第19次课　4月27日

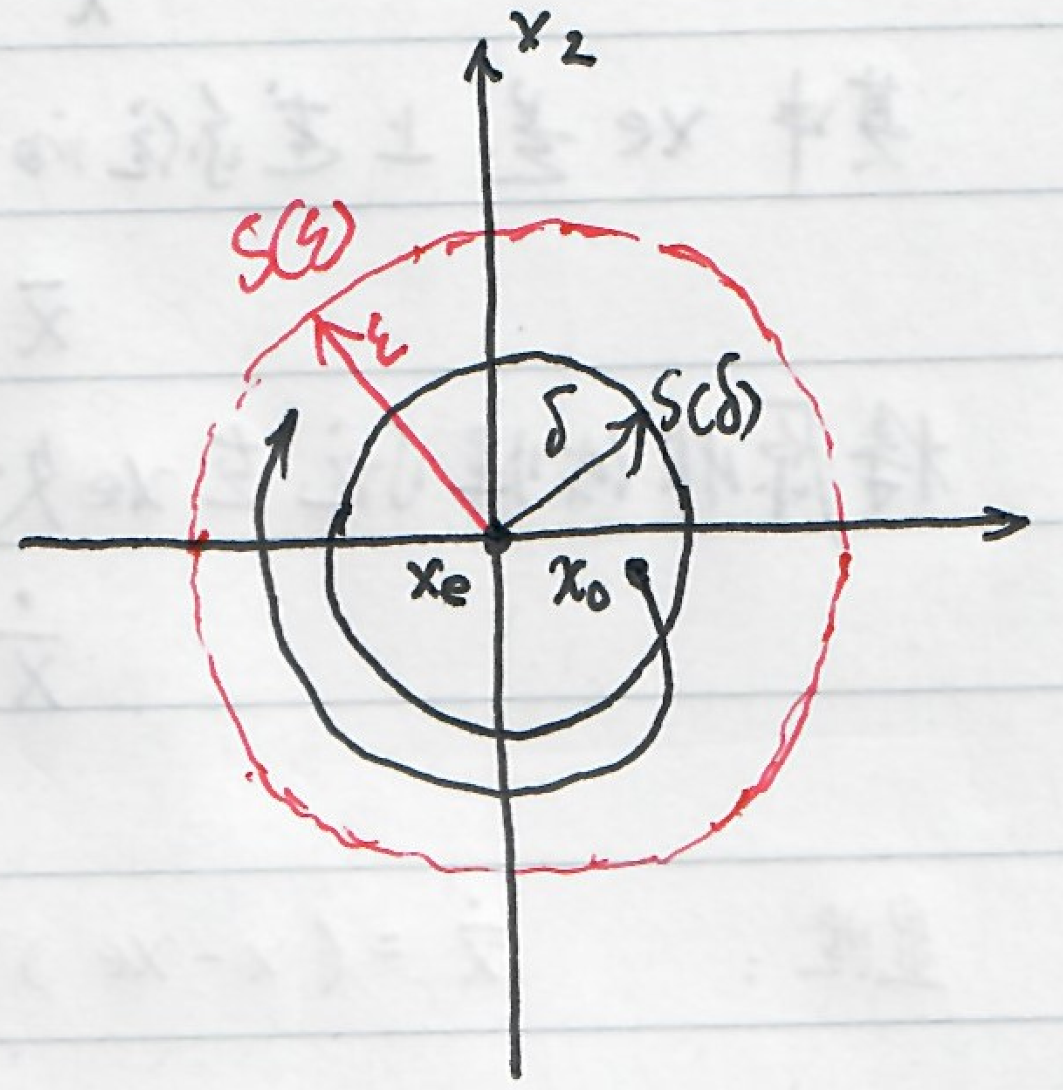
"Lyapunov 稳定性分析"知识补充讲解

1. 关于Lyapunov稳定性概念

① Lyapunov意义下的稳定性

对任意给定的半径为ε($\varepsilon>0$)的闭球域$S(\varepsilon)$，存在一个$\delta>0$为半径的闭球域$S(\delta)$，从$S(\delta)$内出发的所有状态轨迹均在$S(\varepsilon)$内，称平衡状态(x_e)是Lyapunov意义下稳定的.

