Options réelles et décisions stratégiques d'investissement

MABROUK Skandar

May 16, 2022

Contents

1 Introduction

Dans l'économie réelle, les entreprises peuvent choisir d'investir dans un certain nombre de projets risqués et doivent prendre des décisions stratégiques en matière d'investissement. Par exemple, les entreprises doivent décider de manière optimale dans quelle mesure elles exploitent certaines ressources et quand entrer ou sortir de certaines industries. La réponse classique à ces questions, issue de la théorie de la finance d'entreprise, est la simple règle de la valeur actuelle nette (VAN).
Toutefois, en présence d'un environnement risqué, les techniques probabilistes utilisées pour l'évaluation des produits financiers dérivés conduisent à des paradigmes d'évaluation plus sophistiqués et peuvent être utilisées avec succès pour les décisions d'investissement stratégiques. Ces techniques ont pour but de tirer pleinement profit des opportunitées qui se présente, que se soit pour essayer de maximiser les gains ou minimiser les pertes. Nous allons découvrir quelques options réelles et étudier quelques exemples d'évaluation de projets industriels risqués.

1.1 Valeur Actuelle Nette d'un projet

La VAN est un indicateur classique de la finance d'entreprise, qui permet pour des projets non ou trop peu risqués, de quantifier la rentabilité d'un projet.
$VAN = \sum_{i=1}^{N} \frac{CF_i}{(1+r)^i} - I_0$ (1)

- CF_i : Le flux monétaire relatif à la i-ème période du projet
- r : Taux d'intérêt sans risque
- I_0 : Investissement initial pour le projet
- N : Maturité du projet

1.1.1 Valeur Actuelle Nette augmentée

On ajoute la valeur de la flexibilité offerte par les options réelles propres à chaque projet. L'équation suivante résume cette nouvelle approche de l'option réelle:
$VAN = \sum_{i=1}^{N} \frac{CF_i}{(1+r)^i} - I_0 +$ Valeur des options réelles(fléxibilité) (2)
Ainsi, la valeur d'une option au sein d'un projet peut donc être calculée en soustrayant la VAN classique (équation (1)) de la VAN augmentée (équation (2)).

Cependant, cet indicateur peut conduire à de mauvaises décisions stratégiques lors de projets risqués, puisqu'on ne considère pas toutes les opportunitées qui peuvent découler de ce projet.

2 Les options réelles stratégiques

Lorsqu'une entreprise considère un projet d'investissement, plusieurs options doivent être considérées. Il existe en effet, différents types d'options réelles selon la nature des projets, les options stratégiques ou les options opérationnelles. Dans ce projet, on se concentre uniquement sur les options stratégiques qui résultent des décisions d'investissement.

2.1 Option d'expansion

La réalisation d'un projet aujourd'hui peut permettre à une entreprise d'envisager et de réaliser d'autres projets intéressants à l'avenir. Ainsi, même si un projet a une VAN négative, il peut être intéressant de le prendre si l'option qu'il offre à l'entreprise (de prendre d'autres projets à l'avenir) a une valeur plus que compensatoire.Ce sont ces options que les entreprises appellent souvent "options stratégiques" et qu'elles utilisent pour justifier l'adoption de projets à valeur nette négative ou même à rendement négatif.

2.1.1 Exemple

Une nouvelle entreprise spécialisée dans les ordinateurs personnels prépare le lancement de son premier ordinateur "Ordinateur 1" et réfléchit à lancer un projet "Ordinateur 2" 3 ans plus tard, si le premier est un succès. Si le projet du deuxième ordinateur est lancé, l'investissement coûterai 900 millions de dollars dans 3 ans. La valeur actuelle de ce projet s'élève à 807 millions de dollars dans 3 ans, donc 467 millions aujourd'hui. Le taux sans risque est de 10%. Le taux pour l'investissement est estimé à 20%.

2.1.2 Valorisation d'une option d'expansion

- La valeur de l'actif sous-jacent (S) = VA des flux de trésorerie provenant des revenus lié au projet = $\frac{807}{1.2^3}$ = \$467 millions

- Prix d'exercice (K_{actual}) = Coût du projet "Ordinateur 2" = \$900 millions dans 3 ans, soit 676 aujourd'hui.

