

WYMIANA CIEPŁA I MASY – OPRACOWANIE PYTAŃ

1. Ciepło właściwe, definicje, związki z entalpią i energią wewnętrzną

Ciepłem właściwym nazywamy ilość energii jaka jest niezbędna do podgrzania 1 kg masy substancji o 1K. Ilość tej energii zależy jednak od tego w jaki sposób przebiegnie proces podgrzewania:

- a) $V = \text{const} \rightarrow$ ciepło właściwe c_v (przy stałej objętości)
- b) $p = \text{const} \rightarrow$ ciepło właściwe c_p (przy stałym ciśnieniu)

Dla gazów doskonałych obowiązuje zależność: $c_p > c_v$ gdyż: $c_p = c_v + R'$, gdzie R' to indywidualna stała gazowa.

Ciepło właściwe substancji zależy zarówno od ciśnienia jak i temperatury. Przy niższym ciśnieniu większość gazów zachowuje się jak gazy idealne i ich ciepło właściwe jest funkcją temperatury – można pominąć wpływ ciśnienia.

Entalpia H jest ekstensywną (globalną) funkcją stanu, ma wymiar energii, lecz nie jest energią bo nie podlega prawu zachowania

$$H = U + pV$$

H – Entalpia

U – Energia wewnętrzna [J]

p – ciśnienie absolutne (w próżni)

V – objętość

Po odniesieniu entalpii do jednostki masy otrzymujemy **entalpię właściwą h**:

$$h = \frac{dH}{dm}$$

Forma energii związanej z molekularną budową materii, określającą aktywność molekuł to **Energia wewnętrzna U** [J]. Po odniesieniu energii wewnętrznej do jednostki masy otrzymujemy **energię wewnętrzną właściwą u**:

$$u = \frac{dU}{dm}$$

Nieskończenie małą zmianę energii wewnętrznej właściwej (u) i entalpii właściwej (h) gazów doskonałych, można wyrazić:

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

W zastosowaniach technicznych operujemy skończonymi przyrostami i wtedy należy posługiwać się ciepłem właściwym wyznaczonym dla przedziału temperatur ΔT :

$$\Delta u = c_{v_s} \Delta T$$

$$\Delta h = c_{p_s} \Delta T$$

Dla układów o zadanej masie m:

$$\Delta U = m \cdot c_{v_{sr}} \Delta T$$

$$\Delta H = m \cdot c_{p_{sr}} \Delta T$$

Dla substancji których gęstość nie zależy od temperatury i ciśnienia (substancje nieściśliwe) ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu jest równe ciepłu właściwemu przy stałej objętości. Dla potrzeb zagadnień z wymiany ciepła przyjmuje się, że ciecze i ciała stałe są nieściśliwe.

$$c_{sr} = c_{v_{sr}} = c_{p_{sr}}$$

$$\Delta U = m \cdot c_{sr} \cdot \Delta T$$

Z zależności wynika więc, że ciepło właściwe ciał nieściśliwych zależy tylko od temperatury

2. Pierwsza zasada termodynamiki

Znana w postaci reguły zachowania energii głosi, że:

Energia w dowolnym procesie nie może być wytworzona ani zniszczona, może jedynie zmienić swoją formę.

Zmiana całkowitej energii układu jest równa różnicy między energią dostarczoną do układu i energią wyprowadzoną z układu.

Energia może być przekazywana w wyniku:

- a) transportu ciepła
- b) transportu masy
- c) pracy wykonanej na układzie

$$E_{\text{całkowita}} = E_{\text{wewnętrzna}} + E_{\text{kinetyczna}} + E_{\text{potencjalna}}$$

Uproszczona zasada zachowania energii:

Całkowita energia dostarczona do układu	—	Całkowita energia wyprowadzona z układu	=	Zmiana całkowitej energii układu
---	---	---	---	--

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{system} \quad \rightarrow \quad \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \frac{d E_{system}}{dt}$$

Energia układu jest funkcją stanu, zatem nie ulega zmianie jeżeli stan układu nie zmienia się, układ taki nazywamy układem stacjonarnym.

Gdy w układzie nie występują takie formy energii jak: grawitacja, e. elektryczna, magnetyczna, to zmiana energii całkowitej układu sprowadza się do zmiany energii wewnętrznej układu:

$$\Delta E = \Delta U$$

3. Bilans energii układów zamkniętych, układów stacjonarnych, bilans energii powierzchniowej

Dla systemów zamkniętych:

Poniższe zagadnienia dotyczą sytuacji gdy masa układu nie ulega zmianie w czasie.

Całkowita energia układu jest równa energii wewnętrznej układu.

Bilans takiego układu w uogólnieniu można zapisać jako:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta U = mc_v \Delta T$$

Jeżeli w systemie zamkniętym mamy do czynienia tylko z wymianą ciepła (praca nie jest wykonywana na układzie) to bilans upraszcza się do:

$$Q = mc_v \Delta T$$

Dla systemów o przepływach stacjonarnych:

W przypadku gdy mamy do czynienia z przepływem masy przez układ (wymienniki ciepła) wybieramy wyodrębniony obszar który określamy objętością kontrolną V.



W systemach stacjonarnych w objętości kontrolnej V energia całkowita nie zmienia się.

W takim przypadku energia całkowita dostarczona do układu musi być równa energii opuszczającej układ. Masę przepływającą w jednostce czasu przez granicę systemu

(powierzchnię ograniczającą objętość kontrolną) określamy strumieniem masy $\dot{m} \left[\frac{kg}{s} \right]$.

Jeśli rozważymy przykładowo przepływ przez przewód, wtedy strumień masy jest proporcjonalny do powierzchni przekroju przewodu A_c , gęstości płynu i prędkości przepływu:

$$\dot{m} = \rho v A_c$$

Objętość płynu przepływającą w jednostce czasu przez objętość kontrolną nazywamy strumieniem objętości:

$$\dot{V} = v A_c = \frac{\dot{m}}{\rho}$$

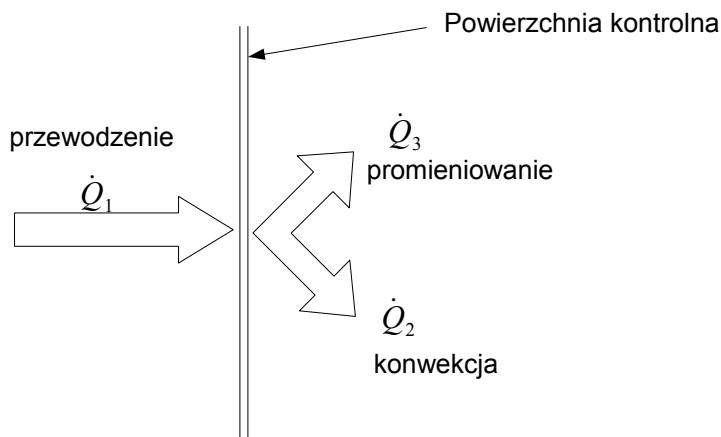
W przepływach stacjonarnych strumień masy dopływającej jest równy strumieniowi masy wypływającej z objętości kontrolnej

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} = \dot{m}$$

Jeżeli zaniedbamy zmianę energii kinetycznej i potencjalnej w czasie przepływu przez objętość kontrolną, to bilans energii cieplnej to bilans energii cieplnej dla przepływów stacjonarnych wynosi:

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$$

Bilans energii dla powierzchni kontrolnej



Rysunek przedstawia przykładowy bilans energii cieplnej dla powierzchni kontrolnej, która jest zewnętrzną ścianą budynku

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3$$

Powierzchnia kontrolna nie posiada masy, więc nie może gromadzić energii. Bilans energii zapisujemy jako:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

Wyrażenie to nie posiada postaci różniczkowej.

Przykład:

Ciepło jest przewodzone przez ścianę ogrzewanego w zimie budynku do zewnętrznej powierzchni ściany. Z tej powierzchni jest odbierane przez konwekcję w wyniku omywania ściany przez zimne powietrze. Dodatkowo zewnętrzna powierzchnia ściany wypromieniowuje ciepło do zimnego otoczenia.

4. Opisać podstawy wymiany ciepła przez przewodzenie

Ciepło jest tą formą energii, która może być przemieszczona z jednego systemu do drugiego w wyniku różnic temperatury.

Przewodzenie ciepła zachodzi od cząstek substancji o wyższej temperaturze do cząstek substancji o niższej temperaturze w wyniku ich wzajemnego oddziaływania na siebie. Ma miejsce w ciałach stałych, cieczach i gazach.

W cieczach i gazach zachodzi w wyniku zderzeń molekuł i ich niezorganizowanego przemieszczenia w wyniku ich przypadkowych ruchów.

W płynach przekazywana jest energia kinetyczna atomów i molekuł.

W ciałach stałych przewodzenie zachodzi w wyniku drgań atomów i ruchów swobodnych elektronów. Wyłącznie przez przewodzenie zachodzi wymiana ciepła w ciałach stałych nieprzenikliwych i nieodkształcalnych.

