In[5]:=
```
M2 = {
 {c*ℓ - c*Subscript[r, x],   -c*b,          c*Subscript[r, x]},
 {α*b*(1 + c*ℓ - c*Subscript[r, x]),
                 -Subscript[r, y]*α - c*α*b^2,
                           c*Subscript[r, x]*α*b},
 {β*(1 + c*ℓ - c*Subscript[r, x]),
                 -c*b*β,
                           -β + β*c*Subscript[r, x]}
};
M2 // MatrixForm
F = CharacteristicPolynomial[M2, λ]
Solve[F == 0, λ][[2]](* The eigenvalue of M2 *)
```

Out[6]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} c\,\ell - c\,r_x & -b\,c & c\,r_x \\ b\,\alpha\,(1 + c\,\ell - c\,r_x) & -b^2\,c\,\alpha - \alpha\,r_y & b\,c\,\alpha\,r_x \\ \beta\,(1 + c\,\ell - c\,r_x) & -b\,c\,\beta & -\beta + c\,\beta\,r_x \end{pmatrix}$$

Out[7]=

$$-b^2\,c\,\alpha\,\beta - b^2\,c\,\alpha\,\lambda + c\,\ell\,\beta\,\lambda - b^2\,c\,\alpha\,\beta\,\lambda + c\,\ell\,\lambda^2 - b^2\,c\,\alpha\,\lambda^2 - \beta\,\lambda^2 - \lambda^3 - c\,\lambda^2\,r_x +$$
$$c\,\beta\,\lambda^2\,r_x + c\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_y + c\,\ell\,\alpha\,\lambda\,r_y - \alpha\,\beta\,\lambda\,r_y - \alpha\,\lambda^2\,r_y - c\,\alpha\,\lambda\,r_x\,r_y + c\,\alpha\,\beta\,\lambda\,r_x\,r_y$$

