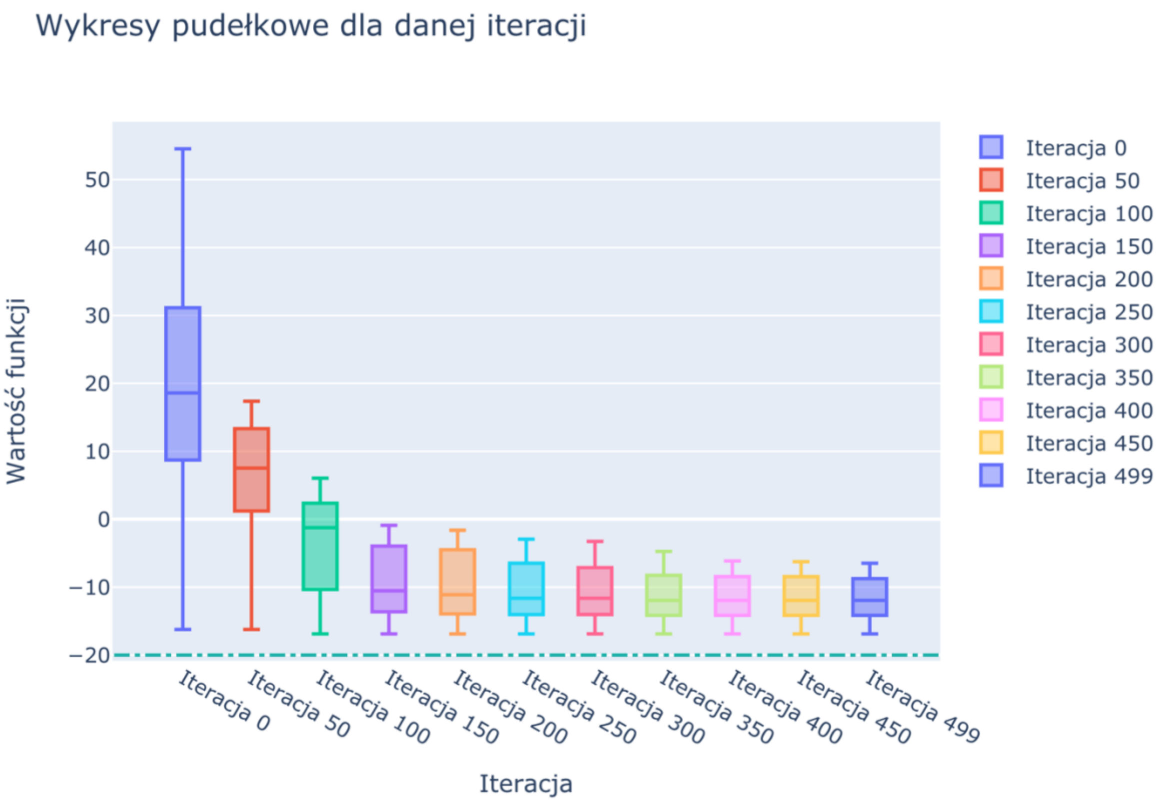
| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 0 | 100 | 200 |
|  |  |  |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



## Wnioski

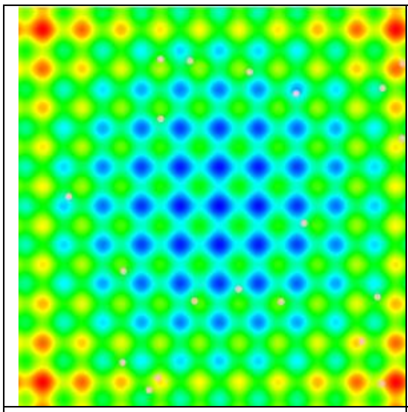
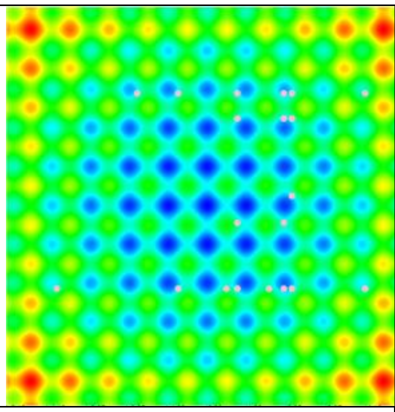
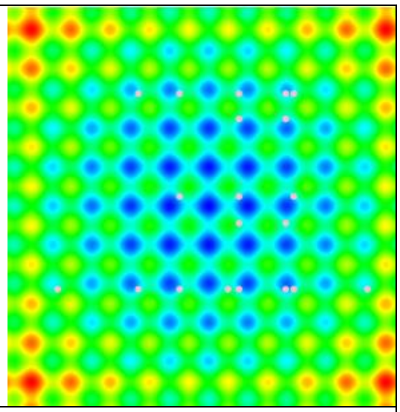
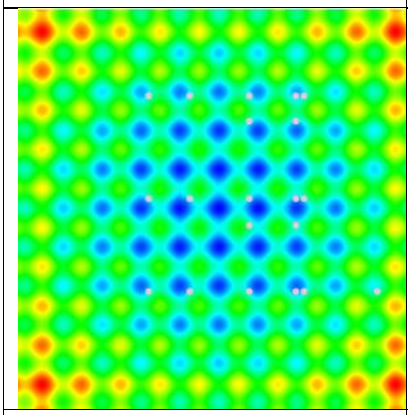
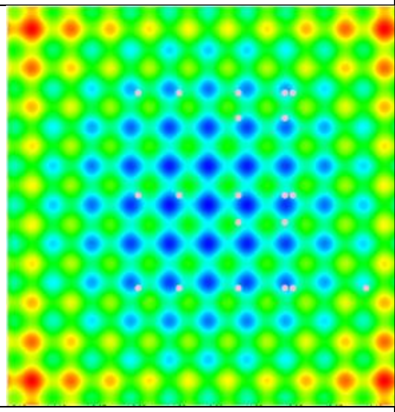
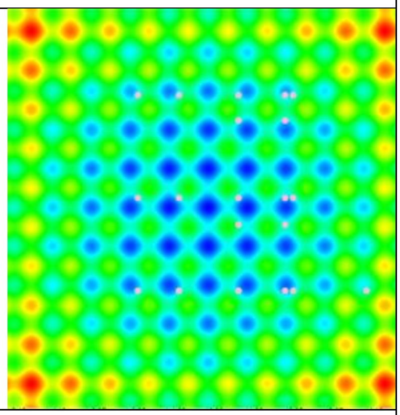
Brak losowości w działaniu algorytmu nie wpłynął zbyt mocno na jego skuteczność. Możliwe, że powodem takiego zachowania jest wylosowanie korzystnego ułożenia początkowych harmonii.

## Brak losowych współrzędnych i mniejsza pamięć

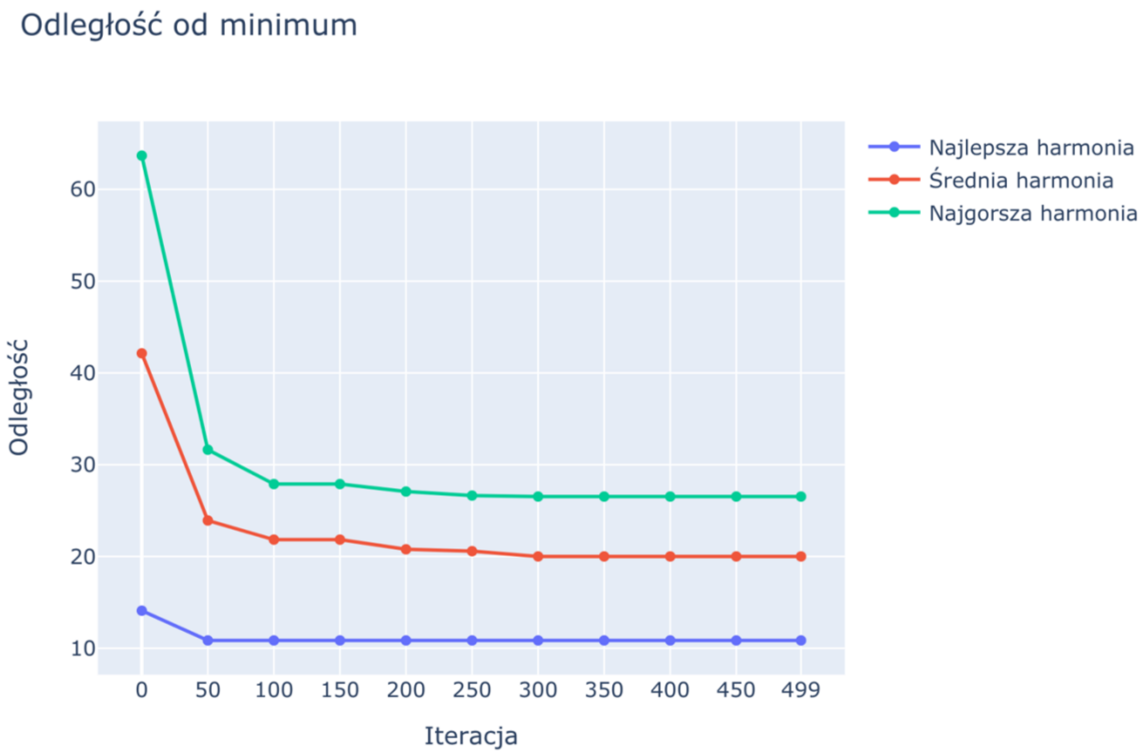
W celu podjęcia próby upośledzenia działania algorytmu jednocześnie została ustawiona mała pamięć oraz wyeliminowane zostało generowanie nowych współrzędnych.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5,12, 5,12] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | **20** |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | **1.0** |
| Wsp. dostosowania | **0** |
| Promień dostosowania | 1.0 |