Szybkość przewodzenia ciepła przez ośrodek zależy od kształtu, grubości i rodzaju materiału, oraz od różnicy temperatury ciała przewodzącego ciepło:

$$\dot{Q}_{cond} = \lambda \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad [W]$$

Zdolność substancji do przewodzenia ciepła jest charakteryzowana przez **przewodność cieplną** (współczynnik przewodzenia ciepła λ) $\left[\frac{W}{mK} \right]$. Im wyższa przewodność cieplna tym lepszym przewodnikiem ciepła jest dana substancja.

Zatem przewodność ciepła jest miarą strumienia ciepła transportowanego przez materiał o jednostkowej grubości, powierzchni i różnicy temperatur.

Przewodność cieplna materiałów można wyznaczyć doświadczalnie, mierząc temperaturę na ogrzewanej i nieogrzewanej powierzchni próbki w doskonale izolowanym układzie.

$$\lambda = \frac{L}{A(T_1 - T_2)} \dot{Q}$$

\dot{Q} - moc grzejnika elektrycznego użytego do ogrzania powierzchni A

T_1 - temperatura powierzchni ogrzewanej

T_2 - temperatura powierzchni nie ogrzewanej

L - grubość próbki

Przewodność cieplna gazów jest odwrotnie proporcjonalna od pierwiastka kwadratowego z masy molowej a proporcjonalna do temperatury gazu.

Przewodność cieczy jest większa niż gazów.

Współczynnik wyrównania temperatury określa stosunek zdolności materiału do przewodzenia ciepła i gromadzenia ciepła.

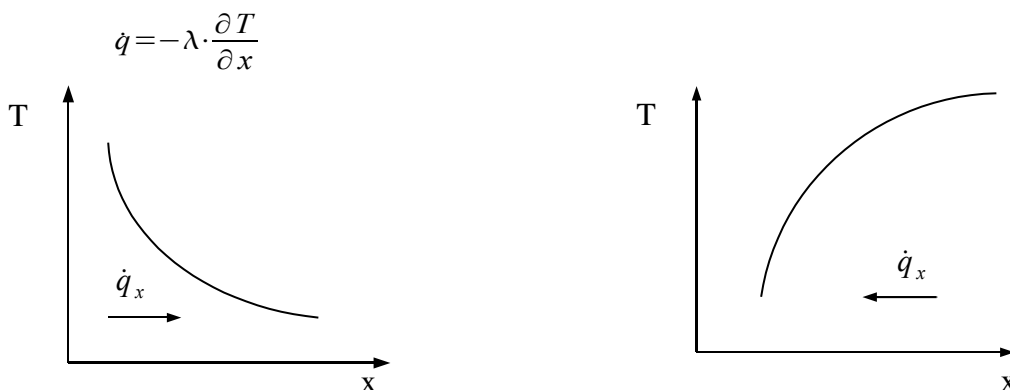
$$a = \frac{\text{przewodzenie}}{\text{akumulacja}} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$$

wysoka dyfuzyjność – przewodzenie ciepła

mała dyfuzyjność – gromadzenie ciepła

Prawo Fouriera:

Gęstość strumienia ciepła jest proporcjonalna do gradientu temperatury w kierunku prostopadłym do powierzchni izotermicznej



5. Opisać podstawy konwekcyjnej wymiany ciepła

Przewodzenie ciepła w płynach połączone jest z konwekcją, czyli ruchem makroskopowym płynu (lub odkształconego ciała stałego)

Przejmowanie ciepła na powierzchni ciał stałych obmywanych przez ciecze czy gazy zachodzi w wyniku konwekcji.

Rozpatrzmy płytę o temperaturze wyższej niż otaczającej ją powietrze.

Przy powierzchni płyty ciepło jest przewodzone do molekuł powietrza przylegających do gorącej płyty i następnie jest unoszone przez poruszające się powietrze. Ruch płynu powoduje, że cząsteczki ogrzanego powietrza są unoszone a na ich miejscu pojawiają się nowe, które przejmują ciepło. Procesy chłodzenia cieczą, które związane są ze zmianą stanu skupienia też zaliczamy do konwekcyjnej wymiany ciepła (powstanie pary wodnej na gorącej płycie chłodzonej wodą).

Konwekcja swobodna – ma miejsce pod wpływem działania sił masowych wywołujących różnicę temperatur (np. siły ciężkości)

Konwekcja wymuszona – ma miejsce pod wpływem działania sił zewnętrznych (pompa, sprężarka, wentylator)

Wraz ze wzrostem prędkości ośrodka rośnie konwekcyjna wymiana ciepła.

Prawo Newtona (pozwala opisać strumień ciepła przejmowanego przez konwekcję):

$$\dot{Q}_{conv} = \alpha_{conv} \cdot A_s (T_s - T_{\infty})$$

α_{conv} – współczynnik przejmowania ciepła $\left[\frac{W}{m^2 K} \right]$

A_s – powierzchnia przejmowania [m^2]

T_s – temperatura powierzchni [K]

T_{∞} – temperatura płynu w znacznej odległości od powierzchni

współczynnik przejmowania ciepła zależy od typu konwekcji i ośrodka obmywającego ciało (wyróżniamy: konwekcja swobodna gazów, cieczy, wymuszona gazów, cieczy, wrzenie i kondensacja cieczy)

6. Opisać podstawy wymiany ciepła przez promieniowanie

Promieniowanie jest energią emitowaną przez substancje w postaci fal elektromagnetycznych.

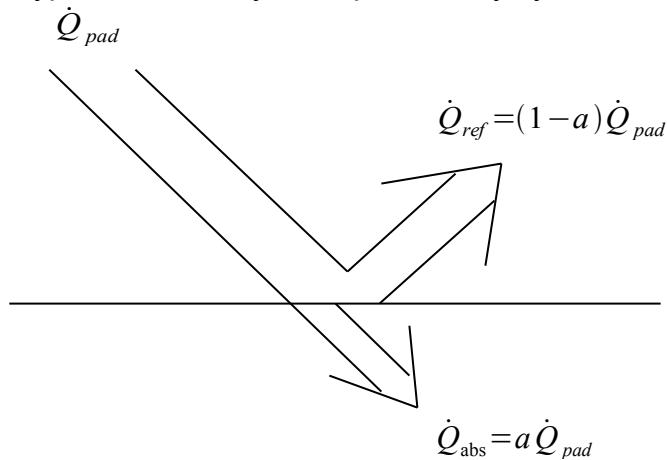
Radiacyjna wymiana ciepła polega na wysyłaniu przez ciało o temperaturze wyższej niż 0 K fal elektromagnetycznych, takich samych jak fale promieniowania świetlnego, ale obejmujących zakres długości od 0 do ∞ . Obejmuje promieniowanie widzialnej i niewidzialnej. Radiacyjna wymiana ciepła może odbywać się między ciałami nie stykającymi się jak również stykającymi się.

Radiacyjna wymiana ciepła nie wymaga istnienia medium pośredniczącego (tak jak to miało miejsce podczas konwekcyjnej wymiany ciepła).

Radiacyjna wymiana ciepła jest bardzo szybka, odbywa się z prędkością światła. W próżni

nie występuje pochłanianie promieniowania i nie ma strat ciepła, w ten sposób ciepło Słońca dociera do Ziemi.

Promieniowanie jest zjawiskiem zachodzącym w całej objętości substancji do pewnego stopnia. W praktyce jednak, jest traktowane jako zjawisko powierzchniowe zwłaszcza w przypadku ciał stałych nieprzezroczystych.



Gdy promieniowanie pada na powierzchnię ciała to:

- część energii jest pochłonięta (a – absorpcyjność)
- część energii jest odbita (r – refleksyjność)
- część energii jest przepuszczona (p – przepuszczalność)

Promieniowanie ciała może więc obejmować zarówno promieniowanie własne jak i odbite.

Strumień cieplny promieniowania własnego wysyłanego we wszystkich kierunkach nazywamy strumieniem emisji, jest on określany dla ciała doskonale czarnego i opisuje go **Prawo Stefana-Boltzmanna**:

$$\dot{Q} = \sigma \cdot A_s \cdot T_s^4$$

σ – stała promieniowania równa $5,67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$

Promieniowanie emitowane przez ciała rzeczywiste (szare):

$$\dot{Q}_{emit} = \varepsilon \sigma \cdot A_s \cdot T_s^4$$

ε – emisyjność powierzchni $0 < \varepsilon < 1$ określa jak bardzo dana powierzchnia zbliżona jest do ciała idealnie czarnego dla którego $\varepsilon = 1$

Absorpcyjność powierzchni α określa udział energii promieniowania jaka jest pochłonięta przez powierzchnię do całkowitej energii promieniowania docierającej do tej powierzchni.

Dla ciała doskonale czarnego $\alpha = 1$ (ciało pochłania całą docierającą do niego energię). Emisyjność i absorpcyjność są funkcjami temperatury.

Prawo promieniowania Kirchhoffa mówi, że dla tej samej temperatury i tej samej długości fali promieniowania:

$$\alpha = \varepsilon$$

Zatem strumień energii pochłoniętej przez ciało:

$$\dot{Q}_{\text{abs}} = a \dot{Q}_{\text{pad}}$$

\dot{Q}_{pad} - określa całkowity strumień energii promieniowania padającego na powierzchnię ciała.

