```
In[ ]:= Clear["Global`*"]
        清除
```

Construct Real-space Hamiltonian

```
delta = 2;
t1 = 1 / delta;
t2 = delta;
t30 = 2;
t31[τ_, i_, h_] := t30 Cos[2 Pi (2 i - 1) τ + I h];
                       余弦   圆周率            虚数单位
t32[τ_, i_, h_] := t30 Cos[4 Pi i τ + I h];
                       余弦   圆周率   虚数单位
```

$$o[t31_, t32_] := \begin{pmatrix} 0 & t1 & t31 & 0 \\ t1 & 0 & 0 & t32 \\ t31 & 0 & 0 & t2 \\ 0 & t32 & t2 & 0 \end{pmatrix};$$

$$p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ t2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$m = \begin{pmatrix} 0 & t2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

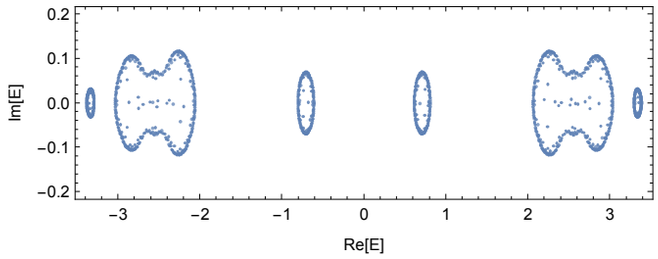
```
hamo[dim_, τ_, h_] := Normal[SparseArray[
                      转换…   稀疏数组
    Flatten[Table[Band[{(i - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1, (i - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1}] →
    压平    表格  带              维数                              维数
        {o[t31[τ, i, h], t32[τ, i, h]]}, {i, 1, dim}], 1] ~Join~
                                                          连接
     {Band[{1, Dimensions[p][[1]] + 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {p},
      带       维数                     维数
      Band[{Dimensions[p][[1]] + 1, 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {m}},
      带    维数                        维数
    Dimensions[p] {dim, dim}]];
    维数
hamp[dim_, τ_, h_] := Normal[SparseArray[
                      转换…   稀疏数组
    Flatten[Table[Band[{(i - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1, (i - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1}] →
    压平    表格  带              维数                              维数
        {o[t31[τ, i, h], t32[τ, i, h]]}, {i, 1, dim}], 1] ~Join~
                                                          连接
     {Band[{1, Dimensions[p][[1]] + 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {p},
      带       维数                     维数
      Band[{Dimensions[p][[1]] + 1, 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {m},
      带    维数                        维数
      Band[{(dim - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1, 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {p},
      带                维数                        维数
      Band[{1, (dim - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {m}},
      带                   维数                      维数
    Dimensions[p] {dim, dim}]];
    维数
```

```
eigvalo[dim_, τ_, h_] := Eigensystem[N[hamo[dim, τ, h]]][[1]]
                         特征系统      数值运算
eigvalp[dim_, τ_, h_] := Eigensystem[N[hamp[dim, τ, h]]][[1]]
                         特征系统      数值运算
eigveco[dim_, τ_, h_] := Eigensystem[N[hamo[dim, τ, h]]][[2]]
                         特征系统      数值运算
eigvecp[dim_, τ_, h_] := Eigensystem[N[hamp[dim, τ, h]]][[2]]
                         特征系统      数值运算
IPRp[dim_, τ_, h_] :=
 Module[{vecAbs}, vecAbs = Abs[eigvecp[dim, τ, h][[All,  ;; Dimensions[p][[1]] dim]]];
 模块                      绝对值                  全部      维数
  Total[vecAbs^4] / Total[vecAbs^2]^2]
  总计              总计
IPRo[dim_, τ_, h_] :=
 Module[{vecAbs}, vecAbs = Abs[eigveco[dim, τ, h][[All,  ;; Dimensions[p][[1]] dim]]];
 模块                      绝对值                  全部      维数
  Total[vecAbs^4] / Total[vecAbs^2]^2]
  总计              总计
```