- L'écart type de l'estimation de la valeur du projet en utilisant l'écart type annualisé de la valeur des entreprises cotées en bourse sur ce marché, qui est d'environ 35%.
  Écart type de la valeur de l'actif sous-jacent (σ) = 35%

- Délai d'expiration (T) = Période pour laquelle l'option d'expansion s'applique = 3 ans

L'interprétation est donc la suivante : l'option d'investissement de "Ordinateur 2" est un call européen de maturité 3 ans sur un actif évalué à \$467 Millions avec un prix d'exercice à \$900 millions. On calcule son prix avec la Formule de Black-Scholes.

- $P_{Call} = N(d1)S - N(d2)K_{actual}$
- d1 = $ln(\frac{S}{K_{actual}})/\sigma\sqrt{T} + \sigma\sqrt{T}/2$ = -0.3072
- d2 = d1 - $\sigma\sqrt{T}$ = -0.9134
- N(d1) = 0.3793 et N(d2) = 0.1805

On peut maintenant calculer le prix de ce call :
$P_{Call} = 0.3793 * S - 0.1805 * K_{actual} = 0.3793 * 467 - 0.1805 * 676 =$ \$55 millions L'option d'investir dans "Ordinateur 2" vaut donc \$55 millions actuellement, et elle est rattaché au projet "Ordinateur 1" qui est lancé (ayant une VAN de -\$46 millions). En utilisant la Valeur Actuelle Ajustée d'un projet, qui additionne sa VAN et la valeur actuelle des conséquences d'un tel projet, on peut obtenir la Valeur Actuelle Augmentée du projet "Ordinateur 1" :

VAA = VAN + Valeur des options réelles rattachés = VAN + $P_{Call} = -46 + 55 =$ \$9 millions

Il est donc intéressant d'investir dans le projet "Ordinateur 1" puisqu'il ouvre potentiellement la porte pour un projet "Ordinateur 2" qui représente une valeur de \$55 millions supplémentaires associés à "Ordinateur 1". Il est aussi évident que le projet "Ordinateur 2" peut avoir une option d'investissement liée à un potentiel projet "Ordinateur 3", bien que la VAN du projet "Ordinateur 2" vaut dans 3 ans $900 - 807 = -\$93$ millions.

2.2 Option d'abandon

Elle correspond, par exemple, à l'opportunité de fermer soit de façon permanente ou temporairement son usine ou d'arrêter la production lorsque les coûts de production sont trop élevés par rapport aux revenus. Cette option peut être vue comme étant une option de vente de type européenne dont le prix d'exercice sera alors égal à la valeur des actifs de l'entreprise. On exerce cette option d'abandon si la valeur récupérée des actifs du projet est supérieure à la valeur actuelle de la poursuite du projet pendant au moins une période supplémentaire. La méthode binomiale est taillée sur mesure pour la plupart des options d'abandon.

2.2.1 Exemple

On suppose qu'une entreprise quelconque décide s'il faut commencer la production de sous-conducteurs en zircon ou non. Selon les premières estimations, l'investissement s'élève à \$12 millions (2 pour les routes et la préparation du site et 10 pour l'équipement. Les estimations de l'entreprise donne une croissance du prix de vente du zircon à environ 9%. Le taux sans risque de l'exploitation de l'équipement, qui est aussi le taux sans risque, est de 6%.
Les revenus annuels générés seraient constant et, ramenés à aujourd'hui, rapporteraient \$1.7 millions par an pour un coût d'exploitation annuel fixe de \$0.7 millions.

Year	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Forecasted revenues		1.85	2.02	2.20	2.40	2.62	2.85	3.11	3.39	3.69	4.02
Present value	$17.00										
Fixed costs		0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70
Present value	$5.15										

Figure 1: Tableau des prévisions actualisés de revenus et de coûts d'exploitation (million).

En réalité, les revenus annuels générés par ce projet sont indexés par le prix du zircon qui peut monter de 15% ou baisser de 13% chaque année. Le zircon à une variance annuel de 14% environ. L'équipement perd 10% de sa valeur chaque année. L'entreprise procède donc à la construction d'un arbre binomial des bénéfices ainsi que la valeur actuelle du projet à chaque étape.
Chaque saut vers le haut indique que le zircon à eu une valorisation de 15% par rapport à l'année passée et chaque saut vers le bas indique une dévalorisation de 13%. Le Cashflow représente le bénéfice engendrée en fin d'année (Revenus - Coûts d'exploitation). La Salvage value correspond à la valeur de l'équipement pour chaque année. A l'année 0, l'exploitation n'a pas commencé, donc pas de Cashflow.