Różnica między strumieniem emitowanym przez powierzchnię a strumieniem pochłoniętym przez powierzchnię jest określona jako bezwzględna wymiana ciepła przez promieniowanie.

Jeżeli $\dot{Q}_{\text{poch}} > \dot{Q}_{\text{emit}}$ to powierzchnia ciała *przejmie* ciepło przez promieniowanie

Jeżeli $\dot{Q}_{\text{poch}} < \dot{Q}_{\text{emit}}$ to powierzchnia ciała *traci* ciepło przez promieniowanie

Zagadnienie wymiany ciepła przez promieniowanie między dwoma powierzchniami jest skomplikowanym procesem – zależy od emisyjności, absorbcyjności powierzchni, wzajemnej orientacji powierzchni i konwekcyjnej wymiany ciepła.

Gdy powierzchnia A o temperaturze T_s jest otoczona przez znacznie większą powierzchnię o temperaturze T_a i są one oddzielone gazem nie promieniującym (powietrze), wtedy wymianę ciepła możemy opisać wzorem:

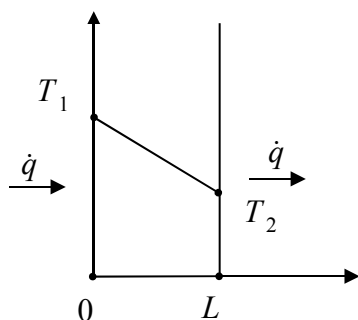
$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \cdot \sigma A_s (T_s^4 - T_a^4)$$

radiacyjna wymiana ciepła na powierzchni zachodzi równolegle z konwekcyjną wymianą ciepła. Gdy zachodzą trudności w rozdzieleniu tych dwóch mechanizmów:

$$\dot{Q}_{\text{cal}} = \alpha_{\text{cal}} \cdot \sigma A_s (T_s^4 - T_\infty^4)$$

α_{cal} - całkowity współczynnik wymiany ciepła

7. Wyprowadzić rozwiązanie stacjonarnego przewodzenia ciepła w płycie



Stosujemy jednowymiarowe równanie przewodzenia ciepła w postaci:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

Założmy, że mamy do czynienia z ustalonym polem temperatury i brakiem źródeł ciepła.

Temperatura zmienia się tylko w kierunku grubości:

$$T=T_1 \text{ dla } x=0$$

$$T=T_2 \text{ dla } x=L$$

Całkując pierwsze równanie:

$$\frac{dT}{dx}=C_1$$

$$T(x)=C_1 x+C_2$$

Podstawiając warunki początkowe:

$$T(0)=T_1=C_1 \cdot 0+C_2=C_2$$

↓

$$C_2=T_1$$

$$T(L)=T_2=C_1 \cdot L+C_2$$

↓

$$C_1=\frac{T_2-T_1}{L}$$

Podstawiając stałe C_1 i C_2 do równania:

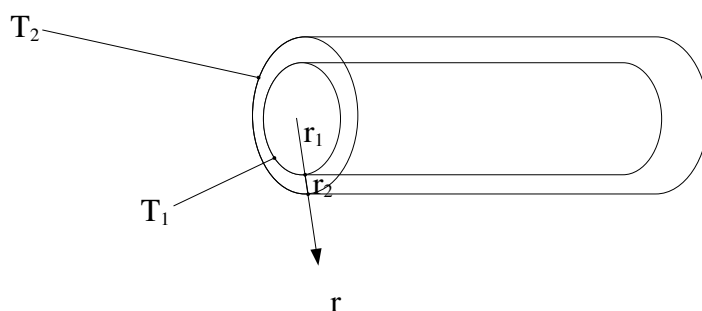
$$T(x)=\frac{T_2-T_1}{L}x+T_1$$

Podstawiamy temperaturę do równania strumienia ciepła:

$$\dot{Q}=\frac{-\lambda \cdot A \cdot dT}{dx}=-\lambda A \frac{T_2-T_1}{L}=\lambda A \frac{T_1-T_2}{L}$$
$$\dot{q}=\frac{\dot{Q}}{A}$$

8. Wyprowadzić równanie stacjonarnego przewodzenia ciepła w walcu

Rozpatrzmy przewód kołowy o zadanej temperaturze zewnętrznej (T_2) i wewnętrznej (T_1), które nie zmieniają się w czasie. Przewód posiada stały współczynnik przewodzenia λ



$$\frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$T(r_1) = T_1$$

$$T(r_2) = T_2$$

Rozkład temperatury jest symetryczny względem osi przewodu. Zastosujemy współrzędne cylindryczne. Całkując:

$$r \frac{dT}{dr} = C_1 \rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

$$T(r) = C_1 \ln(r) + C_2$$

Podstawiając warunki początkowe:

$$T(r_1) = T_1 \rightarrow C_1 \ln(r_1) + C_2 = T_1$$

$$T(r_2) = T_2 \rightarrow C_1 \ln(r_2) + C_2 = T_2$$

Wyprowadzając stałe całkowania:

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$C_2 = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln(r_1)$$

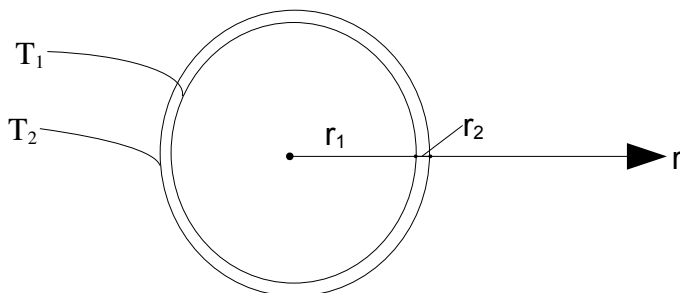
w rezultacie:
$$T(r) = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (T_2 - T_1) + T_1$$

$T(r)$ obrazuje rozkład temperatury w ścianie rury.

Z prawa Fouriera:

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT(r)}{dr} = -\lambda (2\pi r L) \frac{C_1}{r} = -2\pi \lambda L C_1 = 2\pi \lambda L \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

9. Wyprowadzić równanie stacjonarnego przewodzenia ciepła w kuli



Rozpatrzmy powłokę sferyczną o promieniach: wewnętrznym (r_1) i zewnętrznym (r_2). Temperatura ścianki powłoki nie zmienia się w czasie. Przyjmujemy również stały

współczynnik przewodzenia ciepła oraz brak źródeł ciepła.

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$T(r_1) = T_1$$

$$T(r_2) = T_2$$

Całkując:

$$r^2 \frac{dT}{dr} = C_1 \rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2}$$

$$T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

$$T(r_1) = T_1 \rightarrow -\frac{C_1}{r_1} + C_2 = T_1$$

$$T(r_2) = T_2 \rightarrow -\frac{C_1}{r_2} + C_2 = T_2$$

$$C_1 = -\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} (T_1 - T_2)$$

$$C_2 = \frac{r_2 T_2 - r_1 T_1}{r_2 - r_1}$$

Z prawa Fouriera:

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dr} = -\lambda (4\pi r^2) \frac{C_1}{r^2} = -4\pi \lambda C_1 = 4\pi \lambda r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1}$$

10. Ogólne równanie przewodzenia ciepła

Jednowymiarowe równanie przewodzenia ciepła może być zapisane w postaci:

$$\frac{1}{r_n} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \cdot \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{e}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

dla:

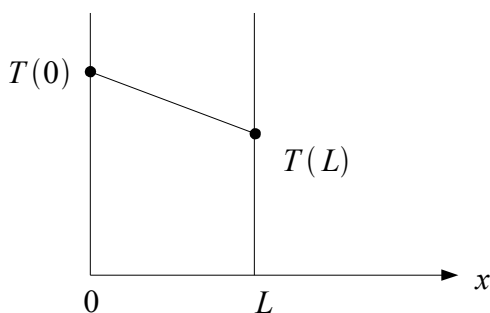
$n = 0$ dla płyty (wtedy $r = x$)

$n = 1$ dla walca

$n = 2$ dla kuli

11. Wyprowadzić warunki brzegowe wymiany ciepła, omówić szczegółowo dwa wybrane warunki brzegowe

Rozważmy przewodzenie ciepła w płycie. Pole temperatury płyty będzie zależać od warunków wymiany ciepła na powierzchni płyty. Dla jednowymiarowego przewodzenia ciepła potrzebne są dwa warunki brzegowe.



$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

Jeśli rozważymy przewodzenie ciepła w dwóch kierunkach, to musimy podać 4 warunki brzegowe, jeśli w trzech to sześć.

Musimy podać po dwie stałe dla każdej współrzędnej. Warunki brzegowe nie są wystarczające – potrzebujemy również warunki początkowe (gdyż równanie różniczkowe zawiera pochodną pola temperatury po czasie). Warunkiem początkowym jest rozkład temperatury w objętości ciała w czasie $t = 0$.

W przypadku szczególnym dla równomiernego rozkładu temperatury w ośrodku wystarczy podać wartość temperatury w jednym punkcie. Na ogół pole temperatury nie jest równomierne i musimy podać początkowy rozkład temperatury ośrodka.

