

Lecture 13

授课、校对：茅奕

记录：赵思逸

2022 年 5 月 31 日

1 暗物质晕的结构

暗物质晕内部的密度并不是均匀的。我们可以用一些解析的模型来描述。

1.1 power-law density profile

最简单的是幂律谱模型 (power-law density profile)

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma} \quad (1)$$

在半径 r 内的质量

$$M(< r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' = \frac{4\pi \rho_0 r_0^\gamma}{3 - \gamma} r^{3-\gamma} \quad (2)$$

当 $\gamma \leq 3$ 时, $\lim_{r \rightarrow \infty} M(< r) = \infty$, 总质量发散。

当 $\gamma \geq 3$ 时, $\lim_{r \rightarrow 0} M(> r) = \infty$, 质量在暗物质晕中心发散。

可见一个幂律谱无法描述暗物质晕的结构, 需要两个幂律谱拼起来, 即 double power-law profile.

1.2 double power-law profile

我们希望

$$\begin{cases} \rho \propto r^{-\gamma} & r \ll r_0 \\ \rho \propto r^{-\beta} & r \gg r_0 \end{cases} \quad (3)$$

数学上给出下式满足条件

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(r/r_0)^\gamma [1 + (r/r_0)^\alpha]^{(\beta-\gamma)/\alpha}} \quad (4)$$

可以验证当 $r \ll r_0$ 时, $1 + (r/r_0)^\alpha \simeq 1$, 式 (4) 近似为 $\rho = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma}$. 当 $r \gg r_0$ 时, $1 + (r/r_0)^\alpha \simeq (r/r_0)^\alpha$, 式 (4) 近似为 $\rho = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\beta}$. 为了避免总质量发散或者中心质量发散, 要求 $\gamma < 3, \beta > 3$.

1.3 NFW profile

我们有了 double power-law profile, 但还不知道 α, β, γ 三个参数的取值。

N 体模拟给出的 NFW profile (由 Navarro, Frenk & White 发现) 是目前比较常用的一个好的近似模型。NFW profile 取 $\alpha = 1, \beta = 3, \gamma = 1$, 其表达式为

$$\rho(r) = \rho_{\text{crit}} \frac{\delta_{\text{char}}}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2} \quad (5)$$

如图 1 所示。

NFW profile 存在一个问题: Cusp-Core controversy. NFW profile 给出在靠近暗物质晕中心的区域, $\rho \propto r^{-1}$, 有一个高密度的“尖”, 即 cusp. 但观测更倾向于暗物质晕在中心区域密度不变, 即“核”的结构 (core), $\rho \propto r^0$. 这对冷暗物质理论提出了挑战。有人认为这说明冷暗物质模型不对, 他们提出了一些候选理论, 比如温暗物质 (warm dark matter), 温暗物质是运动速度比冷暗物质快的一类粒子, 这样它就会在暗物质晕形成时将中心密度较大区域的密度差异抹平。另一些人认为观测的是重子物质的分布, 有

