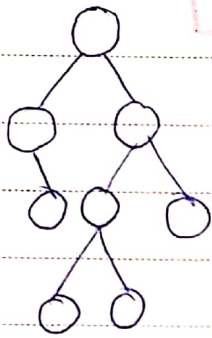


## \* درخت AVL :

یک درخت جستجوی دودویی است که به ازای هر راس  $h$ ، ارتفاع فرزندان  $h$  می تواند حداکثر یک واحد مختلف داشته باشد.



یک درخت AVL هست.

اختلاف فرزندان  $h$ ، با هم حداکثر ۱ هست.  
ارتفاع

\* حداکثر ارتفاع یک درخت AVL با  $n$  راس چقدر می شود؟  $O(\log n)$

اثبات:

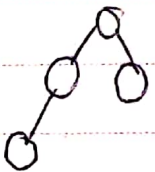
مشاهده:

۰

- کمترین تعداد راس یک درخت AVL با ارتفاع ۱: ۱

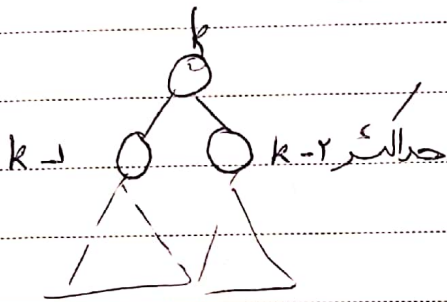


- کمترین تعداد راس یک درخت AVL با ارتفاع ۲: ۲



- کمترین تعداد راس یک درخت AVL با ارتفاع ۳: ۴

$f(k)$  : کمترین تعداد رأس یک درخت AVL با ارتفاع  $k$  :

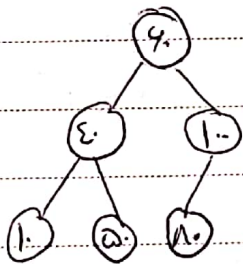


$$f(k) = f(k-2) + f(k-1) + 1$$

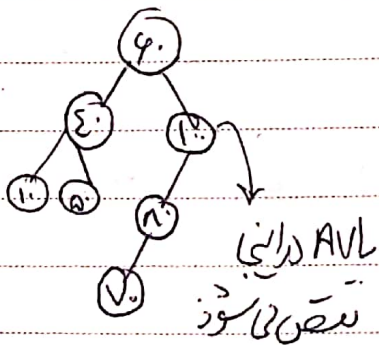
$$\rightarrow f(k) \geq \phi^k \quad \phi = 1.42 \dots$$

$n$  رأس داشته باشیم، ارتفاع  $O(\log n) = O(\log n)$

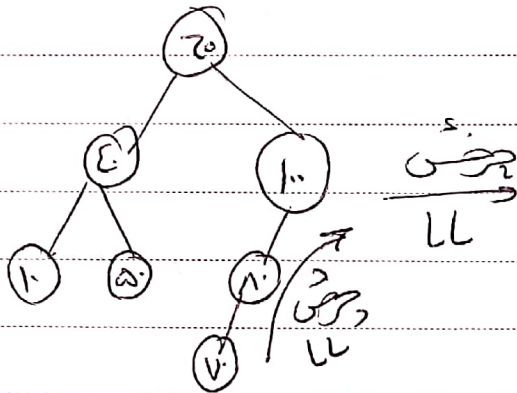
← insert



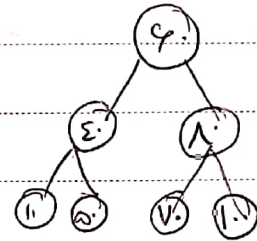
\* اگر ۷۰ را درج کنیم چه اتفاقی می افتد :



