

## KOŁOKWIUM MDIL 15.06.2018

KAŻDE ZADANIE PISZEMY NA OSOBNEJ KARTCE.

KAŻDE ZADANIE JEST ZA 4 PUNKTY.

CZAS PRACY: 16.15 -17.45

- ZADANIE 1. (a) Zapisz obie wersje zasady szufladkowej Dirichleta.  
(b) Małżonka Dirichleta ma 10 tygodni na przygotowanie paczki ciepłych skarpet dla swojego męża, który wyjeżdża na konferencję. Codziennie robi na drutach co najmniej 1 parę skarpet, a w tygodniu maksymalnie 12 par skarpet. Udowodnij, korzystając z zasady szufladkowej Dirichleta, i opisując dokładnie każdy krok zadania, że istnieje ciąg kolejnych dni w których żona wydzierga na drutach dokładnie 19 par skarpet.
- ZADANIE 2. Dany jest kod: *14-clever, 17-false, 45-true, 21-obvious, 332-easy, 320-trivial, 310-interesting*. Dla  $p = 31$ ,  $q = 11$  odkoduj liczbę 100 metodą Rabina. Następnie uzupełnij hasło będące ulubionym cytatem profesora Rabina na wykładach:
- This is ....(x)..... but not .....(y).....* (zakładamy, że  $x < y$ )
- ZADANIE 3. (a) Zacytuj wzór na rozmieszczenie  $k$  identycznych kul w  $n$  rozróżnialnych pudełkach a następnie korzystając z niego i wyjaśniając odpowiednio rozumowanie oblicz:  
Ile liczb w zbiorze  $S = \{1, 2, 3, \dots, 8888\}$  ma tę własność, że suma ich cyfr wynosi 9?
- (b) Zapisz zasadę "włącz wyłącz" a następnie korzystając z niej i wyjaśniając odpowiednio rozumowanie oblicz:  
Ile jest liczb w zbiorze  $S = \{1000, 1001, \dots, 9999\}$  w których przynajmniej jeden raz występuje 6 i przynajmniej jeden raz występuje 7 i przynajmniej jeden raz występuje 8?
- ZADANIE 4. (a) Graf izomorficzny ze swoim dopełnieniem nazywamy samodopełniającym. Narysuj graf prosty samodopełniający, nie będący grafem dwudzielnym o liczbie wierzchołków mniejszej niż 8.  
(b) Opisz wszystkie grafy z twierdzenia Calyeya dla  $n=5$ .  
(c) Zastosuj twierdzenie Mengersa w wersji krawędziowej dla wierzchołków  $x$  i  $s$  grafu poniżej.
- ZADANIE 5. (a) Dla grafu z rysunku poniżej podaj z uzasadnieniem  $\lambda(G), \kappa(G), \chi(G), \chi'(G)$   
(b) Czy jest to graf Eulowski i Hamiltonowski? Jeśli tak zaznacz cykle. Jeśli nie wyjaśnij dlaczego?  
(c) Narysuj drzewo spinające grafu z rysunku poniżej i podaj rząd spójności i rząd cykliczności.