Out[8]=

$$\Big\{\lambda \to \frac{1}{3}\,\left(c\,\ell - b^2\,c\,\alpha - \beta - c\,r_x + c\,\beta\,r_x - \alpha\,r_y\right) -$$
$$\Big(\left(1 + i\,\sqrt{3}\right)\,\Big(-\left(c\,\ell - b^2\,c\,\alpha - \beta - c\,r_x + c\,\beta\,r_x - \alpha\,r_y\right)^2 -$$
$$3\,\left(-b^2\,c\,\alpha + c\,\ell\,\beta - b^2\,c\,\alpha\,\beta + c\,\ell\,\alpha\,r_y - \alpha\,\beta\,r_y - c\,\alpha\,r_x\,r_y + c\,\alpha\,\beta\,r_x\,r_y\right)\Big)\Big)\Big/$$
$$\Big(3 \times 2^{2/3}\,\Big(-2\,c^3\,\ell^3 + 9\,b^2\,c^2\,\ell\,\alpha + 6\,b^2\,c^3\,\ell^2\,\alpha - 9\,b^4\,c^2\,\alpha^2 - 6\,b^4\,c^3\,\ell\,\alpha^2 + 2\,b^6\,c^3\,\alpha^3 - 3\,c^2\,\ell^2\,\beta +$$
$$18\,b^2\,c\,\alpha\,\beta + 6\,b^2\,c^2\,\ell\,\alpha\,\beta - 3\,b^4\,c^2\,\alpha^2\,\beta + 3\,c\,\ell\,\beta^2 - 3\,b^2\,c\,\alpha\,\beta^2 + 2\,\beta^3 + 6\,c^3\,\ell^2\,r_x -$$
$$9\,b^2\,c^2\,\alpha\,r_x - 12\,b^2\,c^3\,\ell\,\alpha\,r_x + 6\,b^4\,c^3\,\alpha^2\,r_x - 3\,c^2\,\ell\,\beta\,r_x - 6\,c^3\,\ell^2\,\beta\,r_x + 12\,b^2\,c^2\,\alpha\,\beta\,r_x +$$
$$12\,b^2\,c^3\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_x - 6\,b^4\,c^3\,\alpha^2\,\beta\,r_x + 6\,c\,\beta^2\,r_x + 3\,c^2\,\ell\,\beta^2\,r_x - 3\,b^2\,c^2\,\alpha\,\beta^2\,r_x -$$
$$6\,c\,\beta^3\,r_x - 6\,c^3\,\ell\,r_x^2 + 6\,b^2\,c^3\,\alpha\,r_x^2 + 6\,c^2\,\beta\,r_x^2 + 12\,c^3\,\ell\,\beta\,r_x^2 - 12\,b^2\,c^3\,\alpha\,\beta\,r_x^2 -$$
$$12\,c^2\,\beta^2\,r_x^2 - 6\,c^3\,\ell\,\beta^2\,r_x^2 + 6\,b^2\,c^3\,\alpha\,\beta^2\,r_x^2 + 6\,c^2\,\beta^3\,r_x^2 + 2\,c^3\,r_x^3 - 6\,c^3\,\beta\,r_x^3 + 6\,c^3\,\beta^2\,r_x^3 -$$
$$2\,c^3\,\beta^3\,r_x^3 - 3\,c^2\,\ell^2\,\alpha\,r_y - 9\,b^2\,c\,\alpha^2\,r_y - 3\,b^2\,c^2\,\ell\,\alpha^2\,r_y + 6\,b^4\,c^2\,\alpha^3\,r_y - 12\,c\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_y -$$
$$6\,b^2\,c\,\alpha^2\,\beta\,r_y - 3\,\alpha\,\beta^2\,r_y + 6\,c^2\,\ell\,\alpha\,r_x\,r_y + 3\,b^2\,c^2\,\alpha^2\,r_x\,r_y - 6\,c\,\alpha\,\beta\,r_x\,r_y -$$
$$6\,c^2\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_x\,r_y - 3\,b^2\,c^2\,\alpha^2\,\beta\,r_x\,r_y + 6\,c\,\alpha\,\beta^2\,r_x\,r_y - 3\,c^2\,\alpha\,r_x^2\,r_y + 6\,c^2\,\alpha\,\beta\,r_x^2\,r_y -$$
$$3\,c^2\,\alpha\,\beta^2\,r_x^2\,r_y + 3\,c\,\ell\,\alpha^2\,r_y^2 + 6\,b^2\,c\,\alpha^3\,r_y^2 - 3\,\alpha^2\,\beta\,r_y^2 - 3\,c\,\alpha^2\,r_x\,r_y^2 + 3\,c\,\alpha^2\,\beta\,r_x\,r_y^2 +$$
$$2\,\alpha^3\,r_y^3 + \sqrt{\Big(\Big(-2\,c^3\,\ell^3 + 9\,b^2\,c^2\,\ell\,\alpha + 6\,b^2\,c^3\,\ell^2\,\alpha - 9\,b^4\,c^2\,\alpha^2 - 6\,b^4\,c^3\,\ell\,\alpha^2 + 2\,b^6\,c^3\,\alpha^3 -}$$
$$3\,c^2\,\ell^2\,\beta + 18\,b^2\,c\,\alpha\,\beta + 6\,b^2\,c^2\,\ell\,\alpha\,\beta - 3\,b^4\,c^2\,\alpha^2\,\beta + 3\,c\,\ell\,\beta^2 - 3\,b^2\,c\,\alpha\,\beta^2 +$$
$$2\,\beta^3 + 6\,c^3\,\ell^2\,r_x - 9\,b^2\,c^2\,\alpha\,r_x - 12\,b^2\,c^3\,\ell\,\alpha\,r_x + 6\,b^4\,c^3\,\alpha^2\,r_x - 3\,c^2\,\ell\,\beta\,r_x -$$
$$6\,c^3\,\ell^2\,\beta\,r_x + 12\,b^2\,c^2\,\alpha\,\beta\,r_x + 12\,b^2\,c^3\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_x - 6\,b^4\,c^3\,\alpha^2\,\beta\,r_x + 6\,c\,\beta^2\,r_x +$$
$$3\,c^2\,\ell\,\beta^2\,r_x - 3\,b^2\,c^2\,\alpha\,\beta^2\,r_x - 6\,c\,\beta^3\,r_x - 6\,c^3\,\ell\,r_x^2 + 6\,b^2\,c^3\,\alpha\,r_x^2 + 6\,c^2\,\beta\,r_x^2 +$$
$$12\,c^3\,\ell\,\beta\,r_x^2 - 12\,b^2\,c^3\,\alpha\,\beta\,r_x^2 - 12\,c^2\,\beta^2\,r_x^2 - 6\,c^3\,\ell\,\beta^2\,r_x^2 + 6\,b^2\,c^3\,\alpha\,\beta^2\,r_x^2 +$$
$$6\,c^2\,\beta^3\,r_x^2 + 2\,c^3\,r_x^3 - 6\,c^3\,\beta\,r_x^3 + 6\,c^3\,\beta^2\,r_x^3 - 2\,c^3\,\beta^3\,r_x^3 - 3\,c^2\,\ell^2\,\alpha\,r_y - 9\,b^2\,c$$
$$\alpha^2\,r_y - 3\,b^2\,c^2\,\ell\,\alpha^2\,r_y + 6\,b^4\,c^2\,\alpha^3\,r_y - 12\,c\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_y - 6\,b^2\,c\,\alpha^2\,\beta\,r_y - 3\,\alpha\,\beta^2$$
$$r_y + 6\,c^2\,\ell\,\alpha\,r_x\,r_y + 3\,b^2\,c^2\,\alpha^2\,r_x\,r_y - 6\,c\,\alpha\,\beta\,r_x\,r_y - 6\,c^2\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_x\,r_y - 3\,b^2$$
$$c^2\,\alpha^2\,\beta\,r_x\,r_y + 6\,c\,\alpha\,\beta^2\,r_x\,r_y - 3\,c^2\,\alpha\,r_x^2\,r_y + 6\,c^2\,\alpha\,\beta\,r_x^2\,r_y - 3\,c^2\,\alpha\,\beta^2\,r_x^2\,r_y +$$
$$3\,c\,\ell\,\alpha^2\,r_y^2 + 6\,b^2\,c\,\alpha^3\,r_y^2 - 3\,\alpha^2\,\beta\,r_y^2 - 3\,c\,\alpha^2\,r_x\,r_y^2 + 3\,c\,\alpha^2\,\beta\,r_x\,r_y^2 + 2\,\alpha^3\,r_y^3\Big)^2 +$$
$$4\,\Big(-\left(c\,\ell - b^2\,c\,\alpha - \beta - c\,r_x + c\,\beta\,r_x - \alpha\,r_y\right)^2 - 3\,\Big(-b^2\,c\,\alpha + c\,\ell\,\beta -$$