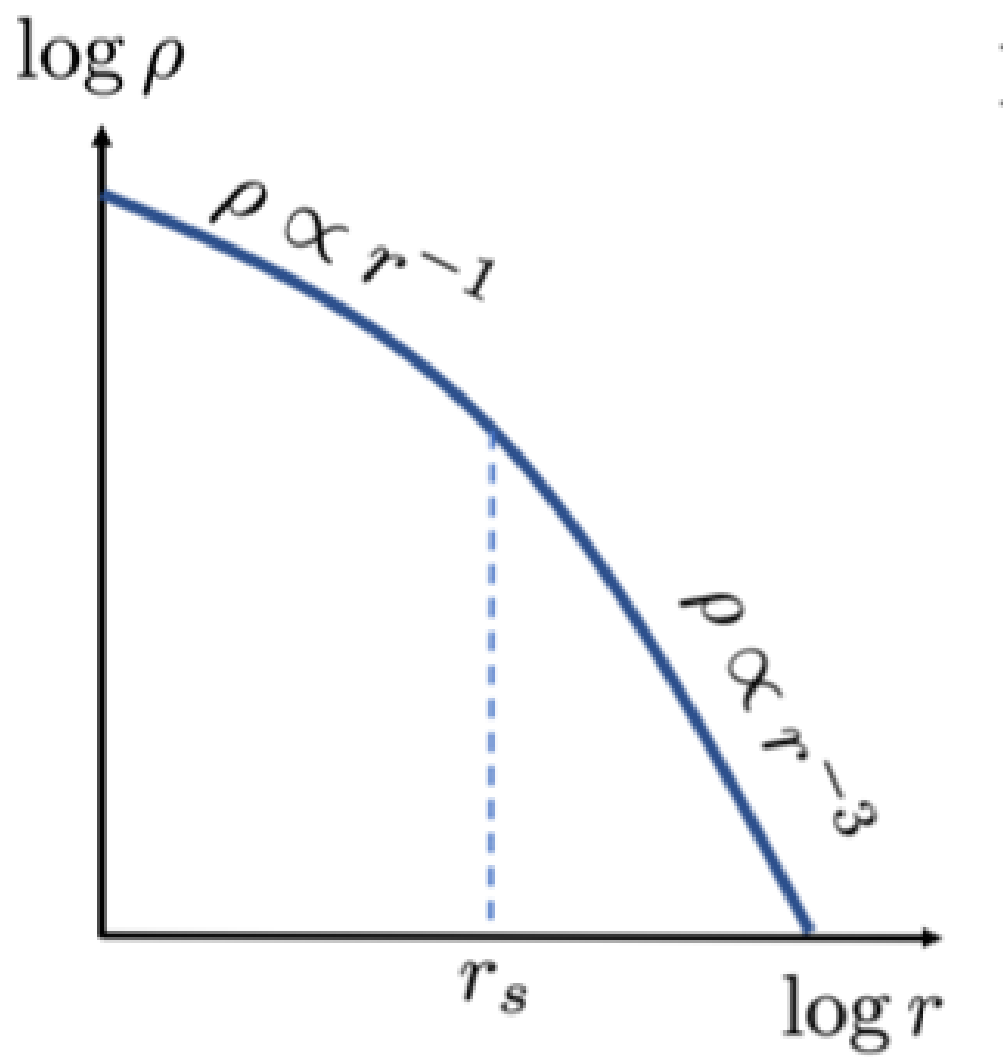


图 1: NFW profile 示意图

可能重子物质分布和暗物质分布并不相同，重子物质在中心的分布是 Core，而暗物质的分布是 Cusp.