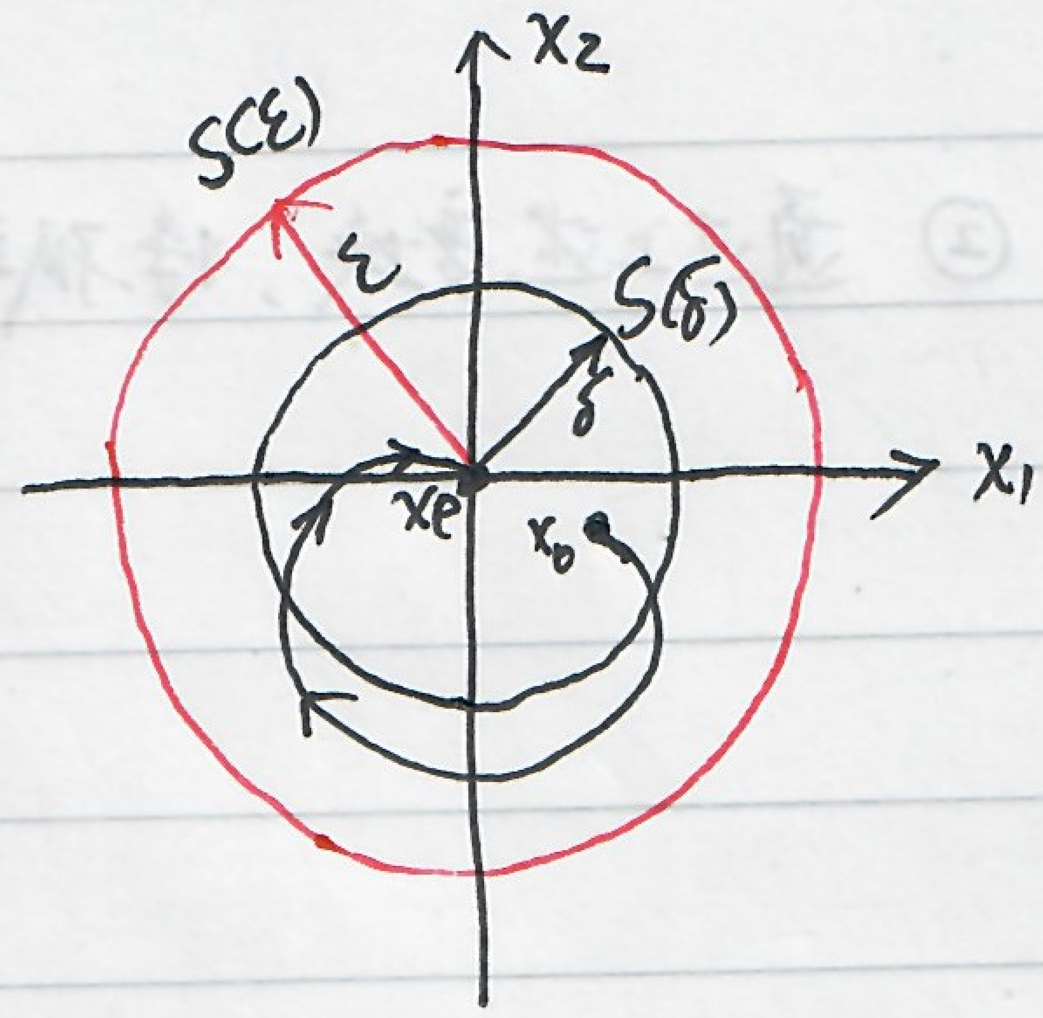
※ δ与ε有关，但他们之间没有相对大小关系。



② 渐近稳定

系统平衡状态不仅具有Lyapunov意义下的稳定性，且当$t\to\infty$时，其状态轨迹会收敛于平