$$b^2\, c\, \alpha\, \beta + c\, \ell\, \alpha\, r_y - \alpha\, \beta\, r_y - c\, \alpha\, r_x\, r_y + c\, \alpha\, \beta\, r_x\, r_y\big)\big)^3\Big)\Big)^{1/3}\Big) +$$

$$\frac{1}{6 \times 2^{1/3}}\left(1 - i\,\sqrt{3}\right)\Big(-2\, c^3\, \ell^3 + 9\, b^2\, c^2\, \ell\, \alpha + 6\, b^2\, c^3\, \ell^2\, \alpha - 9\, b^4\, c^2\, \alpha^2 - 6\, b^4\, c^3\, \ell\, \alpha^2 +$$
$$2\, b^6\, c^3\, \alpha^3 - 3\, c^2\, \ell^2\, \beta + 18\, b^2\, c\, \alpha\, \beta +$$
$$6\, b^2\, c^2\, \ell\, \alpha\, \beta - 3\, b^4\, c^2\, \alpha^2\, \beta + 3\, c\, \ell\, \beta^2 -$$
$$3\, b^2\, c\, \alpha\, \beta^2 + 2\, \beta^3 + 6\, c^3\, \ell^2\, r_x - 9\, b^2\, c^2\, \alpha\, r_x -$$
$$12\, b^2\, c^3\, \ell\, \alpha\, r_x + 6\, b^4\, c^3\, \alpha^2\, r_x - 3\, c^2\, \ell\, \beta\, r_x -$$
$$6\, c^3\, \ell^2\, \beta\, r_x + 12\, b^2\, c^2\, \alpha\, \beta\, r_x + 12\, b^2\, c^3\, \ell\, \alpha\, \beta\, r_x -$$
$$6\, b^4\, c^3\, \alpha^2\, \beta\, r_x + 6\, c\, \beta^2\, r_x + 3\, c^2\, \ell\, \beta^2\, r_x -$$
$$3\, b^2\, c^2\, \alpha\, \beta^2\, r_x - 6\, c\, \beta^3\, r_x - 6\, c^3\, \ell\, r_x^2 + 6\, b^2\, c^3\, \alpha\, r_x^2 +$$
$$6\, c^2\, \beta\, r_x^2 + 12\, c^3\, \ell\, \beta\, r_x^2 - 12\, b^2\, c^3\, \alpha\, \beta\, r_x^2 - 12\, c^2\, \beta^2\, r_x^2 -$$
$$6\, c^3\, \ell\, \beta^2\, r_x^2 + 6\, b^2\, c^3\, \alpha\, \beta^2\, r_x^2 + 6\, c^2\, \beta^3\, r_x^2 + 2\, c^3\, r_x^3 -$$
$$6\, c^3\, \beta\, r_x^3 + 6\, c^3\, \beta^2\, r_x^3 - 2\, c^3\, \beta^3\, r_x^3 - 3\, c^2\, \ell^2\, \alpha\, r_y -$$
$$9\, b^2\, c\, \alpha^2\, r_y - 3\, b^2\, c^2\, \ell\, \alpha^2\, r_y + 6\, b^4\, c^2\, \alpha^3\, r_y -$$
$$12\, c\, \ell\, \alpha\, \beta\, r_y - 6\, b^2\, c\, \alpha^2\, \beta\, r_y - 3\, \alpha\, \beta^2\, r_y + 6\, c^2\, \ell\, \alpha\, r_x\, r_y +$$
$$3\, b^2\, c^2\, \alpha^2\, r_x\, r_y - 6\, c\, \alpha\, \beta\, r_x\, r_y - 6\, c^2\, \ell\, \alpha\, \beta\, r_x\, r_y -$$
$$3\, b^2\, c^2\, \alpha^2\, \beta\, r_x\, r_y + 6\, c\, \alpha\, \beta^2\, r_x\, r_y - 3\, c^2\, \alpha\, r_x^2\, r_y +$$
$$6\, c^2\, \alpha\, \beta\, r_x^2\, r_y - 3\, c^2\, \alpha\, \beta^2\, r_x^2\, r_y + 3\, c\, \ell\, \alpha^2\, r_y^2 + 6\, b^2\, c\, \alpha^3\, r_y^2 -$$
$$3\, \alpha^2\, \beta\, r_y^2 - 3\, c\, \alpha^2\, r_x\, r_y^2 + 3\, c\, \alpha^2\, \beta\, r_x\, r_y^2 + 2\, \alpha^3\, r_y^3 +$$