Figure 2: Arbre binomial du flux monétaire des bénéfices et de la valeur actuelle du projet à chaque période.

2.2.2 Valorisation de ce projet avec et sans option d'abandon

D'un premier coup d'oeil et avec le calcul d'une VAN sans considéré d'abandon ce projet à un quelconque année et de le continuer pendant 10 années, la VAN nous donne :

- VAN = Valeur actualisée des revenus - Investissement initial - Coûts d'exploitation actualisés
- VAN $= 17 - 12 - 5.15 = -0.15$ millions de dollars

Ce qui signifierait que ce projet n'est pas rentable, mais c'est sans compter l'option d'abandon associée à ce projet.

L'entreprise calcule donc la probabilité risque-neutre π au taux sans risque de 6% associée à cet arbre.

- $0,15 * \pi - 0,13 * (1 - \pi) = 0,06$
- $\pi = 0,6791$
- $1 - \pi = 0,3209$

L'entreprise calcule ensuite la valeur de ce projet en utilisant l'arbre binomial. Elle commence à l'extrême droite de la figure 2 (année 10) et remonte jusqu'au présent. L'entreprise abandonnera définitivement quoi qu'il arrive à l'année t = 10 ans, lorsque le gisement sera épuisé. Elle entre donc la valeur de récupération (3,49 millions de dollars), c'est à la dire la valeur de l'équipement, comme valeur de fin d'année en t = 10 ans . Ensuite, elle revient à t = 9 ans.
On suppose que l'entreprise se retrouve au meilleur endroit possible cette année-là, où le flux de trésorerie est de 5,28 millions \$. Le gain à la hausse si l'entreprise n'abandonne pas est le nœud " haut " dans le tableau et le gain à la baisse est le nœud "bas".
L'entreprise calcule ensuite la VAN en utilisant les probabilités risques neutres comme ceci :

- $VA_{t=9} = \frac{(6{,}18+3{,}49)*\pi+(4{,}5+3{,}49)*(1-\pi)}{1+0.06} = \$8,61$ millions

L'entreprise pourrait abandonner à la fin de la neuvième année, réalisant une valeur de récupération de 3,87 millions \$, mais il vaut mieux continuer. Elle entre donc 8,61 millions \$ comme valeur de fin d'année au nœud supérieur de l'année 9 dans la figure 2. Elle peut remplir les valeurs de fin de période pour les autres nœuds de l'année 9 en respectant le même processus. En itérant, l'entreprise trouvera un nœud où il sera préférable de se retirer plutôt que de continuer. Cela se produit lorsque le flux de trésorerie flux de trésorerie est de \$0,42 million car la valeur actuelle ainsi calculée sera inférieure à celle de l'équipement.
Si l'entreprise se trouve dans le pire des situations à l'année t = 3 la valeur actuelle du projet calculée en utilisant la même formule donne :

- $VA_{t=3} = \frac{(0{,}59+6{,}95)*\pi+(0{,}27+6{,}56)*(1-\pi)}{1+0.06} = \$6,90$ millions

Cette valeur est inférieur au prix de l'équipement (7,29 millions), il sera donc préférable d'exercer l'abandon et de mettre fin au projet, soit en revendant l'équipement soit en le valorisant pour un autre projet.
L'entreprise réitère les calculs jusqu'à remonter à l'année actuelle t = 0 pour obtenir la VA du projet avec considération de l'option d'abandon. La valeur actuelle $VA_{t=0}$ à t = 0 est de \$13,84 millions.
L'entreprise recalcule alors en considérant son option d'abandon la valeur actuelle nette du projet :

- VAA = $VA_{t=0}$ - Investissement Initial = $13,84 - 12,00 = 1,84 \geq 0$

L'entreprise peut facilement retrouver la valeur de l'option d'abandon à partir de la première VAN calculée en début d'exemple

- VAA = VAN + Valeur de l'option d'abandon
- VAA = $-0,15 + 1,99 = \$1,84$ millions

Le projet peut donc être considéré avec attention par l'entreprise, car sa VAA est positive. On remarque qu'avec raisonnement, la valeur actuelle du projet s'apparente à une enveloppe de Snell.

2.3 Option de contraction

Pour se protéger contre les situations défavorables du marché, une entreprise peut faire recours à l'option de contraction. A l'opposé de l'option de croissance qui offre la possibilité de développer un projet en réalisant un investissement, l'option de contraction offre la possibilité de contracter son développement en diminuant son budget de dépenses.