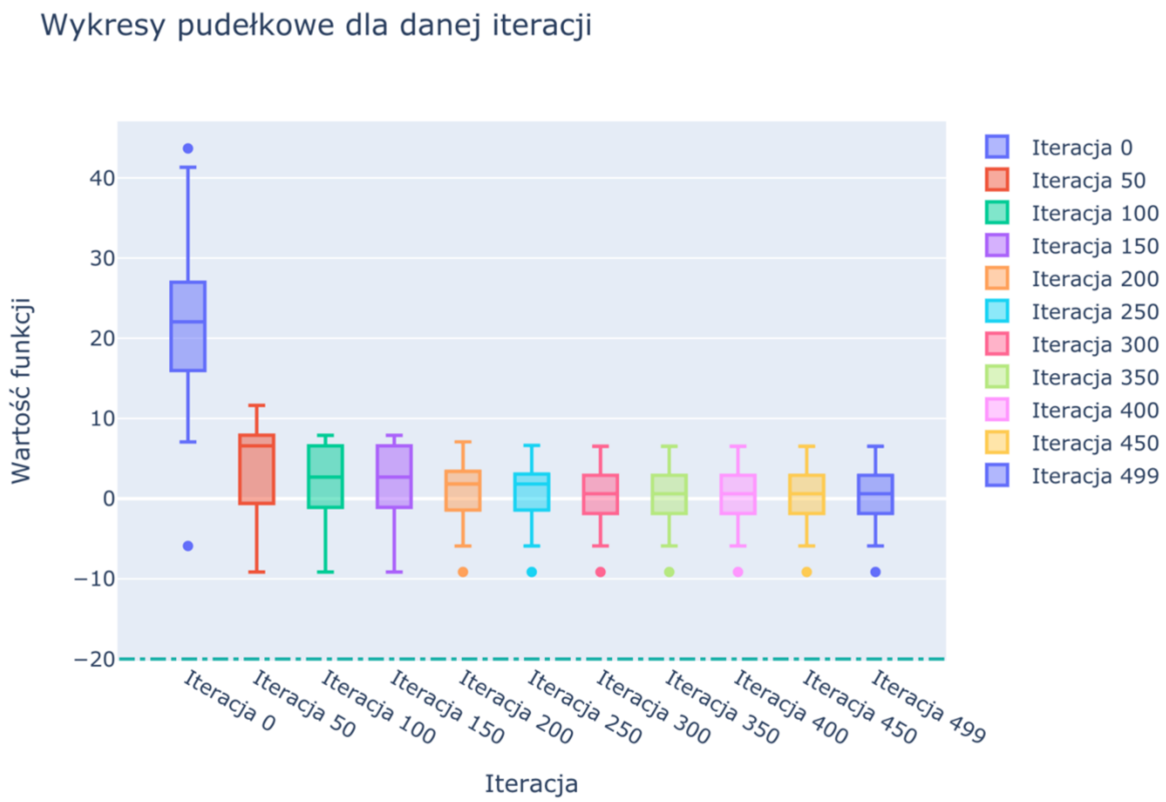
### Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

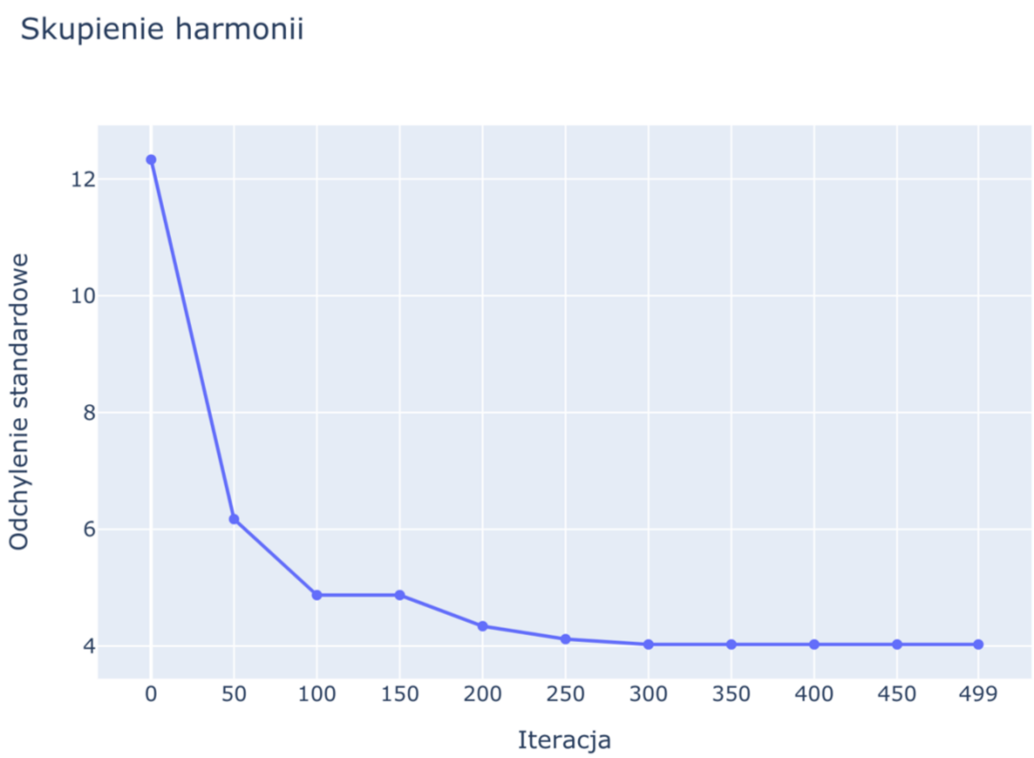
| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 0 | 100 | 200 |
|  |  |  |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



### Wnioski

Wykorzystane ustawienie parametrów skutecznie upośledza działanie algorytmu. Po kilkuset pierwszych iteracjach algorytm nie był już w stanie poprawić wyniku, który pozostał w okolicy -10, mimo, że minimum globalnym funkcji jest -20.

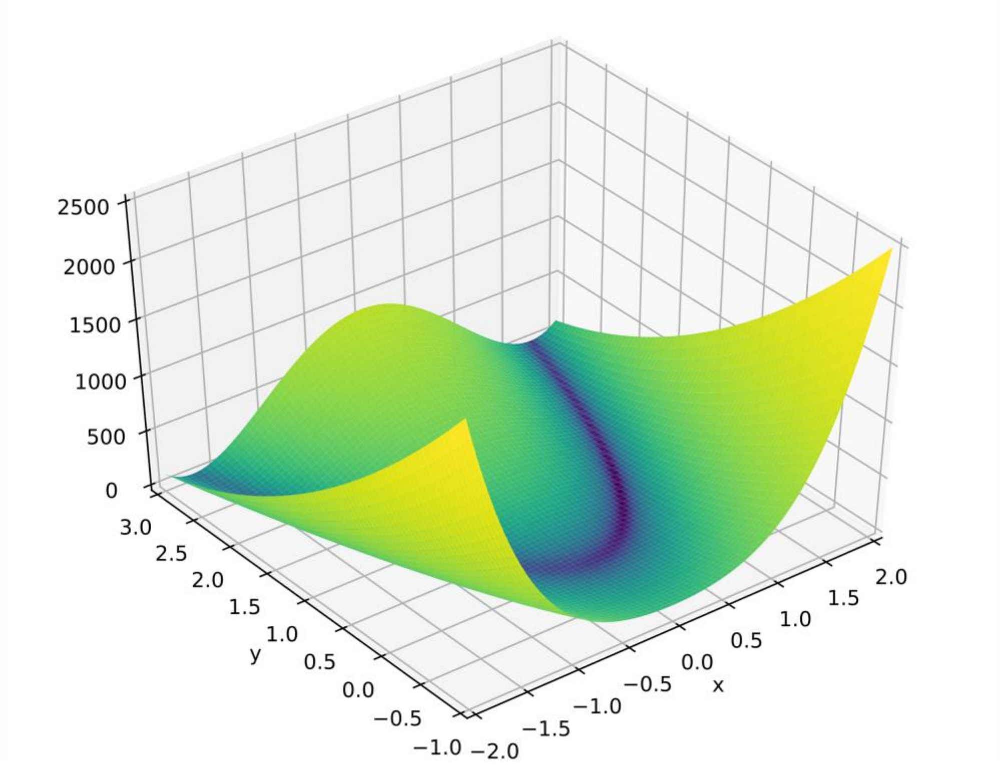
## Badanie funkcji Rosenbrocka

Funkcja Rosenbrocka jest parametryzowaną funkcją dwóch zmiennych. Jej wykres przypomina kanion wyżłobiony przez górski strumień. Funkcja ta jest często wykorzystywana przy testowaniu algorytmów optymalizacyjnych. Bardzo łatwo znaleźć jest jej dolinę, jednak dojście do minimum globalnego jest nietrywialne.

Funkcja dana jest poniższym wzorem:

