

# Diffusion Model

## 常见图像生成模型：

### 1.VAE

变分自编码器(Variational Autoencoder)通过编码器将图像压缩到潜在空间,再通过解码器重构图像,学习数据的概率分布。

### 2.GAN (生成对抗网络)

由Ian Goodfellow提出,通过生成器和判别器的对抗训练生成逼真图像。生成器试图创造假图像,而判别器试图区分真假,两者相互博弈不断提升。

### 3.Diffusion Model (扩散模型)

通过逐步向数据添加噪声,再学习逆向去噪过程来生成高质量图像。代表模型包括DDPM、Stable Diffusion等,在图像生成质量和多样性方面表现出色。

### 4.flow-based模型

基于可逆神经网络的normalizing flow模型,通过一系列可逆变换将简单分布映射到复杂数据分布。优点是可以精确计算似然,训练稳定,但模型架构设计较为复杂。

## 一、核心思想（最重要的一段）

一句话定义：

Diffusion Model 是一种通过“逐步加噪—再逐步去噪”来学习数据分布的生成模型。

本质：

- 训练阶段：学习如何从带噪声的数据中预测噪声
- 推理阶段：从纯噪声出发，一步步去噪生成样本

## 二、整体框架

Diffusion Model 分为两个过程：

### 1. Forward Process（前向扩散）

- 已知原始数据  $x_0$

- 不断往里加高斯噪声
  - 最终变成近似纯噪声  $x_T, x_{T-1}, \dots, x_0$
- 

## 2. Reverse Process (逆向扩散)

- 训练一个神经网络
  - 学习从  $x_T, x_{T-1}, \dots, x_0$  恢复  $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_0$
  - 最终从噪声重建出清晰样本
- 

# 三、前向扩散的数学建模

## 3.1 单步加噪

$$x_t = \sqrt{\alpha_t}x_{t-1} + \sqrt{1 - \alpha_t}\epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, I)$$

含义：

- $\alpha_t \in (0,1)$ ：噪声控制系数
  - 越往后时间步：
    - 信号权重  $\sqrt{\alpha_t}$  越来越小
    - 噪声权重  $\sqrt{1 - \alpha_t}$  越来越大
- 

## 3.2 累积公式 (关键！)

通过递推可以得到：

$$x_t = \sqrt{\bar{\alpha}_t}x_0 + \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t}\epsilon$$

其中：

$$\bar{\alpha}_t = \prod_{i=1}^t \alpha_i$$

意义：

- 可以**一步到位**从原图  $x_0$  直接采样任意时间步  $t$  的噪声图  $x_t$
- 极大简化训练过程，无需逐步递推

---

## 四、训练目标

Diffusion 的核心思想：

| 不直接预测图像，而是预测噪声

---

### 4.1 神经网络输入输出

网络：  $\hat{\epsilon}_{\theta}(x_t, t)$

输入：

- 带噪声图像  $x_t$
- 时间步  $t$

输出：

- 对真实噪声  $\epsilon$  的预测
- 

### 4.2 损失函数

$$L(\theta) = \mathbb{E}_{x_0, t, \epsilon} [\|\epsilon - \hat{\epsilon}_{\theta}(x_t, t)\|^2]$$

特点：

- 极其简单：均方误差（MSE）
  - 训练稳定
  - 类似去噪自编码器的思想
- 

## 五、逆向扩散（生成阶段）

目标：

| 学习条件分布  $p(x_{t-1} | x_t)p(x_{t-1} | x_t)p(x_{t-1} | x_t)$

---

### 5.1 采样公式

$$x_{t-1} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_t}} \left( x_t - \frac{1 - \alpha_t}{\sqrt{1 - \bar{\alpha}_t}} \hat{\epsilon}_\theta(x_t, t) \right) + \sigma_t z$$