2.3.1 Exemple

On suppose qu'une entreprise d'aéronautique n'est pas certaine de l'efficacité technologique et de la demande du marché pour ses jets supersoniques. Elle décide de se couvrir en utilisant des options stratégiques, plus précisément une option permettant de contracter 50 % de ses installations de fabrication à tout moment au cours des cinq prochaines années. Cette contraction de 50% de ses activités lui garantie \$400 millions

- Valeur de l'actif sous-jaçent (S) = VA des flux de trésorerie provenant des revenus lié au projet = \$1 Milliard
- Taux de contraction des activités (σ) = 50 %
- Nombre de période dans une année (dt) = 1
- La durée du projet (T) = 5 ans
- Le taux sans risque lié à un actif sans risque (r) = 5 %
- Probabilités de monter (u) et de descente (d) de la valeur de S : u = e^{σ} = 1,6487 et d = $\frac{1}{u}$ = 0,6065
- p = $\frac{e^r - d}{u - d} = 0,427$

L'entreprise détermine ensuite l'arbre binomial d'évaluation des options comme indiqué à la figure 4, en utilisant les valeurs calculées dans la figure 3 concernant l'évolution du prix du sous-jacent. Dans la figure 4, l'entreprise constate que le nœud terminal de l'échantillon (noté G) révèle une valeur de \$12 183 millions, qui peut être obtenue Si le prix de l'actif monte de manière consécutive sur les cinq années à venir. Au bout de cinq ans (à expiration donc) l'entreprise a le choix de contracter ou non ses activités existantes. Évidemment, la direction choisira la stratégie qui maximise la rentabilité. La valeur de la contraction de 50 % de ses activités est équivalente à la moitié de ses activités existantes plus les 400 millions de dollars.
Par conséquent, la valeur de la contraction des activités de l'entreprise est de :

- $0,5 * 12183 + 400 =$ \$6 491 millions

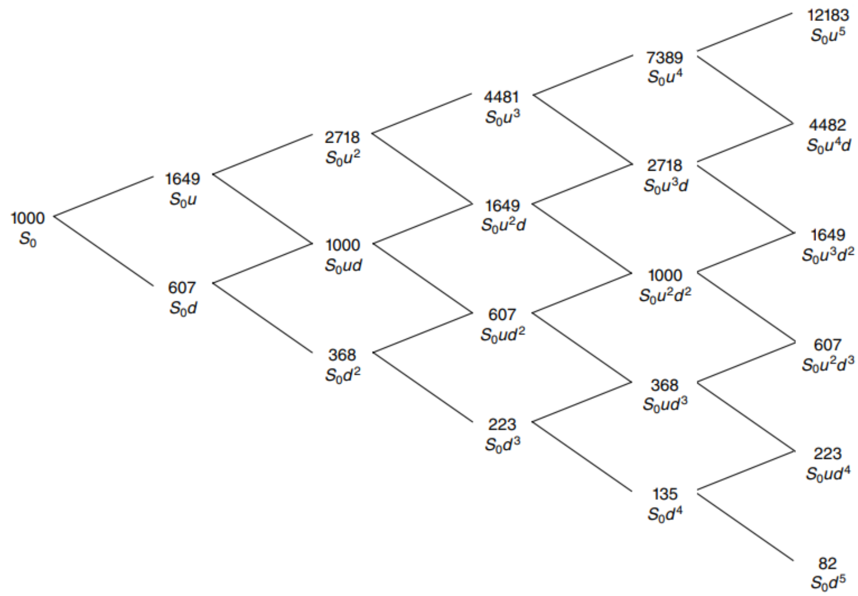


Figure 3: Évolution du sous-jacent sur 5 périodes.