$$\sqrt{\Big(\big(-2\, c^3\, \ell^3 + 9\, b^2\, c^2\, \ell\, \alpha + 6\, b^2\, c^3\, \ell^2\, \alpha - 9\, b^4\, c^2\, \alpha^2 - 6\, b^4\, c^3\, \ell\, \alpha^2 + 2\, b^6\, c^3\, \alpha^3 - 3\, c^2\, \ell^2$$
$$\beta + 18\, b^2\, c\, \alpha\, \beta + 6\, b^2\, c^2\, \ell\, \alpha\, \beta - 3\, b^4\, c^2\, \alpha^2\, \beta + 3\, c\, \ell\, \beta^2 - 3\, b^2\, c\, \alpha\, \beta^2 + 2\, \beta^3 + 6$$
$$c^3\, \ell^2\, r_x - 9\, b^2\, c^2\, \alpha\, r_x - 12\, b^2\, c^3\, \ell\, \alpha\, r_x + 6\, b^4\, c^3\, \alpha^2\, r_x - 3\, c^2\, \ell\, \beta\, r_x - 6\, c^3\, \ell^2$$
$$\beta\, r_x + 12\, b^2\, c^2\, \alpha\, \beta\, r_x + 12\, b^2\, c^3\, \ell\, \alpha\, \beta\, r_x - 6\, b^4\, c^3\, \alpha^2\, \beta\, r_x + 6\, c\, \beta^2\, r_x + 3\, c^2$$
$$\ell\, \beta^2\, r_x - 3\, b^2\, c^2\, \alpha\, \beta^2\, r_x - 6\, c\, \beta^3\, r_x - 6\, c^3\, \ell\, r_x^2 + 6\, b^2\, c^3\, \alpha\, r_x^2 + 6\, c^2\, \beta\, r_x^2 + 12$$
$$c^3\, \ell\, \beta\, r_x^2 - 12\, b^2\, c^3\, \alpha\, \beta\, r_x^2 - 12\, c^2\, \beta^2\, r_x^2 - 6\, c^3\, \ell\, \beta^2\, r_x^2 + 6\, b^2\, c^3\, \alpha\, \beta^2\, r_x^2 + 6$$
$$c^2\, \beta^3\, r_x^2 + 2\, c^3\, r_x^3 - 6\, c^3\, \beta\, r_x^3 + 6\, c^3\, \beta^2\, r_x^3 - 2\, c^3\, \beta^3\, r_x^3 - 3\, c^2\, \ell^2\, \alpha\, r_y - 9\, b^2\, c$$
$$\alpha^2\, r_y - 3\, b^2\, c^2\, \ell\, \alpha^2\, r_y + 6\, b^4\, c^2\, \alpha^3\, r_y - 12\, c\, \ell\, \alpha\, \beta\, r_y - 6\, b^2\, c\, \alpha^2\, \beta\, r_y - 3\, \alpha\, \beta^2$$
$$r_y + 6\, c^2\, \ell\, \alpha\, r_x\, r_y + 3\, b^2\, c^2\, \alpha^2\, r_x\, r_y - 6\, c\, \alpha\, \beta\, r_x\, r_y - 6\, c^2\, \ell\, \alpha\, \beta\, r_x\, r_y - 3\, b^2\, c^2$$
$$\alpha^2\, \beta\, r_x\, r_y + 6\, c\, \alpha\, \beta^2\, r_x\, r_y - 3\, c^2\, \alpha\, r_x^2\, r_y + 6\, c^2\, \alpha\, \beta\, r_x^2\, r_y - 3\, c^2\, \alpha\, \beta^2\, r_x^2\, r_y + 3$$
$$c\, \ell\, \alpha^2\, r_y^2 + 6\, b^2\, c\, \alpha^3\, r_y^2 - 3\, \alpha^2\, \beta\, r_y^2 - 3\, c\, \alpha^2\, r_x\, r_y^2 + 3\, c\, \alpha^2\, \beta\, r_x\, r_y^2 + 2\, \alpha^3\, r_y^3\Big)^2 +$$
$$4\,\Big(-\big(c\, \ell - b^2\, c\, \alpha - \beta - c\, r_x + c\, \beta\, r_x - \alpha\, r_y\big)^2 - 3\,\Big(-b^2\, c\, \alpha + c\, \ell\, \beta - b^2\, c\, \alpha\, \beta +$$
$$c\, \ell\, \alpha\, r_y - \alpha\, \beta\, r_y - c\, \alpha\, r_x\, r_y + c\, \alpha\, \beta\, r_x\, r_y\big)\big)^3\Big)\Big)^{1/3}\Big\}$$

