

به نام خدا

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها (۴۰۲۵۴)

دانشگاه صنعتی شریف

مدرس: دکتر مهدی صفرنژاد

تمرین چهارم

انتشار: ۱۸ اردیبهشت ۱۴۰۱

درهم‌سازی

سؤالات را با دقت بخوانید و روی همه آن‌ها وقت بگذارید. تمرین‌های تئوری تحویل گرفته نمی‌شوند اما از آن‌ها سؤالات کوییز مشخص می‌شود. بنابراین روی سؤالات به خوبی فکر کنید و در کلاس‌های حل تمرین مربوطه شرکت کنید. در سؤالات ارائه الگوریتم از روش درهم‌سازی استفاده کنید.

سؤال ۱. اگر در یک جدول هش که از روش زنجیره برای رفع برخورد استفاده می‌کند به جای زنجیره مرتب نشده از لیست‌های مرتب شده استفاده کنیم، پیچیدگی زمانی انجام هر یک از عملیات زیر در بهترین و بدترین حالت چگونه تغییر می‌کند؟

۱. درج یک عنصر جدید در آرایه

۲. پیدا کردن یک عنصر در آرایه

سؤال ۲. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ ارائه کنید که با گرفتن آرایه‌ای به طول n ، طول بلندترین زیر مجموعه این آرایه که متشکل از اعداد متوالی است را محاسبه کند. (ترتیب قرارگیری این اعداد متوالی در آرایه اهمیتی ندارد.)

سؤال ۳. تعدادی شیرینی از انواع مختلف داریم و می‌خواهیم آن‌ها را بین تعدادی مشتری تقسیم کنیم، اما هر مشتری بیش از سه شیرینی از یک نوع را نمی‌گیرد. تعداد شیرینی (n) و تعداد مشتری (k) و آرایه n تایی نشان دهنده نوع هر شیرینی را داریم و می‌خواهیم تشخیص دهیم که می‌توان تمام شیرینی‌ها را بین مشتری‌ها تقسیم کرد یا نه. حداقل پیچیدگی زمانی انجام این کار را محاسبه کنید.

سؤال ۴. آرایه‌ای از اعداد داریم که عنصر ماکسیمم آن را با A و عنصر مینیمم آن را با B نشان می‌دهیم. می‌خواهیم تعداد اعدادی که باید به آرایه اضافه شوند تا تمام اعداد B تا A در آن موجود باشند را محاسبه کنیم. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(B - A)$ ارائه کنید که این کار را انجام دهد.

سؤال ۵. آرایه‌ای n عضوی و عدد k را داریم. می‌خواهیم آرایه را به گروه‌های دوتایی تقسیم کنیم، به طوری که جمع اعضا هر گروه بر k بخش پذیر باشد. حداقل پیچیدگی زمانی برای تشخیص امکان انجام این کار را محاسبه کنید.

سؤال ۶. یک چهارتایی فیثاغورثی شامل 4 عدد صحیح (a, b, c, d) است به صورتی که $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$. آرایه ای شامل n عضو داریم، الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n^2)$ ارائه دهید که وجود یا عدم وجود چهارتایی فیثاغورثی در آرایه را تشخیص دهد.

سؤال ۷. دو لیست از اعداد صحیح داریم. اولی به طول n و دیگری به طول m . الگوریتمی از $O(n + m)$ ارائه دهید که بررسی کند آیا دو عدد یافت می شود که یکی در لیست اول و دیگری در لیست دوم باشد و حاصل جمعشان مقدار ذکر شده باشد.

سؤال ۸. الگوریتمی از $O(n)$ ارائه دهید که در یک رشته به طول n اولین کاراکتر تکراری را پیدا کند.

سؤال ۹. در جدول درهم سازی با استفاده از روش واریسی خطی، تابع درهم سازی برای جدولی با اندازه ۹ به صورت زیر است:

I	H	G	F	E	D	C	B	A	key
۷	۱	۱	۵	۴	۰	۴	۱	۱	hash

اگر جدول درهم سازی در ابتدا تهی باشد، به چند حالت می توان این عناصر را در جدول درج کرد تا در نهایت جدول زیر تولید شود؟

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	i
F	I	G	E	C	H	B	A	D	T(i)

سؤال ۱۰. الگوریتمی از $O(n \log n)$ ارائه دهید که در رشته ای به طول n تعداد زیررشته های آینه ای را پیدا کند.

سؤال ۱۱. الگوریتمی از $O(n)$ ارائه دهید که همه ی زیرآرایه ها با مجموع عناصر ۰ از آرایه ای با طول n را پیدا کند.

سؤال ۱۲. الگوریتمی ارائه دهید که اشتراک و اجتماع دو لیست به طول های m و n را در $O(m + n)$ پیدا کند.

موفق باشید