La valeur de la poursuite des opérations actuelles de l'entreprise se trouve dans la figure 3 du sous-jacent au même nœud (S_0u_5), est de $12 183 millions. La décision de maximisation du profit consiste naturellement à maintenir l'intensité des activités de l'entreprise. De même, pour le nœud terminal H de la figure 4, la direction constate que la valeur de la poursuite des opérations existantes à la cinquième année est de $82 millions. En comparaison, en contractant ses opérations de 50 %, la valeur est de :

- $0,5 * 82 + 400 =$ $441 millions

Par conséquent, la décision à ce nœud est donc de contracter les opérations de 50 % et la valeur de maximisation du profit sur ce nœud est de $441 millions.
Ces deux situations sont assez intuitives, car si la valeur de l'actif sous-jacent de la poursuite des opérations existantes est telle qu'elle est très élevée (supposé grâce à des bons résultats lié aux opérations précédantes), il est sage de poursuivre les niveaux d'exploitation actuels. Dans le cas contraire, si les circonstances contraignent la valeur des opérations de l'entreprise à un niveau très bas (comme celui spécifié par le nœud H), il est optimal de contracter l'activité existante de 50%.

En passant aux nœuds intermédiaires, nous pouvons voir que le nœud I est calculé à $2 734 millions. À ce nœud particulier, l'entreprise dispose toujours de deux options : contracter ses activités à ce moment-là ou ne pas contracter, ce qui lui permet de garder l'option de contracter disponible et ouverte pour l'avenir dans l'espoir que, lorsque le marché est en baisse, l'entreprise ait la possibilité d'exécuter l'option et de contracter ses activités existantes.

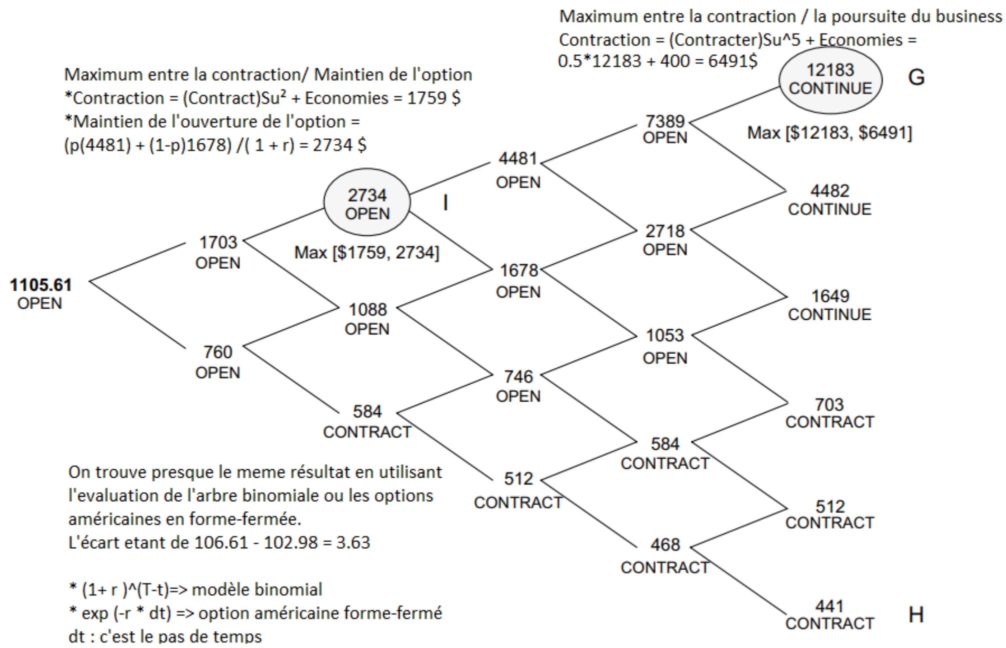


Figure 4: Évaluation de l'option de contraction.

La valeur de la contractualisation (V_c) à ce nœud est de :

- $V_c = 0,5 * 2718 + 400 = \$1\ 759$ millions

La valeur de poursuite (V_p) est simplement la moyenne pondérée actualisée des valeurs potentielles des options futures en utilisant la probabilité neutre calculée précédemment.

- $V_p = \frac{4481*p+(1-p)1678}{1+r} = \$2\ 734$ millions $\geq V_c$

L'entreprise réitére de manière rétrograde (en utilisant la même technique de calcul vu dans la partie 2.2.2 et juste ci-dessus) jusqu'à la date d'aujourd'hui et finit par trouver la valeur de \$1 105,61 millions. Étant donné que la valeur obtenue par l'actualisation des flux de trésorerie est de 1 000 millions de \$ pour les opérations actuelles, la valeur de l'option permettant de contracter 50 % de ses opérations est de 105,61 millions\$. La valeur de options réelle de contraction représente une valeur supplémentaire de 10,56% des opérations commerciales existantes. Si une approche d'options réelles n'est pas utilisée, l'initiative des opérations sera sous-évaluée.