Calculate non-Hermitian Energy Spectrum

In[ ]:=
```
Num = 305;
Numo = 250;
h = 0.3;
t = (Sqrt[5] - 1) / 2;
     平方根
ene = eigvalp[Num, t, h];
eneo = eigvalo[Numo, t, h];
ListPlot[{ReIm[ene](*,ReIm[eneo]*)}, Frame → True, FrameLabel → {"Re[E]", "Im[E]"},
绘制点集    实部虚部列表    实部虚部列表    边框    真    边框标签          ⋯  自⋯   ⋯  自然常数
 Axes → False, PlotRange → {Automatic, MinMax[Im[ene]] + {-0.1, 0.1}}, AspectRatio → 1 / 3]
 坐标轴  假    绘制范围      自动       最小⋯   虚部                      宽高比
```

Out[ ]=

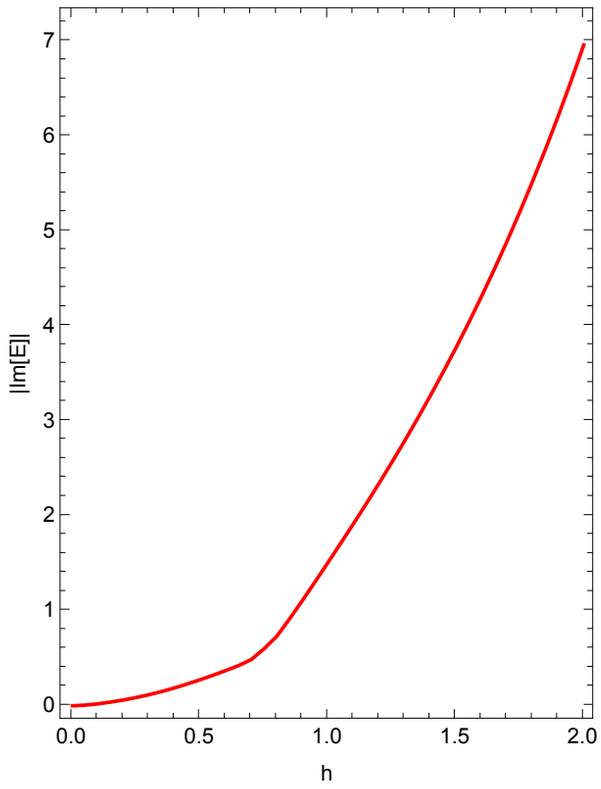


Compute Maximum Absolute Imaginary Energy

In[ ]:=
```
ImEp = ParallelTable[{x, Max[Abs[Im[#] & /@ eigvalp[Num, t, x]]]}, {x, 0, 2, 0.05}];
       并行产生表格          ⋯   ⋯   虚部
```

In[ ]:=
```
ListPlot[ImEp, Frame → True, Axes → False,
 PlotRange → Automatic, Joined → True, PlotMarkers → None, PlotStyle →
  Table[RGBColor[1, (1 - i / Dimensions[ImEp][[1]]) ^ 0.5, 0], {i, 1, Dimensions[ImEp][[1]]}],
 AspectRatio → 4 / 3, FrameLabel → {"h", "|Im[E]|"}, BASESTYLE → FontSize → 12]
```
绘制点集 边框 真 坐标轴 假
绘制范围 自动 连接点 真 绘制点的标记 无 绘图样式
表格 RGB颜色 维数 维数
宽高比 边框标签 … 自然常数 基本样式 字体大小

