

KOŁOKWIUM MDIL 27.04.2018

KAŻDE ZADANIE PISZEMY NA OSOBNEJ KARTCE.
KAŻDE ZADANIE JEST ZA 4 PUNKTY.
CZAS PRACY: 16.15 -17.45

ZADANIE 1. (a) Sprawdź czy podane zdanie jest tautologią?

$$[p \rightarrow [(q \rightarrow r) \wedge \neg r]] \rightarrow (\neg q \vee \neg p)$$

(b) Zapisz zaprzeczenie zdania:

$$\forall_{(y \in R)} \exists_{(x \in R)} [(y = x) \rightarrow (y < x \wedge y > x)]$$

(c) Podaj zdanie odwrotne do kontrapozycji zdania przeciwnego do zdania:

Jeżeli matematyka zmusza mnie do myślenia to pomyślę zanim rozwiążę to zadanie.

(d) Zbadaj prawdziwość zdania:

Dla każdego ciągu liczb całkowitych $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ istnieje ciąg liczb całkowitych $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ taki, że $x_i y_i = -1$ dla $i = 1, 2, \dots, n$

ZADANIE 2. Korzystając z zasady indukcji matematycznej udowodnij, że dla $n > 3$ zachodzi:

$$n^2 - (n-1)^2 + (n-2)^2 \dots + (-1)^{n-1} (1)^2 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

ZADANIE 3. Niech X będzie zbiorem trójwyrazowych warjacji z powtórzeniami zbioru $\{0,1\}$. Na zbiorze X wprowadzamy relację określoną następująco:

$((x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3)) \in R$ wtedy i tylko wtedy gdy $x_i \leq y_i$ dla $i = 1, 2, 3$.

(a) Wykaż, że jest to relacja częściowego porządku.

(b) Narysuj Diagram Hassego.

(c) Podaj elementy a, c, M, m .

ZADANIE 4. Wyznacz liczbę a_n ciągów binarnych długości n w których żadne 2 zera nie występują obok siebie. Podaj wzór rekurencyjny i wzór jawny na a_n .

ZADANIE 5. Dana jest permutacja

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 10 & 5 & 6 & 3 & 4 & 8 & 9 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) Zbadaj parzystość σ

(b) Zapisz grupę generowaną przez σ w postaci cykli i podaj jej rząd

(c) Oblicz (σ^{-7}) oraz rz $(\sigma)^5$