2.4 Option d'Abandon temporaire

Les entreprises sont souvent confrontées à des options complexes qui leur permettent d'abandonner temporairement un projet, c'est-à-dire de le mettre ne pause jusqu'à ce que les conditions s'améliorent.
On suppose qu'on est propriétaire d'un pétrolier opérant sur le marché à court terme. (En d'autres termes, on affréte le pétrolier voyage par voyage, aux taux d'affrètement à court terme en vigueur au début du voyage).

- L'exploitation du pétrolier coûte 5 millions de dollars par an
- aux taux actuels, il génère des revenus d'affrètement de 5,25 millions de dollars par an.

Le pétrolier est donc rentable, pour le moment. Supposons qu'aujourd'hui les tarifs des pétroliers baissent d'environ 10 % ce qui fait chuter les revenus à 4,7 millions de dollars. Il faut donc arrêter le fonctionnement du bateau.
Mais on ne peut pas décider à chaque voyage d'arrêter le pétrolier ou non. L'arrêt d'un pétrolier a un coût fixe. On ne veut pas engager ce coût pour regretter la décision à la période suivante, si les taux remontent à leur niveau antérieur. Plus les coûts de mise en réserve sont élevés et plus le niveau des taux d'affrètement est variable, plus la perte qu'on sera prêt à supporter avant d'abandonner le bateau et de l'immobiliser sera importante.
On suppose qu'on décide finalement de retirer le bateau du marché. On désarme le pétrolier temporairement. Si, par exemple, à des périodes futures :

- Les taux d'affrètement augmentent
- Les revenus de l'exploitation du pétrolier dépassent le coût d'exploitation de 5 millions de dollars

Est ce qu'on le remet en service immédiatement ? Non.
Si cela entraîne des coûts, il est plus logique d'attendre que le projet soit bien rentable et qu'on puisse être sûr de ne pas regretter le coût de la remise en service du pétrolier.

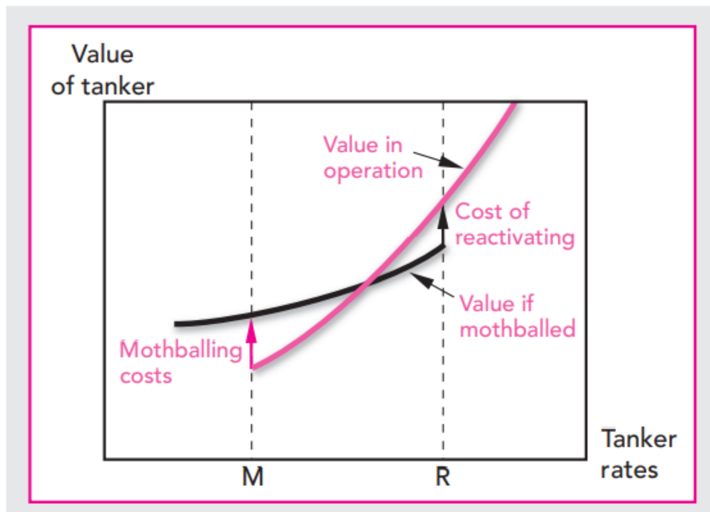
- La ligne colorée montre comment la valeur d'un pétrolier en exploitation varie en fonction du niveau des taux d'affrètement.
- La ligne noire montre la valeur du pétrolier lorsqu'il est mis en sommeil
- Le niveau des taux auquel il est rentable de mettre le navire en sommeil est donné par M
- Le niveau auquel il est rentable de le remettre en service est donné par R.

Plus les coûts de mise en réserve et de réactivation sont élevés et plus la variabilité des tarifs des pétroliers est grande, plus ces points seront éloignés les uns des autres. On peut constater que la mise en réserve est rentable pour nous dès que la valeur d'un pétrolier mis en réserve atteint la valeur d'un pétrolier en exploitation plus les coûts de mise en réserve.

La remise en service sera rentable dès que la valeur d'un pétrolier en service sur le marché au comptant atteindra la valeur d'un pétrolier mis en réserve plus les coûts de remise en service.
Si le niveau des taux est inférieur à M, la valeur du pétrolier est donnée par la ligne noire ; si le niveau est supérieur à R, la valeur est donnée par la ligne coloreur sur le graphique.
Si le niveau des taux se situe entre M et R, la valeur du pétrolier est donnée par la ligne noire.