Warunek brzegowy I rodzaju:

Na powierzchni ciała zadana jest temperatura T . Dla jednowymiarowego przewodzenia ciepła w płycie o grubości L musimy podać:

$$T(0, t) = T_1$$

$$T(L, t) = T_2$$

Warunek brzegowy II rodzaju:

Jeżeli dysponujemy wiedzą o energii cieplnej docierającej do lub odbieranej z powierzchni brzegowej należy warunki brzegowe sformułować w postaci gęstości strumienia ciepła na

powierzchni $\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$

Istotne jest określenie znaku (+/-):

- (+) jeśli strumień skierowany jest zgodnie z kierunkiem osi układu współrzędnych
- (-) jeśli strumień skierowany jest zgodnie z kierunkiem osi układu współrzędnych

[Szczególne przypadki II warunku brzegowego w dodatku A]

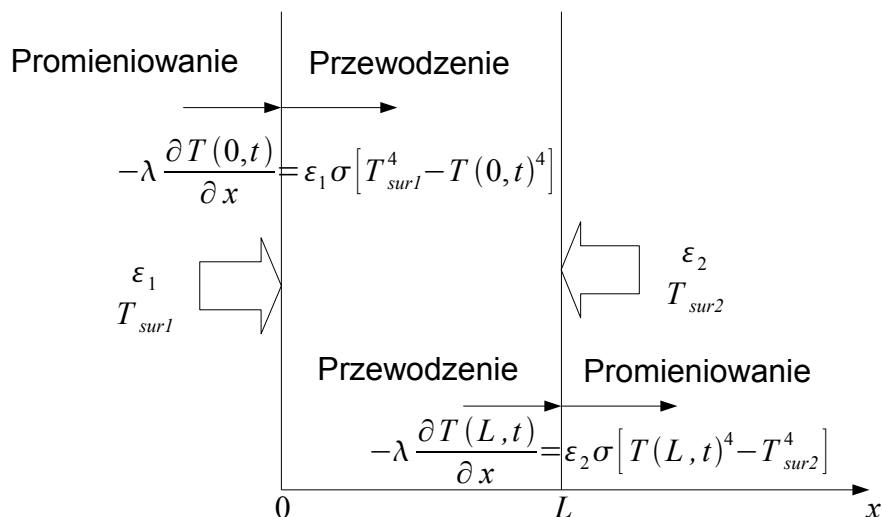
Warunek brzegowy III rodzaju:

Zdecydowana większość zagadnień wymiany ciepła na powierzchni zachodzi poprzez konwekcję. Jest to związane z faktem, że powierzchnie te mają kontakt z powietrzem lub innymi płynami. Warunek III rodzaju sprowadza się do bilansu energii powierzchni brzegowej.

Przewodzenie ciepła do powierzchni brzegowej w określonym kierunku = Konwekcyjny strumień ciepła w tym samym kierunku

Radiacyjny warunek brzegowy:

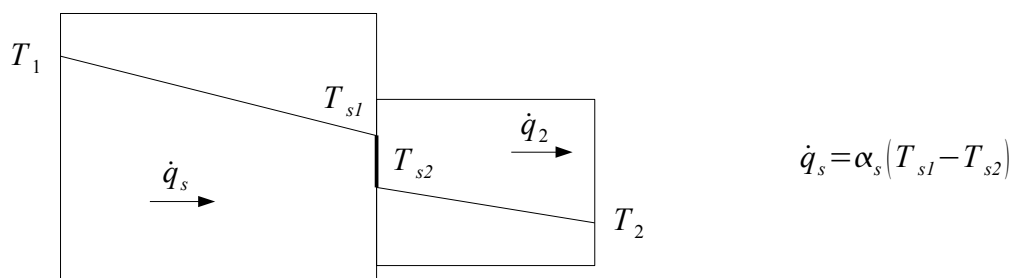
Jest on warunkowany brakiem płynu w otoczeniu układu nagrzewanego lub chłodzonego.



T_{sur} – temperatura powierzchni otaczających obiekt [K]

W procesach gdzie dominuje konwekcyjna wymiana ciepła, straty ciepła przez promieniowanie pomija się (lub nieznacznie podwyższa konwekcyjny współczynnik przejmowania ciepła)

Warunek brzegowy IV rodzaju:



W układzie składającym się z wielu brył stykających się ze sobą na granicy tych ciał występuje uskoki temperatury, gęstość strumienia ciepła przekazywanego z jednego ciała na drugie jest wprost proporcjonalna do różnicy temperatur powierzchni tych ciał.

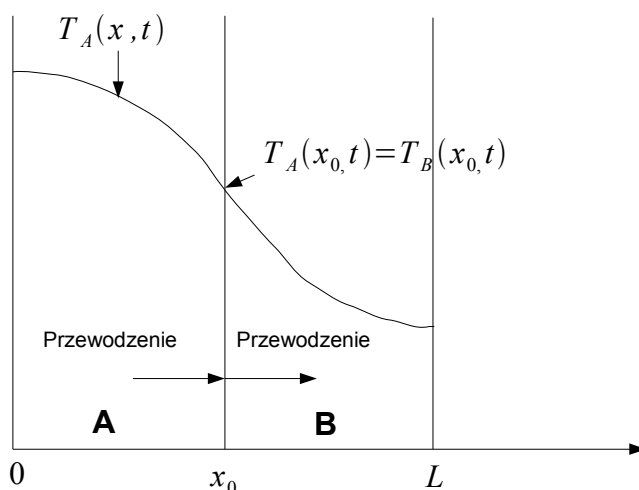
Uskok temperatury na powierzchni styku ciał jest związany z oporem kontaktowym przewodzenia ciepła:

$$r_s = \frac{1}{\alpha_s}$$

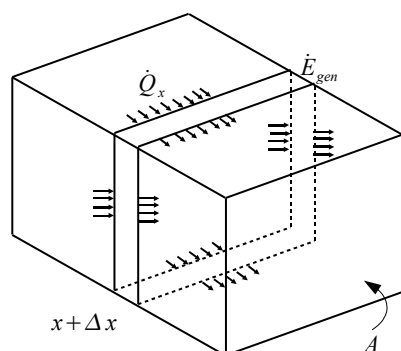
Jeżeli opór kontaktowy na powierzchni ciał A i B można pominąć. Stosowana jest nieco inna postać IV warunku brzegowego:

$$T_A(x_0, t) = T_B(x_0, t)$$

$$\dot{q}_s = -\lambda_A \frac{\partial T_A(x_0, t)}{\partial x} = -\lambda_B \frac{\partial T_B(x_0, t)}{\partial x}$$



12. Wyprowadzić rozwiązanie jednowymiarowego przewodzenia ciepła w płycie



Wyberzmy element o grubości Δx , gęstości ρ oraz ciepłe właściwym c .

$$A_x = A_{x+\Delta x}$$

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{E}_{gen} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Związek energii elementarnej można wyrazić:

$$\Delta E = \Delta E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c A \Delta x (T_{t+\Delta t} - T_t)$$

Ciepło generowane w elemencie:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{e}_{gen} \cdot V = \dot{e}_{gen} \Delta x A$$

Razem z bilansem:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{e}_{gen} \Delta x A &= \rho c A \Delta x \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \quad / : A \Delta x \\ \frac{1}{A} \left(\frac{\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x}}{\Delta x} \right) + \dot{e}_{gen} &= \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x}}{\Delta x} &= \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda A \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{e}_{gen} &= \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned}$$

Zakładając, że współczynnik przewodności cieplnej jest stały:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dot{e}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Dla niestacjonarnego przewodzenia, gdy brak źródeł ciepła:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Dla stacjonarnego przewodzenia ciepła $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$:

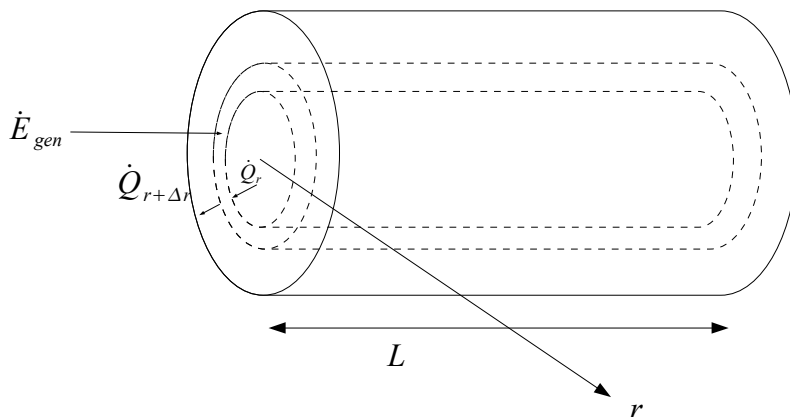
$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dot{e}_{gen} = 0$$

Analogicznie, gdy brak źródła ciepła:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

(pochodna cząstkowa zależy tylko od x więc można ją zamienić na pochodną zwykłą)