其中：

- $z \sim N(0, I)$ ：随机噪声
- $\sigma_t$ ：控制生成的随机性程度

## 5.2 生成流程

1. 初始化：采样纯噪声  $x_T \sim N(0, I)$
2. 迭代去噪：for  $t = T, T-1, \dots, 1$ :
  - 用神经网络预测噪声： $\hat{\epsilon}_\theta(x_t, t)$
  - 根据采样公式计算  $x_{t-1}$
3. 输出：得到最终生成样本  $x_0$

## 六、为什么 Diffusion 比 GAN 稳？

| 维度   | GAN  | Diffusion |
|------|------|-----------|
| 训练目标 | 对抗训练 | MSE 去噪    |
| 稳定性  | 很差   | 很稳定       |
| 模式坍塌 | 常见   | 几乎没有      |
| 收敛难度 | 高    | 低         |

## 七、网络结构

### 7.1 常用结构

- U-Net（最常见）
- Transformer
- 混合结构

### 7.2 时间步编码

需要将  $t$  输入网络：

常用：

$\text{emb}(t) = [\sin, \cos]$  的位置编码  $\text{emb}(t) = [\sin, \cos]$  的位置编码

$\text{emb}(t) = [\sin, \cos]$  的位置编码

---

## 八、条件生成（Conditional Diffusion）

为了实现：

- 文生图
- 图生图
- 类别条件生成

网络变为：

$$\epsilon^\theta(x_t, t, c) \hat{\epsilon}_\theta(x_t, t, c)$$

$$\epsilon^\theta(x_t, t, c)$$

其中  $c$  是条件信息：

- 文本 embedding
- 类别标签
- 图像特征

## 九、Stable Diffusion 的关键改进

### 9.1 潜空间 Diffusion

不在像素空间做扩散，而是：

image  $\rightarrow$  VAE Encoder  $\rightarrow$  latent  $z$   
在 latent 上做 diffusion  
 $z \rightarrow$  VAE Decoder  $\rightarrow$  image

优点：

- 计算量更小
- 显存需求更低

- 分辨率更高

## 9.2 文本条件

加入 CLIP 文本编码：

$$\epsilon^\theta(xt, t, text) \hat{\epsilon}_\theta(xt, t, text)$$

$$\epsilon^\theta(xt, t, text)$$

实现：

| Text → Image

## 十、常见 Diffusion 变体

| 模型                       | 特点     |
|--------------------------|--------|
| DDPM                     | 经典扩散模型 |
| DDIM                     | 加速采样   |
| Score-based              | 基于梯度场  |
| Latent Diffusion         | 潜空间扩散  |
| Classifier-free guidance | 条件增强   |

## 十一、算法伪代码

训练：

```
for each image  $x_0$ :
    sample  $t \sim \text{Uniform}(1, T)$ 
    sample noise  $\epsilon \sim N(0, I)$ 
     $x_t = \sqrt{\alpha_{\bar{t}}} * x_0 + \sqrt{1 - \alpha_{\bar{t}}} * \epsilon$ 
    loss =  $\text{MSE}(\epsilon, \text{model}(x_t, t))$ 
    update  $\theta$ 
```

生成：

```
x_T ~ N(0, I)
for t = T ... 1:
    predict  $\epsilon$  = model(x_t, t)
    compute x_{t-1}
return x_0
```

## 十二、与其他生成模型对比

| 模型        | 优点   | 缺点   |
|-----------|------|------|
| GAN       | 快    | 不稳定  |
| VAE       | 有概率  | 模糊   |
| Flow      | 精确似然 | 表达力弱 |
| Diffusion | 质量最高 | 采样慢  |

## 十三、总结

记住这三句话：

1. **Diffusion = 加噪声 + 学去噪**
2. 训练目标：预测噪声
3. 生成过程：从噪声一步步去噪

## 十四、最小 PyTorch 实现思路

一个最简结构：

```
for x0 in dataset:
    t = random.randint(1, T)
    noise = torch.randn_like(x0)
    xt = sqrt_alpha_bar[t] * x0 + sqrt_one_minus[t] * noise
    pred = model(xt, t)
    loss = mse(pred, noise)
```