ALGEBRA TERMIN 1

1a) Sformułuj twierdzenie Sylvestra

b) Zdefiniuj macierz kwadratową dodatnio określoną (ujemnie określoną) stopnia n.

2. oblicz długość wektorów v = (0,-1,4,1) i w = (-1,2,-1,0) w przestrzeni euklidesowaej R^4 i kąt między nimi,

3 a) Dana jest forma kwadratowa $g(x) = x_1x_2 -2\, x_1\, x_3 +2x_2^2$. Sprowadz g do postaci kanonicznej.

4. a) Rozwiąż układ Gaussem:

2x+y-u =-1
6x+3y+u=5
4x+2y-4u=-6
b) Czy zbiór rozwiązań danego układu jest podprzestrzenią przestrzeni wektorowej R^4? Odpowiedź uzasadnij

5 a) Niech f: $R^3 \rightarrow R^3$ będzie odwzorowaniem liniowym we współrzędnych (w bazie standardowej) dane wzorem f(x,y,z) = (-x-3y-z,2x+4z,2x+y) , a U ={u1(-1,0,-1) u2(1,-1,0) u3(0,0,-2)} będzie nową bazą w R^3. Zapisz macierz odwzorowania f w bazie U
b) Oblicz rząd macierzy odwzorowania f

6. Oblicz $(-1-\sqrt{2}i)^{31}$
7 a) Dane są macierze

$$A \begin{matrix} -4 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \end{matrix} \qquad B \begin{matrix} -1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{matrix}$$

Oblicz wyznacznik $A^{-1} \cdot B$

8a) Zdefiniuj grupę permutacji S8 na zbiorze {1,…,8}
b) dla danych permutacji p =(1,4,7,2,3)(5,6)(8) i q (1,5,8)(4,7,3)(2,6) zapisz permutacje $q^{-1} \cdot p$ w postaci cyklicznej

9a) Znajdź wartości własne i sprowadź macierz A do postaci diagonalnej. Wskaż bazę wektorów własnych danej macierzy.

$$A= \begin{matrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{matrix}$$