$$f(x,y) = (a-x)^2 + b(y-x^2)^2$$

Typowo funkcja ta jest stosowana z parametrami a = 1 i b = 100



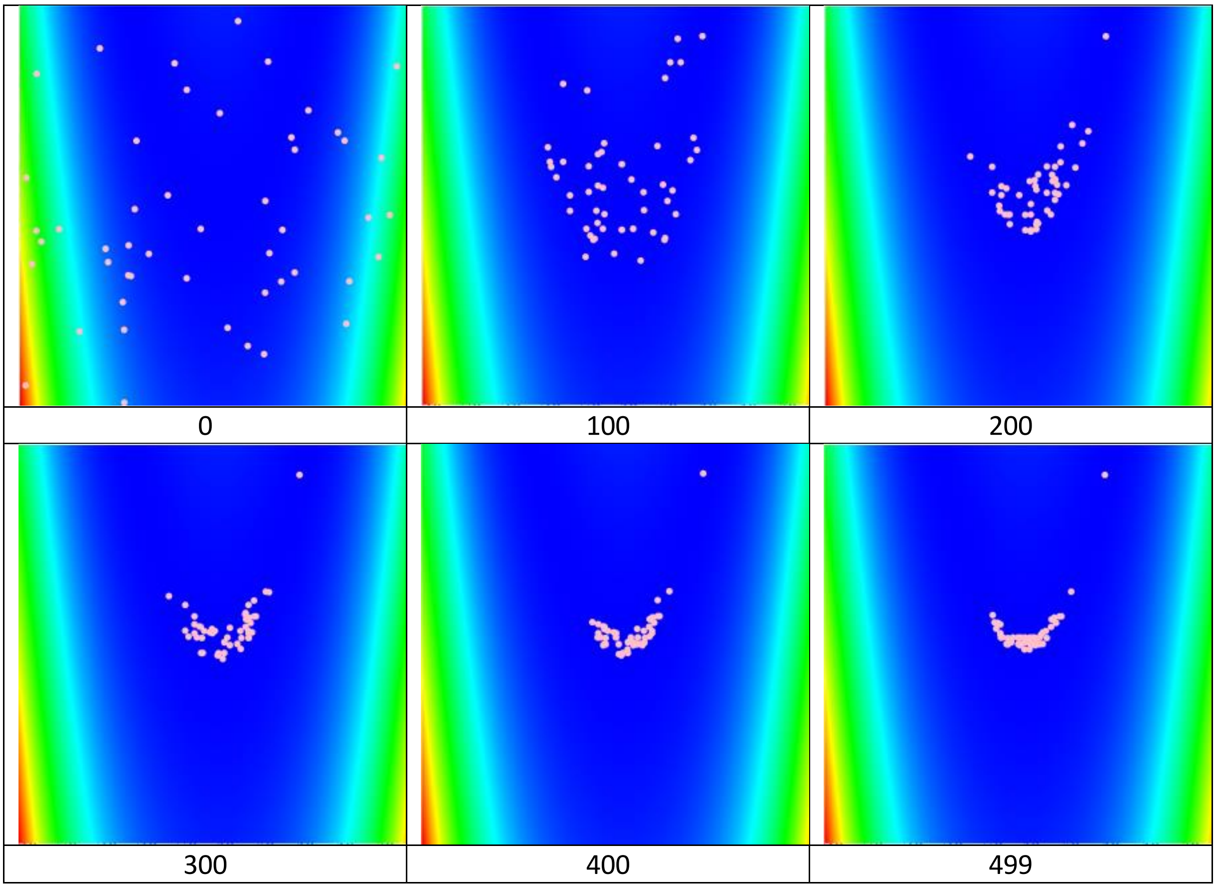

*Rysunek 2 - Wykres funkcji Rosenbrocka dla standardowych parametrów*
*Źródło: Wikipedia*

### Domyślne parametry

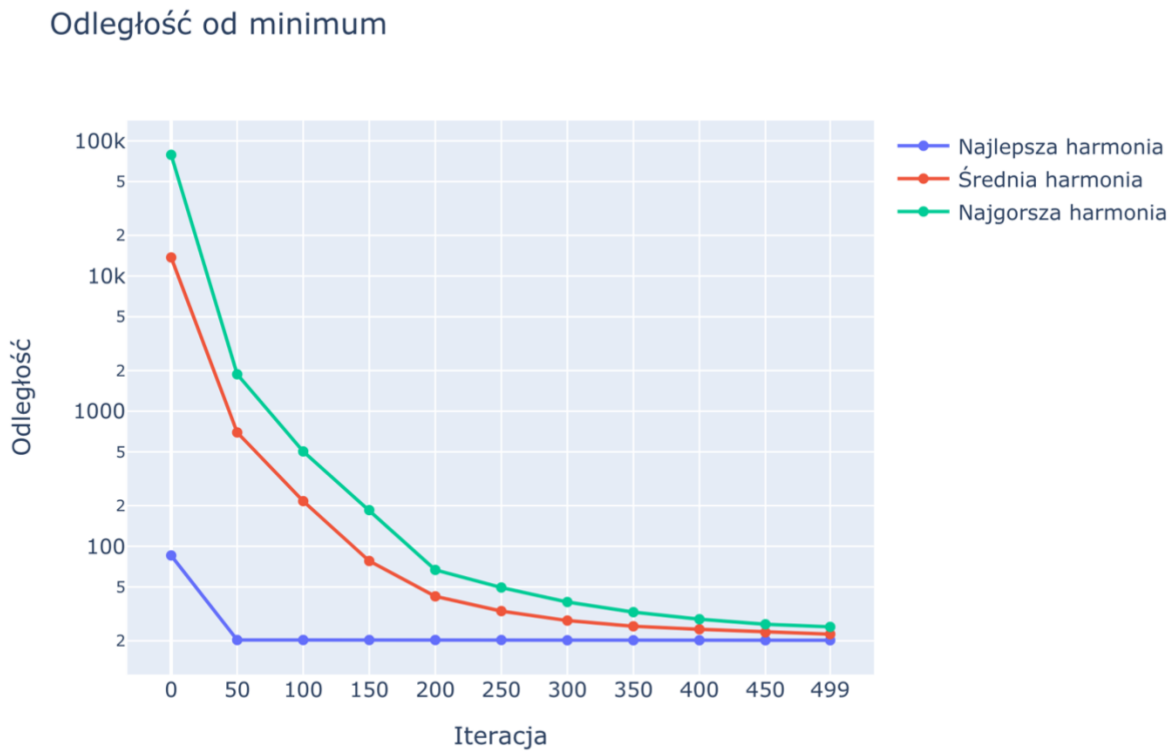
Badanie działania algorytmu dla domyślnych parametrów.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5.0, 5.0] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

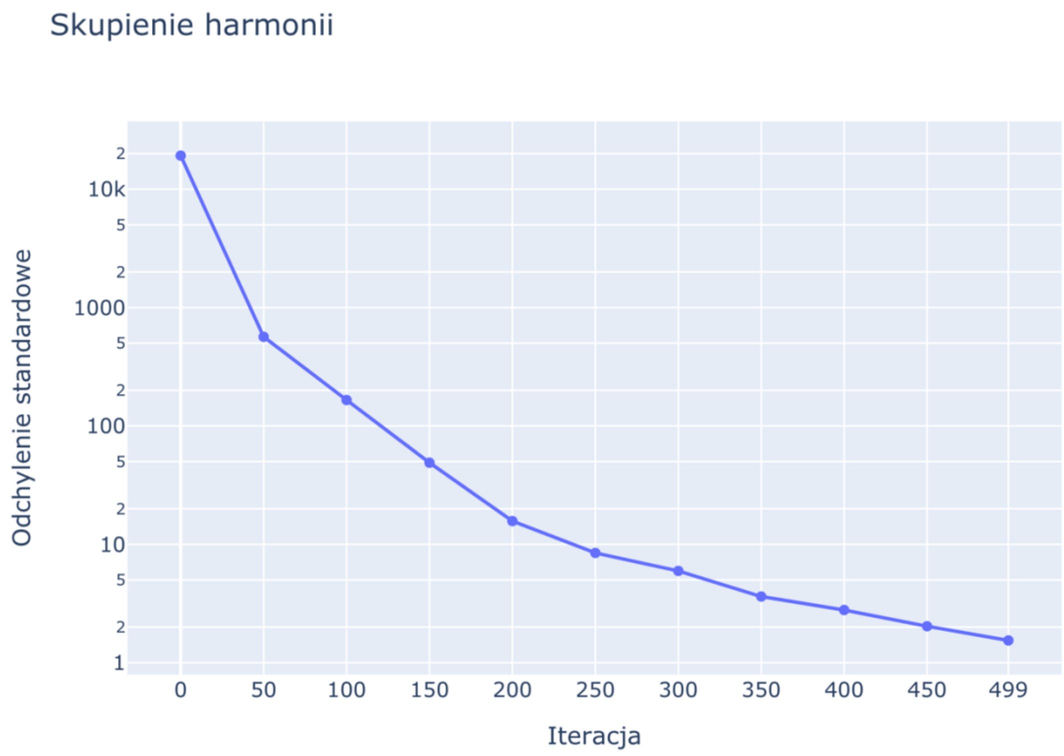
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

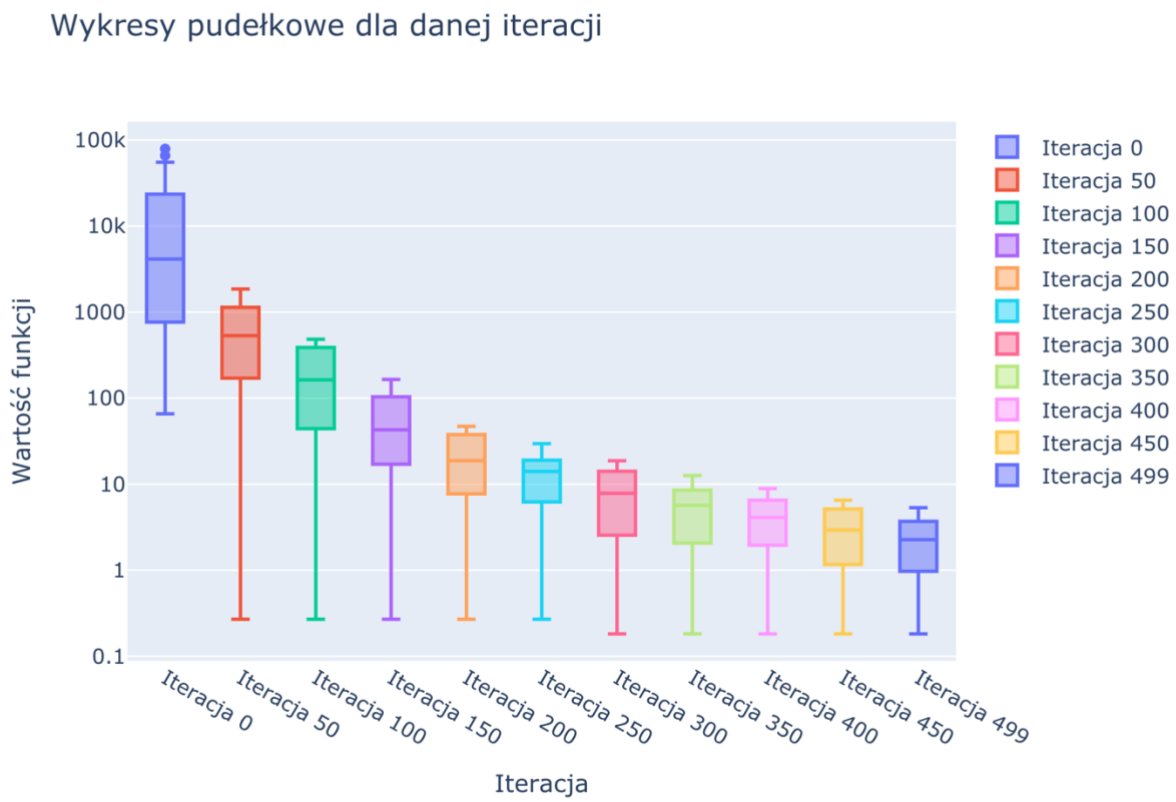



Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



## Wnioski

Badana funkcja ma stosunkowo duże zmiany wartość w badanym otoczeniu. Z tego powodu by zwiększyć czytelność wykresów została zastosowana skala logarytmiczna na pionowej osi.