衡状态，称此平衡状态X_e是渐近稳定的。

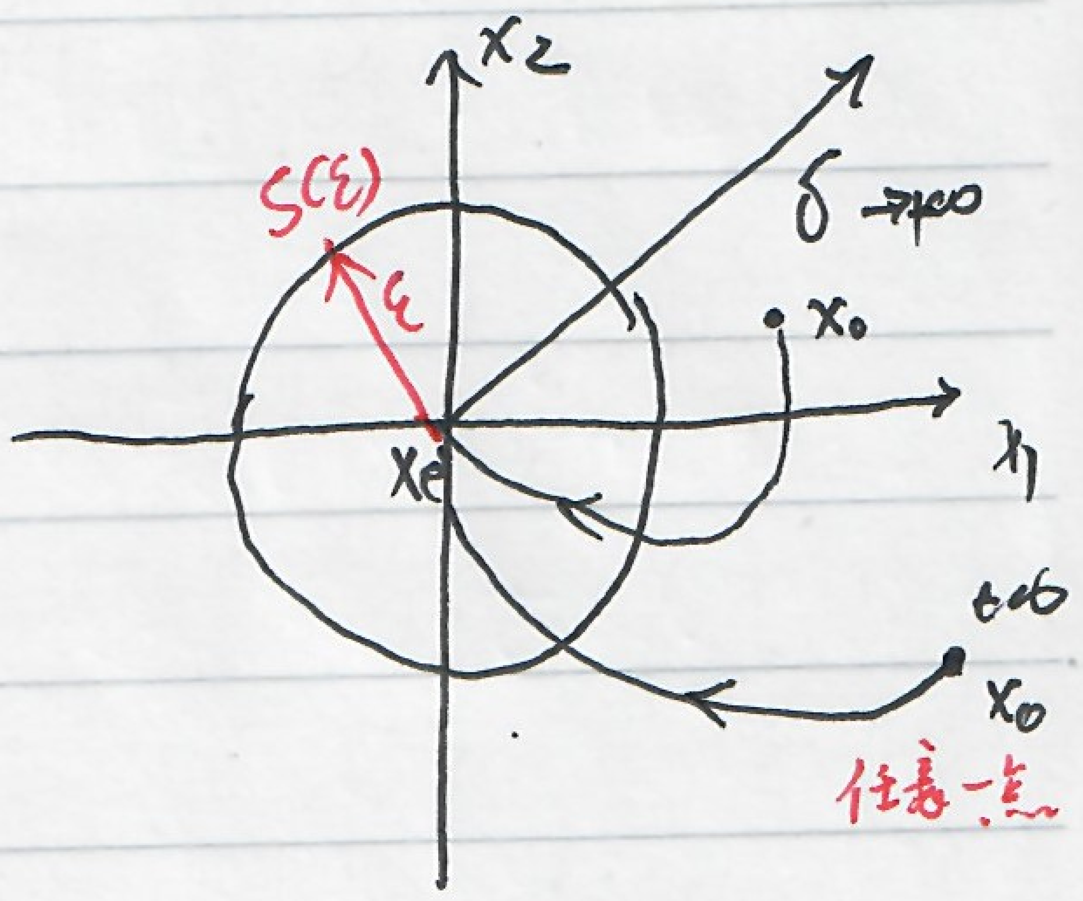
※ 从X_0出发后，开始可能会远离平衡状态x_e，但当$t\to\infty$时，状态轨迹向x_e逼近，收敛于x_e处。