حالت LL ← اول به چپ رفته باز دوباره به چپ

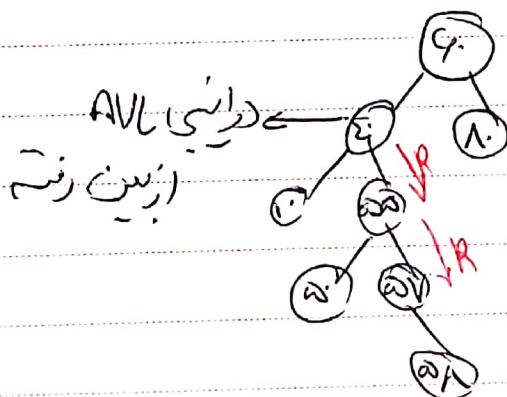
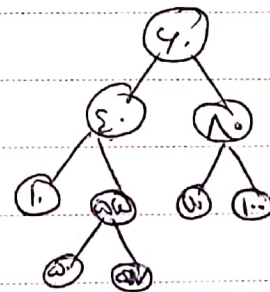
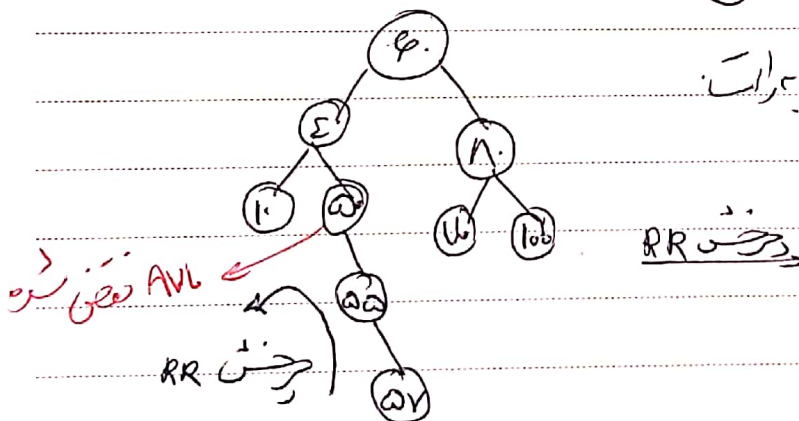


چرخش LL ←



\* حالات درخت با ۵ دونه ۵۵، ۵۷، ۵۸ درج می کنیم

حالت RR ← اول به راست رفته دوباره به راست



\* درج ۵۸ :

چرخش RR باید انجام شود



درخت قز-سیاه: یک درخت درونی استجوابت با این خاصیت:

a. ریش درخت یکی از درخت قز-سیاه را دارند

b. ریشه عیش سیاه است.

c. فرزندان یک راس قز-سیاه است

d. هر یک از ریشه به یک برگ، تعداد برابر یک راس سیاه دارد: عو سیاه

e. همی برل حاسیه هستند. (اعداد داخل ریش داخل ذخیره می شوند)

سوال ۱۵ -

استوا - حالت پائے کے درست (x خوشی پر)  $bh(x) = 0$

کلمۃ اللہ: ← ۲۰ تا فریب و استیلا و ارتفاع ط

الذی یلک فی قریۃ قرینا، طایۃ سورۃ یونس - ۱۰

هر روزند حداقل  $b=1$   $b^h(2^h) = 2^h$   $2^h - 1 = 2 - 1$   $2$  روز داخلی بازه (حدا ؟)

۱. اگر  $a$  و  $b$  در  $\mathbb{R}$  باشند، آن وقت  $a+b$  در  $\mathbb{R}$  است.

٥- الحروف المتحركة

$$\left. \begin{array}{l} b \geq r^{bh(r)-1} \geq r^{b-1} \\ a \geq r^{bh(L)-1} \geq r^{b-1} \end{array} \right\} \rightarrow n = a + b + 1 \geq r^b - 1$$

سوال دوم: ایده تبدیل به Perfect BST، که در آن هم بر هادر

یک ارتفاع هستند و تمام گره‌های داخلی، آن‌ها فرزندان.

اول با  $O(n)$  به Perfect BST تبدیل می‌کنیم.

اول یک پیمایش پسین ترتیب — و دنباله اعداد رویده (سورت شده)

یا  $+\infty$  یا  $-\infty$  هم باید پسین اضافه کنیم بسته به سوال.

دقیق می‌خواهیم تا همین عنصر بزرگ را پیدا کنیم.

حالا عنصر بزرگ را به ریشه قرار می‌دهیم و همین کار را برای دنباله چپ و راست تکرار می‌کنیم. ✓

چرا درست؟ برای یابستن، کار با محل نقطه میانی مناسب می‌کنیم و بر اساس آن چپ و راست

می‌رویم.  $O(\log n)$  می‌شود چون در هر مرحله از ارتفاع درخت، یا جواب می‌گیریم یا میسریم.



سوال سوم: بازی  $a_i$ ، اگر  $a_i$  برنده باشد،  $a_{i-1}$  و  $a_{i+1}$  میزنند و برنده است

$$f(n) = \sum_{i=1}^n f(i-1)f(n-i) \rightarrow f(n) = C_n$$

اعداد فیبوناچی

ب،  $g(n)$  برابر تعداد دنباله ها که متفاوت - اگر  $n$  تاراش میزنند و  $n-i-1$

$$g(n) = \binom{n-1}{i} g(i) g(n-i-1)$$

درست چیست باشد

سوال چهارم: بهمانش مثال ترتیب فرض کنید می خواهیم از راس  $x$  شروع کنیم  
اگر  $n$  تاراش باشد (با تغییر کمتر از  $n$  که حل می کنیم) اولین جد  $x$  مثل  
 $x_t$  را پیدا کنیم که  $x_{t+1}$  فرزند  $x_t$  باشد بعد همین روند را برای  $x_t$  تکرار می کنیم.

$$O(h+k)$$

↑  
تعداد گره ها  
ارتفاع