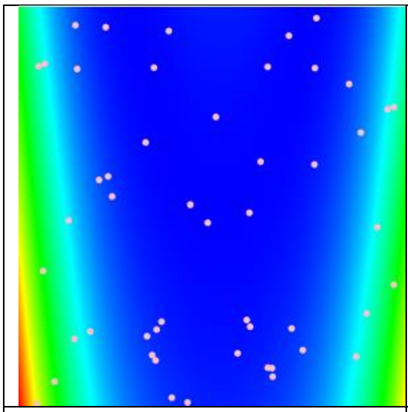
Otrzymane wykresy potwierdzają hipotezę o trudności dojścia do ekstremum globalnego. Nawet w końcowych iteracjach większość harmonii jest mocno oddalona od minimum globalnego. Jednak najlepsza harmonia bardzo szybko znalazła się w jego pobliżu.

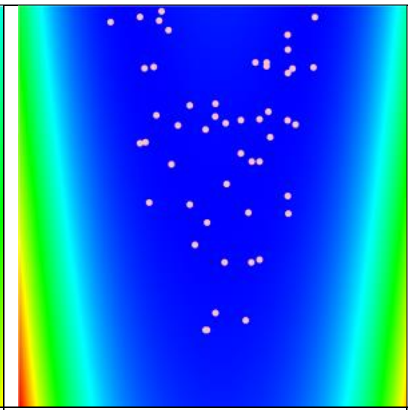
## Zmniejszenie częstotliwości odwołań do pamięci

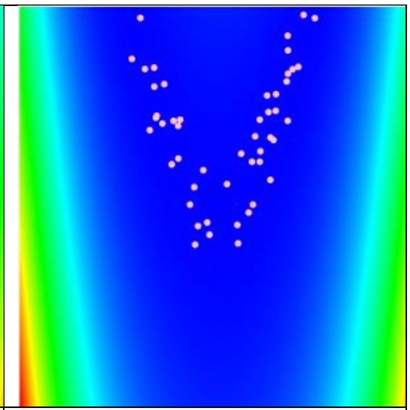
Zmniejszenie parametru HMCR w celu częstszej generacji zupełnie nowych harmonii.

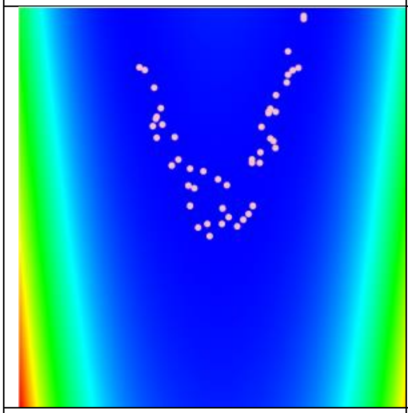
| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5.0, 5.0] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | **0,45** |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

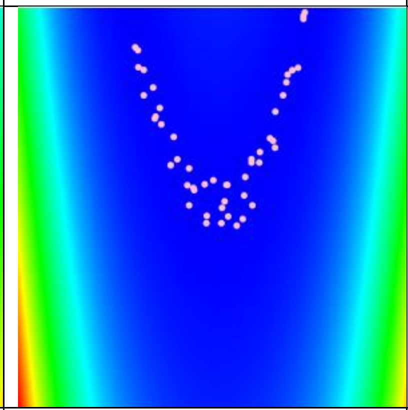
### Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