2 暗物质晕的形成

暗物质晕的形成也是 bottom-up scenario. 暗物质晕由小质量的晕通过并合逐渐增大的过程叫做 Merger Tree. 如图 2 所示。

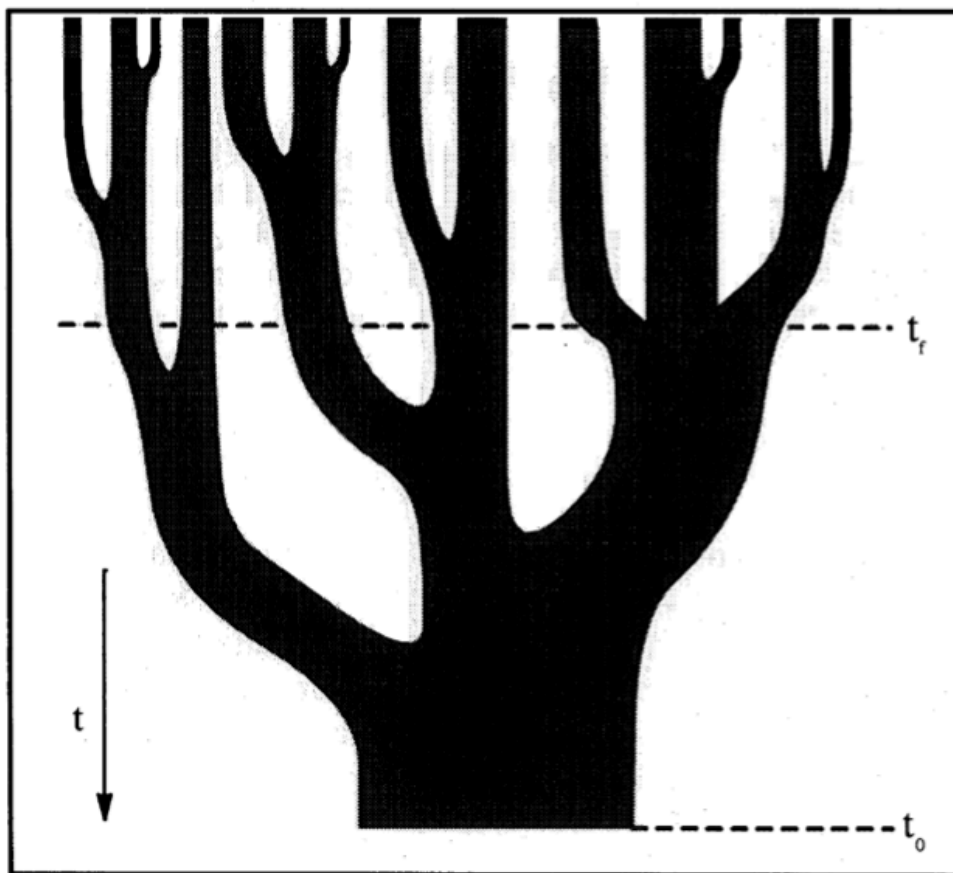


图 2: Meger Tree 示意图

并合的过程也叫做 assembly history，assembly history 会影响暗物质晕的性质，因此是目前重要的研究方向之一。

在暗物质晕的形成中，我们关心不同质量的暗物质晕分别会形成多少。一个近似的方法是随机行走 (Random Walk) of dark matter halo statistics. 物质密度的空间分布是随机的，当局部密度大于临界密度 δ_{crit} 时，我们认为这里形成一个暗物质晕。如图 3 所示，红色标出的区域是大小不同的暗物质晕。

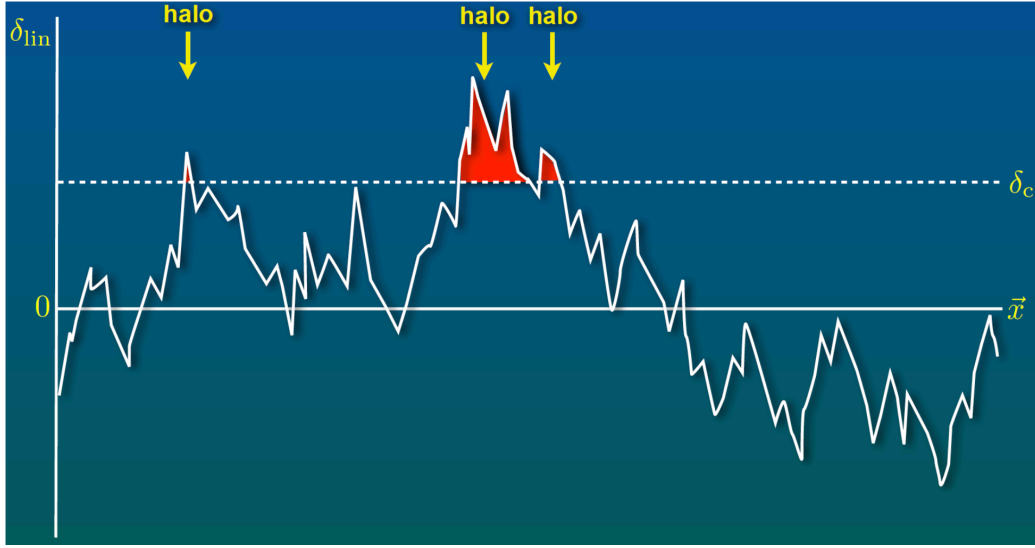


图 3: Random Walk 示意图

在半径 R 的范围内对密度涨落做平滑: $\delta_M = \delta(\vec{x}, R)$. 这个平滑尺度对应质量 $M = \bar{\rho} \times \frac{4}{3}\pi R^3$.

我们想计算的 halo mass function 是在一定质量范围内 (大于 M) halo 的数密度，它等于在平滑尺度为 M 时的峰的数密度 $n(> M) = n_{\text{pk}}(\delta_M)$.

Press-Schechter 模型假设密度场是高斯分布

$$\mathcal{P}(\delta_M > \delta_c(t)) = F(> M, t) \quad (6)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_M} \int_{\delta_c}^{\infty} \exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2}\right] d\delta_M = \frac{1}{2} \text{erfc}\left[\frac{\delta_c}{2\sigma_M}\right] \quad (7)$$

其中 $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$, $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ 是 error function.