③ 大范围(全局)渐近稳定

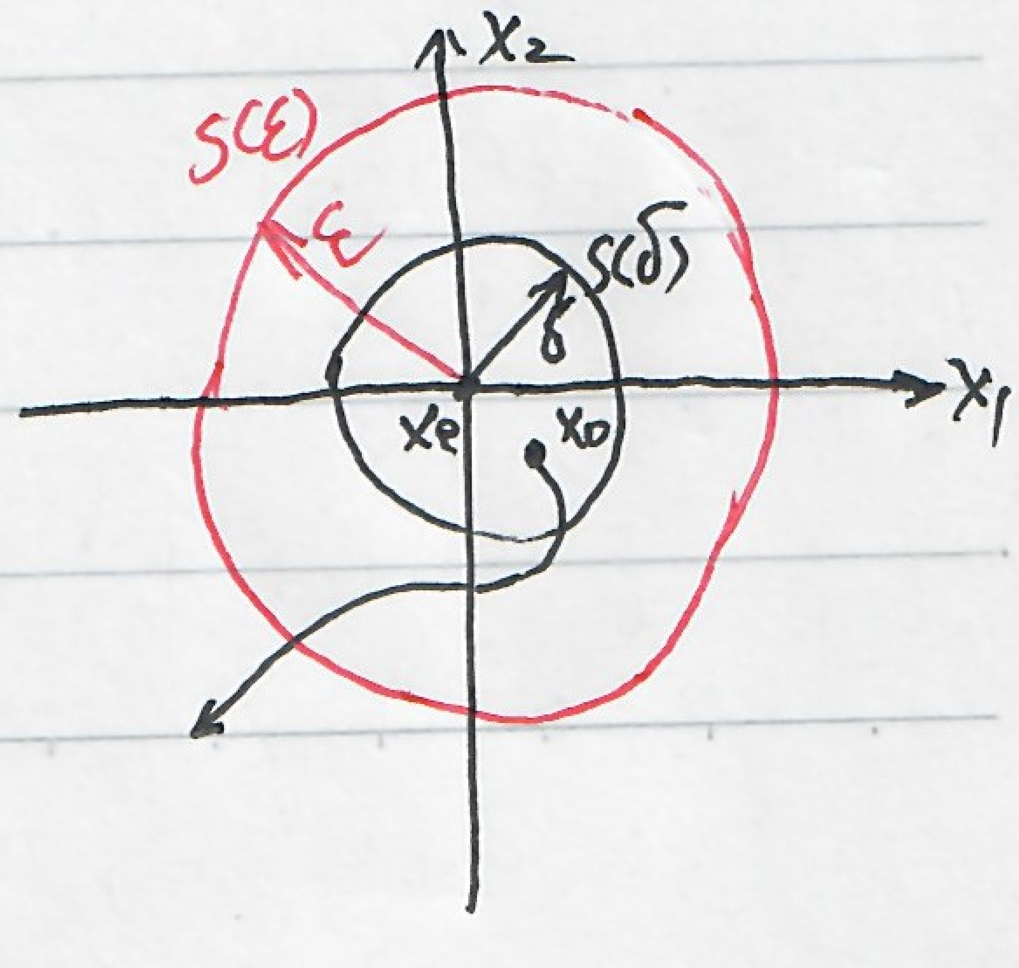
从状态空间中任意一点x_0点出发，其状态轨迹都会收敛于平衡状态，称x_e是大范围(全局)渐近稳定的.

※ 大范围(全局)渐近稳定的系统只有一个平衡状态.



④ 不稳定性

对某个实数$\varepsilon>0$和任一个实数$\delta>0$，不管ε,δ多么小，在$S(\delta)$内总存在一个初始状态x_0，使得由这一初始状态x_0出发的状态轨迹会超出$S(\varepsilon)$，则该平衡状态x_e是不稳定的.



2. 平衡状态 x_e 与零解（原点平衡状态）的变换

① 设有如下非线性系统

$$\dot{x} = f(x), \quad t \geq 0$$

其中 x_e 是上述系统的孤立平衡状态，$f(x_e)=0$，则可通过如下平移变换

$$\bar{x} = x - x_e \Leftrightarrow x = \bar{x} + x_e$$

将原非线性系统在 x_e 处的平衡状态转换为原点处（零解）的平衡状态：

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}), \quad t \geq 0$$

显然：$\dot{\bar{x}} = (x - x_e)' = \dot{x} = f(x) = f(\bar{x} + x_e) = \bar{f}(\bar{x})$

$$\boxed{\bar{f}(0) = f(0 + x_e) = f(x_e) = 0}$$

② 通过上述变换，将孤立平衡状态 x_e 的稳定性分析问题转换为零解的稳定性问题。