Un pétrolier doit être mis en sommeil lorsque les tarifs pétroliers tombent à M, où la valeur du pétrolier en cas de mise en sommeil est suffisamment supérieure à sa valeur en exploitation pour couvrir les coûts de mise en sommeil. Le pétrolier est réactivé lorsque les tarifs remontent à R.

*Motherballed = Mise en sommeil (en arret)



2.5 Option de différer un investissement

De son côté, elle est différente des autres options expliquées précédemment. Cette option permet, par exemple, de retarder un investissement lorsque les conditions du marché ne semblent pas suffisamment favorables. Il s'agit en fait d'une option d'expansion, mais de type américaine.

2.5.1 Exemple : un marché à deux dates t = 0 et t = 1

Au lieu d'investir I_0 maintenant dans un projet dont la valeur actualisée des flux de trésorerie futurs est V_0 (pour lequel la VAN $=V_0 - I_0$ pourrait être négative).
une entreprise pourrait avoir l'option d'investir I_1 à t = 1.
L'entreprise n'effectuerait que l'investissement à t = 1 à condition que $V_1 > I_1$ et ne procédera pas autrement. Ainsi, le bénéfice à t = 1 sera $E_1 = (V_1 - I_1)_+$
le gain est comme une option d'achat avec un prix d'exercice I_1.
Ici , V_1 représente la valeur à t = 1 des flux de trésorerie futurs du projet. La valeur actuelle nette du projet avec l'option est $max[V_0 - I_0, E_0] \geq 0$.

En fait, une entreprise peut être impliquée dans un grand projetsur plusieurs étapes, et l'option de report pourrait s'appliquer à n'importe quelle étape du projet, où chaque étape peut impliquer des coûts supplémentaires.

3 Tarification des actifs non négociables

Dans l'évaluation des produits dérivés, nous avons supposé que le gain peut être reproduit en terme d'un actif sous-jacent négociable. Il existe de nombreux exemples où ce n'est pas le cas. Nous allons ici nous concentrer que sur des risques non couvrables qui sont souvent évalués à l'aide du concept d'équivalence de certitude ou de l'évaluation de l'indifférence. Nous utiliserons la tarification d'indifférence dans cette section.

3.1 Modélisation du marché

Soit H_0 la quantité de liquide détenus à t = 0, et H_1 le nombre d'actions risquées détenues à t = 0 et $R = (1 + r)$ où r répresente le taux d'intérêt d'une période.
A t = 1, le niveau des avoirs ne change pas, mais les actifs sous-jacents changent de valeur, ce qui donne ce qui donne $X(t) = H_0R + H_1S(1)$ où :

- $S(t)$ répresente la valeur de l'actif négociable à la date t.
- $X(t)$ est la valeur de portefeuille à l'instant t = t.

À la date t = 1, on considère quatre états possibles w_1, w_2, w_3, w_4. Supposons qu'il existe un actif négociable noté S. Supposons que S(w_1) = S(w_2) = S(1, ↑) (ceci désigne l'état de marché où l'actif S est en hausse) et S(w_3) = S(w_4) = S(1, ↓) (l'état de marché où l'actif S est en baisse). Nous supposons également qu'il existe des liquidités que nous pouvons placer sous forme d'intérêts.

On part d'une richesse initiale (à t = 0) égale à x, on peut investir en liquidité et en actions de sorte que : $x = H_0 + H_1S(0)$.
et à la date t = 1, on doit avoir $X(1) = H_0R + H_1S(1) = xR + H_1(S(1) - RS(0))$.

Mais comment choisir H_1 et H_0 ?

3.2 Fonction d'utilité

On considère qu'un investisseur peut avoir une fonction d'utilité U et séléctionner des investissement risqués en utilisant le critère de l'utilité espérée. Tout ce que nous demandons vraiment, c'est que notre investisseur ait un moyen de faire des choix face à des résultats incertains.
Un investissement X est préféré à Y si et seulement si $E[U(X)] > E[U(Y)]$.
tel que U soit :

- Une fonction croissante
- Une fonction concave;

La concavité nous dit qu'un investisseur préférera toujours $E[X]$ à X pour tout investissement risqué X.
Donc un investisseur choisira alors H_1 pour maximiser la valeur du portefeuille à la date t = 1 tel que $E[U(xR + H_1(S(1) - RS(0)))]$ soit maximale pour un certain H_1.