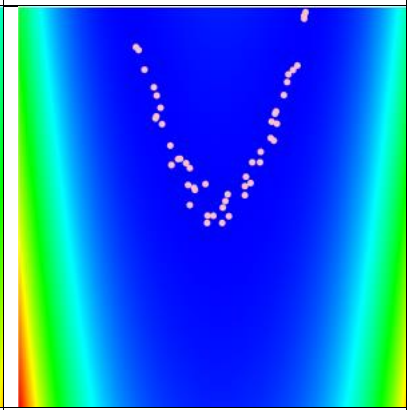

0


100

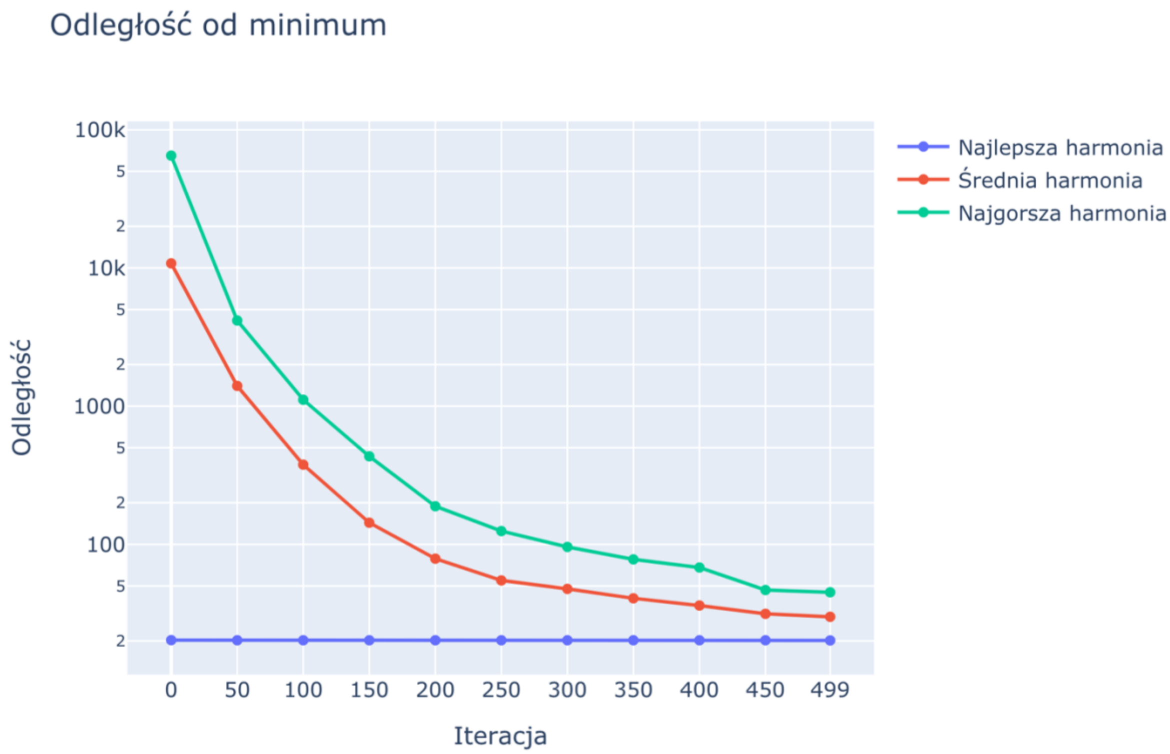

200


300

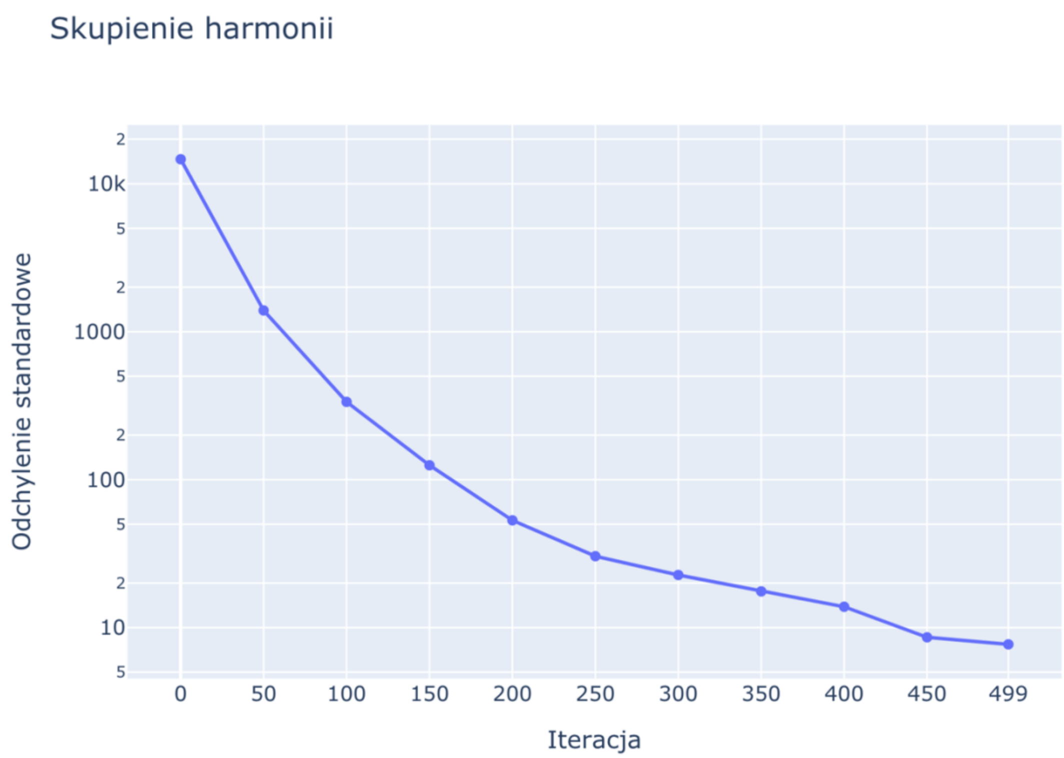

400

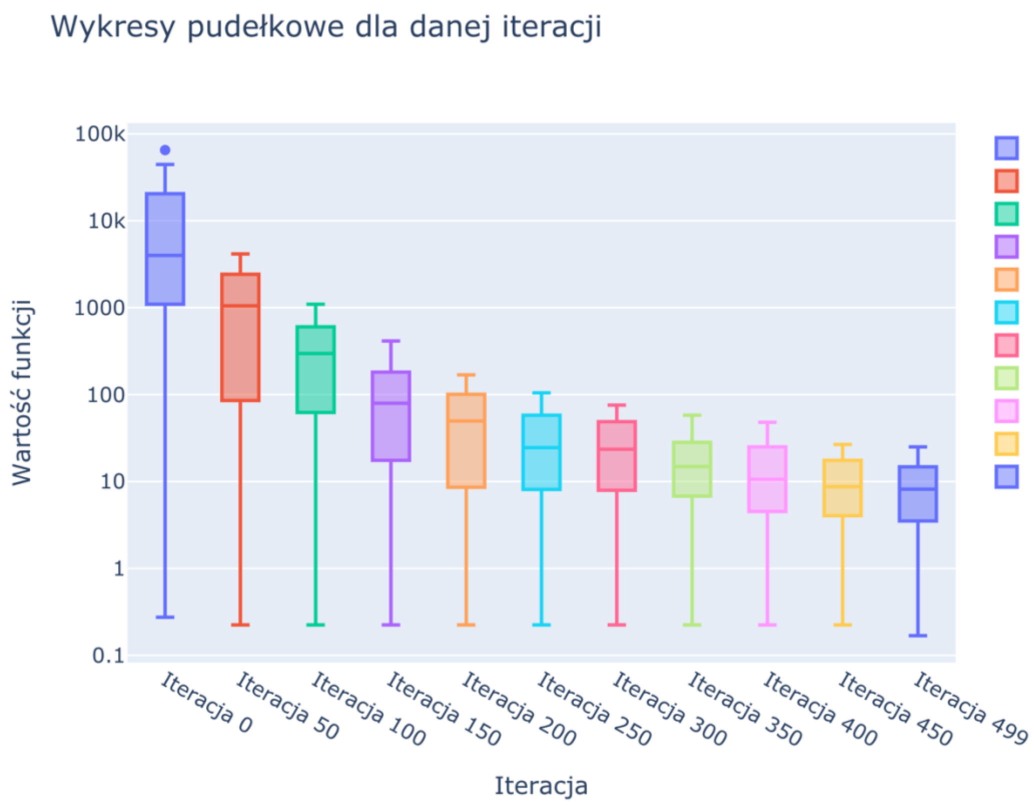

499

Osiąganie minimum globalnego




Skupienie harmonii






## Wnioski

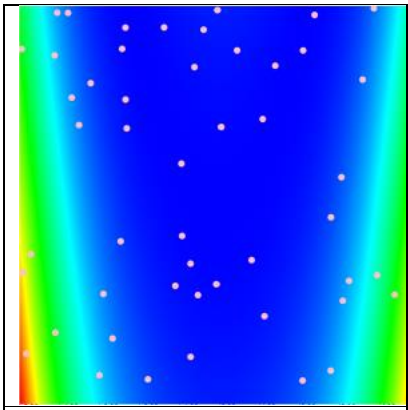
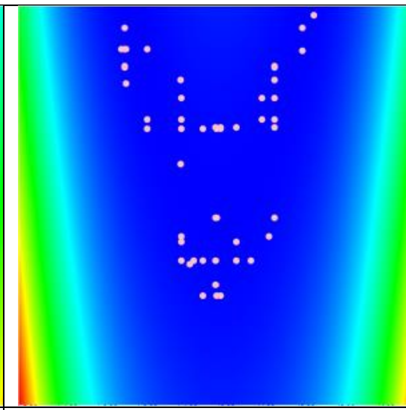
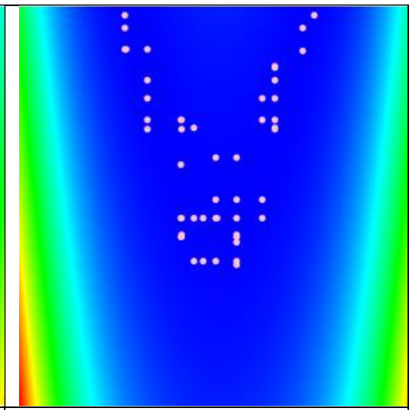
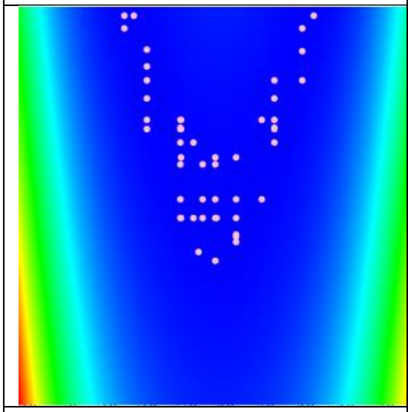
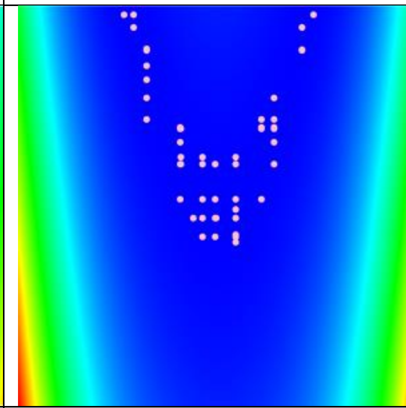
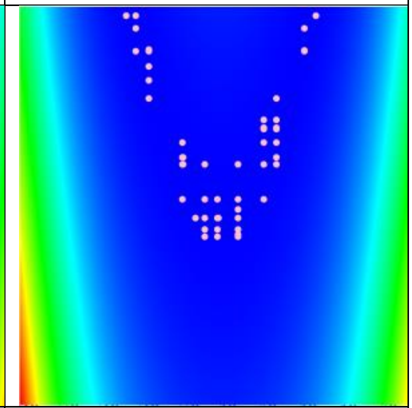
Wizualizacja położenia harmonii w danej iteracji pozwala zaobserwować, że zmniejszenie współczynnika dowołania do pamięci utrudnia algorytmowi skupienie harmonii w okolicy ekstremum globalnego zamiast tego ich ułożenie przypomina półksiężyc ułożony w dolinie funkcji.

## Brak dostrajania

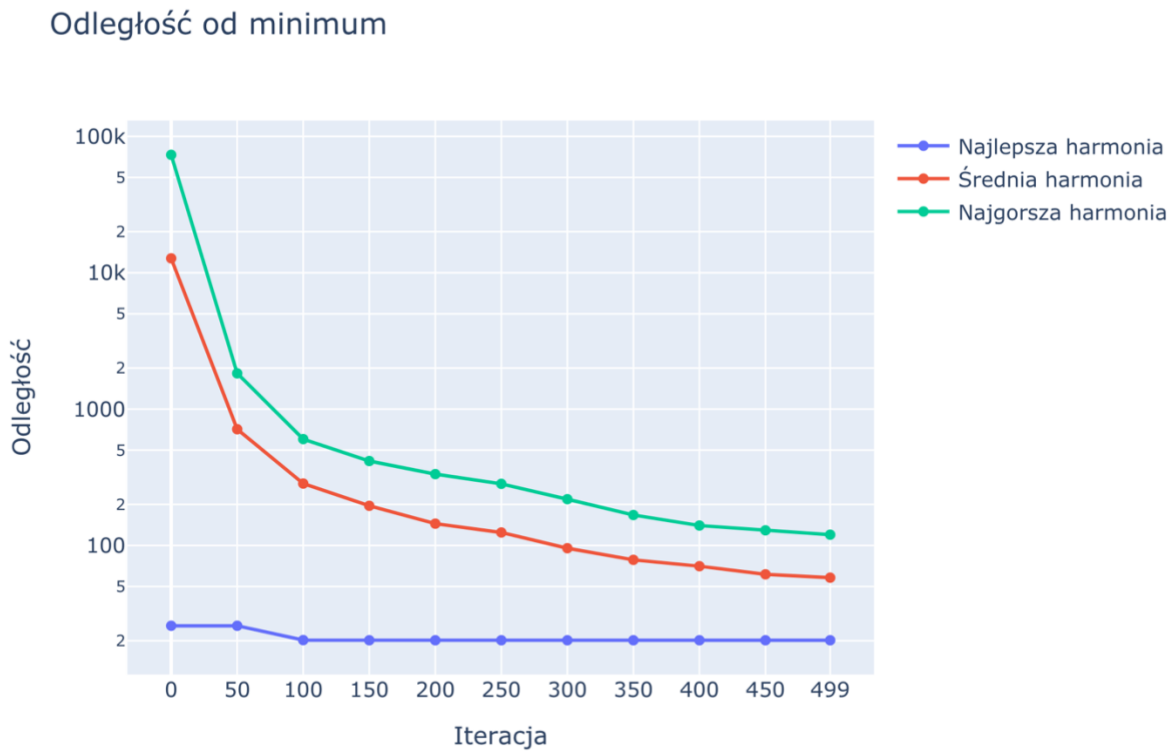
Ustawienie współczynnika dostosowania na 0 wyeliminuje działanie mechanizmu dostrajania harmonii

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5.0, 5.0] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | **0** |
| Promień dostosowania | 1.0 |

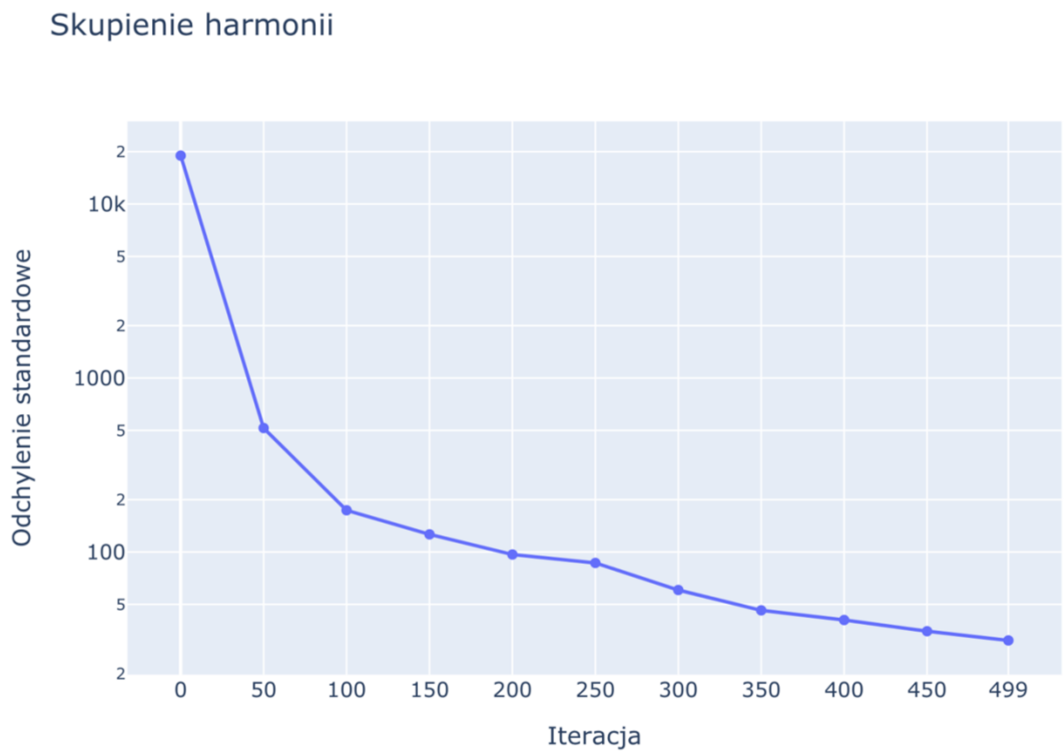
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

