

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчёт по теоретическому заданию в рамках курса
"Суперкомпьютерное моделирование и технологии"
Домашнее задание 2
Вариант 12

Выполнил: Сизов В.С
студент гр.608иб

Москва, 2022

Оглавление

1.	Математическая постановка задачи и описание численного метода	3
2.	Аналитическое вычисление интеграла	4
3.	Код программы на C++	5
4.	Исследование масштабируемости программы	8
5.	Подтверждение запуска	9

1. Математическая постановка задачи и описание численного метода

Функция $f(x, y, z)$ - непрерывна в ограниченной замкнутой области $G \in R^3$ Дан интеграл:

$$I = \int \int \int_G \exp(x^2 + y^2) * z^2 dx dy dz,$$

где область $G = \{(x, y, z) : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$. Пусть область G ограничена параллелепипедом Π :

$$\Pi = \begin{cases} a_1 \leq x \leq b_1, \\ a_2 \leq y \leq b_2, \\ a_3 \leq z \leq b_3 \end{cases}$$

Рассмотрим функцию

$$F(x, y, z) = \begin{cases} \exp(x^2 + y^2) * z^2, & (x, y, z) \in G, \\ 0, & (x, y, z) \notin G \end{cases}$$

Преобразуем искомый интеграл:

$$I = \int \int \int_G \exp(x^2 + y^2) * z^2 dx dy dz = \int \int \int_{\Pi} F(x, y, z) dx dy dz.$$

Пусть $p_1(x_1, y_1, z_1), p_2(x_2, y_2, z_2), \dots$ - случайные точки, равномерно распределённые в Π . Возьмём n таких точек. По методу Монте-Карло для подсчёта приближенного значения интеграла используем:

$$I \approx |\Pi| \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(p_i),$$

где $|\Pi|$ - объём параллелепипеда Π : $|\Pi| = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_3 - a_3) = 4$.

2. Аналитическое вычисление интеграла

Дан интеграл:

$$I = \int \int \int_G \exp(x^2 + y^2) * z^2 dx dy dz,$$

где область $G = \{(x, y, z) : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$. Перепишем:

$$\begin{aligned} & 2\pi \int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} e^{r^2} * r * z dr dz = \\ & \pi \int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} e^{r^2} * z dr^2 dz = \\ & \pi \int_0^R z * (e^{R^2 - z^2} - e^0) dz = \\ & \pi \int_0^R z * (e^{R^2 - z^2} - 1) dz = R = 1 = \\ & \pi \int_0^1 z * (e^{-z^2} - 1) dz = \\ & \pi \left(\frac{1}{2} \int_0^1 e^{-z^2} dz^2 - \int_0^1 z dz \right) = \\ & \pi \left(\frac{1}{2} \int_{-1}^0 e^{-z^2} d(-z^2) - \int_0^1 z dz \right) = \\ & \pi \left(\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e} \right) - \frac{1}{2} \right) = \\ & \frac{\pi}{2} \frac{1}{e} = \frac{\pi}{2e} \end{aligned}$$

3. Код программы на C++

```
#include <stdio.h>
#include <iostream>
#include <mpi.h>
#include <cmath>
#include <iomanip>
#include <cstdlib>
#include <cstdio>

using namespace std;

const double I = M_PI*(exp(1)-2)/2.;
const double V = 4.0;

double func(double x, double y, double z) {
    double var = exp(x * x + y * y) * z;
    return var;
}

double F(double x, double y, double z) {
    if (x >= -1 and x <= 1 and y >= -1 and
        y <= 1 and z >= 0 and z <= 1
        and x*x + y*y + z*z <=1)
        return func(x, y, z);
    else
        return 0;
}

int main(int argc, char *argv[]) {

    if (argc != 2) {
        cerr << "No epsilon" << endl;
        return 1;
    }

    int const portion_size_points = 1000,
        portion_size_elements = 3 * portion_size_points;
```

```

int processes, id;
MPI_Status status;

double start_time, end_time;
int done = false;

double integr = 0.0;
double integral, mc_integral, eps;
int iterations = 0;

double *coords;
double final_mean;

eps = 0.;
sscanf(argv[1], "%lf", &eps);

mc_integral = 0;

integral = I;

MPI_Init(&argc, &argv);
MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &processes);
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &id);
start_time = MPI_Wtime();

coords = new double[portion_size_elements];

while (!done) {
    if (!id) {
        for (int rank = 1; rank < processes; rank++) {
            for (int i = 0; i < portion_size_elements; i++) {
                coords[i] = (double) rand()/RAND_MAX;
            }
            MPI_Send(coords, portion_size_elements,
                MPI_DOUBLE, rank, 0, MPI_COMM_WORLD);
        }
    }
}