13. Wyprowadzić rozwiązanie jednowymiarowego przewodzenia ciepła w walcu



Przewodzenie w walcach o znacznej długości w porównaniu do średnicy zachodzi głównie w kierunku promienia walca. Przewodzenie wzdłuż osi walca można zaniedbać. W takich przypadkach wybranie współrzędnych cylindrycznych sprowadza zagadnienie do jednowymiarowego

Zagadnienie sprowadza się do bilansu energii dla nieskończenie cienkiej powłoki cylindrycznej o grubości Δr , przyjmujemy długość walca L , gęstość ρ i ciepło właściwe c . Powierzchnia przewodzenia ciepła w tym przypadku to powierzchnia powłoki $A = 2\pi r L$ (powierzchnia jest funkcją promienia). Bilans Energii w krótkim przedziale czasu opisuje wzór:

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Zmiana energii elementarnej:

$$\Delta E = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c A \Delta r (T_{t+\Delta t} - T_t)$$

Ciepło generowane w tym elemencie:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{e}_{gen} V = \dot{e}_{gen} A \Delta r$$

Reasumując bilans:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{e}_{gen} A \Delta r &= \rho c A \Delta r \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \\ \frac{1}{A} \cdot \frac{\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r}}{\Delta r} + \dot{e}_{gen} &= \rho c \cdot \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0, \Delta r \rightarrow 0} \frac{\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r}}{\Delta r} &= \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(-\lambda A \frac{\partial T}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{e}_{gen} &= \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned}$$

Współczynnik przewodzenia ciepła można potraktować jako stały, otrzymujemy:

$$\lambda \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + \dot{e}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Dla niestacjonarnej wymiany ciepła, gdy brak źródła ciepła:

$$\lambda \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

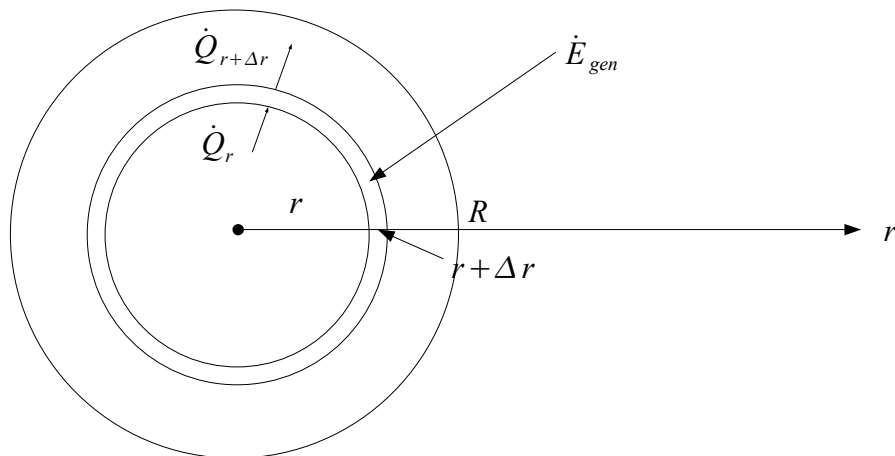
Dla stacjonarnej wymiany ciepła $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$:

$$\lambda \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{d^2 T}{dr^2} \right) + \dot{e}_{gen} = 0$$

W przypadku gdy brak źródła ciepła:

$$\lambda \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{d^2 T}{dr^2} \right) = 0$$

14. Wyprowadzić rozwiązanie jednowymiarowego przewodzenia ciepła w kuli



Rozpatrzmy nieskończenie cienką powłokę kulistą o grubości r . Przyjmując sferyczny układ współrzędnych zagadnienie staje się jednowymiarowe.

R – średnica kuli

ρ – gęstość

c – ciepło właściwe

A – powierzchnia przewodzenia = $4\pi r^2$, powierzchnia jest funkcją promienia r .

Bilans energii dla takiego elementu w krótkim przedziale czasu Δt wynosi:

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{E}_{gen} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Zmianę energii elementarnej można wyrazić poprzez:

$$\Delta E = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c A \Delta r (T_{t+\Delta t} - T_t)$$

Ciepło generowane w elemencie:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{e}_{gen} V = \dot{e}_{gen} A \Delta r$$

Reasumując:

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{e}_{gen} A \Delta r = \rho c A \Delta r \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r}}{\Delta r} + \dot{e}_{gen} = \rho c \cdot \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0, \Delta r \rightarrow 0} \frac{\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r}}{\Delta r} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(-\lambda A \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{e}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Współczynnik przewodzenia ciepła można potraktować jako stały, otrzymując:

$$\lambda \left(\frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + \dot{e}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Niestacjonarna wymiana bez źródła ciepła:

$$\lambda \left(\frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

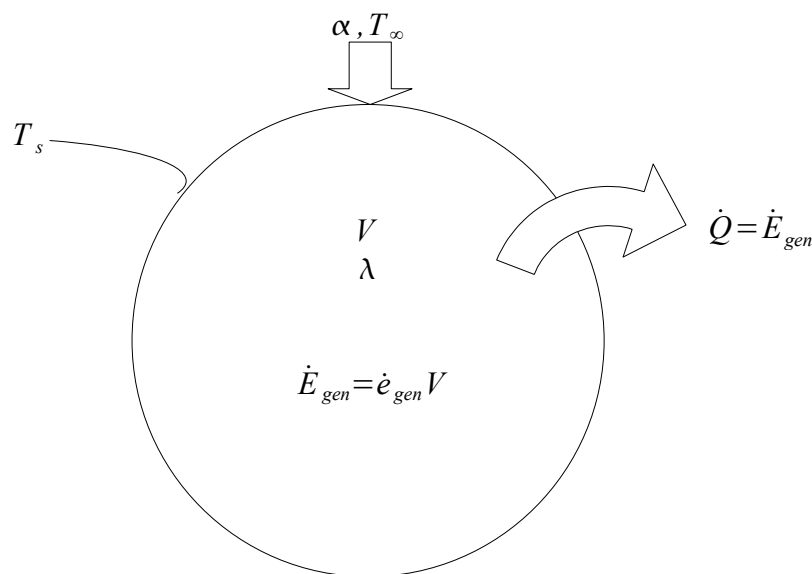
Stacjonarna wymiana ciepła $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$:

$$\lambda \left(\frac{2}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{d^2 T}{dr^2} \right) + \dot{e}_{gen} = 0$$

Stacjonarna wymiana w przypadku gdy brak źródła ciepła:

$$\lambda \left(\frac{2}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{d^2 T}{dr^2} \right) = 0$$

15. Bilans ciepła układów stacjonarnych ze źródłem ciepła



Strumień ciepła przejmowanego na powierzchni ciała równy jest prędkości generowania ciepła w objętości ciała.

Bilans energii dla układów stacjonarnych ze źródłem ciepła ma postać:

$$(1) \quad \dot{Q} = \dot{e}_{gen} V \quad [W]$$

Zakładając, że wymiana ciepła zachodzi w wyniku konwekcji lub przyjmując, że współczynnik wymiany ciepła ujmuję również promieniowanie ciepła:

$$(2) \quad \dot{Q} = \alpha A_s (T_s - T_{\infty})$$

Porównując równania 1 i 2 otrzymujemy temperaturę powierzchni ciała:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{e}_{gen} V}{\alpha A_s}$$

16. Temperatura powierzchni płyty, walca i kuli w warunkach stacjonarnych ze źródłem ciepła

Dla płyty o grubości $2L$:

$$\begin{aligned} A_s &= 2 A_{\text{ściany}} \\ V &= 2L A_{\text{ściany}} \\ T_s &= T_\infty + \frac{\dot{e}_{gen} L}{\alpha} \end{aligned}$$

Dla walca o promieniu r_0

$$\begin{aligned} A_s &= 2 \pi r_0 L \\ V &= \pi r_0^2 L \\ T_s &= T_\infty + \frac{\dot{e}_{gen} r_0}{2 \alpha} \end{aligned}$$

Dla kuli o promieniu r_0

$$\begin{aligned} A_s &= 4 \pi r_0^2 \\ V &= \frac{4}{3} \pi r_0^3 \\ T_s &= T_\infty + \frac{\dot{e}_{gen} r_0}{3 \alpha} \end{aligned}$$

17. Wyprowadzić rozwiązanie zagadnienia stacjonarnego przewodzenia ciepła w walcu ze źródłem ciepła

[Wyprowadzenie dokładnie takie samo jak w zadaniu 13... chyba :)]

18. Wyprowadzić rozwiązanie zagadnienia przewodzenia ciepła w płycie ze zmiennym współczynnikiem przewodzenia ciepła

[Wyprowadzenie dokładnie takie jak w zadaniu 7 + dodatkowo]

Przewodność cieplna zależy od temperatury, średnią przewodność wyznaczamy ze wzoru:

$$\lambda_{avg} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} \lambda(T) dT}{T_2 - T_1}$$

Jest to tzw. średnia całkowa.

Po podstawieniu, strumień ciepła dla płyty wynosi zatem:

$$\dot{Q} = \lambda_{avg} A \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{A}{L} \int_{T_1}^{T_2} \lambda(T) dT$$

19. Opisać podstawy wymiany masy w wyniku dyfuzji

Stężenie substancji C jest to stosunek ilości danej substancji do elementarnej objętości przez nią zajmowaną.