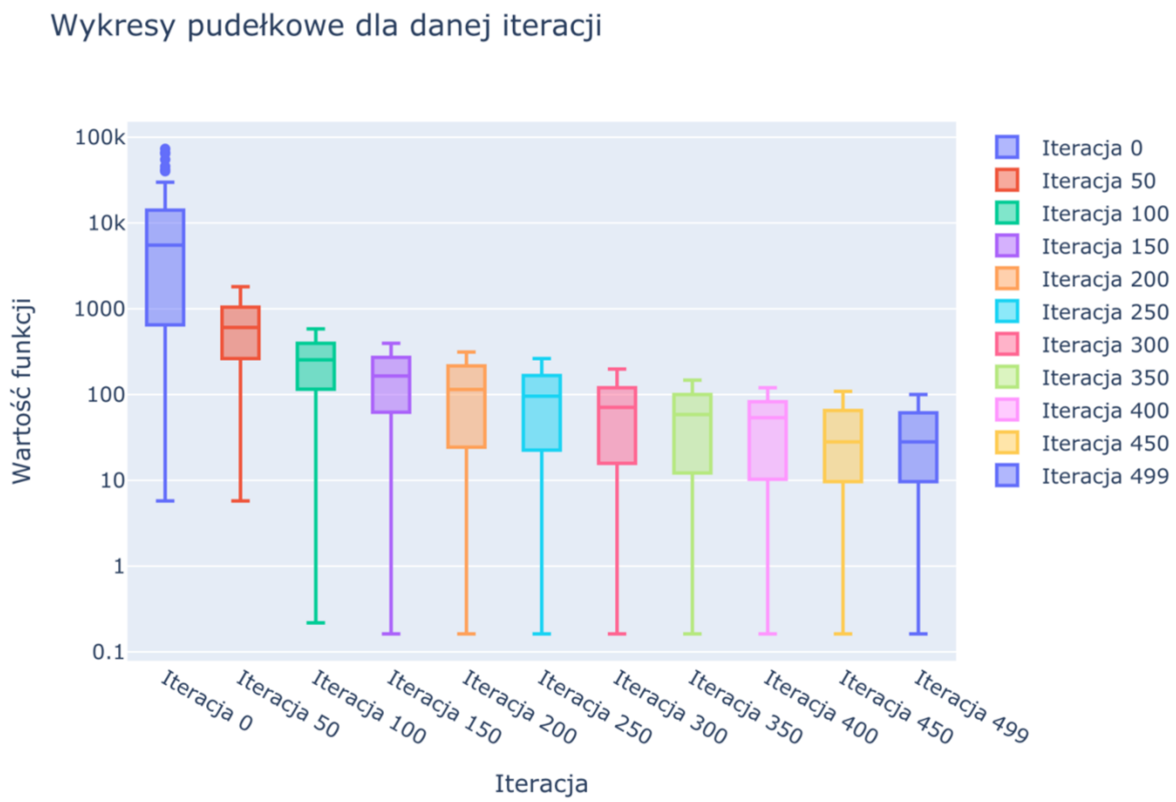
|  |  |  |
|---|---|---|
| 0 | 100 | 200 |
|  |  |  |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



## Wnioski

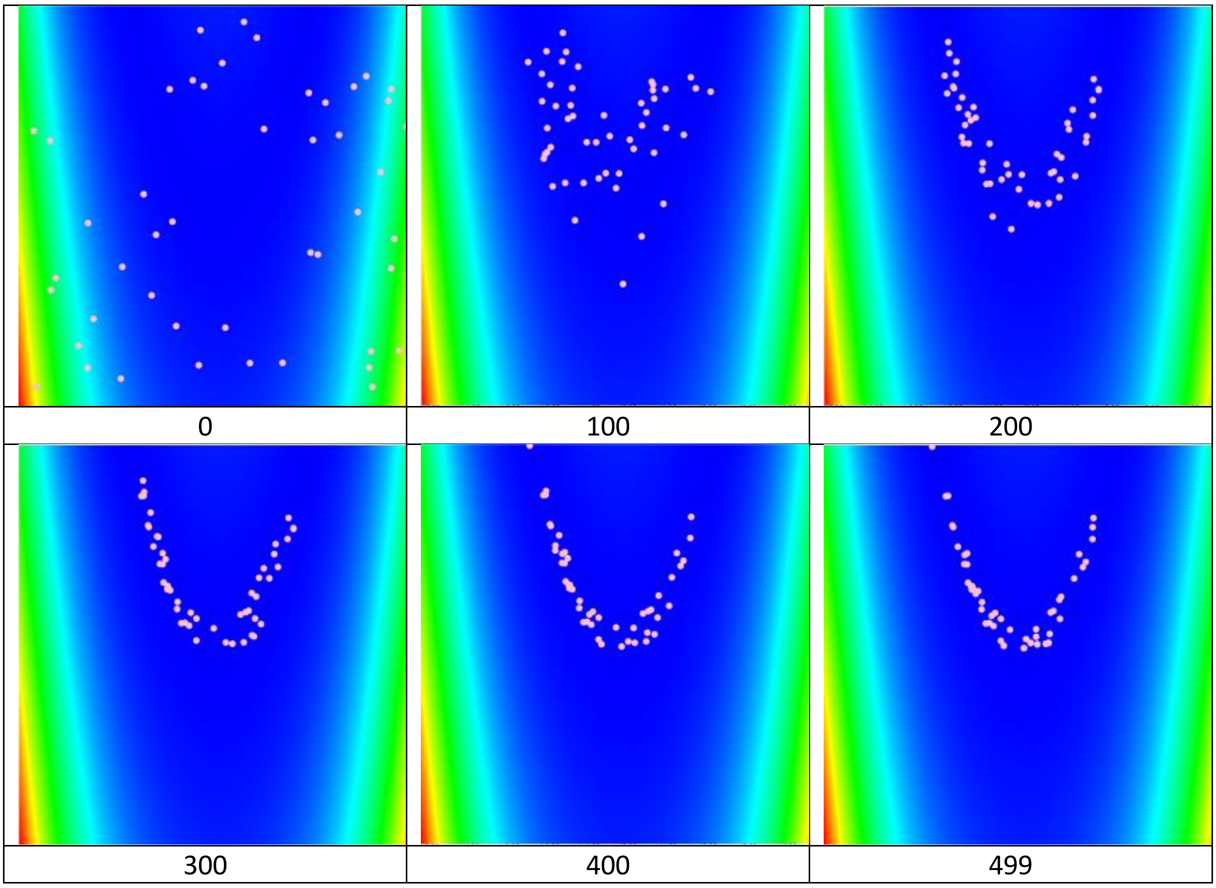
Rezygnacja z dostrajania oraz wysoki współczynnik odwołań do pamięci skutkuje częstym ponownym wykorzystaniem już istniejących współrzędnych przez nowe harmonie. Na wizualizacjach położenia harmonii objawia się to układaniem wzdłuż prostopadłych linii. Przypomina to sytuację jakby wartości funkcji były dyskretne a nie ciągłe. Prowadzi to również do osłabienia wyników prezentowanych przez większość harmonii.

## Ciągłe dostrajanie

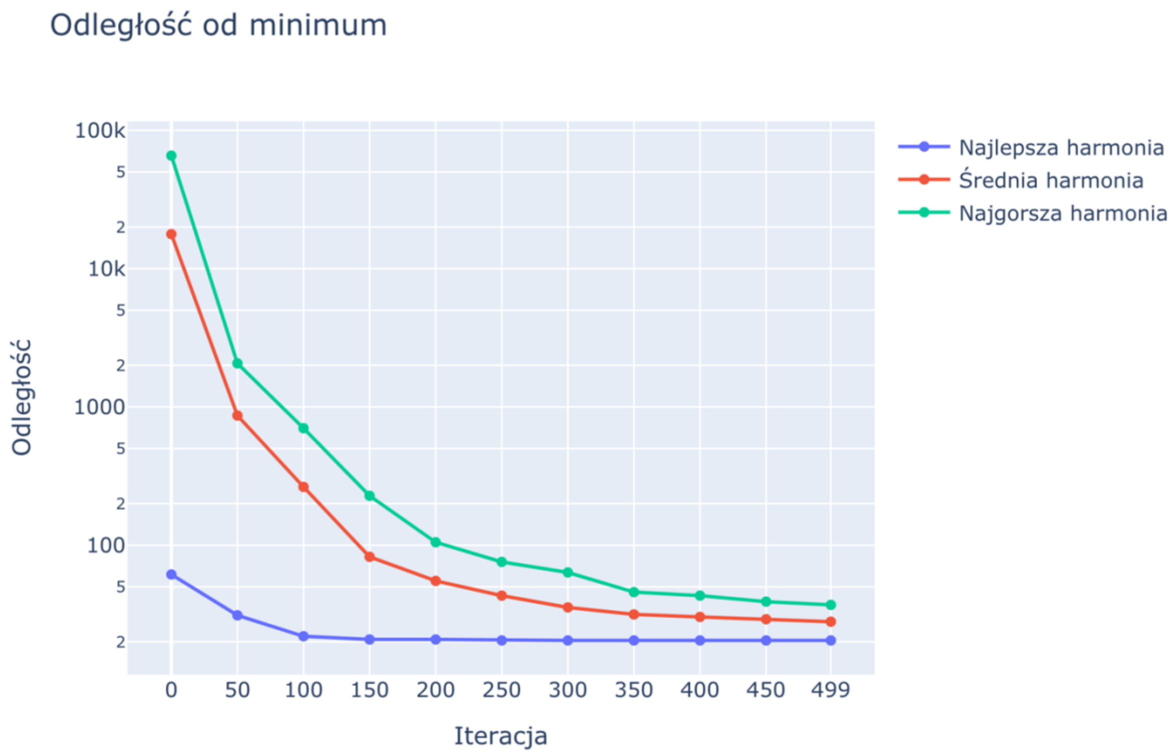
Poprzez ustawienie współczynnika dostosowania na 1 każda nowa harmonia ulegnie dostrojeniu.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5.0, 5.0] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | 50 |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | **1** |
| Promień dostosowania | 1.0 |