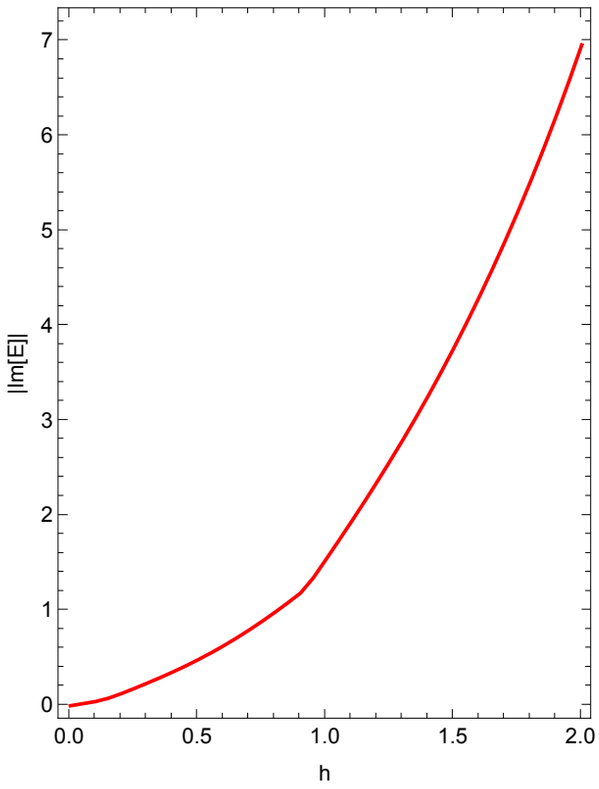
Out[ ]=



In[ ]:=
```
ImEo = ParallelTable[{x, Max[Abs[Im[#] & /@ eigvalo[Numo, t, x]]]}, {x, 0, 2, 0.05}];
```
并行产生表格 … … 虚部

In[ ]:=
```
ListPlot[ImEo, Frame → True, Axes → False,
 PlotRange → Automatic, Joined → True, PlotMarkers → None, PlotStyle →
  Table[RGBColor[1, (1 - i / Dimensions[ImEo][[1]]) ^ 0.5, 0], {i, 1, Dimensions[ImEo][[1]]}],
 AspectRatio → 4 / 3, FrameLabel → {"h", "|Im[E]|"}, BaseStyle → FontSize → 12]
```
绘制点集 边框 真 坐标轴 假
绘制范围 自动 连接点 真 绘制点的标记 无 绘图样式
表格 RGB颜色 维数 维数
宽高比 边框标签 … 自然常数 基本样式 字体大小

Out[ ]=

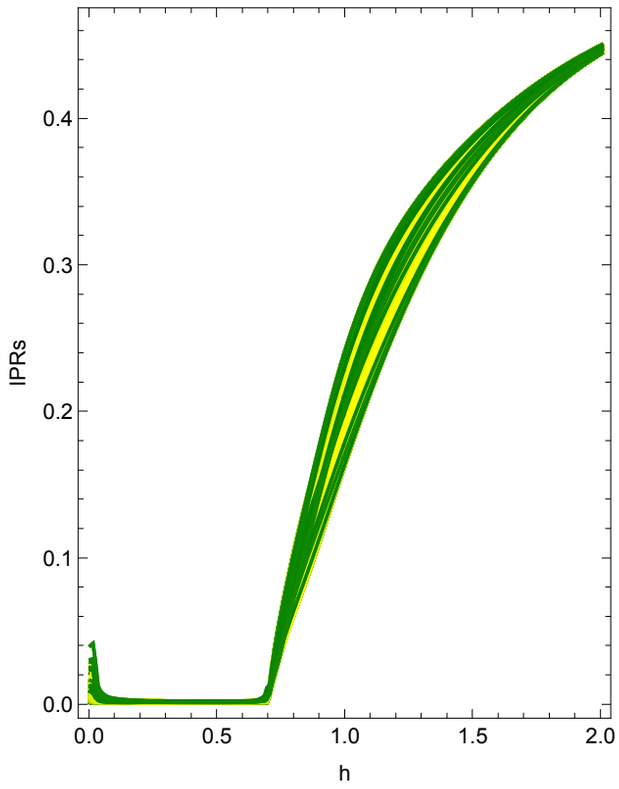


Calculate IPRs

In[ ]:=
```
IPRp = ParallelTable[{x, #} & /@ IPRp[Num, t, x], {x, 0, 2, 0.01}];
```
并行产生表格

In[ ]:=
```
ListPlot[Transpose[IPRp], Frame → True, Axes → False, PlotRange → All, PlotStyle →
  Table[RGBColor[(i / Dimensions[IPRp][[1]]), (i / 2 / Dimensions[IPRp][[1]] + 1 / 2), 0],
   {i, 1, Dimensions[IPRp][[1]]}], Joined → True, PlotMarkers → None,
 AspectRatio → 4 / 3, FrameLabel → {"h", "IPRs"}, BaseStyle → FontSize → 12]
```
绘制点集 转置 边框 真 坐标轴 假 绘制范围 全部 绘图样式
表格 RGB颜色 维数 维数
维数 连接点 真 绘制点的标记 无
宽高比 边框标签 基本样式 字体大小