Przepływ masy następuje zawsze z obszaru o wyższym stężeniu do obszaru o niższym stężeniu. Taki transport nazywamy **dyfuzją**. Dyfuzja jest proporcjonalna do gradientu stężenia.

$$\dot{Q} = -k_{diff} A \frac{dC}{dx}$$

C – stężenie składnika

A – powierzchnia normalna do kierunku transportu masy

k_{diff} - współczynnik dyfuzji, który stanowi miarę szybkości z jaką składnik może się przemieszczać w ośrodku

Opis przebiegu dyfuzji gazów:

Rozpatrzmy zbiornik przedzielony membraną nieprzepuszczalną. Z lewej strony membrany znajduje się Azot z prawej powietrze o stężeniu azotu 79% i tlenu 21%.

Molekuły gazu mogą przemieszczać się chaotycznie zatem w płaszczyźnie przegrody jednakowa ilość molekuł azotu przemieści się w prawo i w lewo. Ponieważ więcej azotu znajduje się po lewej stronie – więcej przemieści się ich w prawo.

W przypadku tlenu więcej jest go po prawej stronie więc wypadkowy strumień masy będzie skierowany w lewo. Proces ten będzie zachodził w każdej płaszczyźnie aż do wyrównania stężeń. W przypadku gazów molekuły zderzają się nieustannie i proces dyfuzji jest z tym ściśle związany. W przypadku molekuł o jednakowej masie prawdopodobieństwo przemieszczenia się ich w obie strony jest jednakowe. Jednak przy zderzeniu cięższej z lżejszą to proces dyfuzji zdominowany będzie przez cięższy składnik. *Temperatura* zwiększa ruchliwość molekuł i w rezultacie wzrasta prędkość dyfuzji.

Możliwa jest dyfuzja pomiędzy trzema stanami skupienia (prędkość dyfuzji jest jednak różna). Im większa odległość między molekułami tym łatwiejszy proces dyfuzji (wynika z tego że dyfuzja najszybciej zachodzi w gazach).

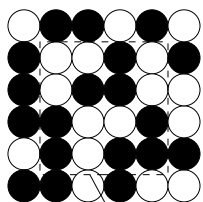
20. Opisać podobieństwa między wymianą ciepła i masy

	Wymiana Ciepła	Wymiana masy
Siła napędowa procesu	Różnica temperatur	Różnica stężeń
Temperaturę, możemy uznać za miarę ilości ciepła zgromadzonego w danej objętości. Analogicznie stężenie jest miarą ilości składnika zgromadzonego w danej objętości. Zatem przepływ masy zachodzi w sposób analogiczny do transportu ciepła – w kierunku ujemnej wartości gradientu.		
Mechanizmy transportu	- przewodzenie - konwekcja	- przewodzenie (dyfuzja) - konwekcja masy

	- promieniowanie	Z punktu widzenia fizyki klasycznej brak jest promieniowania masy
Prawa	Prawo Fouriera przewodzenia ciepła: $\dot{Q}_{cond} = -k A \frac{dT}{dx}$	Prawo Ficka: $\dot{m}_{diff} = -D_{AB} A \frac{dC_A}{dx}$
Oba prawa mają taką samą postać matematyczną, zatem z rozwiązanie zagadnienia dyfuzji masy możemy otrzymać zagadnienie przewodzenia ciepła		
Źródło ciepła/masy	Zjawisko to miało charakter objętościowy i skutkowało wzrostem lub spadkiem temperatury w określonej objętości ośrodka	W wypadku np. reakcji chemicznej jesteśmy w stanie generować składniki substancji w określonej objętości
Konwekcja	Ruch płynu powoduje zwiększenie transportu ciepła. Przykładowo gorące powietrze przemieszcza się w dane miejsce i tam wzrasta temperatura.	Makroskopowy ruch ośrodka przyczynia się do zmiany stężeń składników. Przykładowo ruch powietrza przyczynia się istotnie do przenoszenia zanieczyszczeń nawet w odległe rejony od źródła (Czarnobyl)
Konwekcyjny warunek brzegowy (Konwekcyjny warunek brzegowy transportu masy definiowany jest w analogiczny sposób do prawa Newtona)	$\dot{Q}_{conv} = \alpha_{conv} A_s (T_s - T_\infty)$	$\dot{Q}_{conv} = \alpha_{mass} A_s (C_s - C_\infty)$ α_{mass} – współczynnik wymiany masy C_s – stężenie składnika na powierzchni C_∞ – stężenie w znacznej odległości od powierzchni brzegowej

21. Masowy i molowy opis dyfuzji

Opis dyfuzji możemy dokonać na podstawie gęstości składników wyrażonej w ilości substancji mierzonej w kg odniesionej do objętości lub na podstawie ilości substancji wyrażonej w ilości kilomoli w odniesieniu do danej objętości.



$$V = V_A + V_B$$

$$m = m_A + m_B$$

$$C = C_A + C_B$$

$$\rho = \rho_A + \rho_B$$

Elementarna objętość V mieszaniny A + B

gęstość składnika i: $\rho_i = \frac{m_i}{V} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$

gęstość mieszaniny: $\rho = \frac{m}{V} = \sum \frac{m_i}{V_i} = \sum \rho_i$

Gęstość mieszaniny to suma gęstości składników ją tworzących.

Udział składnik i (postać bezwymiarowa): $w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_i}{\rho}$

Udział molowy składnika i ($0 < y_i < 1$): $\frac{N_i}{N} = \frac{\text{liczba kilomoli składnika } A}{\text{liczba kilomoli mieszaniny}} = \frac{C_i}{C}$

Związek stężenia masowego ze stężeniem molowym:

$$C_i = \frac{\rho_i}{M_i} \quad m = NM$$
$$M = \frac{m}{N} = \frac{\sum N_i M_i}{N} = \sum \frac{N_i}{N} = \sum y_i M_i$$
$$w_i = \frac{\rho_i}{\rho} = \frac{C_i M_i}{CM} = y_i \frac{M_i}{M}$$

Oba sposoby opisu są równoważne

22. Warunki brzegowe transportu masy

Równanie dyfuzji masy jest podobne do równania przewodzenia ciepła tak więc:
I warunek brzegowy w wymianie ciepła (zadana temperatura na powierzchni brzegowej) odpowiada zadane **stężenie składnika na powierzchni brzegowej**.

II warunek brzegowy w wymianie ciepła (gęstość strumienia ciepła) odpowiada **gęstość strumienia masy**.

[Szczególne przypadki II warunku brzegowego w dodatku B]

Występuje jednak różnica w ich interpretowaniu - temperatura uważana jest za funkcję ciągłą, stężenie substancji na obu powierzchniach są zazwyczaj różne.

23. Zdefiniować pojęcie rozpuszczalności, podać prawo Henry'ego o rozpuszczalności

Poprzez rozpuszczalność rozumiemy maksymalną ilość składnika (masa składnika) jaką można rozpuścić w cieczy. Określamy ją z równowagi termodynamicznej na granicy układu.

Udział molowy składnika A gazu rozpuszczonego w cieczy jest wprost proporcjonalny do udziału molowego składnika A rozpuszczonego w gazie:

$$y_{a,gaz} \propto y_{A,ciecz}$$

Dla gazów idealnych prawdziwe jest stwierdzenie:

$$y_{A,gaz} = \frac{P_{A,gaz}}{P}$$

Zachodzi zatem równość zwana prawem Henriego:

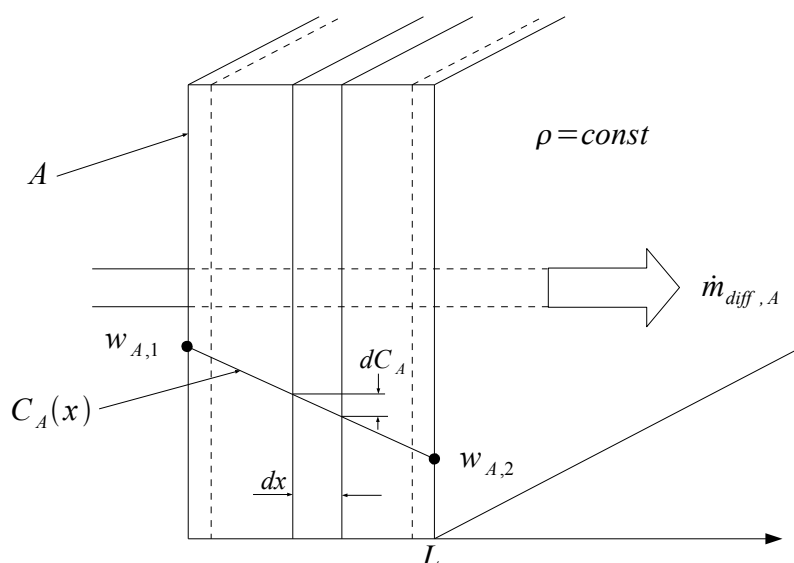
$$y_{A,ciecz} = \frac{P_{A,gaz}}{H}$$

gdzie H to stała Henriego, zależna od temperatury dla danego składu roztworu, a nie zależna praktycznie od ciśnienia.