3 盘星系的形成

盘星系 (Disk Galaxy) 有盘结构, 有些有旋臂, 有些有棒状结构。它的主要亮度集中在盘面上, 但一般盘面两侧也有恒星和气体, 单纯只有盘的星系非常少。



图 4: 典型的盘星系, 盘面两侧亦有分布

盘星系的形成主要有以下步骤:

- 气体落入暗物质晕, 受到激波加热, 形成暗物质晕中的一团热气体。
- 气体通过辐射冷却, 降温后压强降低, 气体团收缩。收缩中变热, 经过几轮收缩和冷却后形成一团较密的气体团。
- 气体团不均匀收缩, 各部分之间有相对运动, 角动量逐渐转移集中, 气体团开始整体性旋转。

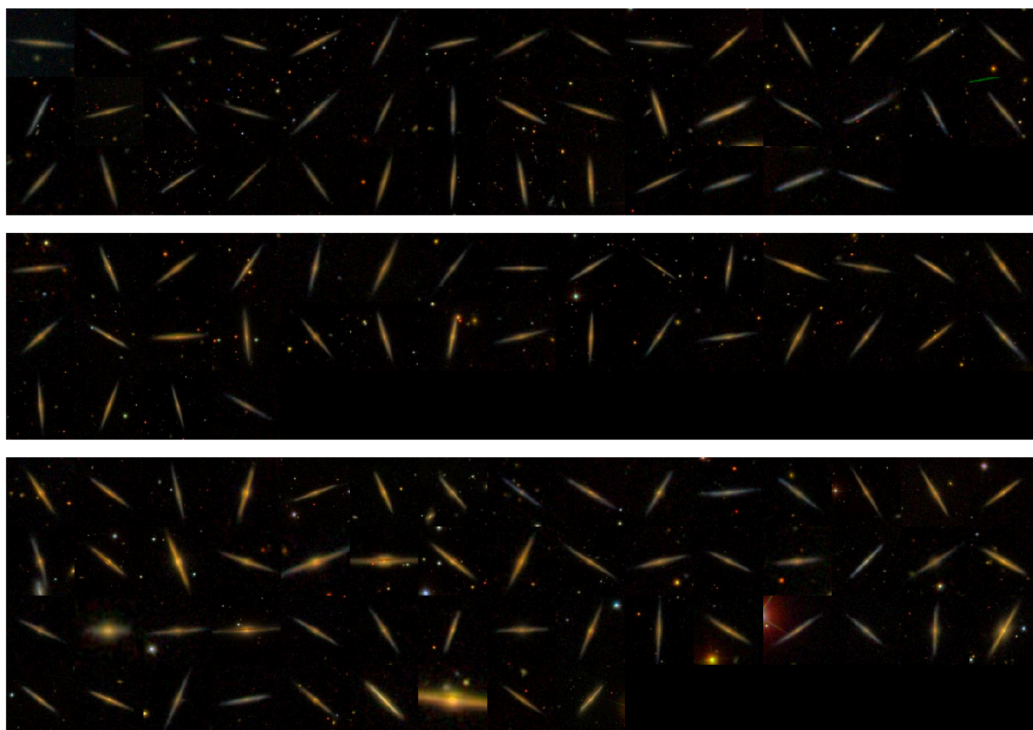


图 5: 只有盘的星系

- 角动量守恒让气体逐渐分布到盘上，面密度增加，密度足够高后形成恒星。

盘星系有以下统计特征：

- 大的盘星系通常更亮。如 图 6(a) 所示。
- 越亮的盘星系通常更偏红。如 图 6(b) 所示。
- 越亮的盘星系通常气体的占比更少。如 图 6(c) 所示。
- 越亮的盘星系转得越快，Tully-Fisher relation. （这个关系相对较明显。）如 图 6(d) 所示。

3.1 激波加热 (Shock heating)