```

```

        iterations += 1;
    } else {
        MPI_Recv(coords, portion_size_elements,
        MPI_DOUBLE, 0, 0, MPI_COMM_WORLD, &status);

        integr = 0;

        for (int i = 0; i < portion_size_points; ++i) {
            integr = integr*(i/ (float)(i+1)) +
            F(coords[i * 3], coords[i * 3 + 1],
            coords[i * 3 + 2])/(i+1);
        }
        integr = integr / (processes-1);
    }

    MPI_Reduce(&integr, &mc_integral, 1, MPI_DOUBLE, MPI_SUM, 0 , MPI_COMM_WORLD)

    if (!id) {
        final_mean = final_mean*((iterations - 1)/(float)iterations)
        + mc_integral/iterations;
        done = fabs(integral - V*final_mean) < eps;
    }

    MPI_Bcast(&done, 1, MPI_INT, 0, MPI_COMM_WORLD);
}

end_time = MPI_Wtime();
if (!id) {
    cout << "Calculated int: " << V*final_mean << endl;
    cout << "Difference: " << fabs(integral - V*final_mean) << endl;
    cout << "Points: " << portion_size_elements * iterations << endl;
    cout << "Time:" << end_time - start_time << endl;
}

delete coords;

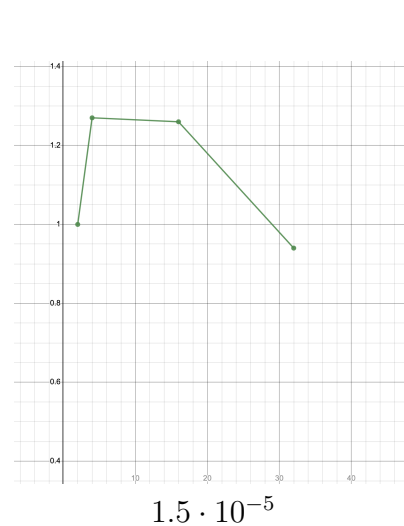
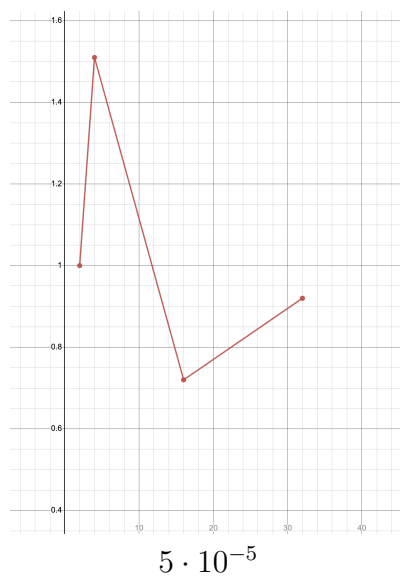
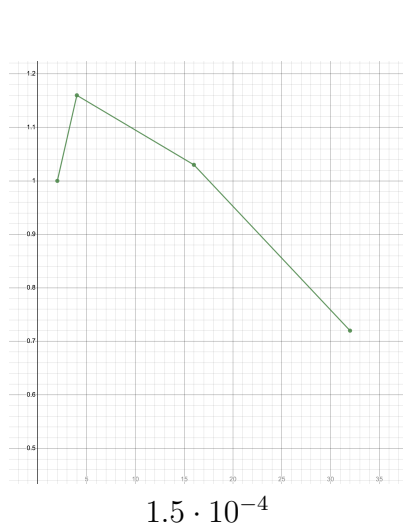
MPI_Finalize();
return 0;
}

```

4. Исследование масштабируемости программы

Таблица 1 Таблица с результатами расчетов для системы Polus

Точность ε	Число MPI-процессов	Время работы программы	Ускорение	Ошибка
$1.5 \cdot 10^{-4}$	2	0.160149	1	0.000143655
	4	0.137568	1.16	0.000143568
	16	0.133354	1.03	0.000114176
	32	0.184921	0.72	9.04168e-05
$5 \cdot 10^{-5}$	2	0.173234	1	0.000329506
	4	0.115405	1.51	0.000484878
	16	0.158469	0.72	0.000367054
	32	0.172713	0.92	0.000321233
$1.5 \cdot 10^{-5}$	2	0.264552	1	9.14334e-07
	4	0.208247	1.27	3.3191e-06
	16	0.164122	1.26	3.45217e-06
	32	0.173194	0.94	2.37213e-06



5. Подтверждение запуска

```
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ rm hw2.909225.err hw2.909225.out hw2.909233.err hw2.909234.out hw2.909495.out hw2.909496.out ]
rm: cannot remove 'hw2.909225.err': No such file or directory
rm: cannot remove 'hw2.909225.out': No such file or directory
rm: cannot remove 'hw2.909233.err': No such file or directory
rm: cannot remove 'hw2.909234.out': No such file or directory
rm: cannot remove 'hw2.909495.out': No such file or directory
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ ls
hw2 hw2.cpp test test.cpp
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ ls
hw2 hw2.cpp test test.cpp
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ mpisubmit.pl -p 2 -w 00:05 hw2
Job <909567> is submitted to default queue <short>.
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ mpisubmit.pl -p 4 -w 00:05 hw2
Job <909568> is submitted to default queue <short>.
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ mpisubmit.pl -p 16 -w 00:05 hw2
Job <909569> is submitted to default queue <short>.
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ mpisubmit.pl -p 64 -w 00:05 hw2
Job <909570> is submitted to default queue <short>.
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ ls
hw2 hw2.cpp test test.cpp
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ ls
hw2 hw2.909567.err hw2.909567.out hw2.909568.err hw2.909568.out hw2.909569.err hw2.909569.out hw2.cpp test test.cpp
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$ ls
hw2 hw2.909567.err hw2.909567.out hw2.909568.err hw2.909568.out hw2.909569.err hw2.909569.out hw2.cpp test test.cpp
[edu-cmc-skmodel122-608-06@polus-ib HW2]$
```

Рис. 1. Запуск на Polus