Out[ ]=

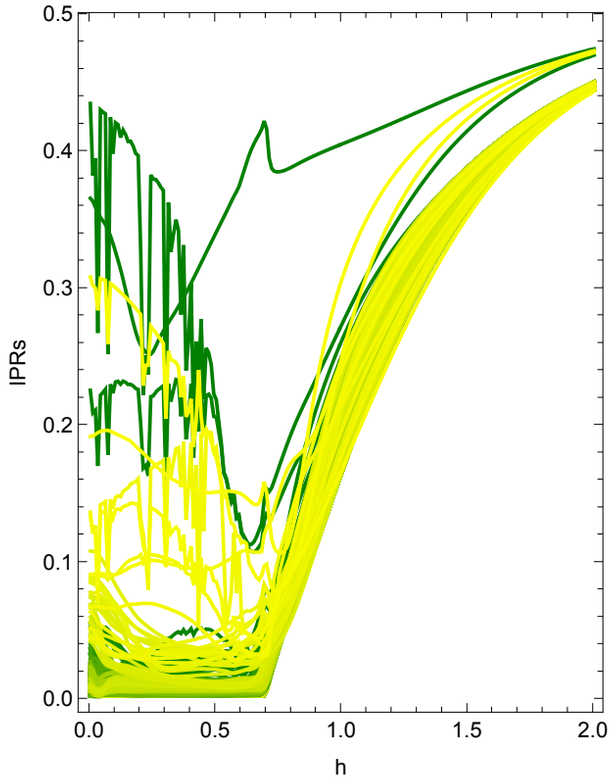



```
IPRo = ParallelTable[{x, #} & /@ IPRo[Numo, t, x], {x, 0, 2, 0.01}];
```
并行产生表格

```
ListPlot[Transpose[IPRo], Frame → True, Axes → False, PlotRange → All, PlotStyle →
  Table[RGBColor[(i / Dimensions[IPRo][[1]]), (i / 2 / Dimensions[IPRo][[1]] + 1 / 2), 0],
   {i, 1, Dimensions[IPRo][[1]]}], Joined → True, PlotMarkers → None,
 AspectRatio → 4 / 3, FrameLabel → {"h", "IPRs"}, BaseStyle → FontSize → 12]
```

绘制点集 转置 边框 真 坐标轴 假 绘制范围 全部 绘图样式
表格 RGB颜色 维数 维数
维数 连接点 真 绘制点的标记 无
宽高比 边框标签 基本样式 字体大小