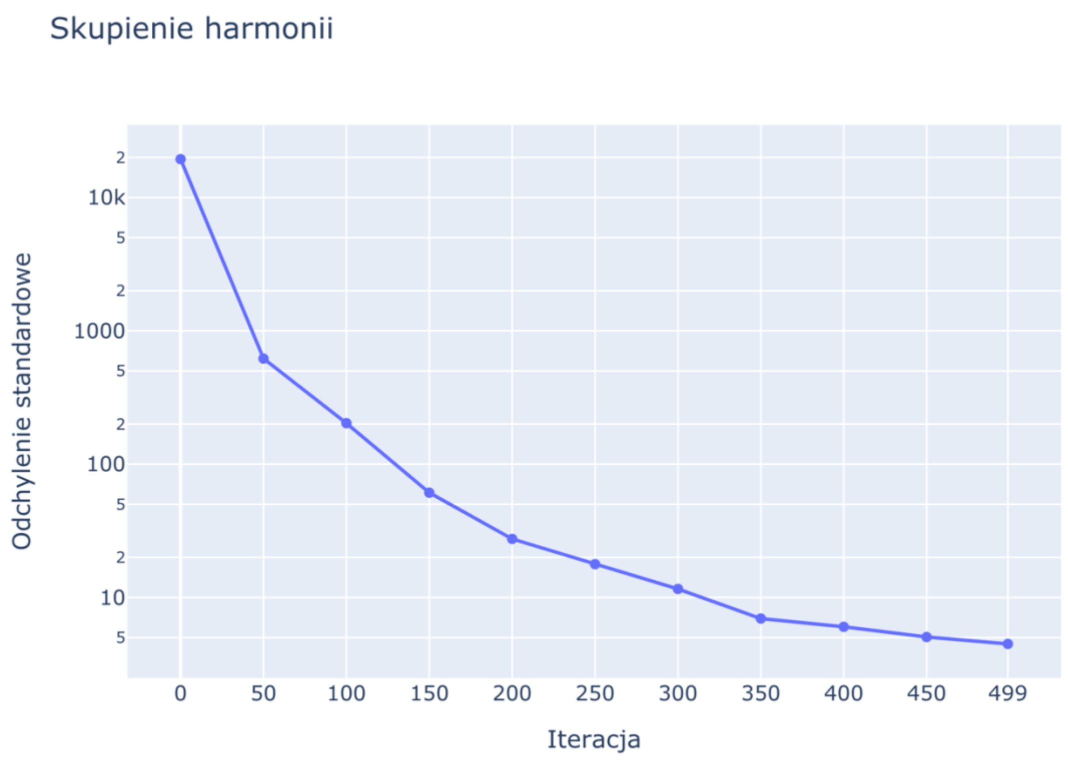
### Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

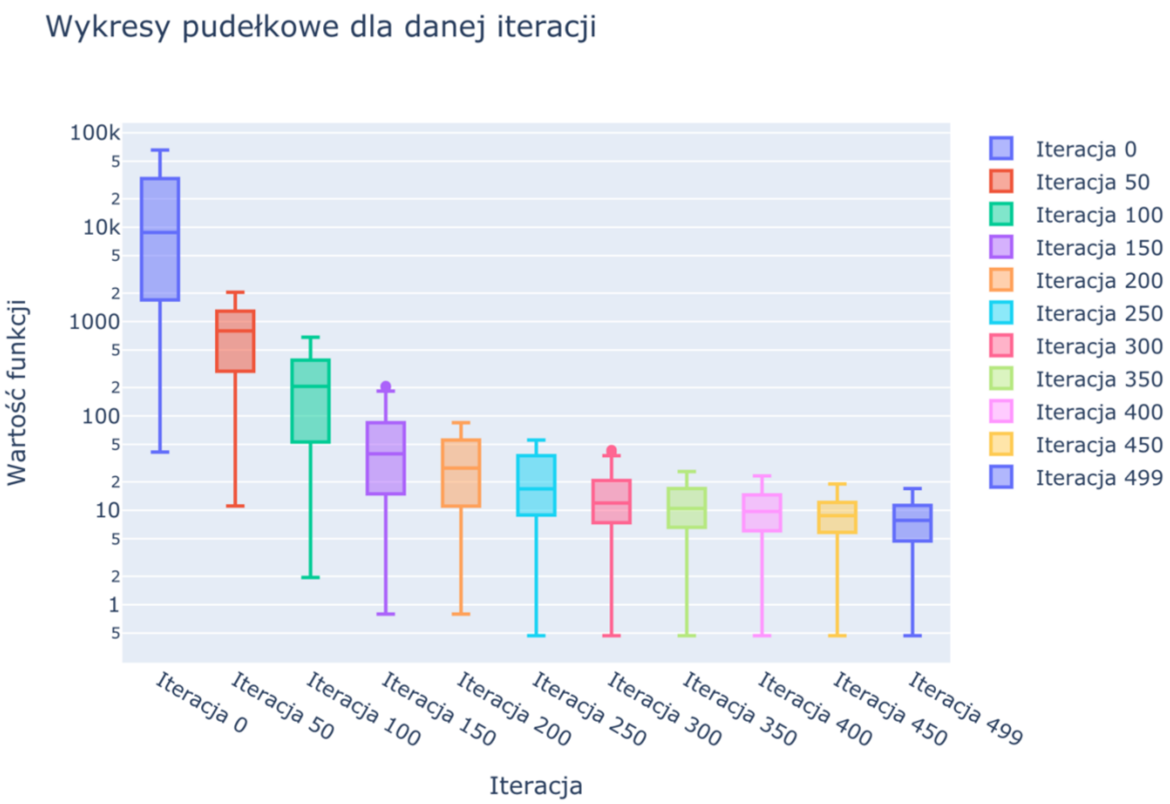


Osiąganie minimum globalnego




Skupienie harmonii






## Wnioski

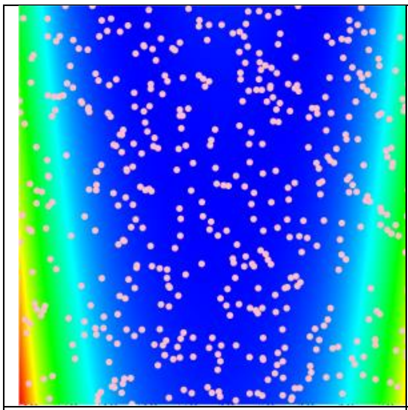
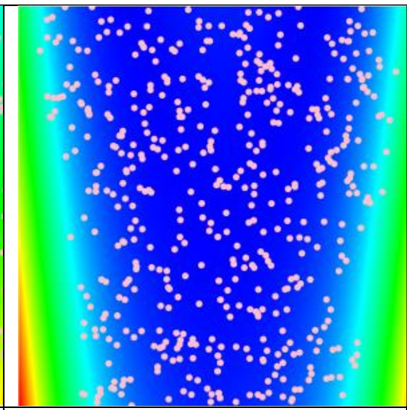
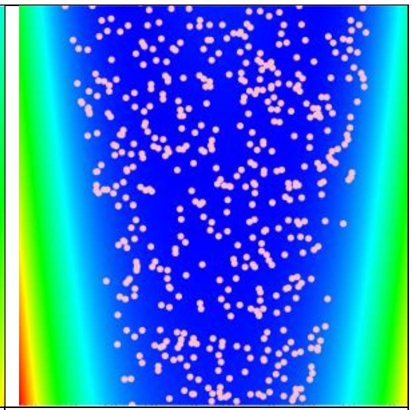
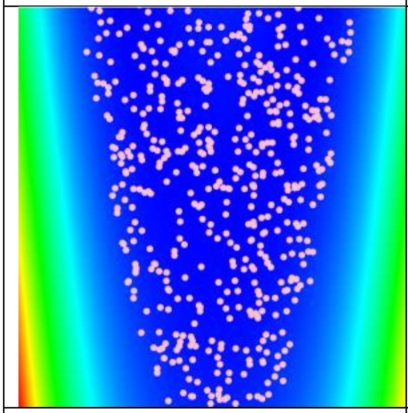
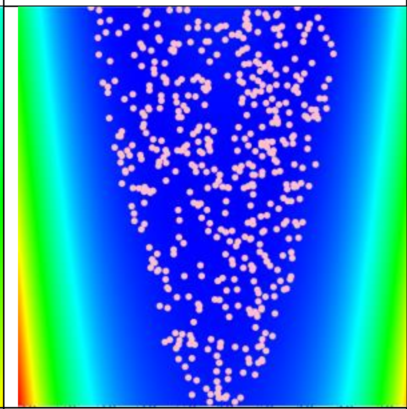
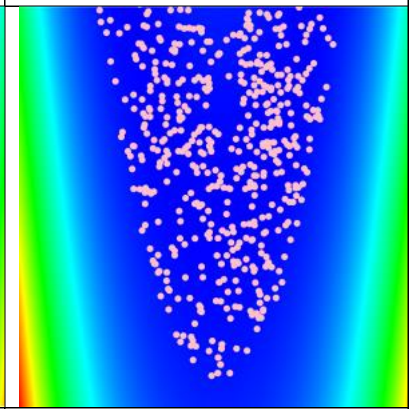
Ciągłe dostrajanie harmonii utrudnia dotarcie do ekstremum globalnego, jednak większość harmonii znalazła się w punktach o małej wartości funkcji. Świadczy to o pozytywnym działaniu dostrajania ale również o tym, że ten współczynnik nie powinien być bliski 1 dla badanej funkcji.