In[9]:=
```
A2 = -2 c^3 ℓ^3 + 9 b^2 c^2 ℓ α + 6 b^2 c^3 ℓ^2 α - 9 b^4 c^2 α^2 - 6 b^4 c^3 ℓ α^2 + 2 b^6 c^3 α^3 - 3 c^2 ℓ^2 β +
    18 b^2 c α β + 6 b^2 c^2 ℓ α β - 3 b^4 c^2 α^2 β + 3 c ℓ β^2 - 3 b^2 c α β^2 + 2 β^3 + 6 c^3 ℓ^2 r_x - 9 b^2 c^2 α r_x -
    12 b^2 c^3 ℓ α r_x + 6 b^4 c^3 α^2 r_x - 3 c^2 ℓ β r_x - 6 c^3 ℓ^2 β r_x + 12 b^2 c^2 α β r_x + 12 b^2 c^3 ℓ α β r_x -
    6 b^4 c^3 α^2 β r_x + 6 c β^2 r_x + 3 c^2 ℓ β^2 r_x - 3 b^2 c^2 α β^2 r_x - 6 c β^3 r_x - 6 c^3 ℓ r_x^2 + 6 b^2 c^3 α r_x^2 +
    6 c^2 β r_x^2 + 12 c^3 ℓ β r_x^2 - 12 b^2 c^3 α β r_x^2 - 12 c^2 β^2 r_x^2 - 6 c^3 ℓ β^2 r_x^2 + 6 b^2 c^3 α β^2 r_x^2 + 6 c^2 β^3 r_x^2 +
    2 c^3 r_x^3 - 6 c^3 β r_x^3 + 6 c^3 β^2 r_x^3 - 2 c^3 β^3 r_x^3 - 3 c^2 ℓ^2 α r_y - 9 b^2 c α^2 r_y - 3 b^2 c^2 ℓ α^2 r_y +
    6 b^4 c^2 α^3 r_y - 12 c ℓ α β r_y - 6 b^2 c α^2 β r_y - 3 α β^2 r_y + 6 c^2 ℓ α r_x r_y + 3 b^2 c^2 α^2 r_x r_y -
    6 c α β r_x r_y - 6 c^2 ℓ α β r_x r_y - 3 b^2 c^2 α^2 β r_x r_y + 6 c α β^2 r_x r_y - 3 c^2 α r_x^2 r_y + 6 c^2 α β r_x^2 r_y -
    3 c^2 α β^2 r_x^2 r_y + 3 c ℓ α^2 r_y^2 + 6 b^2 c α^3 r_y^2 - 3 α^2 β r_y^2 - 3 c α^2 r_x r_y^2 + 3 c α^2 β r_x r_y^2 + 2 α^3 r_y^3;
B2 = c ℓ - b^2 c α - β - c r_x + c β r_x - α r_y;
C2 = -b^2 c α + c ℓ β - b^2 c α β + c ℓ α r_y - α β r_y - c α r_x r_y + c α β r_x r_y;
E2 = 4 (B2^2 + 3 C2)^3 - A2^2 /. {b → Sqrt[3 ℓ r_y]};
(* Corresonding to 27c^4(ℓ-r_x)^2E2 in the paper,
i.e., it has a factor 27c^4(ℓ-r_x)^2.*)
D2 = (A2 + Sqrt[E2] I);
vars = {β, Subscript[r, y]};

rules11 = CoefficientRules[Expand[E2], vars];
rules12 = Select[rules11, Total[First@#] ≤ 2 &];

P1 = FromCoefficientRules[rules12, vars];
(* The term of E2 whose order w.r.t r_y is not more than 2. *)
Factor[P1]
rules21 = CoefficientRules[Expand[A2 /. {b → Sqrt[3 ℓ r_y]}], vars];
rules22 = Select[rules21, Total[First@#] ≤ 1 &];

P2 = FromCoefficientRules[rules22, vars]
(* The term of A2 whose order w.r.t r_y is not more than 1. *)
```