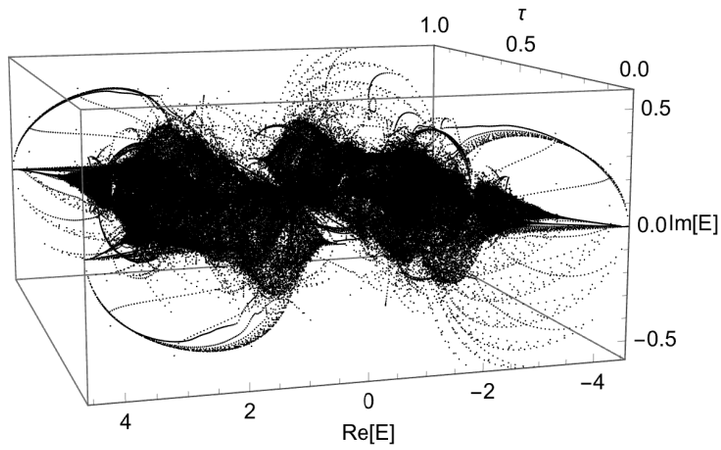
Out[ ]=



Non-Hermitian Hofstadter Butterfly

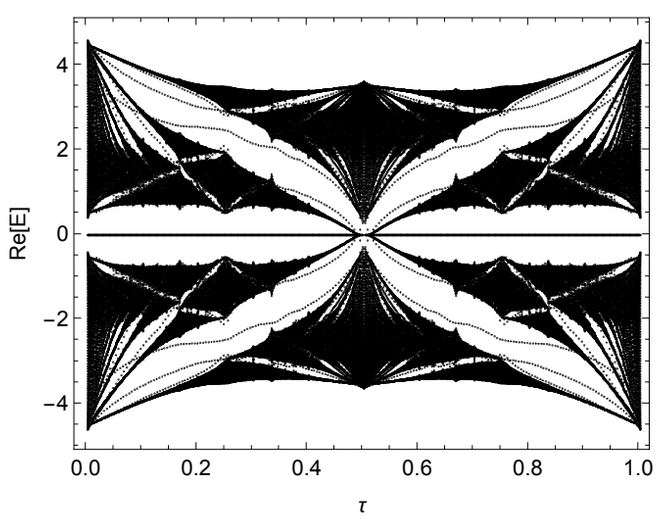
In[ ]:=
```
Numt = 50;
Enercd = Flatten[
         压平
   ParallelTable[Map[{x, Re[#], Im[#]} &, eigvalo[Numt, x, h]], {x, 0, 1, 0.001}], 1];
   并行产生表格      映射      实部      虚部
ListPointPlot3D[Enercd, PlotRange → All, PlotStyle → Black, BoxRatios → {1, 1, 1 / 2},
点集的三维散点图          绘制范围      全部   绘图样式      黑色      边界框比例
 AxesLabel → {"τ", "Re[E]", "Im[E]"}, BaseStyle → FontSize → 12]
 坐标轴标签              ⋯  自⋯   ⋯  自⋯   基本样式      字体大小
```

Out[ ]=



In[ ]:=
```
Enercdr =
  Flatten[ParallelTable[Map[{x, Re[#]} &, eigvalo[Numt, x, h]], {x, 0, 1, 0.001}], 1];
  压平      并行产生表格      映射      实部
ListPlot[Enercdr, Frame → True, Axes → False, PlotRange → Automatic,
绘制点集          边框      真      坐标轴   假      绘制范围      自动
 PlotMarkers → {Graphics[Disk[]], .005}, FrameLabel → {"τ", "Re[E]"},
 绘制点的标记      图形      圆盘          边框标签          ⋯  自然常数
 PlotStyle → Black, AspectRatio → 3 / 4, BaseStyle → FontSize → 12]
 绘图样式      黑色      宽高比          基本样式      字体大小
```

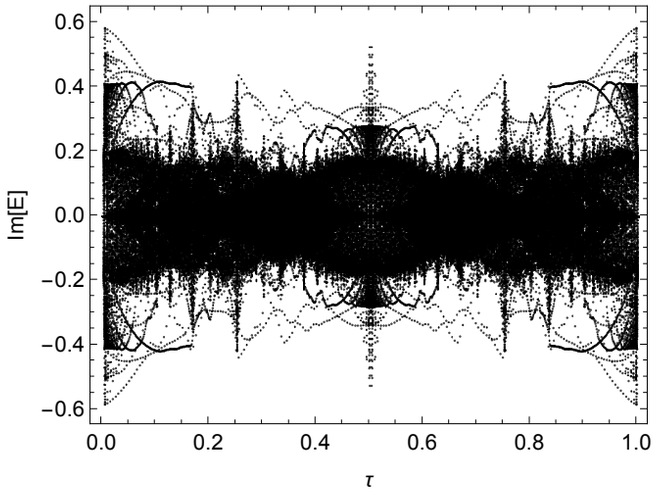
Out[ ]=



In[ ]:=
```
Enercdi =
  Flatten[ParallelTable[Map[{x, Im[#]} &, eigvalo[Numt, x, h]], {x, 0, 1, 0.001}], 1];
  压平      并行产生表格      映射      虚部
```

In[∘]:=
```
ListPlot[Enercdi, Frame → True, Axes → False, PlotRange → All,
 PlotMarkers → {Graphics[Disk[]], .005}, FrameLabel → {"τ", "Im[E]"},
 PlotStyle → Black, AspectRatio → 3 / 4, BaseStyle → FontSize → 12]
```
绘制点集 边框 真 坐标轴 假 绘制范围 全部
绘制点的标记 图形 圆盘 边框标签 … 自然常数
绘图样式 黑色 宽高比 基本样式 字体大小