## Ogromna pamięć

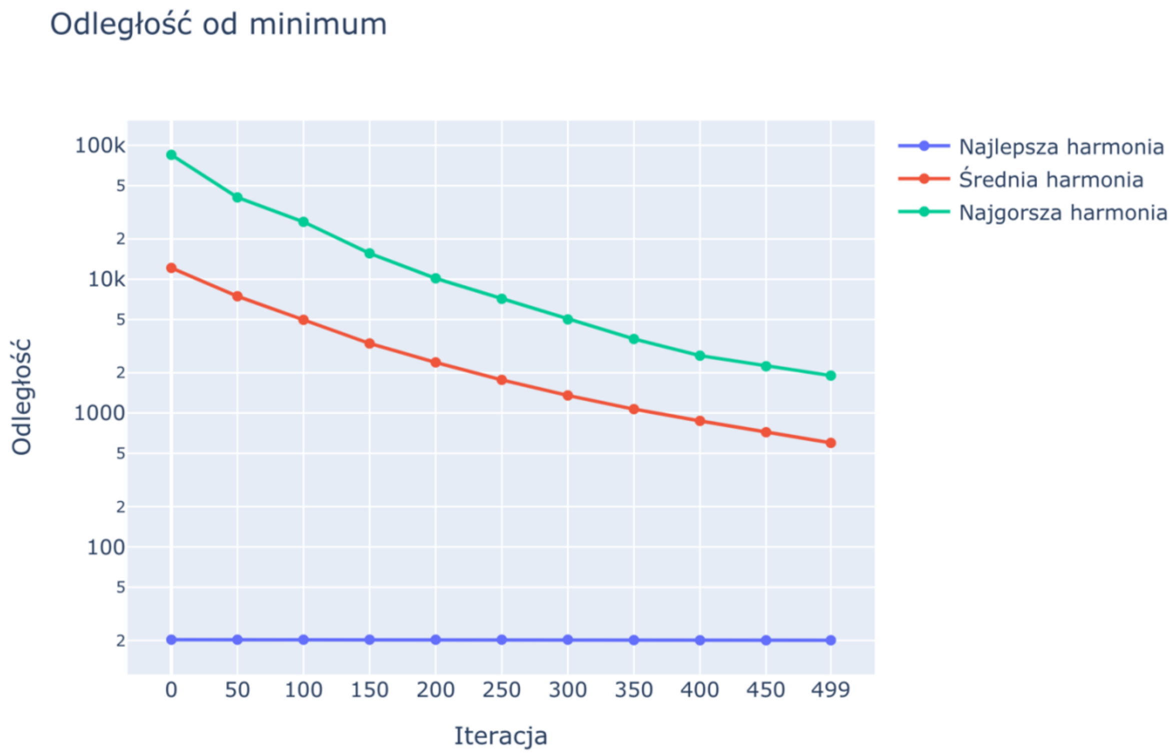
Zrównanie wielkości pamięci z liczbą iteracji.

| | |
|---|---|
| Zakres: | [-5.0, 5.0] |
| Liczba improwizacji: | 500 |
| Rozmiar pamięci (HMS): | **500** |
| Wsp. odwołań do pamięci (HMCR) | 0,95 |
| Wsp. dostosowania | 0,7 |
| Promień dostosowania | 1.0 |

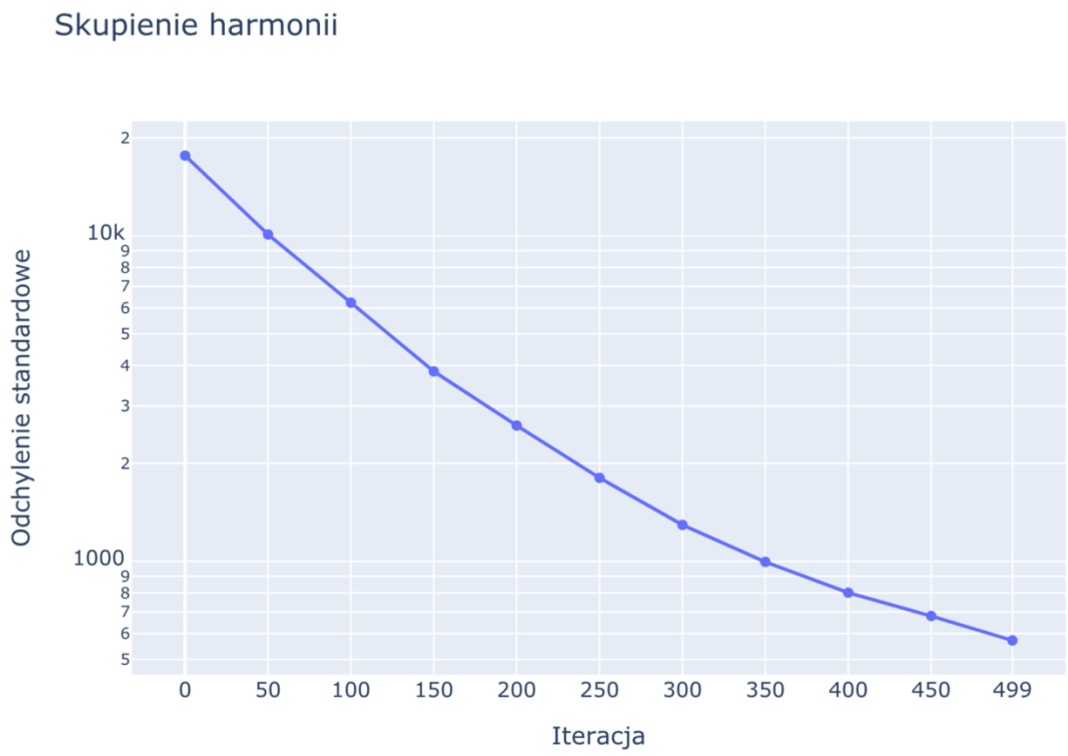
Wizualizacja działania algorytmu po danej liczbie iteracji

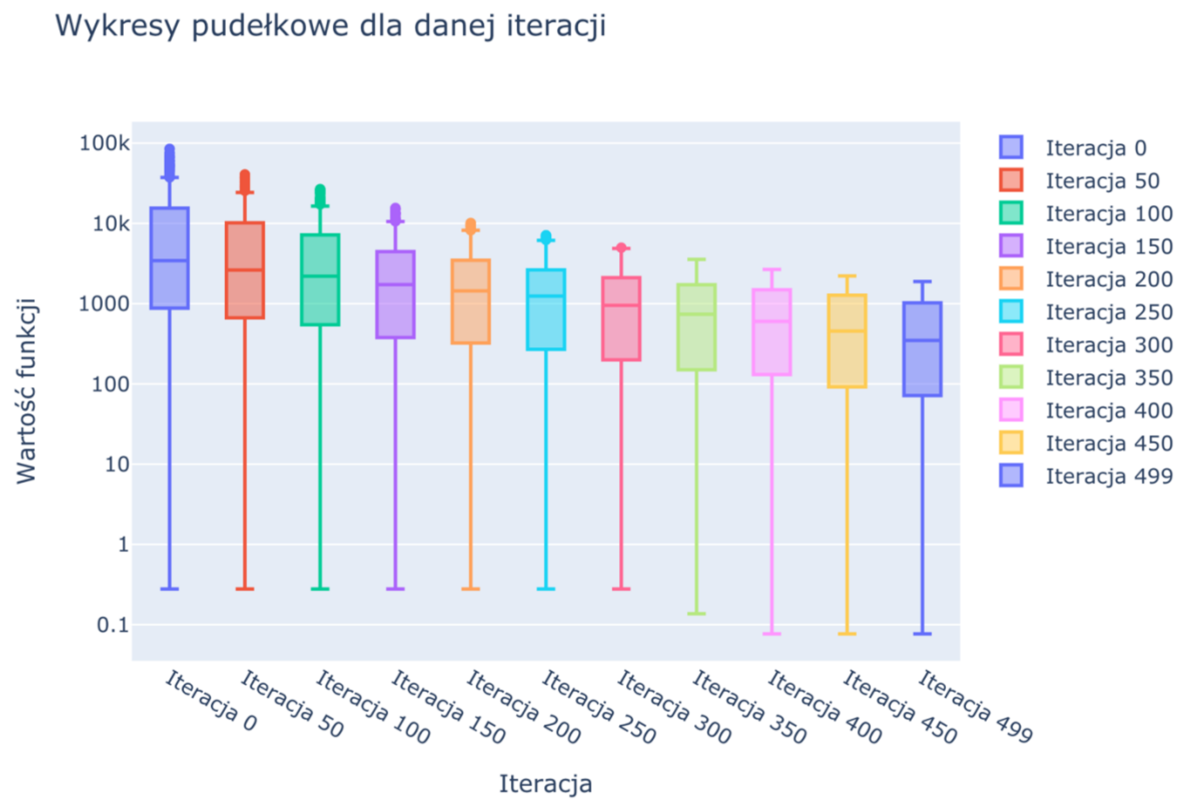
| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| 0 | 100 | 200 |
|  |  |  |
| 300 | 400 | 499 |

Osiąganie minimum globalnego



Skupienie harmonii



### Wnioski

Rozmiar pamięci równy liczbie iteracji w znacznym zakłóca działanie algorytmu. Widać to po wykresie odległości średniej harmonii od ekstremum oraz po wykresie skupień harmonii. Odchylenie standardowe spada znacznie wolniej niż w innych symulacjach. Wynika to ze słabego stosunku liczby iteracji do wielkości pamięci. Algorytm w każdej iteracji zmienia tylko jedną harmonię.

## Ogólne wnioski

Najszybsze zbliżenie się do ekstremum ma miejsce w pierwszym cyklu iteracji. Wynika to z tego, że początkowe wartości są losowe i dopiero po upływie pewnej liczby iteracji są naprowadzane na ekstremum.

Dalsze iteracje nie zmniejszają już tak bardzo najlepszej harmonii, lecz mają wpływ na doprowadzenie większej liczby harmonii w pobliże ekstremum. Wynika to z działania algorytmu, który porządkuje harmonie, więc w późniejszych etapach bardziej prawdopodobne jest, że nowa harmonia zostanie umiejscowiona w środku listy.

Dopiero po liczbie iteracji zbliżonej do wielkości pamięci następuje odejście od wartości losowych.

Parametr wsp. dostosowania pozwala na wyprowadzenie harmonii z lokalnych minimów.

Dobrze wypadły symulacje z domyślimy parametrami oraz ze zmniejszoną wielkością pamięci. Może to oznaczać, że dla badanych funkcji sugerowana pamięć jest zbyt duża lub liczba iteracji zbyt mała.

Połączenie ustawienia maksymalnego współczynnika odwołań z zerowym współczynnikiem dostosowania powoduje, że nowe harmonie mają współrzędne ze zbioru już istniejących harmonii. Nowe współrzędne nie są generowane. Prowadzi to do bardzo niekorzystnego działania algorytmu.

Ustawienie bardzo dużej liczby próbek skutecznie uniemożliwia działanie algorytmu. Jednak takie podejście może być sensowne, ponieważ są spore szanse, że jeden z losowych punktów zostanie wygenerowany w bliskiej okolicy ekstremum lokalnego.