Out[18]=
$$27\,c^4\,(\ell - r_x)^2\left(\ell^2\,\beta^2 + 4\,\ell^2\,\alpha\,\beta\,r_y - 10\,\ell\,\alpha\,\beta\,r_x\,r_y + 4\,\ell^2\,\alpha^2\,r_y^2 + 4\,\ell\,\alpha^2\,r_x\,r_y^2 + \alpha^2\,r_x^2\,r_y^2\right)$$

Out[21]=
$$-2\,c^3\,\ell^3 + 6\,c^3\,\ell^2\,r_x - 6\,c^3\,\ell\,r_x^2 + 2\,c^3\,r_x^3 + \beta\left(-3\,c^2\,\ell^2 - 3\,c^2\,\ell\,r_x - 6\,c^3\,\ell^2\,r_x + 6\,c^2\,r_x^2 + 12\,c^3\,\ell\,r_x^2 - 6\,c^3\,r_x^3\right) + \left(24\,c^2\,\ell^2\,\alpha + 18\,c^3\,\ell^3\,\alpha - 21\,c^2\,\ell\,\alpha\,r_x - 36\,c^3\,\ell^2\,\alpha\,r_x - 3\,c^2\,\alpha\,r_x^2 + 18\,c^3\,\ell\,\alpha\,r_x^2\right) r_y$$

In[22]:=
```
p1 = Factor[P2 /. {r_y → 0, β → 0}];
p2 = Factor[P2 - p1](* The term of A2 whose order w.r.t r_y is exactly 1. *)
```

Out[23]=
$$3\,c^2\,(\ell - r_x)\left(-\ell\,\beta - 2\,\beta\,r_x - 2\,c\,\ell\,\beta\,r_x + 2\,c\,\beta\,r_x^2 + 8\,\ell\,\alpha\,r_y + 6\,c\,\ell^2\,\alpha\,r_y + \alpha\,r_x\,r_y - 6\,c\,\ell\,\alpha\,r_x\,r_y\right)$$

In[28]:=
```
vecs = Eigenvectors[M2];
roots = Union@Cases[vecs[[2]], _Root, All];

v = vecs[[2]] /. Thread[roots → {λ}];
(* The form of eigenvector corresponding to the eignevalue λ we chose. *)
V = {1, v[[2]] / v[[1]], v[[3]] / v[[1]]} // Cancel
```

Out[31]=

$$\left\{1, \frac{c\,\ell\,\beta + c\,\ell\,\lambda - \beta\,\lambda - \lambda^2 - c\,\lambda\,r_x + c\,\beta\,\lambda\,r_x}{b\,c\,(\beta + \lambda)}, \frac{\beta\,(1 + \lambda)}{\beta + \lambda}\right\}$$