- Stała H jest odwrotnie proporcjonalna do stężenia gazu rozpuszczonego w cieczy
- Stała H rośnie wraz z temperaturą, oznacza to, że rozpuszczalność gazu w cieczy maleje wraz ze wzrostem temperatury
- Stężenie jest proporcjonalne do ciśnienia parcjalego, zatem ilość gazu w cieczy można zwiększyć poprzez zwiększenie ciśnienia (przykład: pianka w piwie)

Prawo Henriego dotyczy tylko powierzchni brzegowej, ale może być rozszerzone do całej objętości cieczy po osiągnięciu równowagi termodynamicznej.

24. Stacjonarna dyfuzja masy przez ściankę płaską



Założenia:

- brak zmiany warunków brzegowych w czasie
- brak źródeł masy

Prawo zachowania masy substancji A w postaci strumienia masy ma postać:

$$\dot{m}_{diff,A} = j_A A = const \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$$

Prawo dyfuzji Ficka ma postać:

$$j_A = \frac{\dot{m}_{diff,A}}{A} = \rho D_{AB} \frac{dw_A}{dx} = const$$

$$\frac{\dot{m}_{diff,A}}{A} \int_0^L dx = - \int_{w_{A,1}}^{w_{A,2}} \rho D_{AB} dw_A$$

Jeżeli gęstość przegrody i współczynnik dyfuzji D_{AB} nie zmieniają się to można wtedy podać:

$$\dot{m}_{diff,A} = \rho D_{AB} A \frac{W_{A,1} - W_{A,2}}{L} = D_{AB} A \frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L} \left[\frac{kg}{s} \right]$$

W zapisie molowym:

$$\dot{N}_{diff,A} = C D_{AB} A \frac{y_{A,1} - y_{A,2}}{L} = D_{AB} A \frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{L} \left[\frac{kmol}{s} \right]$$

Strumień masy dyfuzji składnika A przez przegrodę płaską jest proporcjonalny do gęstości substancji po obu stronach przegrody i odwrotnie proporcjonalny do grubości przegrody L.

25. Migracja pary wodnej w budynkach

Wilgotność wpływa na trwałość i własności użytkowe budynków. W konsekwencji zagadnienie migracji pary wodnej w materiałach konstrukcyjnych jest istotne. Przykładowo drewno zmienia swoje wymiary wraz z wzrostem wilgotności, dodatkowo wilgotność przyspiesza proces próchnienia, powoduje zmianę barwy i powstawanie grzybów i pleśni. W przypadku metali wilgotność przyspiesza proces korozji powoduje szybsze niszczenie powłok ochronnych i ozdobnych. Istotny jest wpływ na przewodność cieplną materiałów (wzrost wilgotności powoduje znaczny wzrost przewodności cieplnej). W celu zatrzymania pary wodnej stosuje się:

→ bariery pary wodnej (paro-nieprzepuszczalne), są to zwykle grube folie z tworzyw sztucznych i metali

→ szereg materiałów spowalniających transport pary wodnej. Zaliczamy do nich cienkie folie z tworzyw sztucznych i metali, farby, materiały impregnowane. Materiały te stosuje się w większym stopniu z powodu niższych kosztów niż bariery.

W chłodnych budynkach para wodna skrapla się w pobliżu chłodnych powierzchni i pozostaje tam w postaci wody – istotna jest więc izolacja. Dalszy spadek temperatury powoduje zamarznięcie wody i szybkie niszczenie konstrukcji.

Strumień masy wilgoci wyznaczamy ze wzoru:

$$\dot{m}_w = P' A \frac{P_{w,1} - P_{w,2}}{L} = P' A \frac{\phi_1 P_{SAT,1} - \phi_2 P_{SAT,2}}{L} \left[\frac{kg}{s} \right]$$

Ciśnieniem nasycenia (P_{SAT}) nazywamy ciśnienie pary wodnej przy maksymalnym nasyceniu powietrza parą wodną w danej temperaturze.

P' to przepuszczalność pary wodnej, charakterystyczna dla danego materiału $\left[\frac{ng}{smPa} \right]$

Para wodna migruje od powierzchni o wyższym ciśnieniu parcyjnym do powierzchni o niższym ciśnieniu parcyjnym.

Przepuszczalność pary wodnej materiałów konstrukcyjnych jest zwykle odnoszona do ich typowej grubości. Mówimy wtedy o przenikalności:

$$\text{Przenikalność} = \frac{\text{przepuszczalność}}{\text{grubość}} \left[\frac{\text{ng}}{\text{sm}^2 \text{ Pa}} \right]$$

26. Niestacjonarna dyfuzja masy - nawęglanie powierzchni elementów stalowych

Nawęglaniu poddajemy przedmioty ze stali niskowęglowych w celu wzbogaceniach warstwy powierzchniowej w węgiel.

Węgiel dyfunduje w głąb materiału i wzbogaca warstwę o grubości kilku milimetrów w węgiel w rezultacie jest możliwe zahartowanie tej warstwy i osiągnięcie zwiększonej twardości i odporności na ściance.

Jest to zagadnienie nie stacjonarnej dyfuzji masy, by je rozwiązać potrzebne są następujące uproszczenia:

- Współczynnik dyfuzji jest stały, wymaga to przyjęcia stałej temperatury w objętości substancji, gdyż współczynnik dyfuzji zależy od temperatury
- Brak źródeł masy w objętości kontrolnej
- Dla $t = 0$ stężenie substancji A jest jednakowe w całej objętości kontrolnej

Dla jednowymiarowego zagadnienie dyfuzji:

$$\frac{C_A(x, t) - C_{A,i}}{C_{A,S} - C_{A,i}} = \text{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB} \cdot t}} \right)$$

$C_{A,i}$ - początkowe stężenie składnika A dla $t = 0$

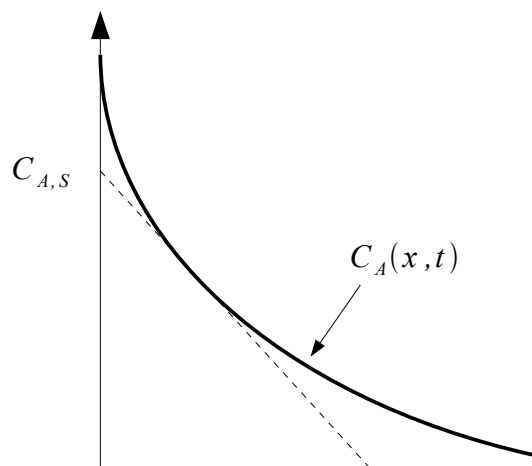
$C_{A,S}$ - stężenie składnika A na wewnętrznej stronie powierzchni S po czasie t

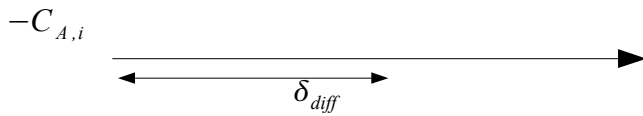
erfc – tablicowana „funkcja błędu”

Dla roztworów rozcieńczonych rozwiązanie można zapisać w postaci: gęstości lub udziałów molowych/masowych

$$\frac{C_A(x, t) - C_{A,i}}{C_{A,S} - C_{A,i}} = \frac{\rho_A(x, t) - \rho_{A,i}}{\rho_{A,S} - \rho_{A,i}} = \frac{w_A(x, t) - w_{A,i}}{w_{A,S} - w_{A,i}} = \frac{y_A(x, t) - y_{A,i}}{y_{A,S} - y_{A,i}}$$

Istotnym parametrem wyznaczanym z rozwiązań niestacjonarnych jest głębokość wnikania składnika A po czasie t . parametr ten wyznaczamy ze stycznej do krzywej stężenia:





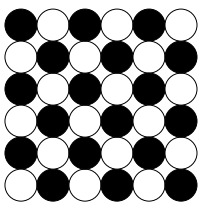
$$\frac{dC_A}{dx}\bigg|_{x=0} = -\frac{C_{A,S} - C_{A,i}}{\delta_{diff}}$$

$$\delta_{diff} = -\frac{C_{A,S} - C_{A,i}}{\frac{dC_A}{dx}\big|_{x=0}} = \frac{C_{A,S} - C_{A,i}}{\frac{C_{A,S} - C_{A,i}}{\sqrt{\pi D_{AB} t}}} = \sqrt{\pi D_{AB} t}$$

Grubość wnikania składnika A jest wprost proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego ze stężenia i czasu dyfuzji

27. Klasyfikacja mechanizmów transportu masy w płynach będących w ruchu

a)



$$v = 0$$

Jednorodna substancja bez makroskopowego ruchu ośrodka

Substancja A:

$$\rho_A = \text{const} \quad v_A = 0 \quad \dot{m}_A = 0$$

Substancja B:

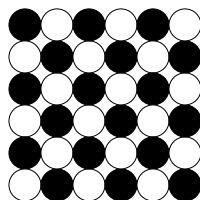
$$\rho_B = \text{const} \quad v_B = 0 \quad \dot{m}_B = 0$$