Out[∘]=

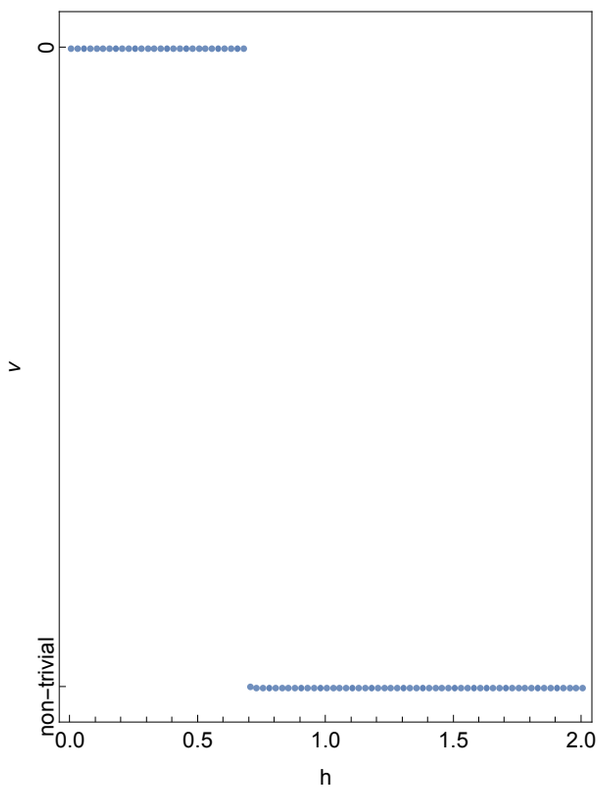


Winding Number

In[∘]:=
```
T31[τ_, i_, h_, θ_] := t30 Cos[2 Pi (2 i - 1) τ + θ + I h];
T32[τ_, i_, h_, θ_] := t30 Cos[4 Pi i τ + θ + I h];
Hr[dim_, τ_, h_, θ_] := Normal[SparseArray[
    Flatten[Table[Band[{(i - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1, (i - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1}] →
        {o[T31[τ, i, h, θ], T32[τ, i, h, θ]]}, {i, 1, dim}], 1] ~
      Join ~ {Band[{1, Dimensions[p][[1]] + 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {p},
       Band[{Dimensions[p][[1]] + 1, 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {m},
       Band[{(dim - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1, 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {p},
       Band[{1, (dim - 1) * Dimensions[p][[1]] + 1}, Dimensions[p] {dim, dim}] → {m}},
    Dimensions[p] {dim, dim}]];
```
余弦 圆周率 虚数单位
余弦 圆周率 虚数单位
转换… 稀疏数组
压平 表格 带 维数 维数
连接 带 维数 维数
带 维数 维数
带 维数 维数
带 维数 维数
维数

In[ ]:=
```
Nstep = 1000;
deltaTheta = 2 Pi / Nstep;
                 圆周率
L = 50;
w[h_] := Module[{thetaValues, detHrValues, detDifferences},
         模块
  thetaValues = Range[0, 2 Pi - deltaTheta, deltaTheta];
                范围        圆周率
  detHrValues = ParallelMap[Det[N[Hr[L, t, h, #]]] &, thetaValues];
                并行映射      …   数值运算
  detDifferences = Differences[detHrValues] / detHrValues[[ ;; -2]] / (2 deltaTheta);
                   差分
  Total[detDifferences] / (2 Pi I)]
  总计                       …  虚数单位
```

In[ ]:=
```
wl = Table[{h, w[h]}, {h, 0, 2, 0.025}];
     表格
```

In[ ]:=
```
ListPlot[Re[wl], Frame → True, Axes → False, FrameLabel → {"h", "ν"}, FrameTicks →
绘制点集   实部     边框     真     坐标轴  假     边框标签                 边框刻度
  {{{{0, Rotate["0", Pi / 2]}, {Evaluate[Re[w[1]]], Rotate["non-trivial", Pi / 2]}}, None},
         旋转          圆周率     计算      实部        旋转                    圆周率     无
   {Automatic, None}}, AspectRatio → 4 / 3, PlotRange → Automatic, BaseStyle → FontSize → 12]
    自动       无       宽高比                 绘制范围     自动        基本样式     字体大小
```

Out[ ]=