暗物质晕是维里化的。气体在落入暗物质晕的过程中会与暗物质粒子相互作用，最终达到 T_{sh} 温度。

假设初始气体的温度是可以忽略的，即 $v_{\text{in}}^2 \gg \frac{k_B T_{\text{in}}}{\mu m_p}$ 。

初始能量是气体的动能 $E_{\text{initial}} = \frac{1}{2} M_{\text{gas}} v_{\text{in}}^2$

激波加热 $E_{\text{sh}} = \frac{3}{2} N k_B T_{\text{sh}}$ 其中 $N = \frac{M_{\text{gas}}}{\mu m_p}$ 是气体粒子的个数。

由 $E_{\text{initial}} = E_{\text{sh}}$ ，得到 $T_{\text{sh}} = \frac{\mu m_p}{3 k_B} v_{\text{in}}^2$ 。

对于暗物质晕来说气体 $v_{\text{in}}^2 = \zeta v_{\text{vir}}^2$, $\zeta = \mathcal{O}(1)$ ，取决于 halo mass profile.

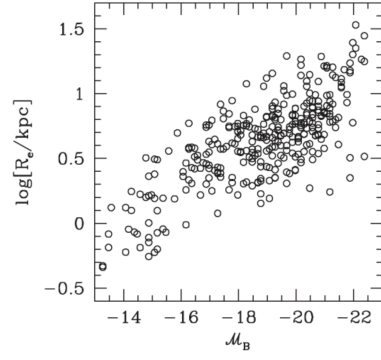
$$T_{\text{sh}} = \frac{\zeta \mu m_p}{3 k_B} v_{\text{vir}}^2$$

对于被截断的奇异等温球模型 (truncated, singular isothermal sphere of gas), $\zeta = 3/2$.

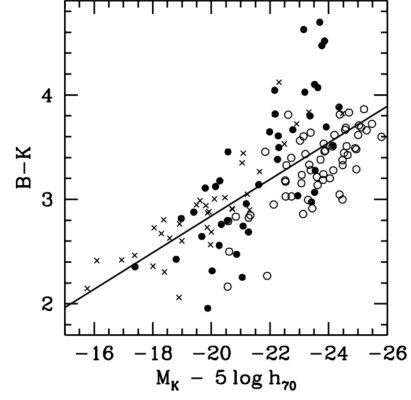
$$T_{\text{vir}} \equiv T_{\text{sh}} = \frac{\mu m_p}{2 k_B} v_{\text{vir}}^2 = 3.6 \times 10^5 \text{K} \left(\frac{v_{\text{vir}}}{100 \text{ km/s}} \right)^2 \quad (8)$$

定义为维里温度。

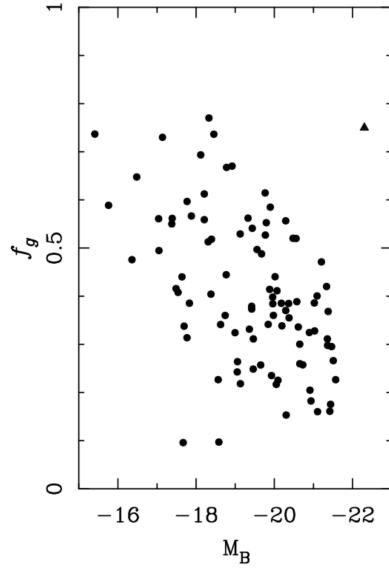
维里温度是气体落入暗物质晕后被激波加热后所达到的温度，也用来标志一个暗物质晕可能孕育的星系在恒星形成前的气体温度。所以，维里温度不是暗物质晕的温度，但是可以用来标志暗物质晕的性质。



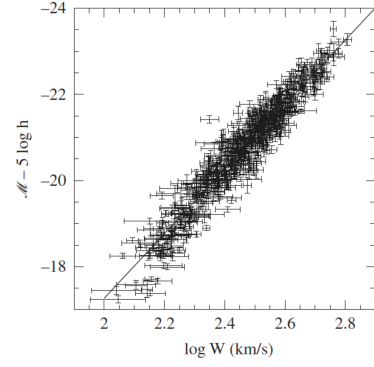
(a) 有效半径与绝对星等的关系



(b) 色指数与绝对星等的关系



(c) 气体占比与绝对星等的关系



(d) 有效半径与绝对星等的关系

图 6: 盘星系的一些统计关系

3.2 辐射冷却

气体从高能级向低能级跃迁，辐射出光子带走能量，气体温度下降。具体的辐射机制较为复杂，本课暂不涉及。