A + B:

$$\rho_A + \rho_B = \text{const} \quad v_{AB} = 0 \quad \dot{m}_{AB} = 0$$

Brak gradientu stężenia w warunkach równowagi statycznej. W substancji nie występuje transport masy

b)



$$v \neq 0$$

Jednorodna substancja i makroskopowy ruch ośrodka

Substancja A:

$$\rho_A = \text{const} \quad v_A = v \quad \dot{m}_A = \rho_A v_A A$$

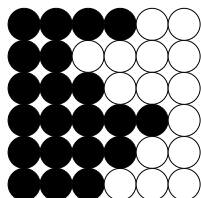
Substancja B:

$$\rho_B = \text{const} \quad v_B = v \quad \dot{m}_B = \rho_B v_B A$$

A+ B: $\rho_A + \rho_B = \text{const}$ $v_{AB} = v$ $\dot{m} = \rho v A$

Ruch doskonale wymieszanej mieszaniny, brak gradientu stężeń powoduje brak dyfuzyjnego transportu masy. Składniki poruszają się z taką samą prędkością średnią.

c)



$$v = 0$$

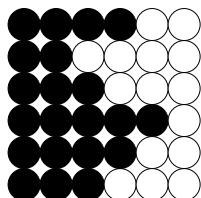
Niejednorodna substancja brak makroskopowego ruchu ośrodka

$$v_{diff,A} \rightarrow \quad \leftarrow v_{diff,B}$$

Substancja A:	$\rho_A = \text{zmienne}$	$v_A = v_{diff,A}$	$\dot{m}_A = \rho_A v_{diff,A} A$
Substancja B:	$\rho_B = \text{zmienne}$	$v_B = v_{diff,B}$	$\dot{m}_B = \rho_B v_{diff,B} A$
A+ B:	$\rho_A + \rho_B = \text{const}$	$v_{AB} = 0$	$\dot{m} = \rho v A$

Dyfuzja w ciele nie poruszającym się. Wypadkowa prędkość mieszaniny równa 0.

d)



$$v \neq 0$$

Niejednorodna substancja i makroskopowy ruch ośrodka

$$v_{diff,A} \rightarrow \quad \leftarrow v_{diff,B}$$

Substancja A:	$\rho_A = \text{zmienne}$	$v_A = v + v_{diff,A}$	$\dot{m}_A = \rho_A v A + \rho_A v_{diff,A} A$
Substancja B:	$\rho_B = \text{zmienne}$	$v_B = v + v_{diff,B}$	$\dot{m}_B = \rho_B v A + \rho_B v_{diff,B} A$
A+ B:	$\rho_A + \rho_B = \text{const}$	$v_{AB} = v$	$\dot{m} = \rho v A$

Jednoczesna dyfuzja masy i konwekcja masy. Prędkość ruchu składników równa jest prędkości dyfuzji i prędkości ruchu mieszaniny.

Prędkość dyfuzji i prędkość konwekcji mogą mieć ten sam zwrot lub przeciwny. Strumień masy substancji o gęstości ρ i prędkości v , przepływający przez powierzchnię A można wyrazić:

$$\dot{m} = \rho v A$$

Dla mieszaniny A + B:

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B = \rho_A v_A A + \rho_B v_B A = \rho v A$$

Więc wypadkowa prędkość:

$$v = \frac{\rho_A v_A + \rho_B v_B}{\rho} = \frac{\rho_A}{\rho} v_A + \frac{\rho_B}{\rho} v_B = w_A v_A + w_B v_B$$

Dodatek A – Szczególna postać II warunku brzegowego wymiany ciepła:

a) powierzchnie izolowane

W celu zmniejszenia strat ciepła lub zabezpieczenia przed nagrzewaniem dokonujemy izolacji cieplnej wybranych powierzchni ciała.

Jeżeli izolacja jest doskonała strumień ciepła nie przenika przez tak izolowaną powierzchnię. Teoretycznie izolacja doskonała musi być:

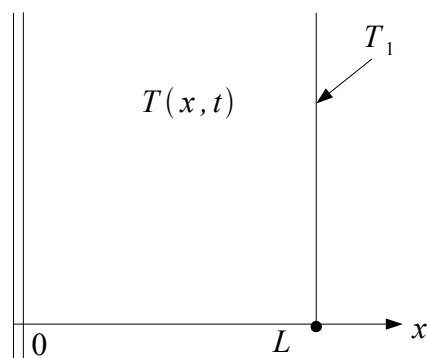
→ nieskończenie gruba lub mieć

→ nieskończenie mały współczynnik przewodzenia ciepła

W rzeczywistości takie izolacje nie występują, ale w wielu przypadkach strumienie ciepła przez powierzchnie izolowane są pomijanie małe możemy w przybliżeniu je pominąć.

II warunek brzegowy przybiera wtedy postać:

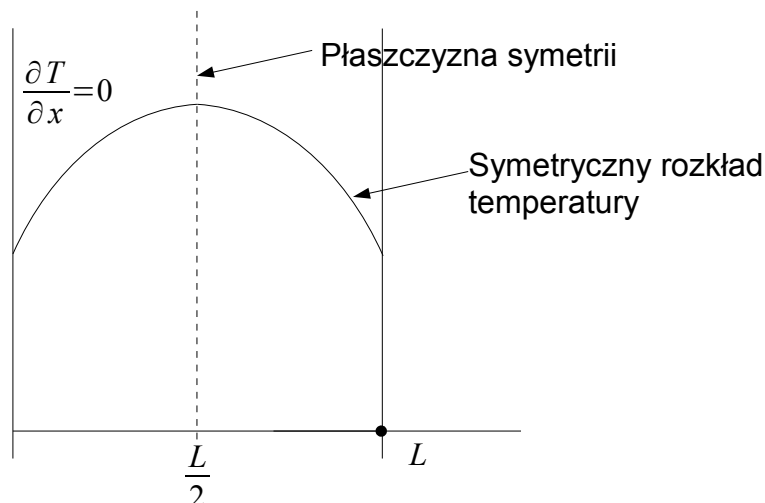
$$\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0$$



Pierwsza pochodna temperatury musi być równa 0, więc izoterma jest prostopadła do brzegu zaizolowanego.

$$T(L, t) = T_1$$

b) symetryczny rozkład temperatury



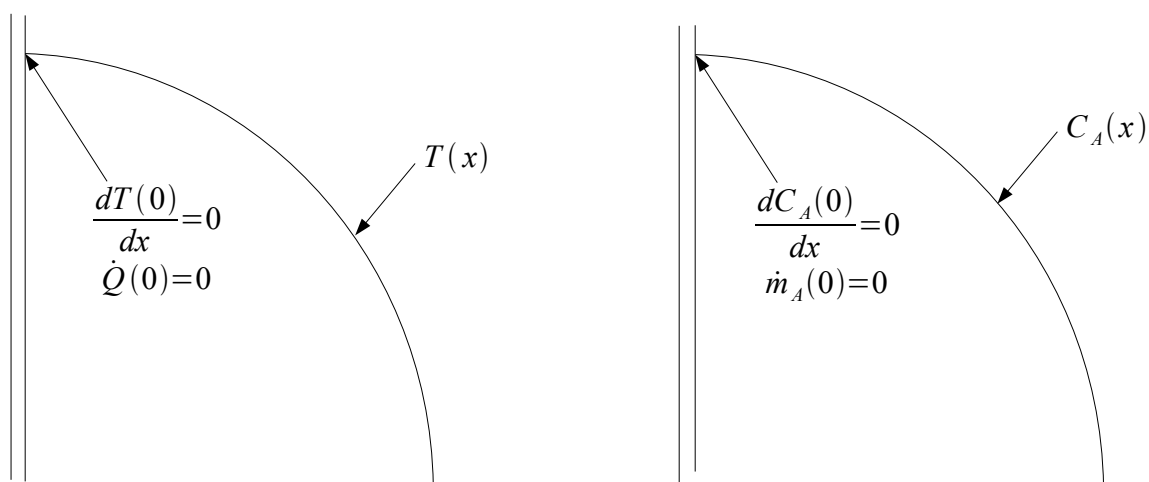
Sama bryła nie musi być symetryczna. Musi istnieć układ przez który nie przenika ciepło. Taki układ ma miejsce przy omywaniu pionowej płyty z obu stron przez powietrze, lub przy pionowym zanurzeniu pręta lub płyty w wodzie.

II Warunek brzegowy przybiera wtedy postać:

$$\lambda \frac{\partial T\left(\frac{L}{2}, t\right)}{\partial x} = 0$$

W takim przypadku przesuwamy układ współrzędnych do płaszczyzny symetrii i tam podajemy strumień ciepła równy 0. Przez płaszczyznę symetrii ciepło nie przenika.

Dodatek B – Szczególna postać II warunku brzegowego wymiany masy:



Szczególny warunek brzegowy II rodzaju to zerowy strumień masy na powierzchni izolowanej przez nie przepuszczalną przegrodę.

Opracowane na podstawie
wykładów prof. dr hab. inż. Z. Malinowskiego
by kszyh

wersja: 1.0 beta