On cherche la valeur H^* et l'utilité maximale espérée $V(x)$. Ainsi, Nous donnons des probabilités associées aux quatre états $p1$, $p2$, $p3$, $p4$. Nous allons également écrire les probabilités de hausse et de baisse suivantes:

p(↑) = p1 + p2 et p(↓) = p3 + p4 = 1 - p(↑).

tel que : $U(x) = -exp(-\gamma x)$ pour un quelconque $\gamma > 0$.
Alors on a :

$E[U(xR + H_1(S(1) - RS(0)))]$
$= p(\uparrow)[-exp(-\gamma(xR+H_1(S(1,\uparrow)-RS(0)))] + p(\downarrow)[-exp(-\gamma(xR+H_1(S(1,\downarrow)-RS(0)))]$

Maintenant on dérive par rapport à H afin de trouver la quantité maximale H^*

$H_1^* = -\frac{1}{\gamma(S(1,\uparrow)-S(1,\downarrow))} ln[-\frac{p(\downarrow)(S(1,\downarrow)-RS(0))}{(\uparrow)(S(1,\uparrow)-RS(0))}]$

$= -\frac{1}{\gamma(S(1,\uparrow)-S(1,\downarrow)} ln[\frac{p(\downarrow)(1-\pi)}{p(\uparrow)}\pi]$

En l'absence d'hypothèses d'oppurtunités d'arbitrage, il faut que $(S(1,\uparrow) - S(0))(S(1,\downarrow) - S(0)) < 0$, donc il n'y a aucun problèmes à prendre le logarithme pour l'équation ci-dessus. Supposons que :

$S(1,\downarrow) < S(0) < S(1,\uparrow)$

Maintenant, on injecte la valeur de H_1^* dans la fonction d'utilité U, on obtient (noté V ici car utilité maximale) :

$V(x) = -p(\uparrow)^\pi p(\downarrow)^{1-\pi}[(\frac{RS(0)-S(1,\downarrow)}{S(1,\uparrow)-RS(0)})^{1-\pi} + (\frac{S(1,\uparrow)-RS(0))}{RS(0)-S(1,\downarrow)})^\pi]exp(-\gamma xR)$

$= -exp(-\gamma xR)\frac{p(\uparrow)^\pi p(\downarrow)^{1-\pi}}{\pi^\pi(1-\pi)^{1-\pi}}$

Nous pouvons remarquer que ${H_1}^*$ ne dépend pas de la richesse initiale x et que le nombre π est la probabilité risque neutre que le prix monte.

$\pi = \frac{RS(0)-S(1,\downarrow)}{S(1,\uparrow)-S(1,\downarrow)}$.

4 Conclusion

La méthode des options réelles peut paraître utile pour l'évaluation des projets dans un univers incertain puisqu'elle complète l'approche par la VAN classique. Cependant, ce travail ne se veut pas être exhaustif dans sa présentation de cette approche, il s'est focalisé surtout sur quelque notion de base en mettant en évidence quelques exemples d'applications qui permettent de comprendre le dépassement de la VAN classique dans l'analyse de la rentabilité des projets. Tout en ayant l'avantage d'intégrer la notion de flexibilité, l'approche des options réelles a cependant quelques limites. L'évaluation d'un investissement par cette méthode est exposée à une multitude de risques liés soit à l'utilisation d'un modèle inadapté soit à l'utilisation de mauvais intrants dans un modèle adapté. Le choix des options et la détermination des moments opportuns pour leurs mises en jeu figurent parmi les difficultés lors de la méthode d'évaluation par les options réelles.
L'identification d'une option est l'un des atouts majeurs pour cette méthode d'évaluation de projets. Le moment de mise en jeu dépend de l'analyse, des prévisions et des degrés des risques que peut tolérer les décideurs de l'investissement. Par conséquent les dirigeants des entreprises doivent se rappeler constamment que la valorisation des projets par les options réelles est un outil nécessaire mais pas suffisant pour la prise de décision dans l'évaluation des risques. Les prévisions des gestionnaires doivent leur permettre de bien cerner les différents risques éventuels pouvant toucher leurs projets et donc participer à une bonne conception des options réelles.

References

[1] Brealey, Myers Allen, 2011, Principles of Corporate Finance, McGraw-Hill (chapitre 22)

[2] Van der Hoek Elliott, 2006, Binomial Models in Finance, Springer (chapitre 14)